
Innovación financiera y prima de liquidez en mercados soberanos: el caso de bonos indexados al PBI

Matías Moretti*

Universidad Torcuato Di Tella

Junio, 2018

Resumen

Los instrumentos de deuda soberana indexada, como los bonos indexados al PBI, constituyen una herramienta de política contra-cíclica que permite diversificar riesgos entre el gobierno (emisor) y los inversores extranjeros. Estudios previos han mostrado que introducir bonos indexados al PBI puede generar un beneficio del orden de 0,1 – 0,5 por ciento en términos de consumo equivalente de certeza. Sin embargo, la emisión de estos instrumentos ha sido limitada. En particular, estos bonos solo se han emitido en contextos de reestructuración de deuda al salir de un default. Para dar una explicación a esta observación, el presente trabajo estudia un modelo de economía pequeña con mercados incompletos y costos de default exógenos en donde el gobierno puede emitir tanto bonos no indexados como bonos indexados al PBI. Se introducen fricciones de búsqueda en el mercado de bonos y la libre entrada de intermediarios (*dealers*), extendiendo el trabajo de Passadore y Xu (2018). El modelo muestra que, mientras el stock de bonos PBI sea pequeño, las fricciones de búsqueda son grandes, dado que los potenciales *dealers* no están interesados en participar en el mercado. Las mayores fricciones de búsqueda llevan a mayores spreads entre precio comprador-vendedor en el mercado secundario de bonos PBI. Esto lleva a que los inversores requieran una prima por liquidez al momento de comprar el bono indexado en el mercado primario, cuando el gobierno lo emite, lo que implica un mayor costo de emisión para el gobierno. Debido a estos mayores costos, los beneficios de introducir este tipo de deuda se reducen a la mitad.

*Trabajo de Tesis de Maestría en Economía, Universidad Torcuato Di Tella. Agradezco a Ricardo Lagos y Diego Perez por sus sugerencias y comentarios en este proyecto. Agradezco también a Juan Martin Morelli, Josue Cox y Matias Covarrubias por sus comentarios. Email: mm7931@nyu.edu.

1. Introducción

La crisis financiera de 2007-2009, dejó a muchos países desarrollados y emergentes con altos niveles de deuda soberana. Esto ha ocasionado mayores dificultades para emplear una política fiscal contra-cíclica, inclusive para resolver reconocidos cuellos de botella estructurales. En este contexto, las políticas de manejo de deuda que permitan sustentar estos altos niveles de deuda podrían ayudar a expandir el espacio fiscal y a reducir la probabilidad de una futura crisis. En particular, hay un renovado interés entre los hacedores de política y los académicos en los bonos indexados al producto interno bruto (bonos PBI) como un instrumento de deuda que permita sustentar mayores niveles de deuda y evitar la necesidad de implementar políticas pro-cíclicas (Borensztein et al., 2018).

Los beneficios para un gobierno de emitir bonos indexados a variables reales, como bonos PBI, han sido estudiados extensamente en la literatura. Borensztein et al. (2004), por ejemplo, argumenta que los bonos PBI tienen dos ventajas claves. Primero, al indexar los servicios de deuda al crecimiento de la economía, este tipo de bonos disminuye los pagos de intereses en recesiones y por lo tanto actúa como un mecanismo de seguro. En este sentido, los bonos PBI pueden reducir la probabilidad de una crisis, dado que permiten mantener un ratio de deuda/PBI en niveles sustentables. Segundo, los bonos indexados al PBI también actúan como un mecanismo estabilizador automático debido a que le permiten al gobierno evitar la necesidad de aumentar impuestos o disminuir el gasto público durante una crisis. Giffith-Jones y Sharma, 2006 y Cuadra et al., 2013, por ejemplo, muestran que los gobiernos de países emergentes, por lo general, implementan políticas fiscales contractivas durante una recesión para poder mantener acceso a los mercados de crédito internacionales.

La idea de emitir bonos indexados a variables reales no es nueva y no está limitada a bonos PBI. Por ejemplo, las primeras propuestas de emitir deuda soberana indexada a variables reales se originaron en la década de 1980 (Sandleris et al., 2011). Bailey (1983), por ejemplo, propuso emitir deuda que esté indexada a las exportaciones del país. Lessard y Williamson (1985) también propusieron mecanismos para indexar los servicios de deuda a distintas variables reales. Shiller (1993 y 2003) habla de crear “mercados-macro” (*macro-markets*) de perpetuidades indexadas al PBI. En general, la idea detrás de todas estas propuestas es la misma: usar la deuda indexada como un mecanismo estabilizador automático y como

una manera de compartir el riesgo entre el gobierno soberano (deudor) y los inversores extranjeros.

Las propuestas dirigidas a expandir la sustentabilidad de los niveles actuales de deuda no están limitadas solamente a emitir instrumentos indexados a variables reales. Weber et al. (2011) y Brooke et al. (2013), por ejemplo, propusieron emitir bonos cuya madurez se extendiera automáticamente en caso de que el país recibiera ayuda oficial externa, en un contexto de problemas de liquidez. Este tipo de bonos se conoce como bonos CoCos por sus siglas en inglés (*Contingent Convertible*).¹ Por último, otro set de propuestas (para la Unión Europea) está relacionado con la mutualización de deuda soberana (Delpla y Weizsacker, 2010) y con la creación de *Eurobonds* que consisten en emitir bonos comunes a todos los países de la zona euro (ver Brunnermeier et al., 2012 y Claessens et al., 2012). En resumen, la idea detrás de este tipo de innovación financiera es limitar con anterioridad la probabilidad de una crisis de deuda, dado que permite distribuir más eficientemente el riesgo entre el país soberano y los inversores externos (en el caso de los bonos CoCos) o entre los distintos países emisores de un mismo bono (*EuroBonds*).

Faria (2007), Durdu (2009), Sandleris et al. (2011), Hatchondo y Martinez (2012) y Onder (2017) han explorado las ventajas de emitir deuda indexada al PBI en el contexto de una pequeña economía abierta en un modelo de equilibrio general. Abstrayéndose de la decisión de default, Durdu (2009) construye un modelo cuantitativo para analizar los beneficios (en términos de bienestar del consumidor representativo) de emitir deuda indexada. En este modelo, la única decisión del gobierno es relativa al stock total de deuda, dado que se asume que el stock de deuda indexada (como fracción de la deuda total) está dado exógenamente. Durdu muestra que para los valores bajos de deuda indexada, aumentar el grado de indexación es beneficioso para el país, pues permite reducir la volatilidad del consumo y le permite al país mantener mayores niveles de deuda.

Sandleris et al. (2011) también analizan los beneficios de emitir deuda indexada al PBI pero en un contexto donde el gobierno puede defaultear su deuda (como en Eaton y Gersovitz (1981) o Arellano (2008)). Estos autores calibran su modelo para Argentina y comparan un escenario en el que el país solo puede emitir deuda (de corto plazo) no indexada con un escenario en donde solo es posible emitir deuda indexada.² Los autores muestran que los beneficios de emitir este tipo de deuda están en el orden de 0,1% – 0,5% en términos de consumo equivalente de certeza (CEC por sus siglas en inglés). En

¹Consiglio y Zenios (2016) propusieron un instrumento similar que estipula una cesación temporaria de pago de intereses en el caso de que el *spread* de los seguros de impago de deuda (*CDS*, por sus siglas de *credit default swap*) del país alcance un determinado límite preestablecido. Hatchondo et al. (2016) muestran que este tipo de instrumentos permite reducir la frecuencia en la que un país defaultea y además permite aumentar el bienestar del país, medido en términos de consumo equivalente de certeza.

²Los autores no caracterizan el contrato óptimo de deuda indexada al PBI. Por simplicidad, asumen que el pago de intereses es creciente en el nivel del PBI.

un contexto similar, Faria (2007) muestra que los beneficios de emitir este tipo de deuda están en el orden de 0,2%, en términos de CEC. Hatchondo y Martínez (2012) extienden esta línea de investigación caracterizando el contrato óptimo de deuda indexada. Dicho trabajo muestra que los beneficios de emitir bonos PBI son un poco mayores a los anteriores y están en el orden de 0,2 – 0,7% en términos de CEC. Onder (2017) explora los beneficios de introducir bonos PBI de largo plazo, analizando diferentes métodos de indexación del cupón del bono. El primer método que considera asume que hay un piso mínimo para el cupón que los inversores extranjeros reciben, lo que implica que incluso en una recesión severa, los inversores tienen garantizado un retorno mínimo. El segundo método asume un techo máximo para el cupón, lo que significa que incluso en una muy fuerte expansión económica, el gobierno no tiene que pagar retornos excesivos. Por último, Onder considera un método de indexación que no incluye ni un piso ni un techo en el monto del cupón, lo que sugiere que tanto el gobierno como los inversores externos asumen riesgos simétricos. Onder muestra que este último método de indexación está asociado a las mayores ganancias en términos de bienestar (otra vez, medida en términos de CEC). Además, muestra que si se incluye un piso o techo en el esquema de indexación, las ganancias pueden verse reducidas significativamente e, incluso, tornarse negativas.

A pesar de las ventajas mencionadas, las emisiones de bonos PBI han sido insignificantes y solo un número muy pequeño de países ha emitido este tipo de deuda (IMF, 2017). Como parte de la reestructuración de los bonos Brady a fines de los 80, Bulgaria, Bosnia y Herzegovina y Costa Rica emitieron estos bonos (Giffith-Jones y Sharma, 2006). Más recientemente, Argentina (2005) y Grecia (2012) también emitieron bonos PBI. Sin embargo, lo hicieron al reestructurar su deuda en un contexto de default. Singapur es el único país que ha emitido este tipo de bonos fuera de un contexto de default.³

Si hay tantos beneficios de introducir bonos PBI, ¿por qué los países no lo han hecho a gran escala? De hecho, la ausencia de este tipo de bonos es desconcertante (Shiller, 2018). Un primer argumento está relacionado con consideraciones de riesgo moral, en el sentido que un gobierno podría reportar un menor crecimiento del PBI o (menos probable) implementar políticas para evitar un crecimiento económico, para pagar menores intereses a los tenedores de bonos PBI. Para disminuir los problemas asociados al riesgo moral, muchos economistas han propuesto emitir instrumentos de deuda que estén indexados a variables reales que no estén bajo el control directo del gobierno. Krugman (1988), Froot,

³De todas maneras, la emisión de Singapur también es particular debido a que estos bonos no se pueden negociar en ningún mercado secundario y solo se pueden canjear por dinero a través del gobierno. La primera emisión de estos bonos (llamados New Singapore Shares (NSS)), fueron introducidos en 2001 para compensar a los ciudadanos de menores ingresos. La segunda emisión de estos bonos (llamados Economic Restructuring Shares (ERS)), fueron planeados para subsidiar a ciudadanos del incremento en los impuestos a bienes y servicios que implementó el gobierno. Ver Miyajima (2006) and Onder (2017) para mayores detalles.

Scharfstein y Stein (1989) y, más recientemente, Caballero (2002) consideraron instrumentos que estén indexados a los términos de intercambio, precios de *commodities* u otras variables externas. De todas maneras, como argumentan Sandleris et al. (2011), los problemas de riesgo moral no son exclusivos de los bonos indexados. Por ejemplo, como el precio de la deuda no indexada depende de la probabilidad de un default, incluso si el gobierno solo estuviera emitiendo este tipo de deuda, podría tener incentivos a mentir acerca del verdadero stock de deuda o a reportar un mayor crecimiento económico. Además, hay muchos ejemplos en los que los gobiernos han emitido otro tipo de deuda indexada a variables bajo el control directo del gobierno. El ejemplo más típico son los bonos indexados a la inflación, los cuales son intercambiados activamente a nivel mundial. En todo caso, los problemas de riesgo moral parecerían ser mayores en este tipo de bonos dado que el gobierno tiene mayores incentivos a reportar una menor inflación que un menor crecimiento del PBI. Argentina 2007-2012 es un ejemplo reciente de un país que ha mentido acerca de la tasa de inflación para disminuir el pago de los servicios de deuda (ver Drenik y Perez, 2017 y Morelli y Moretti, 2018).

Una segunda explicación está relacionada con problemas de selección adversa. En particular, los inversores extranjeros podrían sospechar que solo aquellos países que estén esperando una recesión van a estar dispuestos a emitir bonos PBI. Esto llevaría a que demanden un *premium* mayor por comprar estos bonos y, por lo tanto, disminuirían los potenciales beneficios para el gobierno de emitir este tipo de deuda. Sin embargo, la dimensión de este problema depende de que el gobierno soberano cuente con información que no esté disponible para los inversores. Aunque los problemas de selección adversa puedan ser una limitación para las economías emergentes más pequeñas, es menos probable que sea un problema para aquellos países más desarrollados donde la transparencia fiscal es mayor (IMF, 2017).

Una tercera explicación está relacionada con el *premium* relativo a la innovación y a la liquidez del bono. El primero se refiere al hecho de que el diseño de los bonos PBI es más complejo comparado al de los bonos nominales no indexados y por lo tanto los inversores podrían demandar un *premium* para compensar por este hecho. En particular, los grandes inversores institucionales tienen que desarrollar métodos nuevos para determinar el precio de estos instrumentos y para predecir su futuro flujo de pagos. Para evitar que este *premium* sea alto, el diseño de los bonos PBI debería ser lo más simple posible, como sugiere Borensztein et al. (2004). El *premium* a la liquidez del bono, por otro lado, se refiere al hecho de que podría llevarle tiempo al inversor encontrar una contraparte para vender su posición en el mercado secundario. Esta dificultad adicional podría traducirse en mayores *spreads* entre precio comprador-vendedor (*BA spread*, por sus siglas en inglés) que el inversor tendría que pagar al momento de vender el bono. Debido a esto,

al momento de comprar el bono en el mercado primario (es decir, en el momento en que el gobierno emite el bono), los inversores van a demandar un *premium* adicional por comprar estos bonos. Es de esperarse que este *premium* por liquidez sea mayor mientras el stock de bonos indexados al PBI sea menor, pero debería caer a medida que el stock de estos bonos aumenta. Esto es justamente lo que se puede observar en el caso de los bonos indexados a la inflación. Por ejemplo, el *premium* por liquidez de los bonos de Estados Unidos indexados a la inflación (*US TIPS*, por sus siglas en inglés) era de alrededor 100 puntos básicos (*bps*, por sus siglas en inglés) al momento de su introducción en 1997, pero cayó hasta alrededor de 30 – 50 *bps* durante la primera mitad de los 2000s (hasta la crisis financiera global de 2008). Ver, por ejemplo, Blanchard et al., 2016; D’Amico et al., 2014; y Pflueger y Viceira, 2013).

En un estudio reciente del FMI, se entrevistaron potenciales emisores de bonos PBI (ver IMF, 2017). La encuesta incluyó representantes de gobiernos federales y bancos centrales de 20 países desarrollados y 8 emergentes. Los resultados de la encuesta mostraron que los potenciales emisores fueron reacios a indicar un interés en emitir bonos indexados a alguna variable real. En general, no estaban seguros de que los beneficios en términos de reducción del riesgo soberano serían lo suficientemente grandes para contrarrestar los mayores costos asociados a la emisión de estos bonos. En general, dentro de las preocupaciones, mencionaron la falta de una base natural de inversores, el diseño complejo de estos instrumentos y los problemas con la medición de las variables sobre las cuales estos bonos se indexarían (por ejemplo, *data lags*).

Sin menospreciar los méritos de las primeras dos explicaciones acerca de por qué los gobiernos no han emitido bonos PBI (en tiempos “normales”), este estudio se centra en el *premium* por liquidez. Para hacer esto, el presente trabajo introduce fricciones de búsqueda en el mercado secundario de bonos PBI. La idea es que, mientras el stock de estos bonos sea pequeño, le va a llevar tiempo a un inversor encontrar una contraparte para vender su posición, lo que originará tiempos de espera. Estos tiempos de espera van a llevar a que los inversores demanden como compensación un *premium* por liquidez al momento de comprar el bono en el mercado primario, lo que incrementará los costos de financiamiento del gobierno. Una característica importante del presente modelo es que los tiempos de espera son endógenos y dependen negativamente del stock de bonos PBI. Por último, aun cuando solo se considere el ejemplo de bonos indexados al PBI, el modelo presentado en este trabajo es lo suficientemente flexible para acomodar cualquier otro tipo de innovación financiera, por ejemplo los bonos CoCos.

Passadore y Xu (2018) es el único estudio previo que analiza la interacción entre el riesgo de default y el riesgo por iliquidez en un modelo de equilibrio general basado en Arellano (2008). Este estudio,

que a su vez está basado en el modelo de He y Milbradt (2014) para bonos corporativos, analiza la política de deuda (no indexada) óptima de un gobierno de una pequeña economía abierta, que no puede comprometerse en sus decisiones futuras y por lo tanto puede defaultear. Para modelar la prima por liquidez, Passadore y Xu (2018) asumen que, cada período, los tenedores de un bono soberano pueden sufrir un shock de liquidez, en cuyo caso van a buscar vender el activo en el mercado secundario dado que necesitan el efectivo hoy. Sin embargo, para poder vender dicho bono, los inversores primero tienen que encontrar un intermediario (*dealer*) para negociar, lo que lleva a la existencia de tiempos de espera para vender el activo. Cabe destacar que Passadore y Xu (2018) asumen que la probabilidad con la que los inversores se encuentran con los *dealers* es exógena y constante (no depende del stock de bonos). Debido a este riesgo adicional, al momento de comprar el bono en el mercado primario (es decir, en el momento en que el gobierno emite el bono), los inversores van a demandar un *premium* por liquidez como compensación. El modelo de Passadore y Xu implica una relación mutua entre el riesgo de default y el riesgo de iliquidez. Por un lado, un aumento en la prima por liquidez llevará a un aumento en el costo de financiamiento del gobierno, lo que genera un aumento en la probabilidad de default. Por otro lado, un aumento en la probabilidad de default lleva a un aumento en el *premium* de liquidez porque se asume (exógenamente) que los tiempos de espera para vender son mayores en un contexto de default. Los autores calibran su modelo para el caso argentino y encuentran que la prima de liquidez puede ser una parte importante del *spread* soberano, especialmente si la probabilidad de default es alta.

La contribución del presente trabajo es doble. Primero, mientras que los estudios previos en bonos PBI (Faria, 2007, Sandleris et al., 2011, and Hatchondo y Martinez, 2012) se centran en la deuda de corto plazo y permiten al gobierno emitir solo bonos PBI, este estudio extiende esta línea de trabajo al considerar bonos de largo plazo y al permitirle al gobierno emitir tanto bonos PBI como bonos nominales.⁴ Para lograr esto, primero calibro una versión del modelo sin bonos PBI y luego computo los efectos de un anuncio no anticipado estableciendo que, de ahora en adelante, el gobierno va a poder emitir bonos PBI hasta un cierto límite \bar{B} . En particular, analizo dos límites diferentes: 10% y 25% del PBI anual. El modelo está calibrado para España. La elección de este país no es arbitraria sino que está basada en las dos siguientes observaciones. Por un lado, la deuda externa de España ha crecido significativamente durante la última década y han aparecido numerosas preocupaciones acerca de la sustentabilidad de tan altos niveles (IMF, 2015). Por otro lado, a diferencia del caso de Argentina o Grecia, países en los que el gobierno ha mentido acerca de variables macroeconómicas, los problemas asociados a riesgo moral son

⁴Onder (2017) analiza también bonos de largo plazo pero asume que el gobierno solo puede emitir bonos nominales o indexados. Por lo tanto, no caracteriza la manera óptima en la que estos bonos deben ser introducidos.

menores en el caso de España.

Segundo, el presente trabajo introduce fricciones de búsqueda en el mercado secundario de bonos PBI.⁵ Para crear una relación entre el *premium* por liquidez y el stock de bonos PBI, este estudio extiende el trabajo previo de Passadore y Xu (2018), endogenizando la probabilidad con la que los inversores se encuentran con los intermediarios. De esta manera, los tiempos de búsqueda y los *BA spreads* en el mercado secundario son endógenos. Dado que el objeto bajo estudio es la introducción de un nuevo tipo de instrumento, esta interacción es clave en nuestro trabajo. Para crear el mencionado link, este trabajo asume la libre entrada de intermediarios, siguiendo a Lagos y Rocheteau (2007). En particular, se asume que los *dealers* tienen que incurrir en un costo fijo para poder intercambiar bonos PBI. Los beneficios de los intermediarios dependen, por otro lado, del número de inversores que está buscando una contraparte para vender su posición, y de los *BA spreads*, que son determinados endógenamente a través de *Nash Bargaining*. El modelo muestra que un incremento en el stock de bonos PBI incrementa el número de *dealers* en el mercado, lo que lleva a una disminución en los tiempo de espera, los *BA spreads*, y en el *premium* por liquidez que demandan los inversores al momento de emisión del bono.

En general, el presente trabajo presenta un modelo de determinación endógena de la oferta de un activo líquido (bonos nominales no indexados) y otro ilíquido (bonos PBI). Geromichalos y Herrenbrueck (2017) también desarrollan una teoría de la determinación de la oferta de un (potencial) activo líquido, pero bajo el supuesto de una interacción estratégica entre los emisores. En particular, analizan el caso de un duopolio en el que el emisor j decide cuánto emitir del activo j . Los autores consideran un mundo en donde uno de los dos activos (por ejemplo, el activo A) tiene una ventaja exógena en términos de liquidez sobre el otro activo (el activo B), lo cual se ve reflejado en la estructura microeconómica del mercado secundario de estos bonos (de aquí en más, mercado *OTC*, por sus siglas en inglés). Los autores muestran que a medida que haya un desmejoramiento en la eficiencia en la que compradores y vendedores se encuentran en el mercado del activo B (*matching efficiency*), hay un punto a partir del cual el emisor del activo A tiene incentivos a aumentar su oferta de tal manera de sacar del mercado al activo B . El presente trabajo, difiere en tres importantes aspectos. Primero, los activos están sujetos a riesgo de default. Segundo, no hay ninguna interacción estratégica entre emisores, dado que hay un único emisor (el gobierno soberano) para los dos tipos de deuda considerada (indexada y no indexada). Tercero, incluso cuando la deuda no indexada tiene una ventaja exógena en términos de liquidez (porque no está sujeta a fricciones de búsqueda), el gobierno puede encontrar óptimo emitir bonos indexados, ya que le permiten

⁵Por simplicidad, no se incluyen fricciones de búsqueda en el caso de bonos no indexados.

diversificar el riesgo.

A continuación, se sintetizan los principales resultados. Para un mundo sin fricciones de búsqueda, las ganancias de bienestar de emitir bonos PBI están en el orden de 0,07-0,20% , medido en términos de consumo equivalente de certeza (CEC) (dependiendo del estado inicial de la economía y del límite anunciado de deuda indexada al PBI). Estos beneficios son apenas menores que los encontrados en estudios previos para el caso argentino (Sandleris et al., 2011 y Hatchondo y Martinez, 2012). Las mayores ganancias de bienestar se obtienen en una recesión, dado que este tipo de deuda permite menores pagos de intereses hasta que la economía se recupere. Por supuesto, cuando la economía está en una recesión, el precio de los bonos PBI es menor que el precio de los bonos no-indexados. Sin embargo, este mayor costo de financiación está más que compensado por el menor pago de intereses hasta que la economía se recupere. Lo anterior se explica por el hecho de que el gobierno es averso al riesgo, los inversores son neutrales al riesgo y el tiempo que transcurre hasta que la economía se recupere es estocástico. Cabe destacar que cuando el máximo posible de deuda indexada al PBI es del 25% del PBI, las ganancias de bienestar son menos que el doble de las ganancias observadas cuando el máximo posible de bonos indexados al PBI es del 10%. Lo anterior indica que los beneficios marginales de emitir este tipo de deuda son decrecientes.

Una vez que las fricciones de búsqueda son introducidas al modelo, sin embargo, las ganancias de bienestar de emitir bonos PBI se reducen significativamente: están en el orden de 0,03 – 0,12% en términos de CEC. Estas menores ganancias son sorprendentes considerando que la calibración del modelo implica un *premium* por liquidez de solo 35 puntos básicos.

Dado que el modelo presenta tanto deuda indexada como no indexada, también permite analizar la composición del portafolio de deuda óptima. Para el caso sin fricciones de búsqueda, inmediatamente después del anuncio de que el gobierno puede empezar a emitir bonos PBI, hay un fuerte incremento en el stock de dichos bonos (casi hasta el límite) y una recompra del mismo tamaño de bonos no indexados. El stock total de deuda casi no varía. Toda la acción está concentrada en los dos o tres períodos siguientes al anuncio. A partir de ahí, el gobierno mantiene un ratio de deuda indexada y no indexada estable, emitiendo deuda no indexada solo para recomprar la que ha madurado. Para el caso con fricciones de búsqueda, la dinámica es relativamente similar cuando el máximo posible de deuda atada al PBI es del 10% del PBI. Sin embargo, la manera en la que estos bonos se introducen es muy diferente cuando el límite máximo es del 25% del PBI. En este último caso, no hay un fuerte incremento en el stock de bonos indexados al PBI después del anuncio del gobierno. Por el contrario, el stock de bonos PBI

aumenta gradualmente en el tiempo. Esto se puede explicar por dos factores: por un lado los beneficios marginales decrecientes de emitir este tipo de deuda; y por el otro, el hecho de que aumentar el stock de bonos indexados al PBI mas allá de un 10 % del PBI anual no genera una caída significativa en el *premium* por liquidez.

Hasta este punto, el trabajo se ha centrado en un único beneficio (de segundo orden) de emitir bonos indexados al PBI: una mejora en la diversificación del riesgo entre el gobierno emisor y los inversores externos. Un supuesto clave ha sido que el gobierno podía redistribuir perfectamente la dotación de recursos (*endowment*) entre los distintos agentes domésticos de la economía. Basándose en el trabajo de Ferriere (2015), la Sección 5 extiende el modelo considerando heterogeneidad en el ingreso de los agentes domésticos y asumiendo cierta limitación en la capacidad del gobierno de redistribuir recursos entre estos agentes. Esta limitación está capturada de una manera muy sencilla, a través del supuesto de que los impuestos que deben pagar los agentes domésticos son lineales en su ingreso y asumiendo que el gobierno no puede cambiar la progresividad de esta estructura impositiva.

La extensión está motivada por la crisis de deuda europea de 2010. Al comienzo de esta crisis, muchos países (incluso España) empezaron a implementar planes de austeridad.⁶ En general, hay dos posturas diferentes en la literatura acerca de este tipo de planes (ver Corsetti, 2012 para una discusión). Por un lado, se considera que los planes de austeridad pueden ser beneficiosos, ya que permiten aumentar la credibilidad crediticia del país, reducir los *spreads* soberanos y eliminar la crisis de deuda. Por el otro lado, estos planes pueden ser contraproducentes por los siguientes motivos: (i) pueden empeorar la recesión y no cumplir con su rol fundamental de reducir los *spreads* (Anzoategui, 2017); (ii) típicamente estos planes recaen más fuertemente en las familias de bajos ingresos. Por ejemplo, Leventi et al. (2010) estiman que el plan de austeridad implementado en 2010 en España causó una reducción de 1,8 % del ingreso disponible del decil más pobre, mientras que el ingreso disponible del decil más rico disminuyó solo 0,5 %. Los datos reflejan un panorama similar en el caso de Grecia (Matsaganis y Leventi, 2013; y Ferriere, 2015). La extensión presentada en la Sección 5 de este trabajo apunta a capturar este último punto.

Una vez que el modelo incluye desigualdad en el ingreso y cierta limitación en la progresividad de la estructura impositiva, el modelo muestra que las ganancias de bienestar por introducir bonos PBI son significativamente mayores: están en el orden de 0,10 – 0,35 % en términos de CEC para el caso

⁶En 2010 España implementó un plan de austeridad que incluyó, entre otras cosas: (i) adición de dos categorías para los trabajadores con mayores ingresos; (ii) congelamiento de pensiones en 2011; (iii) eliminación de la asignación universal por hijo; (iv) eliminación de los 400 euros de crédito personal impositivo desde 2010. Ver Leventi et al. (2010) para mayores detalles.

sin fricciones, y en el orden de 0,06 – 0,18% para el caso con fricciones. La intuición detrás de este resultado es que los bonos PBI pueden ayudar a evitar (o disminuir) la necesidad de implementar un plan de austeridad, el cual es particularmente costoso en este contexto, puesto que recae más fuertemente sobre los agentes con menores ingresos, debido a la limitación en la progresividad de los impuestos. El mensaje de esta extensión es que aquellos países con una estructura impositiva más regresiva puede beneficiarse largamente de introducir bonos indexados al PBI. Sin embargo, dado que típicamente los países menos desarrollados también presentan una estructura impositiva más regresiva (utilizan más impuestos al consumo), es de esperarse que estos países también afronten mayores fricciones en sus mercados secundarios de deuda, lo cual podría prevenir que capturen los mayores beneficios asociados a los bonos PBI.⁷ En general, estas dos fuerzas combinadas pueden ser la razón por la cual los países todavía no han emitido este tipo de deuda indexada.

El resto del presente trabajo está organizado de la siguiente manera. La Sección 2 describe el modelo. La Sección 3 describe la calibración del modelo. La Sección 4 presenta los resultados del análisis cuantitativo. La Sección 5 describe el modelo con agentes heterogéneos y progresividad limitada de impuestos. La Sección 6 concluye.

2. El modelo teórico

Considero un modelo de pequeña economía abierta con mercados incompletos. Como en Arellano (2008), asumo que el gobierno no se puede comprometer en sus decisiones futuras de deuda y por lo tanto puede defaultear. Los costos de default son exógenos. El gobierno es benevolente y maximiza la utilidad de un consumidor representativo, cuyas preferencias son:

$$\mathbb{E}_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t) \tag{1}$$

donde β es el factor de descuento, c_t representa el consumo agregado del consumidor representativo, $u(\cdot)$ es la función de utilidad (estrictamente creciente y cóncava). Dado un proceso Markov exógeno para el nivel de producto (o dotación) (y), el gobierno elige el stock de bonos no indexados (b), el stock de bonos indexados (B), así como defaults, para maximizar (1).

⁷ Ver Tanzi y Zee (2000) para una comparación de los sistemas impositivos entre países desarrollados y emergentes.

Siguiendo a Chatterjee y Eyigungor (2012), considero que los contratos de deuda maduran de manera probabilística. En particular, una unidad de bonos no-indexada (indexados) madura el período siguiente con probabilidad m_b (m_B). Si el bono no-indexado no madura (y el gobierno no defaultea), paga un cupón constante z_b . En el caso de los bonos indexados al PBI, el cupón esta dado por:

$$z_B(y_t) = z_b + \epsilon (y_t - \bar{y}) \quad (2)$$

donde \bar{y} es la media (incondicional) del proceso $\{y_t\}$ y $\epsilon > 0$. Nótese que no se asume ningún techo o piso en la función $z_B(y_t)$.⁸ De acuerdo con Onder (2017), esta especificación es la que está asociada con las mayores ganancias (en términos de bienestar). Este tipo de indexación es lo que caracteriza a los bonos llamados *floater*, es decir un bono cuyo principal está fijo y cuyo cupón se indexa a cambios en una variable de estado.⁹ Dados estos supuestos, la restricción de recursos para un gobierno que no está en default está dada por:

$$c_t = y_t - b_t [(1 - m_b) z_b + m_b] + q_t^{ND} [b_{t+1} - (1 - m_b)b_t] + \quad (3) \\ - B_t [(1 - m_B) z_B(y_t) + m_B] + p_{U,t}^{ND} [B_{t+1} - (1 - m_B)B_t]$$

donde q_t^{ND} es el precio de los bonos no-indexados (cuando el país no está en default) y $p_{U,t}^{ND}$ es el precio (al momento de la emisión) de los bonos indexados al PBI.

Al momento de emisión, los dos tipos de bonos están priceados en un mercado competitivo compuesto por un gran número de inversores extranjeros. Estos inversores son neutrales al riesgo y descuentan pagos futuros a la tasa r_U . Su objetivo es maximizar el valor presente de estos pagos futuros y no tienen una preferencia particular por uno u otro instrumento. Se asume que aquellos inversores que poseen actualmente una unidad de un bono PBI pueden sufrir un shock de liquidez y volverse ilíquidos (del inglés para *liquidity-constrained*), en cuyo caso van a tratar de vender su posición en el mercado secundario de bonos PBI. Este mercado está sujeto a fricciones de búsqueda (del inglés *search frictions*), por lo que le lleva tiempo al inversor poder vender su bono. En particular, se asume que para poder vender su posición, un inversor tiene que primero encontrar a un intermediario (*dealer*). La probabilidad

⁸En la sección cuantitativa, el parámetro ϵ es calibrado de tal forma que garantice que $z_B(y_t) > 0$ para todo y_t .

⁹Considero este tipo de contratos por simplicidad, dado que el pago de deuda solo depende de una variable de estado, y . Además, una encuesta reciente hecha por el FMI a potenciales compradores de este tipo de bonos, remarca que casi todos los encuestados resaltaron la importancia de que el contrato de deuda sea lo más simple posible, que esté estandarizado y tenga un tratamiento legal y regulatorio transparente (ver IMF (2017) para una descripción). Otras alternativas incluyen *linkers* que son bonos cuyo principal y cupón están atados a una variable de estado, y bonos *extendibles* cuya madurez está indexada a una variable es estado.

con la que encuentran a dicho intermediario, λ_t , es endógena y depende tanto del número de inversores ilíquidos que están tratando de vender (η_t) como del número de *dealers* que están transando bonos PBI (*dealers* activos) (v_t). Finalmente, el número de *dealers* activos también es endógeno y se determina en equilibrio a través de una condición de libre entrada (*free-entry condition*) que implica que los beneficios sean nulos en equilibrio (ver Lagos y Rocheteau (2007)).

Si el gobierno defaultea, se asume que el país queda excluido de los mercados internacionales por un número estocástico de períodos. Mientras se encuentre excluido, el consumo está dado por $y_t - \phi(y_t)$, donde $\phi(y_t)$ representa los costos exógenos de default. Con probabilidad θ el país vuelve a ganar acceso a los mercados internacionales y concluye su default. Finalmente, se asume una tasa f de recuperación de la deuda luego de salir del default, de tal manera que el stock de deuda después de un default está dado por $(f \times b, f \times B)$.¹⁰

Desde el punto de vista de un gobierno que se encuentra actualmente fuera de un default, la secuencia de eventos es la siguiente:

1. El gobierno empieza con un estado $\mathbb{S} = (y, b, B, \eta)$ y decide si defaultea o no.
2. Los *dealers* deciden entrar al mercado secundario de bonos PBI, basándose en los precios actuales y en η .
3. Si el gobierno no defaultea, debe elegir la política óptima de deuda (b', B') tomando como dadas las funciones de precio $q^{ND}(\cdot)$ y $p_U^{ND}(\cdot)$.
4. Se realizan las transacciones en el mercado secundario de bonos PBI.
5. Aquellos inversores que poseen un bono PBI pueden sufrir de un shock de liquidez y volverse ilíquidos el período siguiente.

2.1. Las fricciones de búsqueda y el mercado secundario de bonos PBI

Se asume que solo los bonos PBI están sujetos a fricciones de búsqueda. Este supuesto puede racionalizarse por la observación de que el monto de bonos no indexados es grande. Por lo tanto, hay un gran número

¹⁰Esto es necesario para poder generar *BA spreads* durante un default y también es un supuesto usado por Passadore y Xu (2018).

Figura 1: Secuencia de eventos dentro de cada período

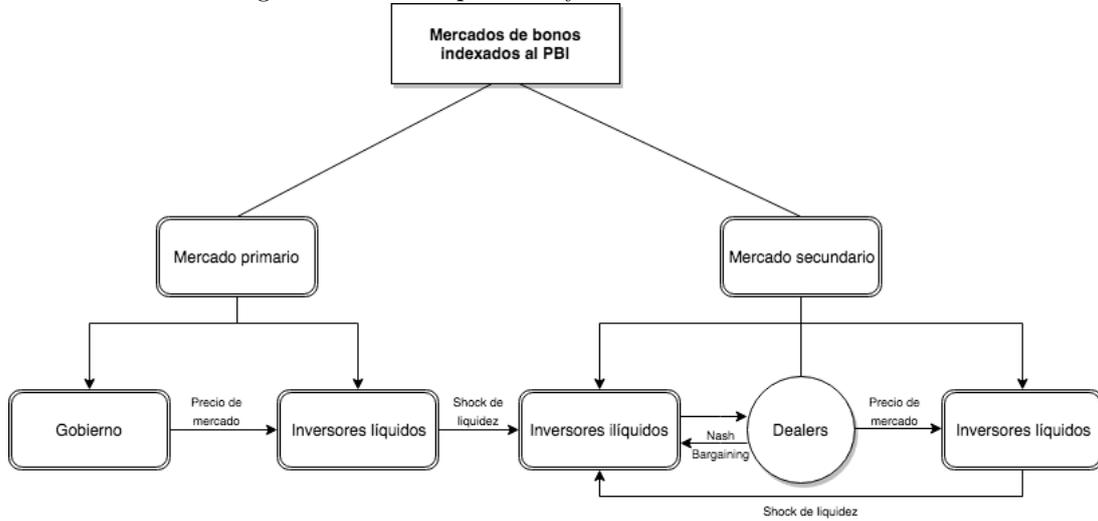
t					$t + 1$
	Gobierno	Los <i>dealers</i>	Si no defaultea,	Se realizan las	Los inversores
	empieza con \mathbb{S} y	entran al	el gobierno elige	transacciones en	de bonos PBI
	decide si	mercado.	el stock de	el mercado	pueden sufrir el
	defaultea o no.		deuda b', B'	secundario de	shock de
				bonos PBI.	liquidez.

de *dealers* intercambiando estos bonos y un inversor puede encontrar rápidamente una contraparte para vender su activo.

Las fricciones de búsqueda para los bonos PBI se introducen de la misma manera que en Passadore y Xu (2018), quienes a su vez se basan en Duffie, Garleanu y Pedersen (2005) -DGP de aquí en adelante- y en He y Milbradt (2014). En particular, hay dos tipos de inversores: aquellos que no tienen problemas de liquidez y aquellos con problemas de liquidez. Los primeros, descuentan pagos a la tasa r_U y participan como compradores tanto en el mercado primario (al momento de la emisión del bono) como en el secundario. Por simplicidad, se asume que hay una gran masa de estos inversores. Con probabilidad ζ estos inversores pueden sufrir un shock de liquidez, en cuyo caso van a empezar a descontar pagos a la tasa $r_C > r_U$. De la misma manera que en He y Milbradt (2014), se asume que una vez que el inversor sufre de un shock de liquidez, el shock es irreversible y nunca más descontará pagos a la tasa r_U . Esto implica que un inversor con problemas de liquidez siempre va a querer vender su activo en el mercado secundario. De aquí en más, se referirá a estos inversores como inversores ilíquidos.

Como en DGP (2005), un inversor ilíquido demora en poder vender su bono PBI, dado que para poder venderlo debe primero encontrar a un intermediario (*dealer*). En Passadore y Xu (2018), se asume que los inversores que quieren vender se encuentran con un intermediario con una probabilidad exógena y constante λ . En este trabajo, extendiendo este supuesto endogenizando esta probabilidad de tal manera que dependa de η_t (medida de inversores ilíquidos) y del número de *dealers* que están actualmente activos, v_t . El hecho de que λ_t dependa de η_t y por lo tanto del stock de bonos PBI es crucial para el análisis. En particular, captura el hecho de que si el stock de bonos PBI es pequeño, la probabilidad de encontrar un *dealer* es baja. Por lo tanto, al momento de emisión del bono, los inversores van a demandar un *premium* por liquidez, lo que incrementa el costo de financiamiento para el gobierno. Para crear esta relación endógena, siguiendo a Lagos y Rocheteau (2007), se asume que el mercado de *dealers* es competitivo y nuevos *dealers* pueden ingresar al mercado hasta el punto en que los beneficios esperados sean cero. En particular, se asume que los *dealers* tienen que pagar un costo fijo $\kappa > 0$ para poder intercambiar bonos

Figura 2: Mercado primario y secundario de bonos PBI



PBI. Por otro lado, los beneficios de los *dealers* dependen positivamente de η y del *spread* comprador-vendedor en el mercado secundario (*BA spread*), el cual es endógeno, está determinado a través de *Nash Bargaining* y se explica a continuación.

La Figura 2 sintetiza los dos mercados para los bonos PBI. El mercado primario está formado por el gobierno (emisor del bono) y los inversores extranjeros que aún no han sufrido del shock de liquidez (inversores líquidos). En este mercado, el gobierno emite los bonos PBI y se los vende a los inversores a precio de mercado $p_{U,t}^{ND}$. El mercado secundario está formado por *dealers*, inversores líquidos (que actúan como compradores) e inversores ilíquidos (que actúan como vendedores). Se asume que los inversores ilíquidos se encuentran aleatoriamente, con probabilidad λ_t , con los *dealers*. Una vez que se encuentran, negocian el precio vendedor (*bid price*) a través de *Nash Bargaining*. Por el otro lado, se asume que los *dealers* venden a los inversores líquidos al precio $p_{U,t}^{ND}$ (el del mercado primario). Además, se asume que un *dealer* puede encontrar instantáneamente a un inversor líquido para vender el bono. En otras palabras, no hay fricciones de búsqueda por el lado comprador del mercado. Este supuesto es por simplicidad, dado que permite obviar el número de inversores líquidos como una variable de estado adicional. Se puede racionalizar este supuesto por el hecho de que, siempre que el gobierno esté emitiendo bonos PBI, un inversor líquido debería estar indiferente entre comprarlo en el mercado primario o secundario. Por lo tanto, el precio al cual están dispuestos a comprarlo en el mercado secundario no puede ser otro que $p_{U,t}^{ND}$.

2.1.1. *Nash Bargaining*: precio comprador en el mercado secundario

En esta subsección se describe el problema de *Nash Bargaining* que determina el precio vendedor en el mercado secundario. Las transacciones en este mercado ocurren esté o no el gobierno en default. Dado que los dos casos son análogos, solo se describe a continuación el caso en el que el gobierno no está en default.

Consideremos el caso de un inversor ilíquido que ya ha encontrado a un *dealer* y están negociando el precio vendedor. El beneficio del *dealer* está dado por la diferencia entre el precio de mercado y el precio vendedor (*bid price*) que fijen: $p_U^{ND}(\mathbb{S}) - p_B^{ND}(\mathbb{S})$. Por otro lado, el beneficio para el inversor ilíquido está dado por la diferencia entre el precio vendedor que fijen y la valuación que tiene este inversor por el bono PBI: $p_B^{ND}(\mathbb{S}) - p_C^{ND}(\mathbb{S})$. La valuación $p_C^{ND}(\mathbb{S})$ es endógena y se describe en la subsección siguiente. Sea α el poder de negociación (*bargaining power*) del inversor ilíquido. El precio vendedor surge del siguiente problema:

$$\begin{aligned}
 p_B^{ND}(\mathbb{S}) &= \text{ArgMax}_{p^{ND}(\mathbb{S})} (p^{ND}(\mathbb{S}) - p_C^{ND}(\mathbb{S}))^\alpha (p_U^{ND}(\mathbb{S}) - p^{ND}(\mathbb{S}))^{1-\alpha} \\
 \text{s.t. } p^{ND}(\mathbb{S}) - p_C^{ND}(\mathbb{S}) &\geq 0 \\
 p_U^{ND}(\mathbb{S}) - p^{ND}(\mathbb{S}) &\geq 0
 \end{aligned}$$

De la condición de primer orden, el precio vendedor está dado por: $p_B^{ND}(\mathbb{S}) = (1 - \alpha) p_C^{ND}(\mathbb{S}) + \alpha p_U^{ND}(\mathbb{S})$. Por lo tanto, condicional a encontrar a un inversor ilíquido, los beneficios de los *dealers* por cada transacción (es decir, los *BA spreads*), están dados por: $p_U^{ND}(\mathbb{S}) - p_B^{ND}(\mathbb{S}) = (1 - \alpha) (p_U^{ND}(\mathbb{S}) - p_C^{ND}(\mathbb{S}))$. Como se verá mas adelante, $p_C^{ND}(\mathbb{S})$ depende positivamente de la probabilidad de encontrar un *dealer*, la cual es creciente en el stock de bonos PBI. Por lo tanto, los *spreads* en el mercado secundario son decrecientes en el stock de bonos PBI.

2.1.2. Entrada de *dealers*

Siguiendo a Lagos y Rocheteau (2007 and 2009), permito la libre entrada de *dealers* para poder endogenizar tanto el número de *dealers* activos como la probabilidad de encontrar un *dealer* en el mercado secundario de bonos PBI. Se asume que una masa grande de *dealers* puede elegir participar en el mercado de bonos PBI. En tal caso, deben incurrir en un costo κ , que captura todos los costos en los que deben incurrir los intermediarios para poder intercambiar estos activos. Estos costos pueden interpretarse como

costos publicitarios, costos relativos a obtener información acerca de los contratos de deuda de los bonos PBI y acerca de las expectativas de crecimiento de la economía, costos para mantener acceso al mercado de *dealers*, etcétera. Se denotará con v a la medida de *dealers* activos.

La evolución de la medida del número de inversores ilíquidos (η) satisface la siguiente recursión:

$$\begin{aligned}\eta' &= \eta(1 - m_B)(1 - \lambda(v, \eta)) + \tilde{\eta}(1 - m_B)\zeta + [B' - (1 - m_B)B]\zeta \\ &= \eta(1 - m_B)(1 - \lambda(v, \eta) - \zeta) + B'\zeta\end{aligned}\quad (4)$$

Intuitivamente, el primer término del lado derecho de la ecuación (4) captura aquellos inversores que ya estaban ilíquidos al comienzo del período, cuya deuda no maduró y que no pudieron encontrar a un *dealer* para vender su posición. El segundo término captura aquellos tenedores de bonos PBI que estaban líquidos al comienzo del período (denotados por $\tilde{\eta}$) cuya deuda no maduró y que sufrieron un shock de liquidez al final del período. El último término representa a aquellos inversores que, al comienzo del período, compraron un bono emitido en el mercado primario, este bono no maduró y estos inversores sufrieron de un shock de liquidez al final del período.

Se asume que el número total de encuentros (*matches*) entre *dealers* e inversores ilíquidos está dado por la función $m(v, \eta)$, la cual presenta rendimientos crecientes a escala y es estrictamente creciente y cóncava en sus dos argumentos. El supuesto de rendimientos crecientes es realista para este tipo de mercados financieros, dado que implica que los inversores pueden encontrar más fácilmente un intermediario en la medida que el mercado sea más grande. Vayanos y Wang (2007) y Geromichalos y Herrenbrueck (2017), por ejemplo, también asumen este tipo de rendimientos para mercados secundarios de activos financieros. El apéndice A provee fundamentos microeconómicos (basándose en un modelo de *Random Matching*) para el uso de rendimientos crecientes a escala. El Apéndice C analiza el caso bajo retornos constantes a escala. La probabilidad para un inversor de encontrar un *dealer* está dada por $\lambda(v, \eta) \equiv \frac{m(v, \eta)}{\eta}$, mientras que la probabilidad para un *dealer* de encontrar un inversor ilíquido está dada por: $\lambda^v(v, \eta) \equiv \frac{m(v, \eta)}{v}$. Los supuestos de $m(v, \eta)$ implican que $\lambda(v, \eta)$ es continua y creciente en v . Por otro lado, $\lambda^v(v, \eta)$ es decreciente en η , lo que captura la noción de competencia entre *dealers*, como en Lagos y Rocheteau (2007). La condición de libre entrada implica:

$$\Pi(\mathbb{S}; v) \equiv \lambda^v(v, \eta) \times (1 - \alpha) [p_U^{ND}(\mathbb{S}) - p_C^{ND}(\mathbb{S})] - \kappa = 0 \quad (5)$$

2.2. El problema del gobierno soberano

Como ya se mencionó, el gobierno es benevolente y busca maximizar (1) sujeto a la restricción de recursos (3), eligiendo consumo c , stock de deuda (b', B') y defaults. El problema puede escribirse de manera recursiva de la siguiente manera:

$$V(y, b, B, \eta) = \text{Max}_{d \in \{0,1\}} \{V^d(y, b, B, \eta), V^r(y, b, B, \eta)\} \quad (6)$$

donde $V^r(\cdot)$ es el valor de repago y está dado por:

$$\begin{aligned} V^r(y, b, B, \eta) &= \text{Max}_{c, b' \geq 0, B' \geq 0} u(c) + \beta \int_{y'} V(y', b', B', \eta') dF(y' | y) \\ \text{s.t. } c &= y - b[(1 - m_b)z_b + m_b] + q^{ND}(y, b', B', \eta') [b' - (1 - m_b)b] + \\ &\quad - B[(1 - m_B)z_B(y) + m_B] + p_U^{ND}(y, b', B', \eta') [B' - (1 - m_B)B] \\ &\quad [b' - (1 - m_b)b] + [B' - (1 - m_B)B] > 0 \text{ only if } q^{ND}(y, b', B', \eta') \geq \underline{q} \\ \eta' &= \eta(1 - m_B)(1 - \lambda(v, \eta) - \zeta) + B'\zeta \\ (1 - m_B)B &\leq B' \leq \bar{B} \end{aligned} \quad (7)$$

donde v es tal que la condición de libre entrada (ecuación 5) se satisface.

Un problema conocido en modelos con deuda de largo plazo con una tasa de recuperación de deuda ante un default ($f > 0$) es que la volatilidad de los *spreads* es muy alta. Esto se explica por el hecho de que, para el período anterior a defaultear, el gobierno puede encontrar óptimo emitir un monto de deuda muy grande que diluya el valor de emisiones previas. Para solventar este problema, se sigue la metodología propuesta por Hatchondo, Martinez y Sosa-Padilla (2016). En particular, se asume que el gobierno no puede emitir bonos si esa emisión implica un precio menor que un determinado límite \underline{q} (para los bonos no indexados).

El lado derecho de la ultima restricción en (7) impone que $B' \leq \bar{B}$, indicando que el gobierno no puede emitir bonos PBI mas allá de un cierto límite \bar{B} . Sin este límite, y en ausencia de fricciones de búsqueda, el gobierno encontraría óptimo emitir solo bonos PBI, por lo que, en el largo plazo, el gobierno terminaría con un stock de deuda no indexada nulo, lo cual es contrafáctico. Esta metodología también se emplea en Hatchondo, Martinez y Onder (2017).

Por último, el lado izquierdo de la ultima restricción en (7) impone que el gobierno no puede recomprar

bonos PBI. En general, si el gobierno tuviese la posibilidad de recomprar estos bonos al valor par, luego en un escenario en donde el país crezca más que lo que se planeó originalmente (y por lo tanto se incorporó en los precios), el gobierno estaría dispuesto a recomprar estos bonos privando a los inversores de estos mayores beneficios derivados del mayor crecimiento económico. Esto fue lo que sucedió en Bulgaria donde el gobierno recompró los bonos PBI emitidos cuando el crecimiento del país excedió un determinado límite (Giffith-Jones y Sharma, 2006 y Sandleris et al., 2011). En el presente modelo, incluso cuando el gobierno solo pueda recomprar bonos al precio de mercado (no al valor par), el gobierno podría recomprar los bonos a los inversores ilíquidos a un precio menor que p_U^{ND} , y revenderlos a inversores líquidos al precio p_U^{ND} . En este contexto, además, los inversores ilíquidos tendrían que decidir si vender el bono al gobierno o esperar encontrar un *dealer* y vendérselo al precio p_B^{ND} . Para dejar el modelo lo más simple posible, se elimina la posibilidad de que el gobierno pueda recomprar bonos PBI: $B' \geq (1 - m_B) B$.

La función de valor en caso de default está dada por:

$$V^d(y, b, B, \eta) = u(y - \phi(y)) + \beta \times \theta \times \int_{y'} V(y', f \times b, f \times B, f \times \eta) dF(y' | y) \quad (8)$$

$$+ \beta \times [1 - \theta] \times \int_{y'} V^d(y', b, B, \eta) dF(y' | y)$$

donde $\phi(y)$ representa el costo exógeno de default y θ es la probabilidad de reingresar a los mercados internacionales. Para simplificar la notación, se define $h \equiv h(y, b, B, \eta)$ como la decisión óptima de default.

2.2.1. Funciones de precios

A continuación, siguiendo a Passadore y Xu (2018), se describen las funciones de precios tanto para bonos no indexados como para bonos indexados. Los precios de los bonos no indexados están dados por:

$$q^{ND}(y, b', B', \eta') [1 + r_U] = \int \left\{ [1 - h'] \left[m_b + (1 - m_b) \left[z_b + q^{ND}(y', b'', B'', \eta'') \right] \right] \right. \\ \left. + h' \left[q^D(y', b', B', \eta') \right] \right\} dF(y' | y) \quad (9)$$

$$q^D(y, b, B, \eta) = \frac{1 - \theta}{1 + r_U} \int q^D(y', b, B, \eta) dF(y' | y) + \theta \times f \times q^{ND}(y, f \times b, f \times B, f \times \eta) \quad (10)$$

Debido a la presencia de fricciones de búsqueda, los precios de los bonos PBI presentan una mayor

complejidad. Si el gobierno no está en default, el precio en el mercado primario está dado por:

$$p_U^{ND}(y, b', B', \eta') [1 + r_U] = \int \left\{ [1 - h'] \left[m_B + (1 - m_B) \left[z_B(y') + \zeta p_C^{ND}(y', b'', B'', \eta'') + (1 - \zeta) p_U^{ND}(y', b'', B'', \eta'') \right] \right] + h' \left[\zeta p_C^D(y', b', B', \eta') + (1 - \zeta) p_U^D(y', b', B', \eta') \right] \right\} dF(y' | y) \quad (11)$$

Recordemos que el precio vendedor (*bid price*) en el mercado secundario está dado por: $p_B^{ND}(\mathbb{S}) = (1 - \alpha) p_C^{ND}(\mathbb{S}) + \alpha p_U^{ND}(\mathbb{S})$, donde $p_C^{ND}(\cdot)$ representa la valuación por un bono PIB por parte de un inversor ilíquido y está dada por:

$$p_C^{ND}(y, b', B', \eta') [1 + r_C] = \int \left\{ [1 - h'] \left[m_B + (1 - m_B) \left[z_B(y') + [1 - \lambda(v', \eta')] p_C^{ND}(y', b'', B'', \eta'') + \lambda(v', \eta') p_B^{ND}(y', b'', B'', \eta'') \right] \right] + h' \left[[1 - \lambda_D(v', \eta')] p_C^D(y', b', B', \eta') + \lambda_D(v', \eta') p_B^D(y', b', B', \eta') \right] \right\} dF(y' | y) \quad (12)$$

Por último, si el gobierno se encuentra en default, las funciones de precio de los bonos PBI están dadas por:

$$p_U^D(y, b, B, \eta) = \frac{1 - \theta}{1 + r_U} \int \left[\zeta p_C^D(y', b, B, \eta) + (1 - \zeta) p_U^D(y', b, B, \eta) \right] dF(y' | y) + \theta \times f \times p_U^{ND}(y, f \times b, f \times B, f \times \eta) \quad (13)$$

$$p_C^D(y, b, B, \eta) = \frac{1 - \theta}{1 + r_C} \int \left[[1 - \lambda_D(v', \eta')] p_C^D(y', b, B, \eta) + \lambda_D(v', \eta') p_B^D(y', b, B, \eta) \right] dF(y' | y) + \theta \times f \times p_C^{ND}(y, f \times b, f \times B, f \times \eta) \quad (14)$$

2.3. Equilibrio perfecto de Markov

El Equilibrio Perfecto de Markov (del inglés, *Markov Perfect Equilibrium*) es un conjunto de funciones de valor: $V^r(y, b, B, \eta)$ y $V^d(y, b, B, \eta)$, un conjunto de funciones de política: $c(y, b, B, \eta)$, $b'(y, b, B, \eta)$, $B'(y, b, B, \eta)$ y $h(y, b, B, \eta)$, precios y una medida de *dealers* activos, tal que:

1. Tomando como dadas las funciones de precios $q^i(y, b, B, \eta)$ y $p_U^i(y, b, B, \eta)$, para $i = \{D, ND\}$, las funciones de política del gobierno $\{c(\cdot), b'(\cdot), B'(\cdot), h(\cdot)\}$ resuelven la maximización en ecuaciones (6)-(8) y $\{V^r(\cdot), V^d(\cdot)\}$ son las funciones de valor asociadas.
2. Tomando como dadas las funciones de política, las funciones de precios $q^i(y, b, B, \eta)$, $p_U^i(y, b, B, \eta)$,

y $p_C^i(y, b, B, \eta)$ satisfacen ecuaciones (9)-(14), para $i = \{D, ND\}$.

3. Tomando como dados las funciones de precios $p_C^i(y, b, B, \eta)$ y $p_U^i(y, b, B, \eta)$, para $i = \{D, ND\}$, el número de *dealers* activos, v , es tal que satisface la condición de libre entrada (5).

3. Calibración

Se usa España para disciplinar los parámetros correspondientes al problema del gobierno. La calibración se hace para una frecuencia trimestral para el modelo en donde el gobierno no puede emitir bonos PBI ($\bar{B} = 0$) y se describe en la Tabla 1.

3.1. Parámetros del problema del gobierno

Se asume una función de utilidad estándar del tipo CRRA:

$$u(c) = \frac{c^{1-\gamma}}{1-\gamma} \quad (15)$$

donde $\gamma \neq 1$ es el coeficiente de aversión al riesgo relativo. Se asume $\gamma = 2$ y un factor de descuento de 0,98, valores que son estándar en la literatura. Además, el proceso de dotación de recursos (*endowment*) está dado por el siguiente proceso autorregresivo de primer orden.

$$\log(y_t) = \rho \log(y_{t-1}) + \epsilon_t; \epsilon_t \sim N(0, \sigma) \quad (16)$$

Hatchondo, Martinez y Sosa-Padilla (2016) estiman esta misma ecuación para el caso español, usando datos a frecuencia trimestral desde 1960 hasta 2013. A fines comparativos, se utilizan los mismos parámetros para ρ y σ en esta calibración.

El parámetro m_b se elige para lograr una madurez promedio de 11 años, consistente con la madurez promedio de los bonos del tesoro español.¹¹ Además, dado m_b , se calibra z_b para que resulte acorde con los servicios anuales de deuda. Usando datos del Banco Central Europeo (BCE), el total de los servicios

¹¹Esta es la madurez promedio entre todos los bonos con madurez entre 3 y 50 años durante 2009 – 2015. La madurez promedio se computa utilizando como ponderadores el stock de cada uno de los bonos. Como comparación, Hatchondo, Martinez y Sosa-Padilla (2016) y Hatchondo, Martinez y Onder (2017) reportan una duración promedio (no madurez) de 6 años.

de deuda que vencen en 2 años es de alrededor del 37% del stock total de la deuda española, para el período 2009–2015. Por lo tanto, dada la frecuencia trimestral de la calibración, se elige z_b de tal manera que: $m_b + (1 - m_b) z_b = \frac{0,37}{8}$, lo que implica (dado el valor de m_b), $z_b \approx 0,02$.

Los costos exógenos de default son modelados de la misma manera que en Chatterjee y Eyigungor (2012) y están dados por:

$$\phi(y) = \max \{d_0 y + d_1 y^2, 0\} \quad (17)$$

Se calibra (d_0, d_1) para que sea acorde con los siguientes momentos para el período 2009 – 2015: (i) un ratio promedio de deuda de largo plazo del 53% del PBI anual; (ii) un *spread* soberano promedio de 2,3%.¹² Respecto a este último punto, los *spreads* soberanos se computan como en Chatterjee y Eyigungor (2012). En particular, para el caso de los bonos no indexados, se computa la tasa interna de retorno $r_b(y, b', B', \eta')$ que hace que el valor presente de la secuencia prometida de pagos futuros (en ausencia de default) sea igual al precio del bono. Es decir, $r_b(\cdot)$ satisface:

$$q^{ND}(y, b', B', \eta') = \frac{[m_b + (1 - m_b) z_b]}{m_b + r_b(y, b', B', \eta')} \quad (18)$$

De manera similar, para el caso de los bonos indexados, la tasa interna de retorno satisface:

$$p_U^{ND}(y, b', B', \eta') = \frac{[m_B + (1 - m_B) E[z_B(y') | y]]}{m_B + r_B(y, b', B', \eta')} \quad (19)$$

Finalmente, el *spread* soberano (anualizado) está dado por:

$$Spread_i = \left(\frac{1 + r_i(y, b', B', \eta')}{1 + r_U} \right)^4 - 1 \text{ for } i = \{b, B\}$$

Por último, el parámetro θ se calibra para lograr un período promedio de exclusión de los mercados internacionales de 3 años, consistente con el período mediano de exclusión, reportado por Richmond and Dias (2009).¹³ Finalmente, la tasa de recuperación de deuda después de un default se calibra en

¹²Respecto al punto (i), el presente estudio se centra en bonos del gobierno central de largo plazo con madurez mayor a 3 años. Para el período 2009 – 2015, el ratio de bonos del tesoro (con madurez mayor a 3 años) fue del 52,6% del PBI ; mientras que el stock total de deuda del gobierno central representó un 65% del PBI. De hecho, este último valor es el que usan Hatchondo, Martinez y Onder (2017) para calibrar sus parámetros. Respecto al punto (ii), el *spread* soberano se computó usando las *yields to maturity* de bonos españoles y alemanes (como proxy para el bono libre de riesgo) de 10 años, para el período 2009 – 2015. Como comparación, Hatchondo, Martinez y Sosa-Padilla (2016) reportan un *spread* soberano de 2,2% para un bono de 8 años para el período 2008 – 2013. Los datos para computar (i) y (ii) provienen del Tesoro Público Español. Los datos para computar las *yields* provienen de la Federal Reserve Bank of St. Louis (FRED).

¹³Estos autores reportan el período medio y mediano de exclusión. El tiempo promedio que le toma a un país retomar acceso parcial al mercado internacional es de 5,7 años, mientras que el 50% de los países accede parcialmente dentro de 3 años. Por otro lado, el promedio de tiempo que le toma a un país retomar acceso total al mercado internacional es de

$f = 63\%$, consistente con un recorte promedio de deuda de un 37% , reportado en Cruces y Trebesch (2013), en una muestra de 180 países para el período 1970 – 2010.

3.2. Parámetros de fricciones de búsqueda

Para empezar, la función relativa al número total de encuentros está dada por $m(v, \eta) = [\tilde{m}(v, \eta)]^{\chi_2}$, donde $\tilde{m}(v, \eta) = v^{\chi_1} \eta^{(1-\chi_1)}$. Para el análisis cuantitativo de la Sección siguiente, se calibra $\chi_2 > 1$ de manera tal que la función exhiba rendimientos crecientes a escala (*IRS*, por sus siglas en inglés). Bajo este supuesto, la probabilidad de encontrar un *dealer* en el mercado secundario (y por lo tanto los *BA spreads* y el *premium* por liquidez) dependen de manera directa del tamaño del mercado secundario (representado por η). El apéndice C muestra los resultados bajo el supuesto de rendimientos constantes a escala (*CRS*, por sus siglas en inglés). Bajo *CRS*, la probabilidad de encontrar a un *dealer* no depende del tamaño del mercado. Sí depende, no obstante, del portafolio óptimo (b, B) dado que la composición de este portafolio afecta la probabilidad de default, precios, y por lo tanto, la decisión de los *dealers* de entrar al mercado (ver Apéndice C para los detalles).

En lo que sigue, se fija el poder de negociación $\alpha = 0,5$ y el parámetro $\chi_1 = 0,5$ y se calibra la probabilidad de sufrir de un shock de liquidez ζ , el costo de entrada para los *dealers* κ , la tasa de descuento de los inversores ilíquidos r_C y el parámetro relativo a los rendimientos de escala crecientes χ_2 para capturar: (i) un spread comprador-vendedor (*BA spread*) en el mercado secundario menor a 20 puntos básicos al momento de la introducción de los bonos PBI y en el orden de 10 puntos básicos en el largo plazo; (ii) una probabilidad de encontrar a un *dealer* dentro de un trimestre que converja a 100% cuando $\bar{B} = 1,0$; (iii) un turnover diario de 0,3% en el mercado secundario de bonos PBI. Las últimas cinco filas de la Tabla 1 describen estos parámetros.

Teniendo en cuenta que el modelo presentado en la Sección 2 asume que no hay fricciones para los bonos no indexados, el *BA spread* usado como criterio en este estudio debe interpretarse como la diferencia entre el *BA* de bonos PBI y el *BA spread* de deuda nominal no indexada. Dado que los bonos PBI no han sido emitidos a gran escala por los países desarrollados, proveer una estimación del potencial *spread* comprador-vendedor para el caso español es difícil. Por otro lado, usar el conjunto de países (menos desarrollados) que han emitido este tipo de bonos (como Argentina o Grecia) presenta el problema de que en estos países los *BA spreads* son típicamente mucho mayores que los observados para países

8, 4 años, mientras que el 50% de los países accede totalmente dentro de 7 años. Benjamin y Wright (2009) reportan datos similares.

Cuadro 1: Calibración

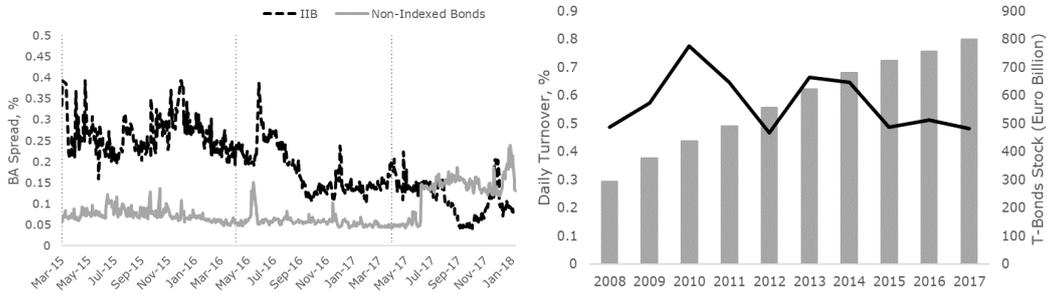
Descripción	Parámetro	Valor	Momento
Tasa libre de riesgo	r_U	0,01	Valores estándar
Factor de descuento	β	0,98	Valores estándar
Aversión al riesgo	γ	2	Valores estándar
Autocorrelación del endowment	ρ	0,97	Hatchondo, Martinez y Sosa-Padilla (2016)
Desviación estándar de innovaciones	σ	0,0104	Hatchondo, Martinez y Sosa-Padilla (2016)
Costos de defaultear	d_0	-0,7766	2.3 % Spread y 53 % Deuda/PBI Ratio
Costos de defaultear	d_1	0,901	2.3 % Spread y 53 % Deuda/PBI Ratio
Tasa de recuperación de deuda	f	0,62	Cruces and Trebesh (2013)
Probabilidad de salir del default	θ	0,083	Duración de defaults
Madurez de bonos	m_b	0,0225	Madurez de 11 años
Madurez de bonos PBI	m_B	0,0225	Madurez de 11 años
Cupones	z_b	0,02	Servicios de deuda
Cupones bonos PBI	$z_B(y)$	$z_b + 0,1(y - \bar{y})$	Ver texto
Poder de negociación	α	0,5	Supuesto
Costo de entrada para <i>dealers</i>	κ	0,0004	Ver texto
Tasa de descuento inv. ilíquidos	r_C	0,012	Ver texto
Prob. de shock de liquidez	ζ	0,38	Ver texto
Función de búsqueda	$\{\chi_1, \chi_2\}$	$\{0,5, 1,4\}$	Ver texto

desarrollados. Debido a estos inconvenientes, se usa como referencia el *BA spread* de los bonos españoles indexados por la inflación (*IIBs*, por sus siglas en inglés).

De acuerdo a datos del Tesoro Público Español, España empezó a emitir bonos indexados a la inflación a partir de 2014. Usando datos diarios de Bloomberg, computo el *BA spread* promedio de estos bonos desde 2015 (panel izquierdo de la Figura 3). En general, para el período 2015-2017, el *BA spread* promedio fue de 19 puntos básicos. La figura también reporta el *BA spread* promedio para bonos nominales no indexados. Para el mismo período, el *BA spread* promedio fue de alrededor 9 puntos básicos, implicando una diferencia de 10 puntos básicos. Nótese que esta diferencia es aún mayor durante el primer año y casi desaparece en 2017. Tomando como evidencia estos datos para *IIBs*, los parámetros se calibran para alcanzar un *BA spread* para bonos PBI menor a 20 bps al momento de introducción de estos bonos, y del orden de 10 bps en el largo plazo.

Respecto al punto (ii), el modelo está calibrado de tal manera que, para el caso de $\bar{B} = 1,0$, la probabilidad de encontrar a un *dealer* durante el trimestre converge a 100 %. Dado que el modelo descrito es en tiempo

Figura 3: Bonos españoles: *BA spreads* and Turnover



El panel izquierdo muestra los *spreads* comprador-vendedor (*BA spreads*) para bonos españoles indexados por inflación (*IIBs*) y para bonos nominales no indexados. Estos datos fueron obtenidos de Bloomberg. Las líneas verticales indican los días en los que los nuevos *IIBs* fueron emitidos. Las barras del panel derecho muestran el stock de bonos nominales españoles (*stripped* y *non-stripped*). La línea provee información acerca del *turnover* diario de estos bonos. Los datos provienen del Tesoro Público Español.

discreto y que los parámetros han sido calibrados a una frecuencia trimestral, el menor tiempo posible para vender el activo (tiempos de espera) es de un trimestre. Por lo tanto, en este sentido, el modelo no puede capturar tiempos de espera observados en la realidad.¹⁴ Sin embargo, el modelo sí puede capturar el costo de estos tiempos de espera. Como se muestra a continuación, el modelo genera un *premium* por liquidez (momento que no es un objetivo de la calibración) que se corresponde con los *premium* observados en el caso de los *IIBs*.

Respecto al punto (iii), el panel derecho de la Figura 3 muestra datos anuales respecto al *turnover* diario de los bonos nominales españoles y acerca del stock de estos bonos. Para capturar una medida de *turnover* que refleje la del modelo presentado en la Sección 2, se excluyen todas las operaciones que involucren una recompra o reventa, o una transacción *forward*. Además, se excluyen aquellas transacciones entre *dealers* y entre inversores institucionales y sus clientes. Los datos provienen del Tesoro Público Español. Para el período considerado, el *turnover* promedio es de 0,6%. La calibración establece $\zeta = 0,38$ de tal manera de alcanzar un *turnover* para bonos PBI de 0,3%, reflejando el hecho de que estos bonos son transados en menor medida.¹⁵

¹⁴Una posible solución sería calibrar el modelo a una frecuencia semanal o mensual. El problema es que este tipo de calibración implicaría un factor de descuento muy cercano a uno ($0,98^{1/12} = 0,998$ y $0,98^{1/3} = 0,993$, respectivamente), generando dificultades adicionales en la convergencia del algoritmo.

¹⁵Esta afirmación se basa en los patrones de compra-venta de bonos indexados a la inflación emitidos por el gobierno de Estados Unidos (*US TIPS*), dada la disponibilidad de datos para dicho país. Fleming y Krishnan (2012) muestran que los patrones de compra-venta de estos bonos son muy diferentes de aquellos observados para bonos nominales. Utilizando datos de la New York Fed acerca de transacciones entre *dealers* para el último trimestre de 2017, el *turnover* diario promedio de los *US TIPS* fue de alrededor de un tercio del *turnover* de los bonos nominales. La diferencia es mayor si solo se consideran operaciones entre *dealers* (*inter-dealer market*): el *turnover* diario promedio de los *US TIPS* fue de alrededor un cuarto del *turnover* de los bonos nominales. Sin embargo, si solo se consideran operaciones entre un *dealer* y un inversor (que no sea intermediario), la cual es una medida que refleja mejor el *turnover* computado en el modelo teórico, el *turnover* diario de los *US TIPS* fue de casi el 46% del *turnover* de los bonos nominales. La calibración de este estudio asume un ratio del 50% para el caso español.

4. Análisis cuantitativo

El modelo se resuelve iterando sobre las distintas funciones de valor, usando interpolaciones lineales sobre las cuatro variables de estado: b, B, y, η . El Apéndice B describe el algoritmo empleado.

4.1. Precios y *spreads*

Antes de ir a las simulaciones, se empieza con una descripción de las funciones de precio, los *spreads* comprador-vendedor (*BA spreads*), el *premium* por liquidez y la probabilidad de encontrar un *dealer*, para distintas combinaciones de las variables de estado y para dos valores diferentes de \bar{B} . En las figuras de esta subsección, se asume un estado inicial dado por $(B, \eta) = (0, 0)$. Por lo tanto, una emisión de B' de bonos indexados implica una medida de inversores ilíquidos el período siguiente dada por $\eta' = \zeta \times B'$, de acuerdo a la ecuación (4).

4.1.1. Funciones de precio

La Figura 4 muestra los distintos precios de los bonos nominales para distintos valores de b' (panel superior) y los precios para los bonos indexados al PBI para distintos valores de B' (panel inferior). Nótese que los precios son decrecientes en (b', B') y crecientes en y , debido a que la probabilidad de default es creciente en el stock de deuda y decreciente en el nivel de *endowment*. Por ejemplo, nótese que a medida que el stock de deuda converge a cero, el precio de los bonos nominales converge a 1,2, el cual es el precio de un bono libre de riesgo con madurez $1/m_b$ que paga cupones z_b cada período.

4.1.2. *Premium* por liquidez y *BA spreads*

Como en el modelo de Passadore y Xu (2018), los *premium* de liquidez y de default se determinan de manera conjunta. Para entender mejor el rol que cumplen las fricciones de búsqueda en el mercado secundario de bonos PBI, en esta sección se descompone el *spread* total del bono entre el *premium* de liquidez y el *premium* por riesgo crediticio (default *premium*). Es decir, para los bonos indexados al PBI:

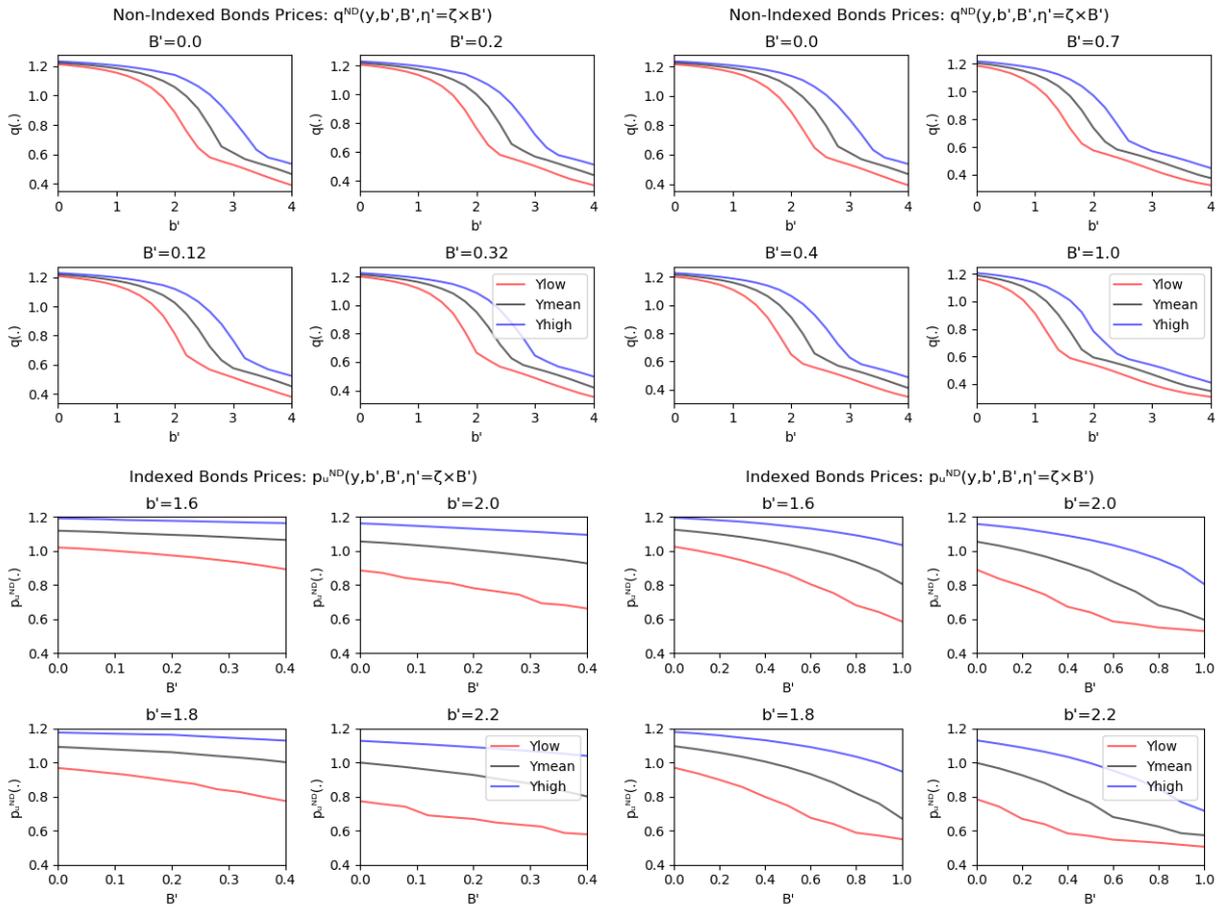
$$Spread_B = Spread_B^{Default} + Spread_B^{Liquidity}$$

Para poder cuantificar el *spread* asociado al riesgo de default, primero se computa el precio máximo que

Figura 4: Funciones de Precios

$\bar{B}=0.4$

$\bar{B} = 1,0$



Precios de bonos nominales no indexados $-q^{ND}(\cdot)$ - e indexados al PBI $-p_U^{ND}(\cdot)$ - para diferentes combinaciones de las variables de estado. $y_{Low} = \bar{y} - \sigma_y$ y $y_{High} = \bar{y} + \sigma_y$, donde σ_y se computa después de simular la economía 10000 veces, descartando aquellas simulaciones en las que el gobierno defaultea. El panel izquierdo corresponde al límite de deuda indexada al PBI de $\bar{B} = 0,4$ (10% del PBI anual). El panel derecho corresponde al límite de deuda indexada al PBI de $\bar{B} = 1,0$ (25% del PBI anual).

estaría dispuesto a pagar un inversor que no sufre (y no sufrirá en el futuro) de problemas de liquidez, pero tomando como dadas las funciones de política del gobierno en un contexto en el que todos los otros inversores sí sufren de problemas de liquidez. Es decir, en la ecuación (11) se establece $\zeta = 0$ y se obtiene:

$$p_{NoLiq}^{ND}(y, b', B', \eta') \times (1 + r_U) = \int \{ [1 - h'] [m_B + (1 - m_B) [z_B(y') + p_U^{ND}(y', b'', B'', \eta'')]] + h' \times [p_U^D(y', b', B', \eta')] \} dF(y' | y) \quad (20)$$

Usando este precio, la tasa interna de retorno para este inversor estaría dada por:

$$p_{NoLiq}^{ND}(y, b', B', \eta') = \frac{[m_B + (1 - m_B) E[z_B(y') | y]]}{m_B + r_B^{NoLiq}(y, b', B', \eta')} \quad (21)$$

El *spread* asociado al riesgo de default (anualizado), se computa como:

$$Spread_B^{Default} = \left(\frac{1 + r_B^{NoLiq}(y, b', B', \eta')}{1 + r_U} \right)^4 - 1$$

El *premium* por liquidez es simplemente la diferencia entre $Spread_B$ y $Spread_B^{Default}$. Es fácil mostrar que este *premium* es creciente en ζ y decreciente en $\lambda(\cdot)$.

La Figura 5 muestra el *premium* por liquidez para los bonos PBI (panel superior) junto a los *spreads* comprador-vendedor (*BA spreads*) para estos bonos en el mercado secundario (panel inferior). Nótese que tanto el *premium* por liquidez como los *BA spreads* dependen negativamente del stock total de bonos PBI (B'), dado que esta medida impacta al tamaño del mercado secundario (η') y por lo tanto al número de *dealers* activos. En el modelo de Passadore y Xu (2018), por el contrario, estas medidas son casi invariantes con respecto al stock de bonos, debido a que asumen una probabilidad exógena y constante con la que los inversores encuentran a los *dealers*.

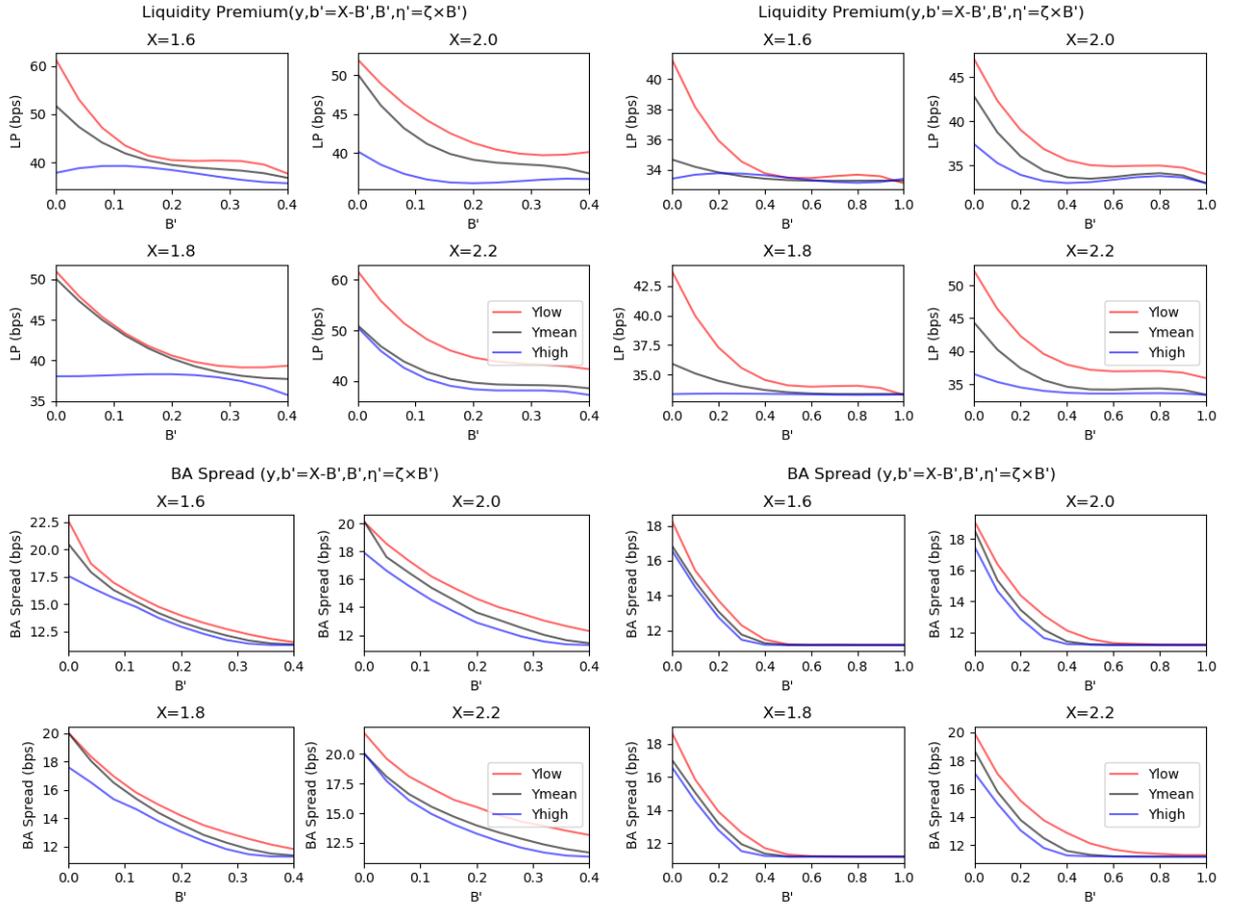
Notar que el *premium* por liquidez y los *BA spreads* no convergen a cero. Esto se debe al supuesto de que los *dealers* deben pagar el costo de entrada κ para poder intercambiar bonos PBI. Debido a que este costo es constante e independiente del tamaño del mercado, los *dealers* solo van a estar dispuestos a entrar al mercado si esperan tener una potencial ganancia, lo que implica que los *BA spreads* van a ser siempre mayores a cero.

El hecho de que el *premium* por liquidez sea decreciente en B' sugiere que el gobierno podría encontrar óptimo emitir de una única vez una cantidad muy grande de bonos indexados al PBI, para así evitar un mayor costo de financiamiento. Nótese que cuando el límite de bonos PBI es de $\bar{B} = 1,0$, incrementar

el stock de bonos PBI mas allá de $B' = 0,4$ prácticamente no genera una caída adicional ni en los *BA spreads* ni en el *premium* por liquidez. Este último resultado, entonces, sugiere que el gobierno no estaría dispuesto a emitir estos bonos de una única vez hasta el límite de $\bar{B} = 1,0$, si no que por el contrario, podría preferir hacer pequeñas emisiones a través del tiempo. En la Sección de simulaciones, se desarrollará este punto.

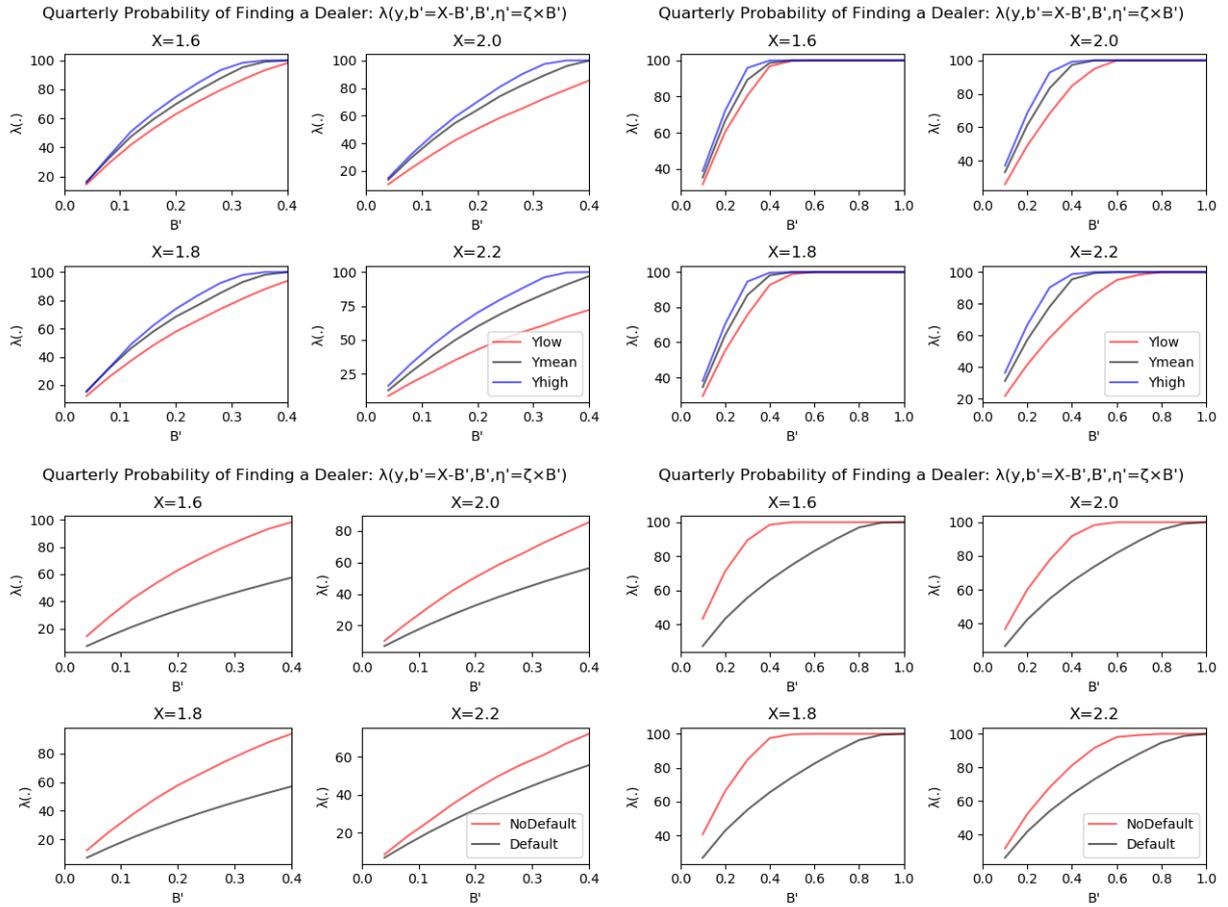
Para concluir, notar que tanto el *premium* por liquidez como los *BA spreads* son crecientes en el ratio total de deuda ($X = b' + B'$) sobre PBI. ¿Por qué es este el caso? Un aumento en X/y puede entenderse como un aumento en la probabilidad de default. Si el país defaultea, los precios de los bonos nominales e indexados se desploman. Dada la menor magnitud de los precios, la diferencia entre p_U^{ND} y p_C^{ND} también disminuye. Puesto que el beneficio de los *dealers* depende positivamente de esta diferencia (y que κ es constante) un número menor de *dealers* entrará al mercado, lo que implicará una menor probabilidad de encontrar a uno en el mercado secundario (ver Figura 6). Finalmente, debido al supuesto de *Nash Bargaining*, una menor probabilidad de encontrar a un *dealer* se traduce en un mayor poder de negociación efectivo del *dealer*, lo que se traslada a un mayor *BA spread*. Los inversores anticipan este mayor *spread* y por lo tanto van a requerir un mayor *premium* por liquidez al momento de emisión del bono.

Figura 5: *Premium por Liquidez y BA spreads*
 $\bar{B}=0.4$ $\bar{B} = 1,0$



Premium de liquidez (panel superior) y BA spreads (panel inferior) para bonos indexados al PBI, para diferentes combinaciones de las variables de estado. El stock total de deuda $X = b' + B'$ es constante en todos los gráficos. $y_{Low} = \bar{y} - \sigma_y$ and $y_{High} = \bar{y} + \sigma_y$, donde σ_y se computa después de simular la economía 10,000 veces, descartando aquellas simulaciones en las que el gobierno defaultea. El panel izquierdo corresponde al limite de deuda indexada al PBI de $\bar{B} = 0,4$ (10% del PBI anual). El panel derecho corresponde al limite de deuda indexada al PBI de $\bar{B} = 1,0$ (25% del PBI anual). El *premium* por liquidez fue suavizado, utilizando un polinomio de tercer orden para evitar algunos pequeños saltos.

Figura 6: Probabilidad de encontrar un *dealer*
 $\bar{B}=0.4$ $\bar{B} = 1,0$



El panel superior muestra la probabilidad de encontrar a un *dealer*, dado que el país está fuera de default, para diferentes combinaciones de las variables de estado. El panel inferior compara la probabilidad de encontrar un *dealer* en los casos en donde el país está fuera de un default o en default (solo el caso $y = \bar{y}$ es considerado). El stock total de deuda $X = b' + B'$ es constante en todos los gráficos. $y_{Low} = \bar{y} - \sigma_y$ y $y_{High} = \bar{y} + \sigma_y$, donde σ_y se computa después de simular la economía 10000 veces, descartando aquellas simulaciones en las que el gobierno defaultea. El panel izquierdo corresponde al límite de deuda indexada al PBI de $\bar{B} = 0,4$ (10% del PBI anual). El panel derecho corresponde al límite de deuda indexada al PBI de $\bar{B} = 1,0$ (25% del PBI anual). El *premium* por liquidez fue suavizado, utilizando un polinomio de tercer orden para evitar algunos pequeños saltos.

4.2. Simulaciones

Primero se resuelve el modelo presentado en la Sección 2 considerando el escenario en donde el gobierno no puede emitir deuda indexada al PBI ($\bar{B} = 0$). Luego, siguiendo la metodología de Hatchondo, Martínez y Onder (2017), se computan los efectos de un anuncio no anticipado por parte del gobierno, estableciendo que, de ahora en más, el gobierno podrá emitir deuda indexada al PBI ($\bar{B} > 0$). Este análisis se hace bajo dos diferentes supuestos: (i) ausencia de fricciones en el mercado secundario de bonos PBI (se captura fijando $\zeta = 0$ en el modelo de la Sección 2); (ii) considerando fricciones de búsqueda en el mercado secundario de bonos PBI. Este mismo análisis se repite para dos valores de \bar{B} y, en cada caso, se describe el portafolio óptimo de deuda y las ganancias de bienestar. La Tabla 2 esquematiza los tres diferentes escenarios.

Cuadro 2: Escenarios

Descripción	Escenario 1	Escenario2	Escenario 3
¿Bonos indexados?	No	Sí	Sí
¿Fricciones de búsqueda?	-	No	Sí

4.2.1. Caso sin bonos PBI

La primera columna de la Tabla 3 reporta distintos momentos de la economía sin bonos PIB ($\bar{B} = 0$), computados a través de simulaciones. Estos momentos son computados para aquellas simulaciones en las que no se observó un default. En particular, se generaron 10000 diferentes simulaciones de 300 períodos (trimestres) cada una. De estas 10000 simulaciones, se descartan todas aquellas en las que el gobierno defaulteó en cualquiera de los últimos 100 períodos (excepto para la primera fila de la tabla). Luego, todos los momentos se computan usando los últimos 80 períodos de las simulaciones que no fueron descartadas. La metodología es similar a la empleada por Hatchondo, Martínez y Sosa-Padilla (2016).

Cuadro 3: Momentos de Largo Plazo

	Sin Bonos PBI		Sin Fricciones		Con Fricciones	
	$\bar{B}=0$ (i)	$\bar{B}=0,4$ (ii)	$\bar{B}=1,0$ (iii)	$\bar{B}=0,4$ (iv)	$\bar{B}=1,0$ (v)	
Número de defaults en 100 años	5.10	4.78	4.37	5.01	4.43	
Deuda / PBI (trimestral)	2.08	2.07	2.05	2.09	2.08	
Deuda no Indexada / PBI (trimestral)	2.08	1.71	1.10	1.72	1.17	
Deuda Indexada / PBI (trimestral)	-	0.36	0.96	0.36	0.91	
<i>Spread</i> deuda no Indexada	2.34 %	2.28 %	2.25 %	2.29 %	2.26 %	
Volatilidad <i>Spread</i> deuda no Indexada	1.04 %	1.03 %	1.00 %	1.03 %	1.00 %	
<i>Spread</i> deuda Indexada	-	2.59 %	2.54 %	2.99 %	2.94 %	
Volatilidad <i>Spread</i> deuda Indexada	-	0.63 %	0.59 %	0.67 %	0.62 %	
$std(c)/std(y)$	1.14	1.11	1.05	1.12	1.07	
$corr(TB/y, y)$	-0.61	-0.65	-0.68	-0.65	-0.69	
Turnover Deuda Indexada (Anual)	-	-	-	108.57 %	110.82 %	
<i>Premium</i> por Liquidez (Bps)				35.62	33.58	
<i>Spread</i> Comprador-Vendedor (Bps)				11.83	11.10	

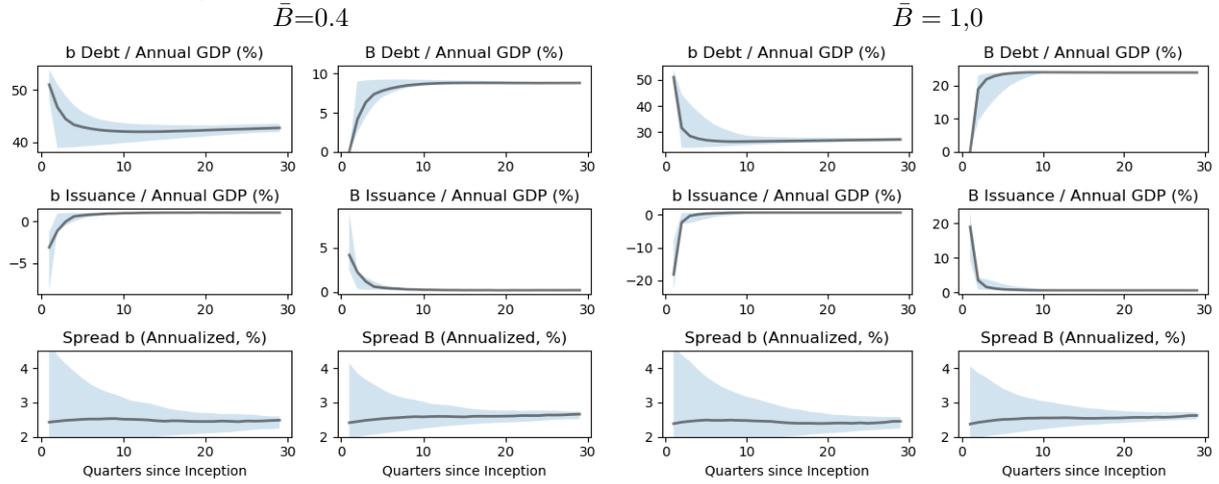
La columna (i) de la Tabla 3 muestra los resultados para el modelo sin deuda indexada al PBI. En general, el modelo captura bien los momentos de la calibración: stock de deuda sobre PBI y los *spreads* de la deuda. Además, el modelo también es consistente con momentos que no fueron objetivo de la calibración. Por ejemplo, el modelo muestra un promedio de 5 defaults cada 100 años, lo cual esta en el rango histórico para España (ver Reinhart et al. (2003)). Por último, el modelo implica un consumo agregado 14 % mas volátil que el PBI y un balance comercial (TB) contracíclico, lo cual es consistente con la evidencia empírica para España.¹⁶

4.2.2. Caso con bonos PBI, sin fricciones de búsqueda

La Figura 7 muestra los efectos de introducir deuda indexada al PBI, bajo el supuesto de que no hay fricciones de búsqueda en el mercado secundario. La línea negra representa el promedio entre las 10000 simulaciones, inicializadas en los valores medios del *endowment* y deuda no indexada: (\bar{y}, \bar{b}) . El área azul corresponde al promedio entre las 10000 simulaciones, inicializadas en diferentes valores de y y b

¹⁶Hatchondo, Martínez y Sosa-Padilla (2016) reportan que, a diferencia de lo que sucede para muchos países desarrollados, el consumo de España es 15 % más volátil que su PBI (para el período 1995 – 2013). Además, reportan una correlación negativa entre el balance comercial y el PBI de -72% .

Figura 7: Introducción de bonos PBI; Ausencia de fricciones de búsqueda



Introducción de bonos PBI bajo el supuesto de ausencia de fricciones en su mercado secundario. La línea negra representa el promedio entre 10000 simulaciones, inicializadas en los valores medios del *endowment* y deuda no indexada: (\bar{y}, \bar{b}) . El área azul corresponde al promedio entre las 10000 simulaciones, inicializadas en diferentes valores de y y b . En particular, $y_0 = y \pm \sigma^y$ y $b_0 = b \pm \sigma^b$, donde la desviación estándar de ambas variables se computa a través de simulaciones. El panel izquierdo reporta los resultados para un límite de deuda indexada al PBI de $\bar{B} = 0,4$ (lo cual equivale a un ratio de deuda indexada al PBI de no más de 10% del PBI anual). El panel derecho reporta los resultados para un límite de deuda indexada al PBI de $\bar{B} = 1,0$ (lo cual equivale a un ratio de deuda indexada al PBI de no más de 25% del PBI anual).

. El panel izquierdo reporta los resultados para un límite de deuda indexada al PBI de $\bar{B} = 0,4$ (lo cual equivale a un ratio de deuda indexada al PBI de no más de 10% del PBI anual). El panel derecho reporta los resultados para un límite de deuda indexada al PBI de $\bar{B} = 1,0$ (lo cual equivale a un ratio de deuda indexada al PBI de no más de 25% del PBI anual). En ambos casos, inmediatamente después del anuncio de que el gobierno puede emitir este tipo de deuda ($t = 0$), hay un fuerte incremento en el stock de bonos PBI (casi hasta el límite). El stock total de deuda permanece casi invariante, dado que el gobierno recompra fuertemente deuda no indexada. Nótese que el periodo de ajuste (o transición) es pequeño y casi todos los cambios en la composición del portafolio óptimo se observan dentro de 3-4 trimestres después del anuncio.

Las columnas (ii) y (iii) de la Tabla 3 muestran que, en el largo plazo, el stock promedio de bonos PBI es casi igual al límite impuesto (\bar{B}). El stock de deuda no indexada, por el otro lado, es menor que en el modelo sin bonos PBI, mientras que el stock total de deuda permanece constante. Por último, nótese que los *spreads* soberanos de la deuda no indexada prácticamente no se ven afectados por la introducción de bonos PBI. Para el caso de $\bar{B} = 1,0$, por ejemplo, la reducción en los *spreads* es de alrededor 10 *bps*, lo que es consistente con el hecho de que el número de defaults cada 100 años (alrededor de 5) no se ve significativamente afectado por la introducción de los bonos PBI. Esto último contradice afirmaciones

previas hechas en la literatura acerca de que la introducción de bonos PBI puede reducir la probabilidad de una crisis (ver Borensztein et al., 2004, por ejemplo), pero es consistente con modelos cuantitativos previos de deuda indexada al PBI (Onder 2017, por ejemplo). Para concluir, nótese que la volatilidad de los *spreads* de deuda indexada al PBI es considerablemente menor que la volatilidad de los *spreads* de la deuda no indexada. De las ecuaciones (18) y (19), nótese que:

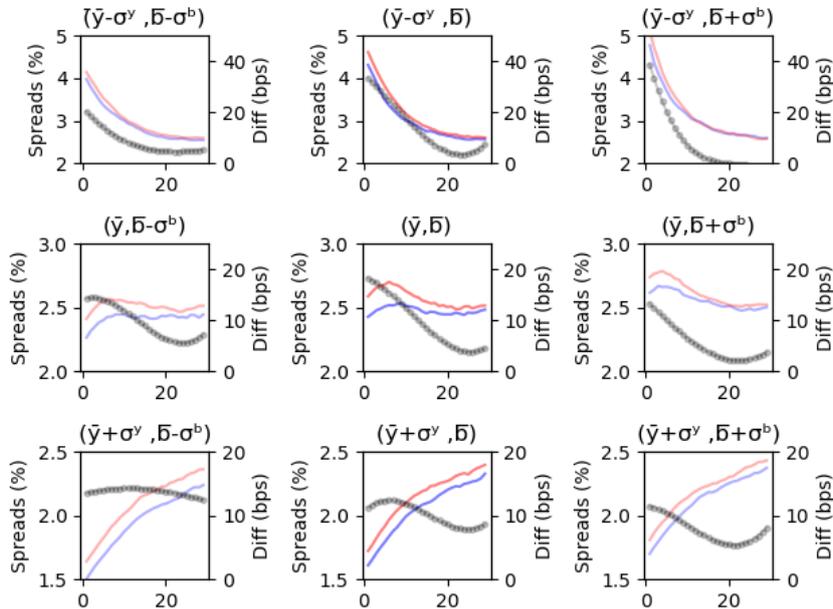
$$r_b(y, b', B', \eta') = \frac{[m_b + (1 - m_b) z_b]}{q^{ND}(y, b', B', \eta')} - m_b$$

$$r_B(y, b', B', \eta') = \frac{[m_B + (1 - m_B) E[z_B(y') | y]]}{p_U^{ND}(y, b', B', \eta')} - m_B$$

En una recesión, la probabilidad de default aumenta y por lo tanto los precios $q^{ND}(\cdot)$ y $p_U^{ND}(\cdot)$ caen, lo que hace que aumenten los *spreads*. Sin embargo, en el caso de la deuda indexada al PBI, el pago de cupón también cae, lo que implica que el incremento en los *spreads* de la deuda indexada es menor que en caso de deuda no indexada. Se puede plantear un caso análogo para cuando la economía está en una recesión y se llega a la conclusión de que la volatilidad de los bonos PBI es menor. Esta no linealidad, también esta detrás del hecho de que el *spread* de los bonos PBI es un poco superior a la de los bonos no indexados.

El hecho de que los *spreads* de deuda no indexada casi no se vean afectados en el largo plazo, no implica que no se vean afectados en el corto plazo, especialmente si la economía empieza en un escenario de recesión con altos niveles de deuda. La Figura 8 muestra la respuesta de corto plazo de los *spreads* de la deuda no indexada. La línea azul muestra los *spreads* que se observarían en el caso de que el país emita bonos PBI, mientras que la línea roja muestra los *spreads* que se observarían si el país no pudiese emitir deuda indexada. La línea punteada negra representa la diferencia entre ambos escenarios. En general, nótese que la diferencia es de alrededor de 10 – 20 *bps*, pero puede ser tan grande como de 40 *bps* si el gobierno empieza a emitir bonos PBI en un contexto de recesión ($y_0 = \bar{y} - \sigma^y$) con altos niveles de deuda ($b_0 = \bar{b} + \sigma^b$).

Figura 8: Evolución del *spread* soberano de deuda no indexada



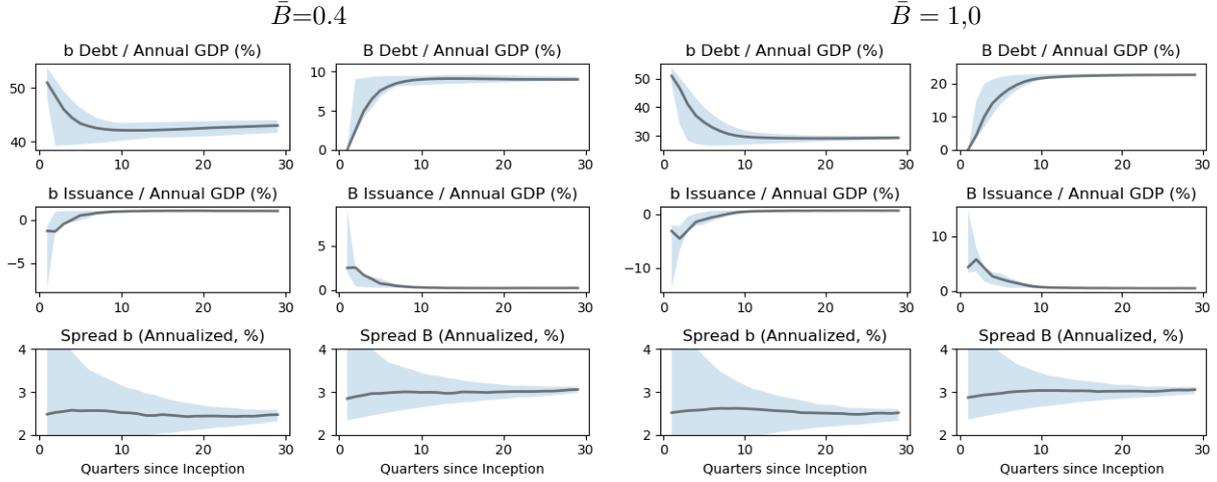
Respuesta de corto plazo de los *spreads* soberanos de la deuda no indexada. La línea azul muestra los *spreads* que se observarían en el caso de que el país emita bonos PBI, mientras que la línea roja muestra los *spreads* que se observarían si el país no pudiese emitir deuda indexada. La línea punteada negra representa la diferencia entre ambos escenarios (medida en puntos básicos, *bps*). Solo se considera el caso de $\bar{B} = 0,4$. Cada uno de los nueve cuadrantes representa el *spread* promedio entre 10000 simulaciones, inicializadas en los valores especificados de (y, b) .

4.2.3. Caso con bonos PBI, con fricciones de búsqueda

La Figura 9 muestra los efectos de introducir bonos PBI bajo el supuesto de fricciones de búsqueda en su mercado secundario. Para el caso de $\bar{B} = 0,4$, la dinámica es muy similar a aquella descrita para el caso sin fricciones de búsqueda. En este caso, los bonos PBI se introducen a una velocidad similar (respecto a lo descrito en la Figura 7) y los *spreads* son unos 30 – 40 *bps* mayores.

Para el caso de $\bar{B} = 1,0$, sin embargo, la dinámica es muy distinta al caso anterior. A diferencia del caso sin fricciones de búsqueda, no hay un fuerte incremento en el stock de bonos PBI luego del anuncio del gobierno. En particular, el stock de bonos PBI solo aumenta gradualmente a través del tiempo, alcanzando el límite de $\bar{B} = 1,0$ luego de 10 trimestres. Es decir, el gobierno no encuentra óptimo emitir este tipo de deuda de una única vez, sino que prefiere hacer emisiones más pequeñas a través del tiempo. Como se describirá con más detalle en la Sección 4.4, hay dos fuerzas detrás de este resultado. Por un lado, el costo marginal de emitir deuda indexada (el *premium* por liquidez) es casi constante una vez que $B > 0,4$. Por otro lado, los beneficios marginales de emitir este tipo de deuda (en el caso sin fricciones) son decrecientes en B .

Figura 9: Introducción de bonos PBI; Fricciones de búsqueda



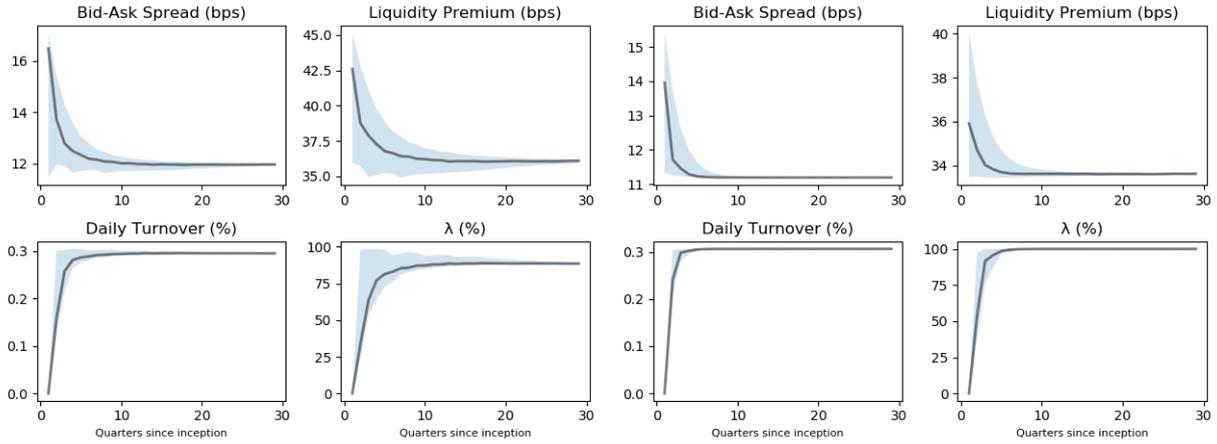
Introducción de bonos PBI bajo el supuesto de fricciones de búsqueda en su mercado secundario. La línea negra representa el promedio entre 10000 simulaciones, inicializadas en los valores medios del *endowment* y deuda no indexada: (\bar{y}, \bar{b}) . El área azul corresponde al promedio entre las 10000 simulaciones, inicializadas en diferentes valores de y y b . En particular, $y_0 = y \pm \sigma^y$ y $b_0 = b \pm \sigma^b$, donde la desviación estándar de ambas variables se computa a través de simulaciones. El panel izquierdo reporta los resultados para un límite de deuda indexada al PBI de $\bar{B} = 0,4$ (lo cual equivale a un ratio de deuda indexada al PBI de no más de 10% del PBI anual). El panel derecho reporta los resultados para un límite de deuda indexada al PBI de $\bar{B} = 1,0$ (lo cual equivale a un ratio de deuda indexada al PBI de no más de 25% del PBI anual).

La Figura 10 provee diferentes medidas que describen el mercado secundario de los bonos indexados al PBI. Primero, nótese que los *spreads* comprador-vendedor (*BA spreads*) y el *premium* por liquidez son decrecientes en \bar{B} . Además, estas dos medidas son decrecientes en el tiempo, pues el stock de bonos indexados va aumentando gradualmente. Nótese que en el largo plazo, para el caso de $\bar{B} = 1,0$, el *premium* por liquidez converge a un valor de 34 *bps* mientras que los *BA spreads* convergen a un valor de 11 *bps*. Este último resultado es consistente con los *BA spreads* observados para el caso de los bonos españoles indexados a la inflación.

Segundo, la figura muestra un *turnover* diario de alrededor 0,3% en el largo plazo pero este valor es significativamente menor al momento de la introducción de dichos bonos (dado el menor tamaño del mercado)¹⁷ Por último, la figura muestra que la probabilidad de encontrar a un *dealer* dentro del trimestre, crece fuertemente con el tiempo. Para el caso de $\bar{B} = 1,0$, esta probabilidad converge rápidamente a 100%, mientras que para el caso de $\bar{B} = 0,4$ converge a 90%. Al momento de la introducción de estos bonos, sin embargo, esta probabilidad es significativamente menor.

¹⁷El *turnover* se computa como la inversa del tiempo medio de tenencia del bono (*holding period*), definido como: $HP(v, \eta) = \frac{1}{\zeta} + \frac{1}{\lambda(v, \eta)}$

Figura 10: Mercado secundario de bonos PBI
 $\bar{B}=0.4$ $\bar{B} = 1,0$



Introducción de bonos PBI bajo el supuesto de fricciones de búsqueda en su mercado secundario. La línea negra representa el promedio entre 10000 simulaciones, inicializadas en los valores medios del *endowment* y deuda no indexada: (\bar{y}, \bar{b}) . El área azul corresponde al promedio entre las 10000 simulaciones, inicializadas en diferentes valores de y y b . En particular, $y_0 = y \pm \sigma^y$ y $b_0 = b \pm \sigma^b$, donde la desviación estándar de ambas variables se computa a través de simulaciones. El panel izquierdo reporta los resultados para un límite de deuda indexada al PBI de $\bar{B} = 0,4$ (lo cual equivale a un ratio de deuda indexada al PBI de no más de 10% del PBI anual). El panel derecho reporta los resultados para un límite de deuda indexada al PBI de $\bar{B} = 1,0$ (lo cual equivale a un ratio de deuda indexada al PBI de no más de 25% del PBI anual).

Aun cuando no hay estudios que estimen el *premium* por liquidez para bonos indexados al PBI (ni tampoco para bonos indexados a la inflación españoles), sí hay muchos estudios que analizan el *premium* por liquidez para bonos indexados a la inflación (*IIBs*) de Estados Unidos (*US TIPS*) y Reino Unido. Pflueger y Viceira (2013) estiman un *premium* por liquidez de alrededor de 69 *bps* para Estados Unidos y de 50 *bps* para el Reino Unido para el período entre 1999 y 2010. Sin embargo, muestran que este *premium* es muy volátil, dado que, por ejemplo, ha variado entre 30 *bps* en 2005 hasta 150 *bps* (para el caso de *US TIPS*) durante la crisis de 2008. Auckenthaler et al. (2015) estiman un *premium* por liquidez similar para Estados Unidos (de 56 *bps*), pero algo mayor para el Reino Unido (de 118 *bps*). Hördahl y Tristani (2014) y D'Amico et al. (2014) presentan datos y tendencias similares. Para concluir, como detallan Blanchard et al. (2016), el consenso con respecto a los *US TIPS* es que el *premium* por liquidez ha decrecido a medida que el stock de estos bonos ha aumentado. Por ejemplo, al momento de su introducción en 1997, el *premium* por liquidez de las *US TIPS* alcanzó un valor de 100 *bps* (de acuerdo a D'Amico et al., 2014) y decreció desde entonces hasta la crisis de 2008. Pflueger y Viceira (2013) muestran una relación inversa entre el volumen transado de estos bonos y el *premium* por liquidez, indicando que las fricciones de búsqueda pueden haber impactado el precio de los *US TIPS* en sus primeros años. En general, el *premium* por liquidez captado en el presente trabajo está en el extremo inferior de estos estudios.

4.3. Ganancias de bienestar

Esta sección computa las ganancias de bienestar derivadas de la introducción de bonos PBI. Estas ganancias están medidas en términos de consumo equivalente de certeza (CEC, por sus siglas en inglés). Para cada par (y, b) , se computa a cuánto consumo el agente representativo de esta economía estaría dispuesto a renunciar para estar indiferente entre vivir en una economía sin bonos PBI a vivir en una economía con bonos PBI. Formalmente, sea (c^*, V^*) el consumo óptimo y la función valor para el caso donde el gobierno no puede emitir bonos PBI. De la misma manera, (\tilde{c}, \tilde{V}) representan el consumo óptimo y la función de valor en una economía con bonos PBI. El consumo equivalente de certeza está dado por:

$$\mathbb{E}_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u([1 + \omega(y, b, 0)] c_t^*) = \mathbb{E}_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(\tilde{c}_t)$$

Explotando la homogeneidad de la función de utilidad tipo CRRA, se obtiene que:

$$\omega(y, b, 0) = \left[\frac{\tilde{V}(y, b, 0)}{V^*(y, b)} \right]^{\frac{1}{1-\gamma}} - 1 \quad (22)$$

El panel superior de la Figura 11 muestra las ganancias de bienestar para el caso donde no hay fricciones en el mercado secundario de bonos PBI. Estas ganancias están en el orden de $0,07 - 0,20\%$ en términos de CEC, dependiendo del estado inicial de la economía y de \bar{B} . Los beneficios se explican por una distribución más eficiente del riesgo entre el país soberano y los inversores externos, lo que lleva a una menor volatilidad del consumo (como se muestra en la Tabla 3). Estas ganancias de bienestar son ligeramente menores que aquellas reportadas por Sandleris et al., 2011 y Hatchondo y Martinez, 2012 para el caso argentino.

Las áreas en negro de la Figura 11 muestran todas las combinaciones de (y, b) donde el gobierno decide defaultear. Nótese que a medida que nos movemos a esta área, las ganancias de bienestar decrecen. Esto se debe al hecho de que, para estos puntos, introducir bonos PBI no es muy valorado por los agentes de la economía, dado que este instrumento no puede evitar la crisis de default. Fuera de esta región, nótese que las ganancias de bienestar son mayores para valores pequeños de y . Es decir, los beneficios son mayores en una recesión, porque este tipo de deuda permite menores pagos de intereses hasta que la economía se recupere. Por supuesto, en este caso, el precio de la deuda indexada es menor (por lo que el costo de financiamiento es mayor). Sin embargo, este mayor costo es más que compensado por el menor pago esperado de intereses en el futuro. Esto se debe a que el gobierno es averso al riesgo, los inversores

externos son neutrales al riesgo, y el tiempo que la economía permanece en recesión es estocástico.

El panel inferior de la Figura 11 muestra que, bajo el supuesto de fricciones de búsqueda, las ganancias de bienestar se reducen significativamente: están en el orden de 0,03 a 0,12% en términos de consumo equivalente de certeza (dependiendo del (y, b) inicial y de \bar{B}). Por lo tanto, las fricciones de búsqueda pueden explicar el hecho de que los países no quieran emitir este tipo de deuda indexada.

Nótese que las ganancias de bienestar para el caso de $\bar{B} = 1,0$ son menos que el doble de las ganancias de bienestar para el caso de $\bar{B} = 0,4$. Esto indicaría beneficios marginales decrecientes por emitir deuda indexada al PBI. Para ver este último punto más detalladamente, la Figura 12 muestra las ganancias de bienestar para distintos valores de \bar{B} , para el caso sin fricciones de búsqueda. Nótese que estas ganancias aumentan rápidamente para $\bar{B} < 0,4$, pero a partir de allí aumentan a un ritmo significativamente menor. Como se discutirá a continuación, estos rendimientos decrecientes explican la manera distinta en la que los bonos PBI se introducen bajo el caso de fricciones de búsqueda.

Figura 11: Ganancias de bienestar

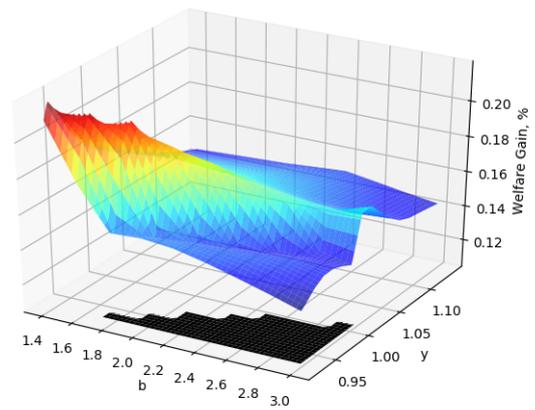
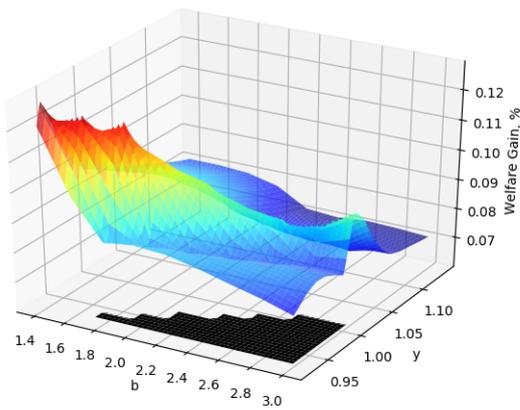
$$\bar{B} = 0,4$$

$$\bar{B} = 1,0$$

Sin fricciones de búsqueda: $\omega(y, b, 0)$

Introduction of GDP Bonds: Welfare Gains

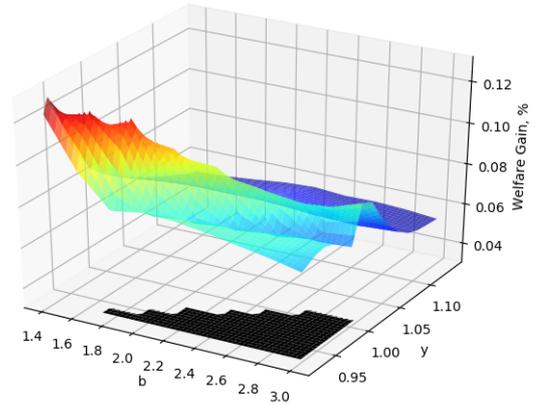
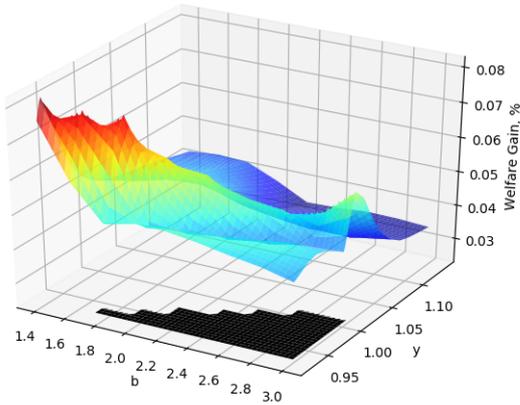
Introduction of GDP Bonds: Welfare Gains



Con fricciones de búsqueda: $\omega^{SF}(y, b, 0, 0)$

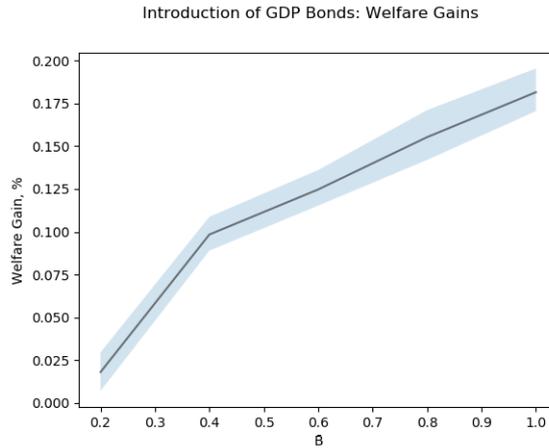
Introduction of GDP-indexed Bonds: Welfare Gains

Introduction of GDP-indexed Bonds: Welfare Gains



Ganancias de bienestar derivadas de la introducción de bonos PBI. Panel superior (inferior) muestra resultados para el caso sin (con) fricciones de búsqueda. El área en negro, representa aquellos estados en donde el gobierno decide defaultear.

Figura 12: Beneficios marginales decrecientes (caso sin fricciones de búsqueda)



La Figura muestra las ganancias de bienestar para distintos valores de \bar{B} , para el caso sin fricciones de búsqueda. La línea negra indica las ganancias partiendo de un estado inicial dado por $(\bar{y}, \bar{b}, 0)$. El área azul muestra resultados para otros valores iniciales de *endowment* y deuda no indexada. Se resuelve el modelo para $\bar{B} = \{0,2, 0,4, 0,6, 0,8, 1,0\}$ y se usa interpolación lineal para los otros valores de \bar{B} .

4.4. ¿Por qué los bonos PBI se introducen de manera distinta bajo fricciones de búsqueda?

Como ya se describió en la Figura 9, los bonos indexados al PBI se introducen de manera diferente una vez que las fricciones de búsqueda se incorporan en el modelo, particularmente cuando $\bar{B} = 1,0$. Recordemos que, a diferencia del caso sin fricciones de búsqueda, cuando $\bar{B} = 1,0$, no hay un incremento rápido en el stock de bonos PBI, sino que el gobierno los introduce gradualmente.

Para poder entender mejor esta diferencia, la Figura 13 muestra la función de política óptima $B'(y, b, 0, 0)$ para el caso sin fricciones (panel superior) y para el caso con fricciones de búsqueda (panel inferior). Nótese que las mayores diferencias se observan en el caso de $\bar{B} = 1,0$. Particularmente, nótese que en el caso sin fricciones, el gobierno encuentra óptimo para muchos puntos del espacio (y, b) emitir estos bonos hasta el límite \bar{B} . Esto nunca es óptimo una vez que se incluyen las fricciones de búsqueda.

¿Por qué es este el caso? Recordemos de la Figura 5 que el costo marginal de emitir bonos PBI (es decir, el *premium* por liquidez) es decreciente en el stock de estos bonos, lo que induce al gobierno a querer emitir de una única vez un monto grande. Sin embargo, nótese que cuando $\bar{B} = 1,0$ incrementar el stock de bonos PBI mas allá de $B' = 0,4$ casi que no tiene impacto sobre el *premium* por liquidez (permanece constante en 34 *bps*). Por otro lado, como ya se mencionó en la Sección 4.3, hay beneficios marginales decrecientes (para el caso sin fricciones) de emitir este tipo de deuda. Estos dos efectos combinados

explican por lo tanto por qué, una vez que las fricciones de búsqueda son consideradas, el gobierno nunca encuentra óptimo emitir una gran cantidad de bonos PBI por única vez, cuando $\bar{B} = 1,0$.

Figura 13: Función de política óptima: $B'(y, b, 0, 0)$

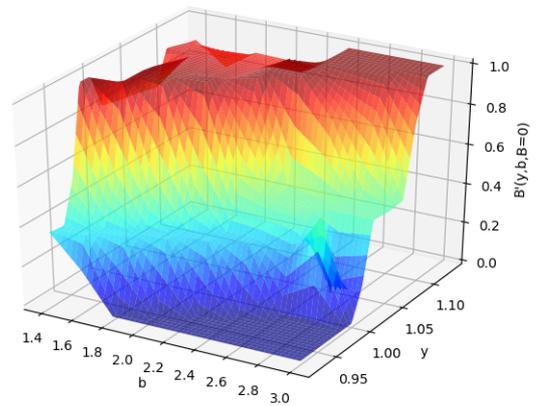
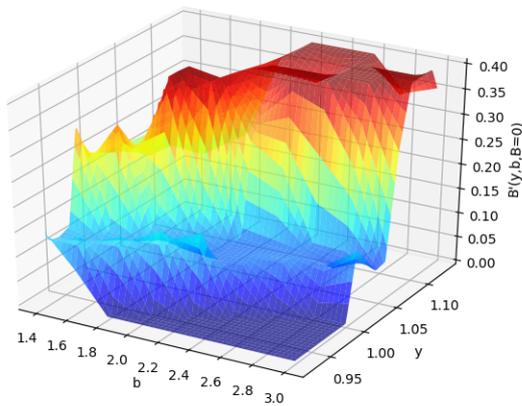
$\bar{B} = 0,4$

$\bar{B} = 1,0$

Sin fricciones de búsqueda

Introduction of GDP Bonds: $B'(y, b, B=0)$

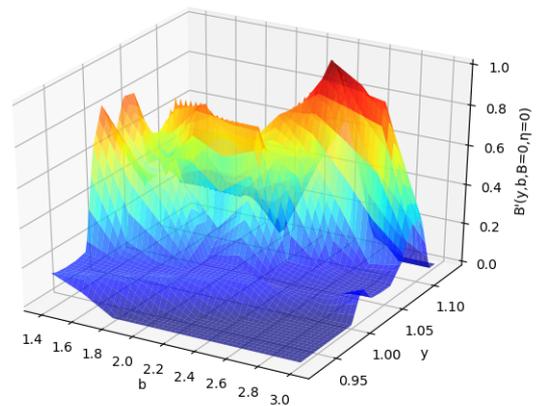
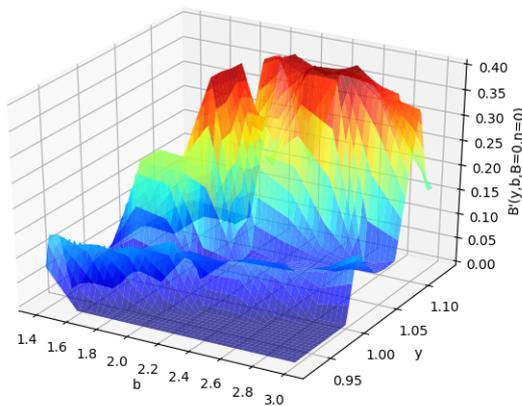
Introduction of GDP Bonds: $B'(y, b, B=0)$



Con fricciones de búsqueda:

Introduction of GDP Bonds: $B'(y, b, B=0, \eta=0)$

Introduction of GDP Bonds: $B'(y, b, B=0, \eta=0)$



La Figura muestra la función de política óptima $B'(y, b, 0, 0)$. El panel superior considera el escenario sin fricciones en el mercado secundario de bonos PBI. El panel inferior considera el caso de fricciones de búsqueda.

5. Extensión: desigualdad en el ingreso y progresividad impositiva limitada

En las secciones previas, el trabajo se ha centrado en un único beneficio de emitir bonos indexados al PBI: una mejora en la diversificación del riesgo entre el gobierno emisor y los inversores externos. Un supuesto implícito ha sido que el gobierno podía redistribuir perfectamente la dotación de recursos (*endowment*) entre los distintos agentes domésticos de la economía. Usando como base el modelo propuesto por Ferriere (2015), esta sección extiende el modelo considerando heterogeneidad en el ingreso de los agentes domésticos y asumiendo cierta limitación en la capacidad del gobierno de redistribuir recursos entre estos agentes.

La extensión está motivada por la crisis de deuda europea de 2010. Al comienzo de esta crisis, muchos países (incluso España) empezaron a implementar planes de austeridad. En general, hay dos posturas diferentes en la literatura acerca de este tipo de planes. Por un lado, se considera que los planes de austeridad pueden ser beneficiosos, dado que permiten reducir los *spreads* soberanos y eliminar la crisis de deuda. Por otro lado, estos planes pueden ser contraproducentes puesto que: (i) pueden empeorar la recesión y no cumplir con su rol fundamental de reducir los *spreads* (Anzoategui, 2017); (ii) típicamente estos planes recaen más fuertemente en las familias de bajos ingresos. Leventi et al. (2010) estiman que el plan de austeridad implementado en 2010 en España causó una reducción de 1,8% del ingreso disponible del decil más pobre, mientras que el ingreso disponible del decil más rico disminuyó solo 0,5%.

Una vez que el modelo se extiende para capturar heterogeneidad en el ingreso, ¿cuáles son los beneficios de emitir deuda indexada al PBI? Para entender por qué la heterogeneidad en el ingreso puede afectar estos beneficios, considere el siguiente ejemplo. En una economía sin posibilidad de emitir bonos PBI, asuma una severa recesión. Sin un cambio en la política impositiva, esta recesión podría generar una disminución en los impuestos recaudados por el gobierno (generando un posible déficit fiscal primario) y además aumentará los *spreads* soberanos. En este contexto, el gobierno tiene dos opciones. Por un lado, puede emitir más deuda. Por el otro, puede implementar un plan de austeridad. La primera opción puede ser muy costosa dado que los *spreads* soberanos son muy altos durante la recesión, por lo que el costo de financiamiento es alto. El plan de austeridad también es una opción costosa porque recaerá mayoritariamente sobre familias de bajos ingresos (debido a la progresividad impositiva limitada). Este último costo no era capturado en el modelo de la Sección 2, en donde el gobierno podía redistribuir

perfectamente recursos entre los distintos agentes domésticos.

Ahora, considere el caso de una economía con bonos indexados al PBI. En el caso de una recesión severa que genere un déficit fiscal primario, a diferencia del caso anterior, el pago de intereses de deuda disminuye durante la recesión. Esto implica una menor necesidad de implementar un plan de austeridad. Por lo tanto, en esta extensión, los bonos indexados al PBI proveen un beneficio adicional: eliminan (o disminuyen) la necesidad de implementar políticas fiscales pro-cíclicas que repercuten más fuertemente sobre las familias de menores ingresos.

5.1. El modelo

Considere un continuo de agentes domésticos en $[0, 1]$, indexados por i . Cada agente i difiere en su dotación inicial de recursos (*endowment*):

$$y_i = y \times \epsilon_i; \quad \epsilon_i \underset{iid}{\sim} N(1, \sigma_\epsilon) \quad (23)$$

Nótese que, por simplicidad, la distribución del ingreso $\{y_i\}$ se asume constante a través del tiempo. Se asume que el gobierno tiene un nivel de gasto público fijo (g), el cual financia mediante impuestos sobre el ingreso y mediante deuda. El supuesto clave es que los impuestos presentan la siguiente estructura lineal:

$$T(y_{it}, \tau_1, \tau_{2t}) = \tau_1 y_{it} + \tau_{2t} \quad (24)$$

donde $\tau_1 \in [0, 1]$ mide el grado de progresividad de los impuestos. Como en Ferriere (2015), se asume que τ_1 está fijo y es menor a uno. En este sentido, solo τ_{2t} es una variable de control para el gobierno. El supuesto de linealidad es importante. Con una función log-lineal y preferencias del tipo CRRA, por ejemplo, las decisiones del gobierno respecto a los niveles de deuda y default son independientes de la distribución del ingreso (ver Ferriere (2015)).

Como en el modelo de la Sección 2, se asume que los agentes domésticos no ahorran y simplemente consumen su ingreso disponible. Además, se asume que valoran el consumo privado (c_{it}) y público (g) de igual manera. El gobierno es utilitario y busca maximizar:

$$\mathbb{E}_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \int_i u(c_{it} + g) d_i \quad (25)$$

sujeto a la siguiente restricción de presupuesto:

$$g + b_t [(1 - m_b) z_b + m_b] + B_t [(1 - m_B) z_B (y_t) + m_B] = T(y_t, \tau_1, \tau_{2,t}) + q_t^{ND} [b_{t+1} - (1 - m_b)b_t] + p_{U,t}^{ND} [B_{t+1} - (1 - m_B)B_t] \quad (26)$$

donde:

$$T(y_t, \tau_1, \tau_{2t}) = \int T(y_{it}, \tau_1, \tau_{2t}) di = \tau_1 y_t + \tau_{2t} \quad (27)$$

y sujeto a la restricciones de presupuesto de cada uno de los agentes domésticos:

$$c_{it} = (1 - \tau_1) y_{it} - \tau_{2t} \geq 0 \quad \forall i \quad (28)$$

Se define consumo privado agregado como: $C_t \equiv \int_i c_{it} di$. Integrando ambos lados de (28):

$$\tau_{2t} = (1 - \tau_1) y_t - C_t \quad (29)$$

Reemplazando (29) en la ecuación (27) se obtiene que: $T(y_t, \tau_1, \tau_{2t}) = y_t - C_t$. Finalmente, reemplazando (29) en (28) se obtiene que: $c_{it} = (1 - \tau_1)(y_{it} - y_t) + C_t$. Resumiendo, τ_1 está fijo, c_{it} y τ_{2t} solo dependen de C_t . Por lo tanto, el problema admite agregación y el gobierno simplemente elige $\{b', B', d, C\}$ (como en el modelo de la Sección 2). Bajo preferencias del tipo CRRA, el problema del gobierno es el siguiente:

$$Max_{\{C,b,B,d\}_{\forall t}} E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \int_i \left(\frac{(1 - \tau_1)(y_{it} - y_t) + C_t + g}{1 - \gamma} \right)^{1-\gamma} di$$

sujeto a:

$$\begin{aligned} g + C_t &= y_t - b_t [(1 - m_b) z_b + m_b] + q_t^{ND} [b_{t+1} - (1 - m_b)b_t] + \\ &\quad - B_t [(1 - m_B) z_B (y_t) + m_B] + p_{U,t}^{ND} [B_{t+1} - (1 - m_B)B_t] \\ 0 &\leq (1 - \tau_1)(y_{it} - y_t) \quad \forall i \end{aligned}$$

De esta última expresión, es fácil ver que si los impuestos fueran plenamente progresivos (es decir $\tau_1 = 1$), luego la desigualdad en el ingreso no afectaría en nada al problema descrito en la Sección 2. En otras palabras, a medida que τ_1 disminuye, o a medida que aumenta la desigualdad del ingreso, nos alejamos del modelo propuesto en la Sección 2.

5.2. Calibración

Se calibra τ_1 , g , y $\{\epsilon_i\}_{i=1}^I$ para ser consistentes con los siguientes momentos para España (2007-2015): (i) la distribución del ingreso antes de impuestos; (ii) un coeficiente de Gini de 0,33 después de impuestos; (iii) consumo final del gobierno central de 15% del PBI. El valor del coeficiente de Gini fue extraído de datos de la OECD. La distribución del ingreso (antes de impuestos) y el ratio de consumo público del gobierno vienen del Banco Mundial. De la misma manera que en Ferriere (2015), se considera una economía compuesta por 10 tipos de agentes domésticos y se elige $\{\epsilon_i\}_{i=1}^{I=10}$ acorde con la distribución del ingreso español. Finalmente, τ_1 se elige para matchear el valor de 0,33 del coeficiente de Gini. Por último, cabe mencionar que los parámetros (d_0, d_1) son re-calibrados para que sean consistentes con el valor medio de los *spreads* y niveles de deuda descritos en la Tabla 3. Todos los otros parámetros son iguales a los ya descritos. La calibración se presenta en la Tabla 4.

Cuadro 4: Calibración - Extensión

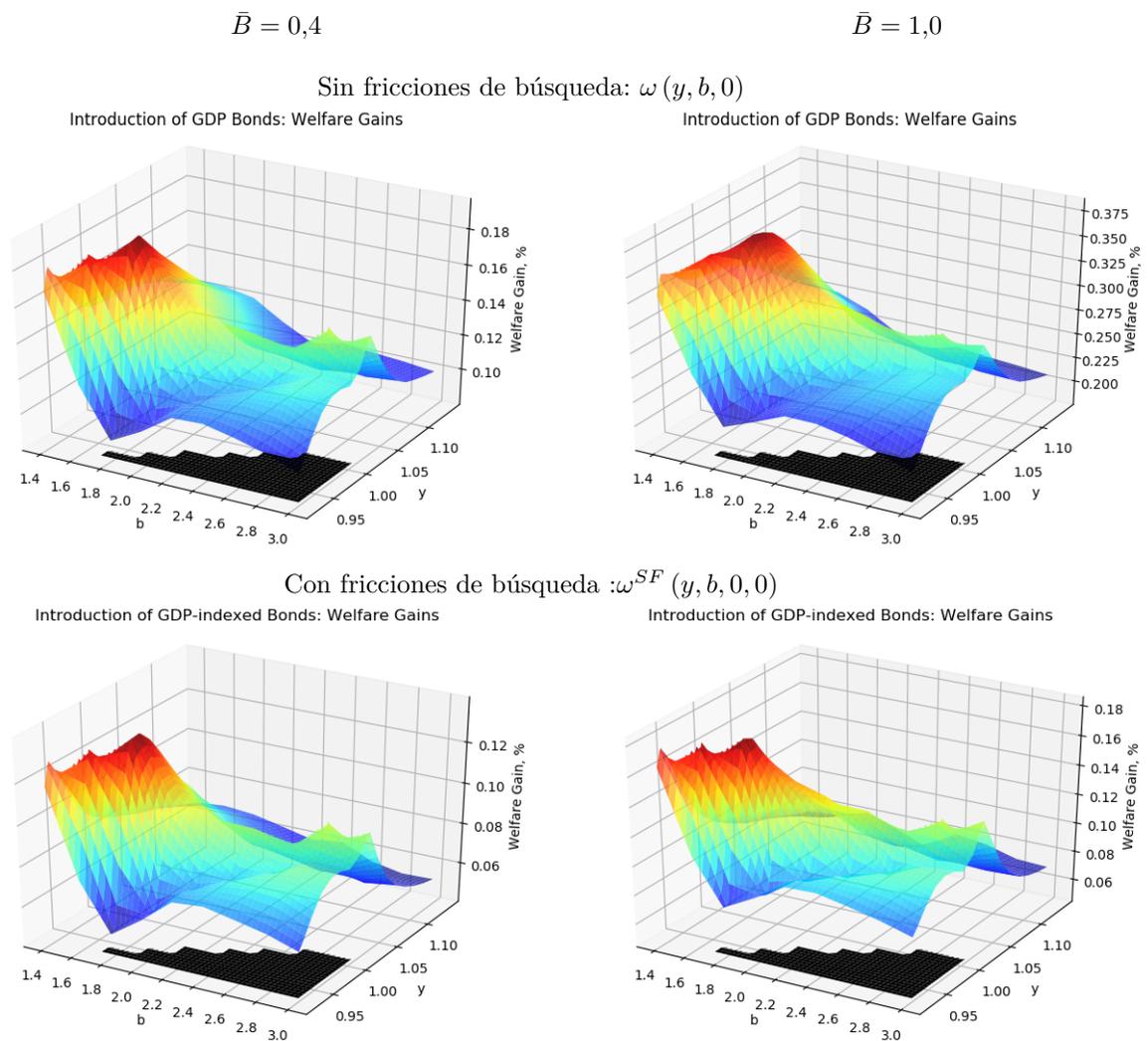
Descripción	Parámetro	Valor	Moment
Costos de default	$\{d_0, d_1\}$	$\{-1,05, 1,227\}$	2.3% <i>Spread</i> y 53% Deuda/PBI Ratio
Heterogeneidad de <i>endowments</i>	$\{\epsilon_i\}_{i=1}^{I=10}$	$\{0,16, 0,22, 0,32, 0,41, 0,52, 0,83, 0,93, 1,25, 1,89, 3,48\}$	Distribución del ingreso (antes de imp.)
Gasto público	\bar{g}	0,15	Gasto público (consumo final)
Progresividad de impuestos	τ_1	0,4	Coef. de Gini (dps. de impuestos)

5.3. Resultados: ganancias de bienestar

La Figura 14 compara las ganancias de bienestar derivadas de la introducción de bonos indexados al PBI bajo el supuesto de ausencia de fricciones de búsqueda (panel superior) y bajo el supuesto de fricciones de búsqueda (panel inferior). Una vez que el modelo incluye desigualdad en el ingreso y cierta limitación en la progresividad de la estructura impositiva, la Figura 14 muestra que las ganancias de bienestar por introducir bonos PBI son significativamente mayores: están en el orden de 0,10 – 0,35% en términos de CEC para el caso sin fricciones, y en el orden de 0,06 – 0,18% para el caso con fricciones. Como ya se mencionó, la intuición detrás de este resultado es que los bonos PBI pueden ayudar a evitar (o disminuir) la necesidad de implementar un plan de austeridad, el cual es particularmente costoso en este contexto, dado que recae más fuertemente sobre los agentes con menores ingresos, debido a la limitación en la progresividad de los impuestos.

El mensaje de esta extensión es que aquellos países con una estructura impositiva más regresiva pueden beneficiarse considerablemente al introducir bonos indexados al PBI. Sin embargo, considerando que típicamente los países menos desarrollados también presentan una estructura impositiva más regresiva (utilizan más impuestos al consumo), es de esperarse que estos países también afronten mayores fricciones en sus mercados secundarios de deuda, lo cual podría prevenir que gocen de los mayores beneficios asociados a los bonos PBI. En general, estas dos fuerzas combinadas pueden ser la razón por la cual los países todavía no han emitido este tipo de deuda indexada.

Figura 14: Ganancias de bienestar - Extensión



Ganancias de bienestar derivadas de la introducción de bonos PBI, en el modelo con heterogeneidad en el ingreso y progresividad impositiva limitada. EL panel superior (inferior) muestra resultados para el caso sin (con) fricciones de búsqueda. El área en negro representa aquellos estados en donde el gobierno decide defaultear.

6. Conclusiones

Usando como base un modelo con mercados incompletos y costos exógenos de default, este estudio muestra los beneficios de introducir de bonos indexados al PBI. Considerando que la literatura previa ha mencionado los problemas de iliquidez de estos bonos como uno de los mayores obstáculos en su introducción, este estudio introduce fricciones de búsqueda en el mercado secundario de este tipo de deuda, generando riesgo de liquidez. El riesgo de liquidez se refiere al hecho de que puede llevarle un tiempo al inversor encontrar una contra-parte para vender su posición en el mercado secundario. Esta dificultad adicional se traduce en mayores *spreads* comprador-vendedor (*BA spreads*) que los inversores deberán pagar al momento de vender el bono. Por lo tanto, anticipándose a esto, los inversores demandarán, al momento de comprar el bono en el mercado primario, un *premium* por liquidez, lo que aumentará los costos de emisión del gobierno. Importante, este *premium* es alto siempre que el stock de bonos sea pequeño (porque las fricciones de búsqueda son mayores) pero decrece a medida que el stock de estos bonos aumente.

Para crear una relación entre el *premium* por liquidez y el stock de bonos PBI, este estudio extiende el trabajo de Passadore y Xu (2018), endogenizando la probabilidad con la que los inversores de bonos PBI se encuentran con los intermediarios. De esta manera, los tiempos de búsqueda y los *BA spreads* en el mercado secundario son endógenos. Dado que el objeto bajo estudio es la introducción de un nuevo tipo de instrumento, esta interacción es clave en el presente trabajo. Para crear el mencionado link, se asume la libre entrada de intermediarios, siguiendo a Lagos y Rocheteau (2007). En particular, se asume que los *dealers* tienen que incurrir en un costo fijo para poder intercambiar bonos PBI. Los beneficios de los intermediarios dependen, por otro lado, del número de inversores que está buscando una contraparte para vender su posición y de los *BA spreads*, que son determinados endógenamente a través de *Nash Bargaining*. El modelo muestra que un incremento en el stock de bonos PBI incrementa el número de *dealers* en el mercado, lo que lleva a una disminución en los tiempo de espera, los *BA spreads*, y en el *premium* por liquidez que demandan los inversores al momento de emisión del bono.

Bajo el supuesto de ausencia de fricciones en el mercado secundario, las ganancias de bienestar están en el orden de 0,07 – 0,20 % en términos de consumo equivalente de certeza (CEC por sus siglas en inglés), dependiendo de la condición inicial y del límite de deuda impuesto, lo cual es consistente con estudios previos. Las mayores ganancias de bienestar se obtienen en una recesión, dado que este tipo de deuda permite menores pagos de intereses hasta que la economía se recupere. Por supuesto, cuando la economía

está en una recesión, el precio de los bonos PBI es menor que el precio de los bonos no-indexados. Sin embargo, este mayor costo de financiación está más que compensado por el menor pago de intereses hasta que la economía se recupere. Lo anterior se explica por el hecho de que el gobierno es averso al riesgo, los inversores son neutrales al riesgo y el tiempo que toma hasta que la economía se recupere es estocástico. Una vez que las fricciones de búsqueda son introducidas al modelo, sin embargo, las ganancias de bienestar por emitir bonos PBI se reducen significativamente: están en el orden de 0,03 – 0,12 % en términos de CEC. Estas menores ganancias son sorprendentes debido a que la calibración del modelo implica un *premium* por liquidez de solo 35 puntos básicos. Estas menores ganancias de bienestar, podrían explicar por qué los países no han emitido este tipo de deuda.

Finalmente, se considera una extensión con agentes domésticos heterogéneos en sus ingresos, en donde el gobierno tiene limitaciones en su capacidad para redistribuir recursos entre los distintos agentes de la economía. Esta limitación está capturada a través de una limitación en la progresividad de los impuestos. En particular, se asume que los impuestos que deben pagar los agentes domésticos son lineales en su ingreso y que el gobierno no puede cambiar la progresividad de esta estructura impositiva.

Una vez que el modelo incluye desigualdad en el ingreso y cierta limitación en la progresividad de la estructura impositiva, el modelo muestra que las ganancias de bienestar por introducir bonos PBI son significativamente mayores: están en el orden de 0,10 – 0,35 % en términos de CEC para el caso sin fricciones, y en el orden de 0,06 – 0,18 % para el caso con fricciones. La intuición detrás de este resultado es que los bonos PBI pueden ayudar a evitar (o disminuir) la necesidad de implementar un plan de austeridad, el cual es particularmente costoso en este contexto, dado que recae más fuertemente sobre los agentes con menores ingresos, debido a la limitación en la progresividad de los impuestos. El mensaje de esta extensión es que aquellos países con una estructura impositiva más regresiva pueden beneficiarse largamente de introducir bonos indexados al PBI. Sin embargo, considerando que típicamente los países menos desarrollados también presentan una estructura impositiva más regresiva, es de esperarse que estos países también afronten mayores fricciones en sus mercados secundarios de deuda, lo cual podría prevenir que capturen los mayores beneficios asociados a los bonos PBI. En general, estas dos fuerzas combinadas pueden ser la razón por la cual los países todavía no han emitido este tipo de deuda indexada.

Referencias

- Arellano, Cristina, 2008. "Default Risk and Income Fluctuations in Emerging Economies". *American Economic Review*, 98(3), 690-712.
- Auckenthaler Julia, Alexander Kupfer and Rupert Sendlhofer, 2015. "The Impact of Liquidity on Inflation-linked Bonds: A hypothetical Indexed Bonds Approach." *North American Journal of Economics and Finance* 32, pp. 139-154.
- Anzoategui, Diego, 2017. "Sovereign Debt and the Effects of Fiscal Austerity." Working Paper.
- Bailey, Norman (1983). "A Safety Net for Foreign Lending." *Business Week*, 10 January.
- Benjamin, David and Mark L.J. Wright, 2009. "Recovery Before Redemption: A Theory of Sovereign Debt Renegotiation," Working Paper.
- Blanchard, Olivier., Paolo Mauro and Julien Acalin, 2016. "The Case for Growth-Indexed Bonds in Advanced Economies Today." Peterson Institute for International Economics, Policy Brief No. 16-2, February.
- Borensztein, Eduardo, Paolo Mauro, Marco Ottaviani, and Stijn Claessens, 2004. "The Case for GDP-indexed Bonds." *Economic Policy*, Vol. 19, No. 38, pp. 165-216.
- Borensztein, Eduardo, Maurice Obstfeld, and Jonathan D. Ostry, 2018. Overcoming the Obstacles to Adoption of GDP-linked Debt. In J. Benford, J. D. Ostry, and R. Shiller (Eds.), "Sovereign GDP-linked Bonds: Rationale and Design," (pp. 5-9). London: CEPR Press.
- Brooke, Martin, Rhys Mendes, Alex Pienkowski, and Eric Santor, 2013. "Sovereign Default and State-contingent Debt." Bank of England Financial Stability Paper No. 27.
- Brunnermeier, Markus. K., Luis Garicano, Philip R. Lane, Marco Pagano, Ricardo Reis, Tano Santos, David Thesmar, Stijn Van Nieuwerburgh, and Dimitri Vayanos, 2012. "European Safe Bonds (ESBies)." Mimeo.
- Caballero, Ricardo, 2002. "Coping with Chile's External Vulnerability: a Financial Problem." In *Economic Growth: Sources, Trends, and Cycles*, Banco Central de Chile. Edited by N. Loayza and R. Soto. pp, 377-416.(Santiago, Chile: Banco Central de Chile).
- Chatterjee, Satyajit and Burcu Eyigungor, 2012. "Maturity, Indebtedness, and Default Risk." *American Economic Review* 102(6):2674-2699.
- Claessens, Stijn, Ashoka Mody, and Shahin Vallee, 2012. "Paths to Eurobonds." IMF Working Paper 12/172.
- Cruces, Juan J. and Christoph Trebesch, 2013. "Sovereign Defaults: The Price of Haircuts." *American Economic Journal: Macroeconomics* 5(3): 85-117.
- Consiglio, Andrea and Stavros A. Zenios, 2016. "The Case for Contingent Convertible Debt for Sovereigns." The Wharton Financial Institutions Center, Working Paper 15-13.
- Corsetti, Giancarlo, 2012. "Has austerity gone too far?" April 2, VoxEU.org

-
- Cuadra, Gabriel, Juan Sanchez, and Horacio Sapriza, 2010. "Fiscal Policy and Default Risk in Emerging Markets." *Review of Economic Dynamics*, 13(2): 452-469.
- D'Amico, Stefania, Don H. Kim, and Min Wei, 2014. "Tips from TIPS: the Informational Content of Treasury Inflation-protected Security Prices." *Finance and Economics Discussion Series 2014-24*. Washington DC: Federal Reserve Board.
- Den Haan, W., G. Ramey, and J. Watson, 2000. "Job Destruction and Propagation of Shocks." *American Economic Review*, 90(3), 482-498.
- Delpa Jacques and Jakov von Weizsacker, 2010. "The Blue Bond Proposal." *Bruegel Policy Brief 2010/03*.
- Dias, Daniel and Christine Richmond, 2009. "Duration of Capital Market Exclusion: An Empirical Investigation." Working paper, Univ. California, Los Angeles.
- Duffie, Darrell, Nicolae Garleanu, and Lasse Heje Pedersen, 2005. "Over-the-Counter Markets." *Econometrica* 73(6), 1815-1847.
- Durdu, Ceyhan Bora, 2009. "Quantitative Implications of Indexed Bonds in Small Open Economies." *Journal of Economic Dynamics & Control*, 33: 883-902.
- Drenik, Andres and Diego Perez, 2017. "Pricing in Multiple Currencies in Domestic Markets." Working Paper.
- Eaton, Jonathan and Mark Gersovitz, 1981. "Debt with Potential Repudiation: Theoretical and Empirical Analysis." *Review of Economic Studies*, 48(2): 289-309.
- Faria, Andre, 2007. "Growth-indexed Bonds in Emerging Markets: A Quantitative Approach." Mimeo.
- Ferriere, Axelle, 2015. "Sovereign Default, Inequality, and Progressive Taxation." Working Paper.
- Fleming, Michael J. and Neel Krishnan, 2012. "The Microstructure of the TIPS Market." *FRBNY Economic Policy Review*, March 2012.
- Froot, Kenneth.A, David S, Scharfstein and Jeremy C. Stein, 1989. "LDC Debt: Forgiveness, Indexation, and Investment Incentives." *Journal of Finance*, 44(5): 1335-1350.
- Geromichalos, Athanasios and Lucas Herrenbrueck, 2017. "The Strategic Determination of the Supply of Liquid Assets." Working Paper.
- Giffith-Jones, Stephany and Krishnan Sharma, 2006. "GDP-Indexed Bonds: Making It Happen." UN/DESA Working Paper No. 21.
- Hatchondo, Juan Carlos, Leonardo Martinez, and Yasin Kursat Onder, 2017. "Non-defaultable Debt and Sovereign Risk." *Journal of International Economics* [FORTHCOMING].
- Hatchondo, Juan Carlos, Leonardo Martinez, and Cesar Sosa-Padilla, 2016. "Debt Dilution and Sovereign Default Risk." *Journal of Political Economy* 125(5): 1383-1422.

-
- Hatchondo, Juan Carlos, Leonardo Martinez, Yasin K. Onder, and Francisco Roch, 2016. "Sovereign CoCos: Liquidity, Default, and the Reprofiting of Debt Payments." Working Paper.
- Hatchondo, Juan Carlos and Leonardo Martinez, 2012. "On the Benefits of GDP-indexed Government Debt: Lessons from a Model of Sovereign Defaults." *Economic Quarterly*, 98(2): 139-157.
- He, Zhiguo and Konstantin Milbradt, 2014. "Endogenous Liquidity and Defaultable Bonds." *Econometrica*, 82(4): 1443-1508.
- Hördahl, Peter and Oreste Tristani, 2014. "Inflation Risk Premia in the Euro Area and the United States." *International Journal of Central Banking*.
- International Monetary Fund, 2015. "IMF Country Report No 15/232: Spain."
- International Monetary Fund, 2017. "State-contingent Debt Instruments for Sovereigns." *International Monetary Fund Policy Paper*. May 23rd, 2017.
- Kim, Jun I. and Jonathan D. Ostry, 2018. "Boosting Fiscal Space: The Roles of GDP-linked Debt and Longer Maturities.? IMF Departmental Paper No. 18/04.
- Krugman, Paul, 1988. "Financing vs. Forgiving a Debt Overhang." *Journal of Development Economics*, 29(3), 253-258.
- Lagos, Ricardo and Guillaume Rocheteau, 2007. "Search in Asset Markets: Market Structure, Liquidity, and Welfare." *American Economic Review Papers and Proceedings* 97(2): 198-201.
- Lessard, Donald R., and John Williamson, 1985. "Financial Intermediation Beyond the Debt Crisis." Washington: Institute for International Economics.
- Leventi Chrysa, Horacio Levy, Mano Matsaganis, Alari Paulus, and Holly Sutherland, 2010. "Modelling the Distributional Effects of Austerity Measures: The Challenges of a Comparative Perspective." Research Note 8/2010 European Commission Social Situation Observatory.
- Matsaganis Manos and Chrysa Leventi, 2013. "The Distributional Impact of the Greek Crisis in 2010." *Fiscal Studies* 34(1): 83-108.
- Miyajima, Ken, 2006. "How to Evaluate GDP-Linked Warrants: Price and Repayment Capacity." IMF Working Paper 06/85.
- Morelli, Juan Martin and Matias Moretti, 2018. "Information Frictions, Inflation-indexed Bonds, and Sovereign Default." Working Paper.
- Onder, Yasin Kursat, 2017. "GDP-indexed Bonds in Perpetuity and Sovereign Default." Working Paper.
- Passadore, Juan and Yu Xu, 2018. "Illiquidity in Sovereign Debt Markets." Working Paper.
- Pflueger, Carolin E. and Luis M. Viceira, 2013. "Return Predictability in the Treasury Market: Real Rates, Inflation, and Liquidity." Harvard Business School Working Paper 11-094.

-
- Reinhart, Carmen, Kenneth Rogoff, and Miguel Savastano, 2003. "Debt Intolerance." *Brookings Papers on Economic Activity*, 34(1): 1-74.
- Sandleris, Guido, Horacio Sapriza, and Filippo Taddei, 2011. "Indexed Sovereign Debt: An Applied Framework." *The Carlo Alberto Notebooks*, 104.
- Shiller, Robert J., 1993. "Macro Markets: Creating Institutions for Managing Society's Largest Economic Risks." Oxford: Clarendon Press.
- Shiller, Robert J., 2003. "The New Financial Order: Risk in the 21st Century." Oxford and Princeton: Princeton University Press.
- Shiller, Robert J., 2018. Introduction. In J. Benford, J. D. Ostry, and R. Shiller (Eds.), "Sovereign GDP-linked Bonds: Rationale and Design," (pp. 5-9). London: CEPR Press.
- Tanzi, Vito and Howell H. Zee, 2000. "Tax Policy for Emerging Markets: Developing Countries." IMF Working Paper WP/00/35.
- Tauchen, George, 1986. "Finite State Markov-Chain Approximations to Univariate and Vector Autoregressions." *Econ. Letters* 20(2): 117-161.
- Vayanos, Dimitri and Tan Wang, 2007. "Search and Endogenous Concentration of Liquidity in Asset Markets." *Journal of Economic Theory* 136: 66-104.
- Weber, Axel A., Jens Ulbrich, and Karsten Wendorff, 2011. "Safeguarding Financial Market Stability, Strengthening Investor Responsibility, Protecting Taxpayers: A Proposal to Reinforce the European Stability Mechanism through Supplementary Bond Issuance Terms." Research Paper, Deutsche Bundesbank.

A. Apéndice - Microfundamentos para el uso de rendimientos crecientes a escala

Siguiendo el modelo de DGP (2005), este apéndice provee fundamentos microeconómicos, basados en un modelo de *Random Search*, que respaldan el uso de una función de búsqueda con rendimientos crecientes a escala. Considere el siguiente escenario. Sea Δ el intervalo de tiempo. Hay dos tipos de *dealers*: activos (A) y no activos (\tilde{A}). En este contexto, un *dealer* activo debe interpretarse como un inversor que actualmente no posee ninguna unidad de un bono PBI y desea comprar una. Por otro lado, hay dos tipos de inversores: líquidos (quienes actúan como compradores) e ilíquidos (quienes actúan como vendedores). Sea C el subconjunto de inversores ilíquidos y sea \tilde{C} el conjunto de inversores líquidos. Por último, sea $N = |A| + |\tilde{A}| + |C| + |\tilde{C}|$ la población total de este mercado.

Solo se asumen fricciones de búsqueda en el lado vendedor del mercado. Para mantener las cosas simples, se asume que con probabilidad $p(N, \Delta) = 1 - e^{-\frac{\Delta}{N}\lambda}$ un agente i contacta a un agente j , elegido de manera aleatoria de la población total (N). El supuesto detrás es que los agentes no pueden identificar con anticipación qué agente es un *dealer* y qué agente es un inversor, y por lo tanto buscan dentro de la población total. Solo cuando un inversor ilíquido se encuentra con un *dealer* activo se produce una transacción. La Figura B.1 esquematiza todas las diferentes posibilidades. Las líneas punteadas representan encuentros entre agentes que no llevarán a una transacción. Las líneas sólidas representan encuentros que llevarán a una transacción.

Sea $\mathbb{I}_{i,j}$ el contacto entre un agente j con un agente i . Se asume que $\mathbb{I}_{i,j}$ es independiente entre todos los posibles pares (i, j) . Bajo este supuesto, la tasa promedio de contacto está dada por:

$$E \left[\frac{1}{\Delta} \sum_{i \neq j} \mathbb{I}_{i,j} \right] = \frac{1}{\Delta} (N - 1) \times p(N, \Delta)$$

Tomando límites y aplicando L'Hopital:

$$\begin{aligned} \lim_{(N, \Delta) \rightarrow (\infty, 0)} E \left[\frac{1}{\Delta} \sum_{i \neq j} \mathbb{I}_{i,j} \right] &= \lim_{(N, \Delta) \rightarrow (\infty, 0)} \left[\frac{1}{\Delta} (N - 1) \times p(N, \Delta) \right] \\ &= \lim_{(N, \Delta) \rightarrow (\infty, 0)} \frac{N - 1}{\Delta} \left[1 - e^{-\Delta \lambda \frac{1}{N}} \right] \\ &= \lambda \end{aligned}$$

Estamos interesados en computar aquellos encuentros entre $C(N)$ y $A(N)$ dado que los encuentros entre estos dos grupos son los que llevarán a una transacción. La tasa per cápita de contacto entre estos dos grupos está dada por:

$$S^{C,A}(N, \Delta) = \frac{1}{N\Delta} \left[\sum_{i \in C(N), j \in A(N)} \mathbb{I}_{i,j} + \sum_{i \in A(N), j \in C(N)} \mathbb{I}_{i,j} \right]$$

Tomando esperanzas:

$$\begin{aligned} E[S^{C,A}(N, \Delta)] &= \frac{1}{N\Delta} \{p(N, \Delta) | C || A | + p(N, \Delta) | A || C |\} \\ &= \frac{2}{N\Delta} p(N, \Delta) | C || A | \end{aligned}$$

Defina $\mu_C = \frac{|C|}{N}$ y $\mu_A = \frac{|A|}{N}$ como el ratio de inversores ilíquidos y *dealers* activos en función del tamaño de la población, N . Trabajando con la expresión anterior, es fácil mostrar que:¹⁸

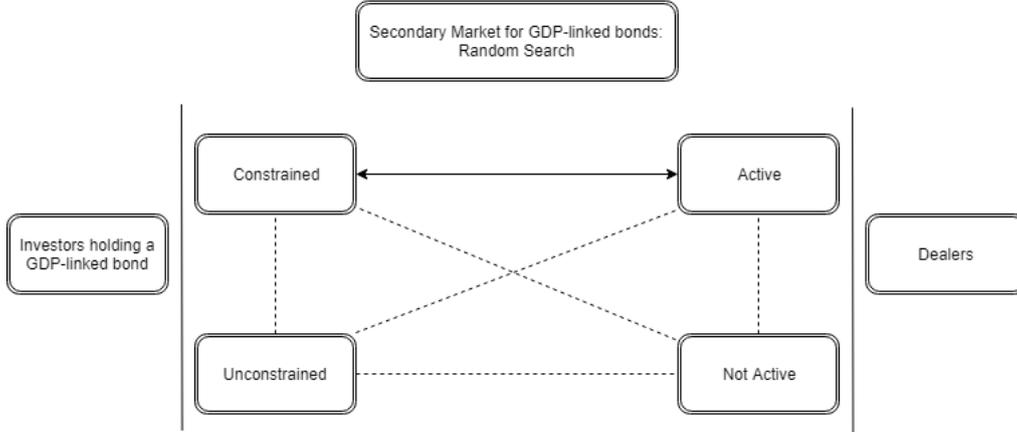
$$\begin{aligned} \lim_{(N, \Delta) \rightarrow (\infty, 0)} E[S^{C,A}(N, \Delta)] &= 2\lambda\mu_C\mu_A \\ &\equiv M(\mu_C, \mu_A) \end{aligned} \tag{B.1}$$

La ecuación B.1) muestra que, bajo *Random Search*, la función $M(\mu_C, \mu_A)$ presenta rendimientos crecientes a escala. Basándose en esta observación, el modelo presentado en la Sección 2 asume una forma funcional (más general) del tipo: $m(\mu_C, \mu_A) = \left[\mu_A^{\chi_1} \mu_C^{(1-\chi_1)} \right]^{\chi_2}$ con $\chi_2 > 1$,

El resultado anterior puede generalizarse para el caso en el que los inversores (*dealers*) puedan dirigir su búsqueda hacia la población de *dealers* (inversores). Es decir un *dealer* i nunca se encontrará con otro *dealer* j . Con probabilidad p_{ij} un inversor i se contacta con *dealer* j , elegido de manera aleatoria entre la población de *dealers* (no la población total). Por otro lado, con probabilidad p_{ji} un *dealer* j se contacta con un inversor i , elegido de manera aleatoria entre la población de inversores (no la población total) Sea $D = |A| + |\tilde{A}|$ el número de *dealers* y sea $I = |C| + |\tilde{C}|$ el número de inversores. Bajo estos

¹⁸ Como discute DGP (2005) un problema que surge en tiempo discreto es que un agente puede contactar (al mismo tiempo) a más de un agente. En ese caso, es necesario establecer algún tipo de regla de eliminación para preservar encuentros 1 a 1.

Figura B.1: Descripción de la *Matching Technology*



supuestos:

$$p_{ij}(I, D, \Delta) = \begin{cases} 1 - e^{-\frac{\Delta}{D}\lambda} & \text{if } i \in (C \cup \tilde{C}), j \in (A \cup \tilde{A}) \\ 1 - e^{-\frac{\Delta}{I}\lambda} & \text{if } i \in (A \cup \tilde{A}), j \in (C \cup \tilde{C}) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Sea $D = f(I)$ la relación entre los tamaños de las dos poblaciones. En el modelo presentado en la Sección 2, esta relación es endógena y depende de la condición de libre entrada que se asumió. A los fines de este apéndice, se considera a esta relación como exógena y se asume que satisface: $\lim_{I \rightarrow \infty} f(I) = \infty$. La tasa de contacto por inversor por el subconjunto $C(I)$ con el subconjunto $A(I)$ está dada por:

$$S^{C,A}(I, \Delta) = \frac{1}{I\Delta} \left[\sum_{i \in C(I), j \in A(I)} \mathbb{I}_{i,j} + \sum_{i \in A(I), j \in C(I)} \mathbb{I}_{i,j} \right]$$

Se define $\mu_C = \frac{|C|}{I}$ y $\mu_A = \frac{|A|}{D}$. Es fácil mostrar que:

$$\begin{aligned} \lim_{(I, \Delta) \rightarrow (\infty, 0)} E[S^{C,A}(I, \Delta)] &= \lambda \mu_C \mu_A + \mu_C \mu_A \lim_{(I, \Delta) \rightarrow (\infty, 0)} \frac{f(I)}{\Delta} (1 - e^{-\frac{\Delta}{I}\lambda}) \\ &= \lambda \mu_C \mu_A + \lambda \mu_C \mu_A \lim_{(I, \Delta) \rightarrow (\infty, 0)} \left[\frac{f(I)}{I} \right]^2 \frac{1}{f'(I)} \end{aligned}$$

Por supuesto, una condición suficiente para que el límite de la expresión anterior exista es que $f(I)$ sea una función lineal. Por ejemplo, asumiendo que $f(I) = \phi I$ se obtiene:

$$\begin{aligned} \lim_{(I,\Delta)\rightarrow(\infty,0)} E [S^{C,A}(I, \Delta)] &= \lambda(1 + \phi) \mu_C \mu_A \\ &\equiv M(\mu_C, \mu_A) \end{aligned}$$

B. Apéndice - Algoritmo computacional

El algoritmo itera sobre las tres funciones de valor, $V(\cdot)$, $V^r(\cdot)$, $V^d(\cdot)$, y sobre los seis precios $q^{ND}(\cdot)$, $q^D(\cdot)$, $p_U^{ND}(\cdot)$, $p_C^{ND}(\cdot)$, $p_U^D(\cdot)$, $p_C^D(\cdot)$ hasta lograr convergencia. Para las cuatro variables de estado, (y, b, B, η) , se construye una grilla con puntos equidistantes. Se usan 19 puntos para y , 21 puntos para b , 11 puntos para B y η . Para los puntos fuera de la grilla, las funciones de valor y los precios son aproximados usando interpolación lineal. El proceso de dotación de recursos (*endowment*) se discretiza usando el método de Tauchen (1986). El modelo se resolvió usando el lenguaje Julia.

A continuación, se describe el algoritmo empleado:

1. Se empieza con una conjetura (*guess*) para las tres funciones de valor y los seis precios.
2. Usando los precios del paso (1), para cada punto de la grilla, se obtiene el número de dealers $v^* = v(y, b, B, \eta)$ que satisface la condición de libre entrada (ecuación 5). Se computa la probabilidad de encontrar un *dealer* $\lambda(y, b, B, \eta)$.
3. Se resuelve el problema de optimización definido en (7). Para poder resolver el portafolio óptimo (b', B') , se emplea la siguiente rutina:
 - a) Para cada punto de la grilla (y, b, B, η) y tomando como dadas las funciones de valor y de precios, se utiliza un método global sobre \bar{X} puntos para b' y \bar{Y} puntos para B' . En particular, se elige $\bar{X} = 21 + 40$ y $\bar{Y} = 11 + [40(\bar{B} - B)]$. El número de puntos para B' es flexible y decreciente en el stock de bonos B (lo cual permite ganancias computacionales significativas). Esto es una consecuencia de no permitir que el gobierno recompre bonos indexados al PBI.
 - b) Usando la solución de (a), se deja fijo $(b' + B')$ y se utiliza un método global sobre 150 puntos para B' .

c) Usando la solución de (b) como condición inicial, se utiliza un algoritmo de maximización local sobre (b', B') . En particular, se usa el algoritmo «SBPLX» del paquete «NLOpt» de Julia.

4. Usando la solución óptima (b', B') del punto (3.c), se actualiza $V^r(\cdot)$, $V^d(\cdot)$ y $V(\cdot)$, usando las ecuaciones (7) y (8). Se computa también la decisión óptima de default $h(\cdot)$.
5. Usando la solución óptima $(b', B'h)$, se actualizan los precios usando las ecuaciones (9)-(14).
6. Si la máxima distancia entre los valores actualizados de las funciones de valor y precios y el *guess* provisto en el paso (1) es menor a 1^{-5} , se detiene el algoritmo. De lo contrario, se actualiza el *guess* del paso (1) adecuadamente y se vuelve al punto (2) del algoritmo.

C. Apéndice - Resultados bajo rendimientos constantes a escala

En el siguiente apéndice se detallan brevemente los resultados bajo el supuesto de rendimientos constantes a escala en la función de *matching*.

C.1 El caso de rendimientos constantes a escala

Se denota como $\tilde{m}(v, \eta) = v^{\chi_1} \times \eta^{(1-\chi_1)}$ a la función de *matching* bajo rendimientos constantes a escala. Se asume $\chi_1 < 1$ y (por simplicidad) $m(v, \eta) < \min(v, \eta)$. De la condición de libre entrada de los dealers, se obtiene que:

$$v(\mathbb{S}) = \eta \left[\frac{(1 - \alpha) [p_U^{ND}(\mathbb{S}) - p_C^{ND}(\mathbb{S})]}{k} \right]^{\frac{1}{1-\chi_1}} \quad (\text{D.1})$$

Substituyendo la ecuación (D.1) en la función $\tilde{m}(v, \eta)$, se obtiene que la probabilidad de encontrar un dealer está dada por:

$$\begin{aligned}
\lambda(\mathbb{S}) &= \frac{v^{\chi_1} \eta^{(1-\chi_1)}}{\eta} \\
&= \left\{ \eta \left[\frac{(1-\alpha) [p_U^{ND}(\mathbb{S}) - p_C^{ND}(\mathbb{S})]}{k} \right]^{\frac{1}{1-\chi_1}} \right\}^{\chi_1} \eta^{-\chi_1} \\
&= \left[\frac{(1-\alpha) [p_U^{ND}(\mathbb{S}) - p_C^{ND}(\mathbb{S})]}{k} \right]^{\frac{\chi_1}{1-\chi_1}}
\end{aligned} \tag{D.2}$$

Las dos expresiones anteriores resaltan que, bajo rendimientos constantes a escala, el valor que determina el número de *dealers* y la probabilidad con la que los inversores encuentran a los *dealers* solo depende del ratio $\vartheta \equiv \frac{v}{\eta}$ (*tightness ratio*). Por ejemplo, asuma un incremento en η , dejando constante al resto de las variables de estado. De acuerdo a la ecuación (D.1), para un valor dado de $[p_U^{ND}(\mathbb{S}) - p_C^{ND}(\mathbb{S})] > 0$, nuevos *dealers* van a entrar al mercado. En particular, los *dealers* van a entrar de tal forma que esta diferencia de precios va a permanecer constante (ver el panel derecho de la Figura D.1). Dado que esta diferencia entre precios permanece constante, la ecuación (D.2) establece que la probabilidad de encontrar un *dealer* también permanece constante. Este último punto se encuentra graficado en el panel izquierdo de la Figura D.2. Dado que η no repercute sobre la probabilidad de encontrar un *dealer*, bajo el supuesto de rendimientos constantes a escala no es posible replicar el mayor *BA spread* observado cuando el tamaño del mercado secundario es pequeño.

Para concluir, incluso cuando $\lambda(\mathbb{S})$ no dependa directamente de η , sí depende del stock de bonos indexados al PBI. En particular depende del portafolio (b, B) . Esto es así debido a que un cambio en la composición de este portafolio afecta la probabilidad de default y por lo tanto los precios. De todas maneras, estos cambios son significativamente menores que bajo el supuesto de rendimientos constantes a escala.

C.1 El caso de rendimientos crecientes a escala

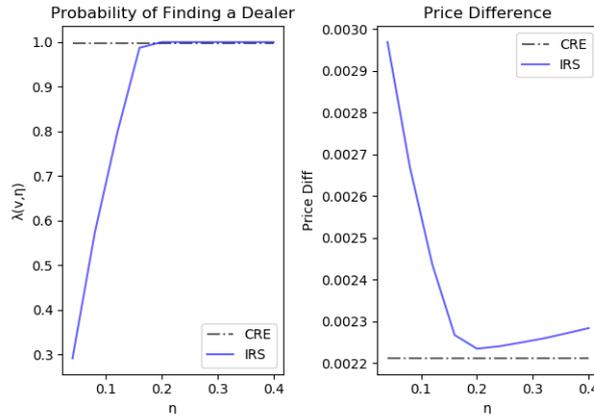
Sea $m(v, \eta) = [v^{\chi_1} \times \eta^{(1-\chi_1)}]^{\chi_2}$ la *matching technology* bajo rendimientos crecientes a escala, donde $\chi_2 > 1$. Por simplicidad, se asume $m(v, \eta) < \min(v, \eta)$. Los análogos de las ecuaciones (D.1) y (D.2) están dados por:

$$v(\mathbb{S}) = \eta^{\left(\frac{\chi_2 - \chi_1}{1 - \chi_1}\right)} \left[\frac{(1-\alpha) [p_U^{ND}(\mathbb{S}) - p_C^{ND}(\mathbb{S})]}{k} \right]^{\frac{1}{1-\chi_1}} \tag{D.3}$$

$$\lambda(\mathbb{S}) = \eta^{\frac{\chi_2-1}{1-\chi}} \left[\frac{(1-\alpha) [p_U^{ND}(\mathbb{S}) - p_C^{ND}(\mathbb{S})]}{k} \right]^{\frac{\chi}{1-\chi}} \quad (\text{D.4})$$

A diferencia del caso con rendimientos constantes a escala, nótese que tanto $v(\mathbb{S})$ como $\lambda(\mathbb{S})$ dependen del tamaño del mercado, η . La figura D.1 muestra cómo los cambios en η afectan tanto la probabilidad de encontrar un *dealer*, $\lambda(\mathbb{S})$ como la diferencia de precios, $[p_U^{ND}(\mathbb{S}) - p_C^{ND}(\mathbb{S})]$.

Figura D.1: Rendimientos constantes vs. rendimientos crecientes a escala



El panel izquierdo muestra la probabilidad de encontrar un *dealer* para distintos valores de η . El panel derecho muestra la diferencia de precios $[p_U^{ND}(\mathbb{S}) - p_C^{ND}(\mathbb{S})]$ para distintos valores de η . La línea azul muestra los resultados bajo rendimientos crecientes a escala (IRS, por sus siglas en inglés). La línea negra punteada muestra los resultados bajo rendimientos constantes a escala (CRS) por sus siglas en inglés.

C.3. Comparación de ganancias de bienestar

En esta sección se describen las ganancias de bienestar derivadas de la introducción de bonos indexados al PBI para el caso de rendimientos constantes a escala. La Tabla 5 describe aquellos parámetros cuya calibración se ha modificado para ser consistentes con los momentos descriptos en la Tabla 1.

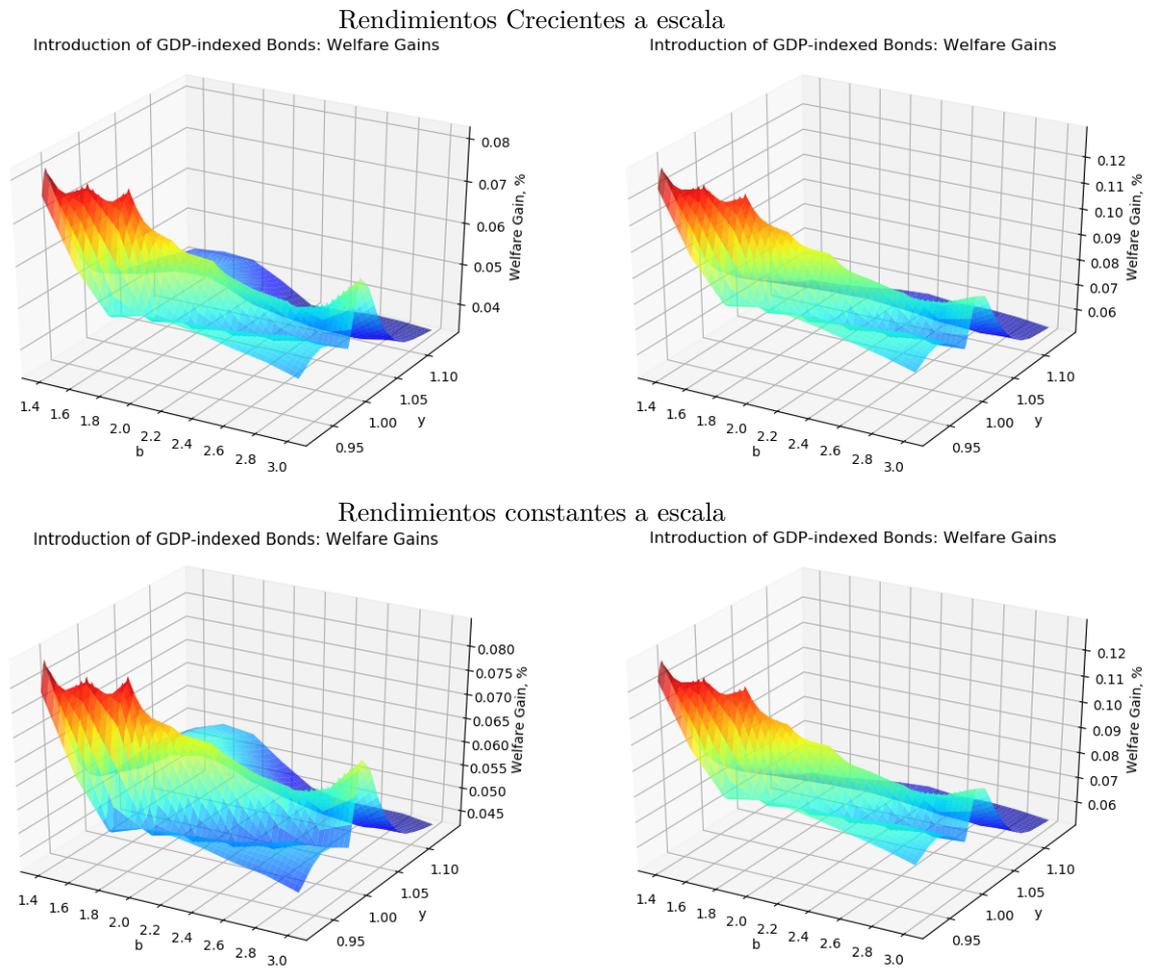
Cuadro 5: Calibración - Rendimientos constantes a escala

Descripción	Parámetro	Valor
Costo de entrada para <i>dealers</i>	κ	0,0005
Función de búsqueda	$\{\chi_1, \chi_2\}$	$\{0,5, 1,0\}$

A modo de comparación, el panel superior de la Figura D.2 muestra las ganancias de bienestar bajo rendimientos crecientes a escala (mismo gráfico que en la Sección 4). El panel inferior muestra las ganancias para el caso de rendimientos constantes. Nótese que las ganancias de bienestar son ligeramente mayores

bajo rendimientos constantes a escala cuando $\bar{B} = 0,4$. Esto se debe al menor *premium* por liquidez que se observa bajo este escenario para niveles pequeños de η (por ejemplo, la Figura D.1 muestra que para valores de $\eta < 0,1$, la probabilidad de encontrar un *dealer* es significativamente mayor en el caso de rendimientos constantes a escala, por lo que los *BA spreads* son menores). Para el caso de $\bar{B} = 1,0$, dado el mayor tamaño del mercado secundario, las ganancias de bienestar son prácticamente iguales.

Figura D.2: Ganancias de bienestar: $\omega^{SF}(y, b, 0, 0)$



Ganancias de bienestar derivadas de la introducción de bonos PBI. El panel superior (inferior) muestra resultados para el caso de rendimientos crecientes (constantes) a escala.