

UNIVERSIDAD TORCUATO DI TELLA.



LICENCIATURA EN ECONOMÍA

TESIS:

***Efectos de las start-ups en un contexto de
información asimétrica***

ÍNDICE

1. Resumen
2. Introducción y Motivación
3. Modelos de selección adversa
 - a. Selección adversa en un mercado sin start-ups.
 - b. Selección adversa en un mercado con start-ups.
 - i. Extensiones del Modelo: Impuestos
4. Conclusiones
5. Bibliografía
6. Anexos

RESUMEN

El objetivo del presente trabajo será entender cómo el nacimiento de las startups revolucionaron los mercados. Buscaremos ver el impacto de las start-ups en un contexto de información asimétrica y explicar como se ve afectado el bienestar de la sociedad.

El procedimiento de análisis consiste en el desarrollo de 2 (dos) modelos: (1) Selección adversa en un mercado sin start-up y (2) Selección adversa en un modelo con start up. Adicionalmente desarrollaremos una extensión del modelo con impuestos.

INTRODUCCIÓN

Para ponernos en contexto, una start-up es un término utilizado para definir aquellas empresas que se encuentran en edad temprana o nueva creación y presentan grandes posibilidades de crecimiento. Generalmente, son empresas asociadas a la innovación, al desarrollo de tecnologías, al diseño web. Se trata de negocios con ideas innovadoras, que sobresalgan en el mercado apoyadas por las nuevas tecnologías. Principalmente, son empresas de capital-riesgo.

Una start up es una organización humana con capacidad de cambio que desarrolla productos o servicios, de gran innovación, altamente deseados o requeridos por el mercado, donde su diseño y comercialización están orientados completamente al cliente. Esta estructura suele operar con costos mínimos, pero obtiene ganancias que crecen exponencialmente, mantiene una comunicación continua y abierta con los clientes, y se orienta a la masificación de las ventas. Dichas empresas han tomado mucha importancia en los mercados a nivel internacional ya que buscan simplificar procesos y trabajos complicados, con el objetivo de que el mercado tenga una experiencia de uso simplificada y fácil.

A modo de ilustración podemos mencionar Uber Technologies Inc.. Uber comenzó en el 2008 con la idea de conectar a pasajeros con conductores a través de una aplicación móvil. Desde ese momento, Uber comenzó a popularizarse en todos los continentes y, hoy, cuenta con 15.000 empleados en todo el mundo y una valorización aproximadamente de 50 mil millones de dólares.

La motivación de este estudio se basa en el boom de las start-up en las últimas décadas y el impacto en los modelos económicos básicos.

Fundamentalmente, este trabajo nos va a ayudar a entender cómo el nacimiento de empresas con crecimiento exponencial revolucionaron las funciones de oferta y demanda y el equilibrio resultante. Analizaremos si dicho impacto es negativo o positivo.

Por intuición podemos decir que es un cambio positivo ya que las start up mantienen una comunicación continua con el cliente de forma tal que facilitan y mejoran la experiencia de demandar un bien o servicio completando la información y, por ende, mejoran el bienestar de la economía en general. El objetivo de nuestro trabajo es respaldar esta afirmación y probar analíticamente estos resultados positivos.

En la primera sección del presente trabajo, estudiamos un mercado de servicio de transporte con selección adversa. Presentamos una interacción entre dos agentes económicos; los conductores (los prestadores de servicio), los cuales pueden ofrecer un servicio de buena calidad y de mala calidad, y los pasajeros (los consumidores del servicio), que no observan la calidad del servicio.

En la segunda y tercera sección del presente trabajo incluimos al mercado libre de servicio de transporte una start up. La start up proporciona a sus clientes una red de transporte, a través de una plataforma online, que conecta los pasajeros con conductores de vehículos registrados en su servicio. Los conductores se encuentran constantemente expuestos a las reseñas de los pasajeros; por tal motivo, los conductores de la plataforma online ofrecen un servicio de alta calidad.

Finalmente, en la última sección presentaremos las conclusiones del trabajo.

SELECCIÓN ADVERSA EN UN MERCADO SIN START-UPS

Describimos una economía en la que interactúan dos tipos de agentes. Por un lado, los conductores que ofrecen un servicio de transporte; y por el otro lado los pasajeros que demandan dichos viajes.

Vamos a asumir que la naturaleza elige dos tipos de calidad para los conductores.

- Conductores de alta calidad H (*high*)
- Conductores de mala calidad L (*low*)

En el mercado se encuentran M pasajeros idénticos y N conductores.

El mercado del servicio se caracteriza por tener una asimetría informativa; una de las partes no cuenta con la misma información que la otra.

- Los conductores conocen la calidad de su producto ya sea $i = H$ o $i = L$.
- Los pasajeros, por lo contrario, no observan el tipo de conductor ex-ante. Es decir, que solo van a saber que si es H o L una vez que contrataron el servicio.

El consumidor elige la canasta de bienes y servicios que maximizan su bienestar (utilidad) dentro del conjunto de canastas de bienes y servicios factibles. Vamos a tratar un caso en que las limitaciones que enfrenta el pasajero pueden expresarse en forma de restricción presupuestaria: el pasajero dispone inicialmente de una cierta renta monetaria exógena, que denotaremos como Y , que puede utilizar para adquirir bienes y servicios a los precios del mercado.

Además, consideramos un contexto en el que hay Z bienes y únicamente dos servicios C_H (calidad alta) y C_L (calidad baja). Como mencionado anteriormente, el pasajero no observa el tipo de servicio ex-ante. Por lo tanto asumimos que demandará una cantidad de servicio de transporte C .

Dicho C sera

$$\begin{aligned} &C_H \text{ con probabilidad } q \\ &C_L \text{ con probabilidad } (1 - q) \end{aligned}$$

Denotaremos como P el precio único por el servicio, ya sea H o L .

Adicionalmente, vamos a asumir que las preferencias del agente pueden modelizarse como una función de utilidad U cuasi-lineal, separable y al menos dos veces diferenciable. Asumimos agentes aversos al riesgo. Las funciones de utilidad no varían en el proceso de consumo, esto tiene el efecto de que el consumidor se comporta igual que si antes de consumir nada decidiera cómo distribuir la renta disponible (en lugar de ajustar adaptativamente el consumo a medida que gasta la renta disponible).

$$U(Z, C^H, C^L) = u(Z_1, \dots, Z_n) + \ln C$$

Por ende, el problema del consumidor es

$$\text{Max}_{(C^H, C^L)} U(Z, C^H, C^L) = u(Z_1, \dots, Z_n) + \ln C$$

sujeto a

$$Y \geq P_Z Z + PC$$

Suponemos que el consumidor resuelve su problema de optimización en dos estadios. En el primer estadio define cuánto consumir de nuestro servicio y cuanto en el resto de los bienes Z_i . Definimos un ingreso $\hat{Y} < Y$ que corresponde a ingreso que el individuo utiliza para el gasto en el servicio. La diferencia $Y - \hat{Y}$ corresponde al ingreso gastado en el resto de los bienes del mercado Z . En un segundo estadio, el agente elige la cantidad del servicio de viajes que demandará dado el ingreso \hat{Y} .

Para nuestro caso de estudio vamos a considerar una sub-utilidad de nuestra variable de interés C , donde

$$\text{Max } U(C) = \ln C$$

sujeto a

$$\hat{Y} = PC$$

Problema del Pasajero

La demanda agregada del consumidor representativo de una unidad de C , es decir un viaje, será

$$C^* = \frac{\hat{Y}}{P}$$

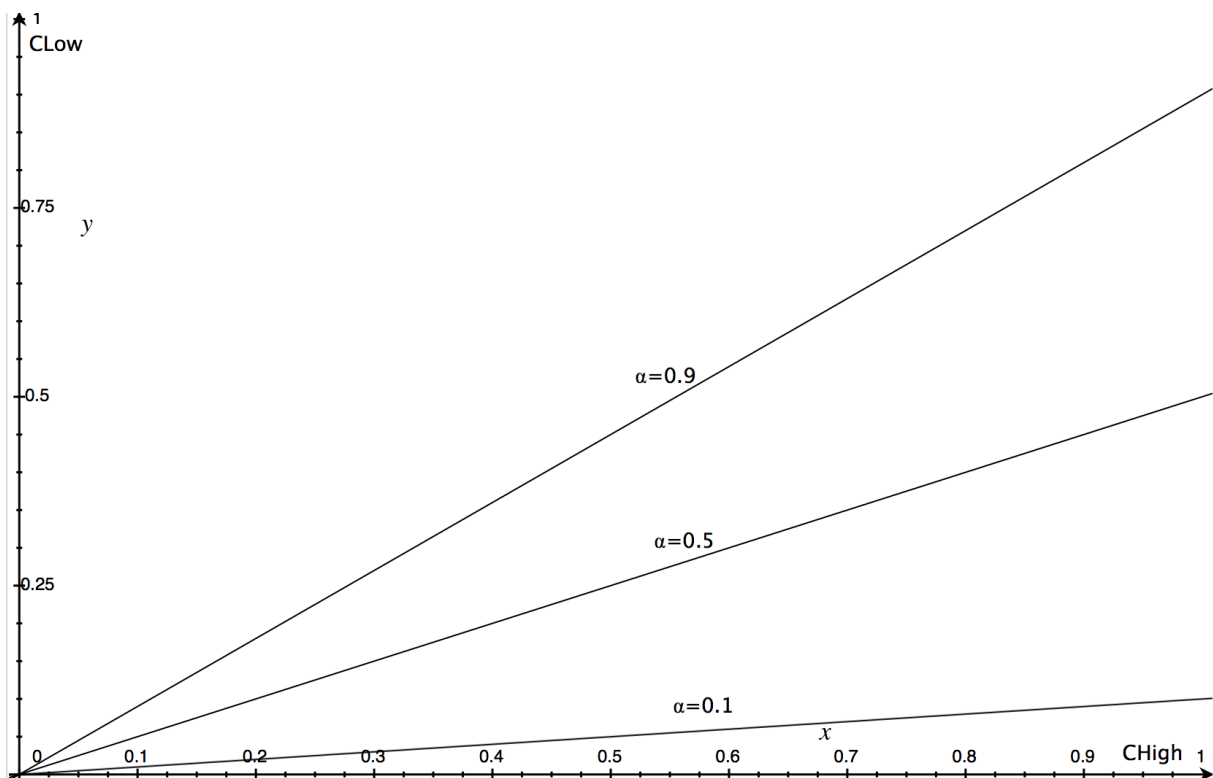
Suponemos que cada viaje con un prestador de servicio $i = H$ vale α viajes con un prestador de servicio $i = L$, donde $\alpha \in (0,1)$.

Por ende,

$$C_H = C$$

$$C_L = \alpha C_H; C_L = \alpha C$$

FIGURA 1: VALORACIONES



Cuando $\alpha \rightarrow 1, C_L \rightarrow C_H$

Problema de los Conductores

Como mencionado anteriormente, asumimos que en la economía hay N conductores de calidad $i = H, L$ determinado por la naturaleza.

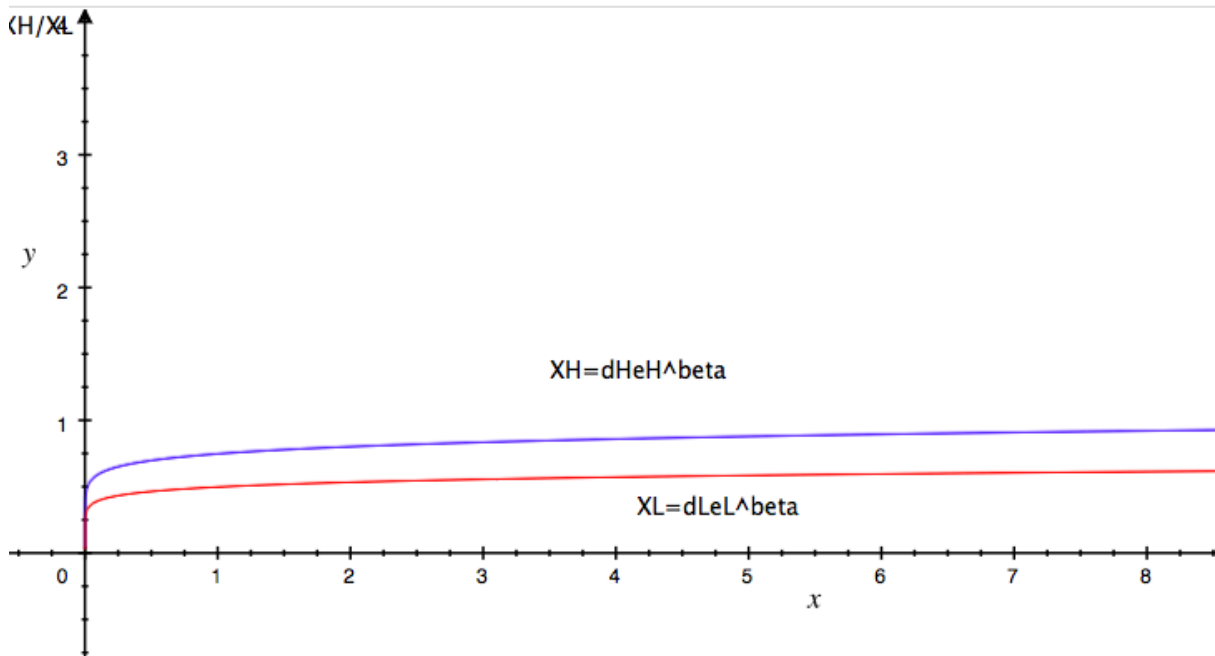
El objetivo del conductor del tipo i es maximizar sus beneficios.

Cada conductor cuenta con una función de producción de la forma

$$X_i = d_i e_i^\beta$$

donde e_i representa el esfuerzo del conductor de proveer el servicio, d_i representa la productividad que varía de acuerdo a la calidad del producto de forma $d_H > d_L$ y $\beta \in (0,1)$.

FIGURA 2: FUNCION DE PRODUCCION



Además, cada conductor cuenta con un costo ω por unidad de esfuerzo, idéntico para todos los conductores, determinado exógenamente.

Por ende, el problema del conductor es

$$\text{Max}_{e_i} \pi = \text{Max}_{e_i} P d_i e_i^\beta - \omega e_i$$

Derivamos las Condiciones de Primer Orden (CPO) que caracterizan el problema de la firma porque el problema está bien definido y la función objetivo es convexa.

$$\frac{d\pi}{de_i} = P d_i \beta e_i^{\beta-1} - \omega = 0$$

$$\rightarrow P d_i \beta e_i^{\beta-1} = \omega$$

$$e_i^{\beta-1} = \left[\frac{\omega}{P d_i \beta} \right]$$

$$e_i = \left[\frac{\omega}{P d_i \beta} \right]^{\frac{1}{\beta-1}}$$

Entonces, reemplazando $i = H, L$ obtenemos el esfuerzo óptimo elegido por las firmas.

$$e_H = \left[\frac{\omega}{P d_H \beta} \right]^{\frac{1}{\beta-1}} \quad (4)$$

$$e_L = \left[\frac{\omega}{P d_L \beta} \right]^{\frac{1}{\beta-1}} \quad (5)$$

Determinamos el equilibrio para esta economía

Para determinar el P^* en equilibrio igualamos la demanda agregada de pasajeros $X^D = MC$ y la oferta agregada de conductores $X^S = N[qX_H^* + (1 - q)X_L^*]$.

$$MC = N[qX_H^* + (1 - q)X_L^*] \quad (6)$$

$$M \frac{\hat{Y}}{P} = N \left[q d_H \left[\frac{\omega}{P d_H \beta} \right]^{\frac{\beta}{\beta-1}} + (1 - q) d_L \left[\frac{\omega}{P d_L \beta} \right]^{\frac{\beta}{\beta-1}} \right]$$

$$\frac{M \hat{Y}}{N} = P P^{\frac{\beta}{1-\beta}} \frac{\omega^{\frac{\beta}{\beta-1}}}{\beta} \left[q d_H^{\frac{1}{1-\beta}} + (1 - q) d_L^{\frac{1}{1-\beta}} \right]$$

$$\frac{M \hat{Y}}{N} = P^{1-\beta} \frac{\omega^{\frac{\beta}{\beta-1}}}{\beta} \left[q d_H^{\frac{1}{1-\beta}} + (1 - q) d_L^{\frac{1}{1-\beta}} \right]$$

Nombramos D al índice de productividad media de los conductores

$$D(q, d_H, d_L, \beta) = q d_H^{\frac{1}{1-\beta}} + (1 - q) d_L^{\frac{1}{1-\beta}}$$

Luego,

$$P^{1-\beta} = \frac{M \hat{Y}}{D N} \left[\frac{\omega}{\beta} \right]^{\frac{\beta}{1-\beta}}$$

$$P^* = \left[\frac{M \hat{Y}}{D N} \right]^{1-\beta} \left[\frac{\omega}{\beta} \right]^{\beta} \quad (7)$$

Una vez definido el P^* determinamos el consumo óptimo de equilibrio C^* , el esfuerzo óptimo de equilibrio e_L^* y e_H^* , las cantidades óptimas de equilibrio X_L^* y X_H^* .

Recordamos que $C^* = \frac{\hat{Y}}{P^*}$

Luego,

$$C^* = \frac{\hat{Y}}{\left[\frac{M\hat{Y}}{DN}\right]^{1-\beta} \left[\frac{\omega}{\beta}\right]^\beta}$$

$$C^* = \hat{Y}^\beta \left(\frac{DN}{M}\right)^{1-\beta} \left[\frac{\beta}{\omega}\right]^\beta$$

Recordamos que $e_i^* = \left[\frac{\omega}{P^* d_i \beta}\right]^{\frac{1}{\beta-1}}$

Luego,

$$e_H^* = \left[\frac{\omega}{P^* d_H \beta}\right]^{\frac{1}{\beta-1}}$$

$$e_H^* = \left[\frac{\omega}{\beta}\right]^{\frac{1}{\beta-1}} d_H^{\frac{1}{1-\beta}} P^{*\frac{1}{1-\beta}}$$

$$e_H^* = \left[\frac{\omega}{\beta}\right]^{\frac{1}{\beta-1}} d_H^{\frac{1}{1-\beta}} \left\{ \left[\frac{M\hat{Y}}{DN}\right]^{1-\beta} \left[\frac{\omega}{\beta}\right]^\beta \right\}^{\frac{1}{1-\beta}}$$

$$e_H^* = \frac{\beta}{\omega} d_H^{\frac{1}{1-\beta}} \frac{M\hat{Y}}{DN} \quad (8)$$

Análogo para e_L^*

$$e_L^* = \frac{\beta}{\omega} d_L^{\frac{1}{1-\beta}} \frac{M\hat{Y}}{DN} \quad (9)$$

Recordamos que $X_i^* = d_i e_i^{*\beta}$

Luego,

$$X_H^* = d_H \frac{\beta^\beta}{\omega} d_H^{\frac{1}{1-\beta}} \left[\frac{M\hat{Y}}{DN}\right]^\beta$$

$$X_H^* = d_H^{\frac{1}{1-\beta}} \left[\frac{\beta}{\omega}\right]^\beta \left[\frac{M\hat{Y}}{DN}\right]^\beta \quad (10)$$

Análogo para X_L^*

$$X_L^* = d_L^{\frac{1}{1-\beta}} \left[\frac{\beta}{\omega}\right]^\beta \left[\frac{M\hat{Y}}{DN}\right]^\beta \quad (11)$$

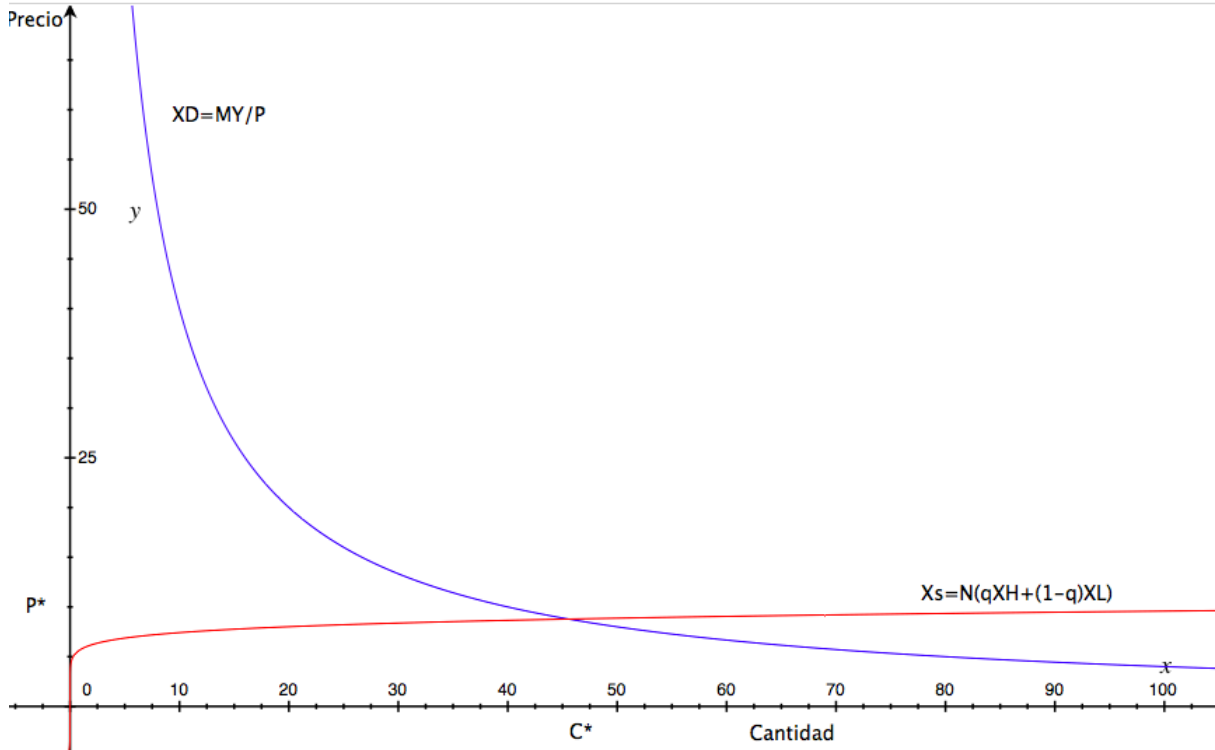
Calibración

$$\hat{Y} = 10, M = 50, N = 50, \alpha = 0.25, d_H = 0.15, d_L = 0.10, \beta = 0.10, \omega = 5, F = 5$$

$$M \frac{\hat{Y}}{P} = N \left[q d_H \left[\frac{\omega}{P d_H \beta}\right]^{\frac{\beta}{\beta-1}} + (1-q) d_L \left[\frac{\omega}{P d_L \beta}\right]^{\frac{\beta}{\beta-1}} \right]$$

$$100 \frac{\widehat{50}}{P} = 100 \left[0,5 \left[\frac{10}{P_{0,5} 0,15} \right]^{-0,85} + 0,50,25 \left[\frac{10}{P_{0,25} 0,15} \right]^{-0,85} \right]$$

FIGURA 3: EQUILIBRIO SIN START UP



Por último, podemos derivar los beneficios óptimos de equilibrio π_H^* y π_L^* y la utilidad óptima del agente representativo esperada U_e^* .

Los beneficios son $\pi_i^* = P^* X_i^* - \omega e_i^*$

Para $i = H$

$$\pi_H^* = P^* X_H^* - \omega e_H^*$$

$$\pi_H^* = \left[\frac{M\hat{Y}}{DN} \right]^{1-\beta} \left[\frac{\omega}{\beta} \right]^\beta d_H^{\frac{1}{1-\beta}} \left[\frac{\beta}{\omega} \right]^\beta \left[\frac{M\hat{Y}}{DN} \right]^\beta - \omega \frac{\beta}{\omega} d_H^{\frac{1}{1-\beta}} \frac{M\hat{Y}}{DN}$$

$$\pi_H^* = \frac{M\hat{Y}}{DN} d_H^{\frac{1}{1-\beta}} - \beta d_H^{\frac{1}{1-\beta}} \frac{M\hat{Y}}{DN}$$

$$\pi_H^* = d_H^{\frac{1}{1-\beta}} \frac{M\hat{Y}}{DN} (1 - \beta) \quad (12)$$

Para $i = L$

$$\pi_L^* = \left[\frac{M\hat{Y}}{DN}\right]^{1-\beta} \left[\frac{\omega}{\beta}\right]^\beta d_L^{\frac{1}{1-\beta}} \left[\frac{\beta}{\omega}\right]^\beta \left[\frac{M\hat{Y}}{DN}\right]^\beta - \omega \frac{\beta}{\omega} d_L^{\frac{1}{1-\beta}} \frac{M\hat{Y}}{DN}$$

$$\pi_L^* = d_L^{\frac{1}{1-\beta}} \frac{M\hat{Y}}{DN} (1 - \beta) \quad (13)$$

Recordando que cada viaje con un prestador de servicio $i = H$ vale α viajes con un prestador de servicio $i = L$, donde $\alpha \in (0,1)$ y C_H con probabilidad q y C_L con probabilidad $(1 - q)$; la utilidad esperada óptima del agente representativo es igual a:

$$U_e^* = q \ln C^* + (1 - q) \ln \alpha C^* \quad (14)$$

$$U_e^* = q \ln C^* + \ln \alpha C^* - q \ln \alpha C^*$$

$$U_e^* = q \ln C^* + \ln \alpha + \ln C^* - q \ln \alpha - q \ln C^*$$

$$U_e^* = \ln C^* + (1 - q) \ln \alpha$$

$$U_e^* = \ln \hat{Y}^\beta \left(\frac{DN}{M}\right)^{1-\beta} \left[\frac{\beta}{\omega}\right]^\beta + (1 - q) \ln \alpha$$

$$U_e^* = \beta \ln \hat{Y} + (1 - \beta) [\ln D + \ln N - \ln M] + \beta [\ln \beta - \ln \omega] + (1 - q) \ln \alpha \quad (15)$$

Definimos el bienestar social W como

$$W = M [\ln C^* + (1 - q) \ln \alpha] + q N \pi_H^* + (1 - q) N \pi_L^* \quad (16)$$

$$W = M \left[\ln \hat{Y}^\beta \left(\frac{DN}{M}\right)^{1-\beta} \left[\frac{\beta}{\omega}\right]^\beta + (1 - q) \ln \alpha \right] + q N d_H^{\frac{1}{1-\beta}} \frac{M\hat{Y}}{DN} (1 - \beta) + (1 - q) N d_L^{\frac{1}{1-\beta}} \frac{M\hat{Y}}{DN} (1 - \beta)$$

$$W = M [\beta \ln \hat{Y} + (1 - \beta) [\ln D + \ln N - \ln M] + \beta [\ln \beta - \ln \omega] + (1 - q) \ln \alpha] + M Y (1 - \beta) \quad (17)$$

Calibración:

Proponemos valores para los parámetros de nuestro modelo:

$$\hat{Y} = 20, M = 20, N = 20, d_H = 0.75, d_L = 0.50, \beta = 0.1, \omega = 2, \alpha = 0.1/0.5/0.9$$

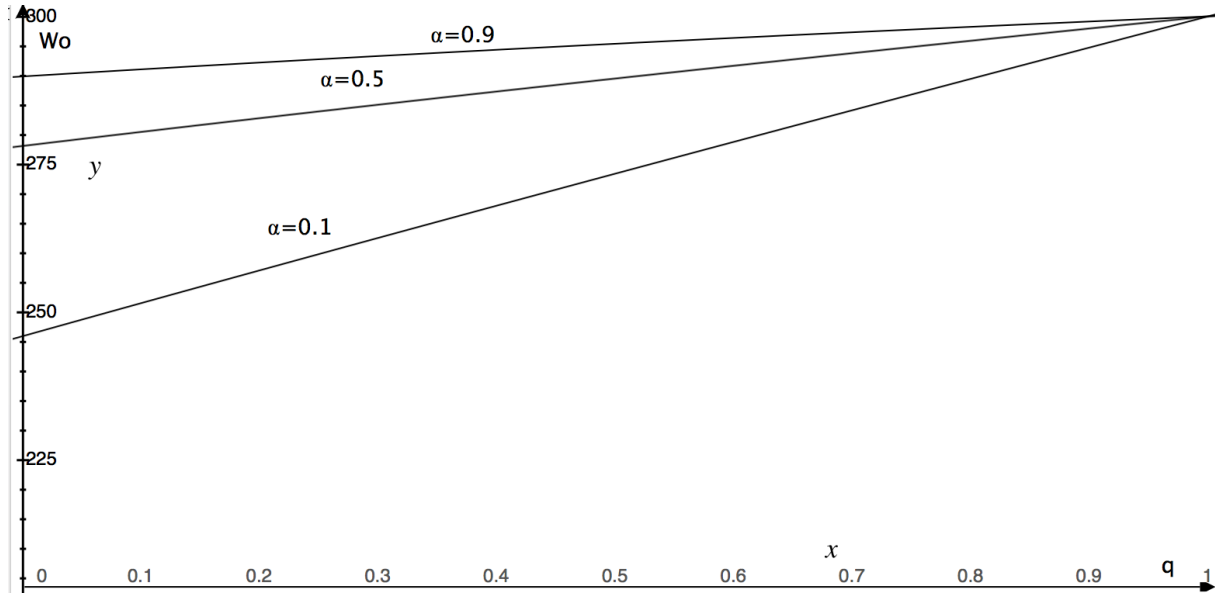
$$W = 20 [0.1 \ln \hat{Y} + (0.9) [\ln (0.26q + 0.46)] + 0.1 [\ln 0.1 - \ln 2] + (1 - q) \ln 0.1] + 400 \cdot 0.9$$

$$W = 5.99 + 18 [\ln (0.26q + 0.46)] - 59.9 - 46.051 + 46.05q + 360$$

$$W = 5.99 + 18 [\ln (0.26q + 0.46)] - 59.9 - 13.86 + 13.86q + 360$$

$$W = 5.99 + 18[\ln(0,26q + 0,46)] - 59.9 - 2.1 + 2.1q + 360$$

FIGURA 4: BIENESTAR MODELO SIN START UP (CASO 0)



Graficamos el bienestar para diferentes valores de α . A medida que el α aumenta, el bienestar aumenta. Podemos concluir que cuando la valoración de un viaje de mala calidad C_L se acerca a la valoración de un viaje de alta C_H aumenta el bienestar.

Estática Comparativa

Analizamos cómo varían los beneficios óptimos de equilibrio π_H^* y π_L^* , la utilidad óptima del agente representativo esperada U_e^* y el bienestar W cuando cambian los diferentes parámetros del modelo $\alpha, q, N, d_H, d_L, \omega, \beta, M$.

Precio

$$\frac{dP^*}{dq} = -\left[\frac{M\hat{Y}}{N}\right]^{1-\beta} \left[\frac{\omega}{\beta}\right]^\beta \frac{1}{D^2} [d_H^{\frac{1}{1-\beta}} - d_L^{\frac{1}{1-\beta}}] < 0$$

→ Cuando aumenta la probabilidad de que un prestador sea de calidad $i = H$, cae el precio de equilibrio. Más oferta, menor precio.

$$\frac{dP^*}{dd_H} = -\left[\frac{M\hat{Y}}{N}\right]^{1-\beta} \left[\frac{\omega}{\beta}\right]^\beta \frac{1}{D^2} \frac{q}{(1-\beta)} d_H^{\frac{\beta}{1-\beta}} < 0$$

→ Cuando aumenta la productividad d_H , cae el precio de equilibrio.

$$\frac{dP^*}{dd_L} = -\left[\frac{M\hat{Y}}{N}\right]^{1-\beta} \left[\frac{\omega}{\beta}\right]^\beta \frac{1}{D^2} \frac{(1-q)}{(1-\beta)} d_L^{\frac{\beta}{1-\beta}} < 0$$

→ Cuando aumenta la productividad d_L , cae el precio de equilibrio.

$$\frac{dP^*}{dN} = -\left[\frac{M\hat{Y}}{D}\right]^{1-\beta} \left[\frac{\omega}{\beta}\right]^\beta \frac{1}{N^2} < 0$$

→ Cuando aumenta la oferta de conductores N , cae el precio de equilibrio.

$$\frac{dP^*}{dM} = \left[\frac{\hat{Y}}{DN}\right]^{1-\beta} \left[\frac{\omega}{\beta}\right]^\beta > 0$$

→ Cuando aumenta la cantidad de consumidores M , aumenta el precio de equilibrio.

$$\frac{dP^*}{d\omega} = \left[\frac{M\hat{Y}}{DN}\right]^{1-\beta} \frac{1}{\beta} \left[\frac{\omega}{\beta}\right]^{\beta-1} > 0$$

→ Cuando aumenta el costo ω que enfrenta el conductor, aumenta el precio de equilibrio.

Beneficios $i = H$

$$\pi_H^* = d_H^{\frac{1}{1-\beta}} \frac{M\hat{Y}}{DN} (1-\beta)$$

$$D(q, d_H, d_L, \beta) = qd_H^{\frac{1}{1-\beta}} + (1-q)d_L^{\frac{1}{1-\beta}}$$

$$\frac{d\pi_H^*}{dq} = \frac{d\pi_H^*}{dD} \frac{dD}{dq}$$

$$\frac{d\pi_H^*}{dq} = -d_H^{\frac{1}{1-\beta}} \frac{M\hat{Y}}{ND^2} (1-\beta) [d_H^{\frac{1}{1-\beta}} - d_L^{\frac{1}{1-\beta}}] < 0$$

→ Cuando aumenta la probabilidad de que un prestador sea de calidad $i = H$, caen los beneficios π_H^* . El aumento de q lleva a una caída del precio porque aumenta la producción total de la economía (más productivos altos); ergo, una caída en los beneficios π_H^* .

$$\frac{d\pi_H^*}{dN} = -d_H^{\frac{1}{1-\beta}} \frac{M\hat{Y}}{DN^2} (1-\beta) < 0$$

→ Cuando aumenta la cantidad de prestadores de servicios N , caen los beneficios π_H^* . Aumenta la oferta de conductores y, por lo tanto, el precio de equilibrio cae.

$$\begin{aligned} \frac{d\pi_H^*}{dd_H} &= \frac{1}{1-\beta} d_H^{\frac{\beta}{1-\beta}} \frac{M\hat{Y}}{DN} (1-\beta) - d_H^{\frac{1}{1-\beta}} \frac{MY}{ND^2} (1-\beta)q \frac{1}{1-\beta} d_H^{\frac{\beta}{1-\beta}} \\ \frac{d\pi_H^*}{dd_H} &= d_H^{\frac{\beta}{1-\beta}} \frac{M\hat{Y}}{DN} - d_H^{\frac{1}{1-\beta}} \frac{MY}{ND^2} q d_H^{\frac{\beta}{1-\beta}} \\ \frac{d\pi_H^*}{dd_H} &= d_H^{\frac{\beta}{1-\beta}} \frac{MY}{ND^2} (D - d_H^{\frac{1}{1-\beta}} q) \\ \frac{d\pi_H^*}{dd_H} &= d_H^{\frac{\beta}{1-\beta}} \frac{MY}{ND^2} (q d_H^{\frac{1}{1-\beta}} + (1-q) d_L^{\frac{1}{1-\beta}} - d_H^{\frac{1}{1-\beta}} q) \\ \frac{d\pi_H^*}{dd_H} &= d_H^{\frac{\beta}{1-\beta}} \frac{MY}{ND^2} (1-q) d_L^{\frac{1}{1-\beta}} > 0 \end{aligned}$$

→ Cuando aumenta d_H , aumentan los beneficios π_H^* . d_H es interpretado como la productividad de los conductores de alta calidad. Precio cae pero su producción es mayor. Predomina la mayor cantidad producida que la caída en el precio.

$$\frac{d\pi_H^*}{dd_L} = -d_H^{\frac{1}{1-\beta}} \frac{MY}{ND^2} (1-\beta)(1-q) \frac{1}{1-\beta} d_L^{\frac{\beta}{1-\beta}} < 0$$

→ Cuando aumenta la productividad de los conductores de mala calidad d_L , caen los beneficios de π_H^* porque aumentar d_L cae el precio pero su cantidad producida es la misma.

$$\frac{d\pi_H^*}{dM} = d_H^{\frac{1}{1-\beta}} \frac{\hat{Y}}{DN} (1-\beta) > 0$$

→ Cuando aumenta la cantidad de consumidores M , aumentan los beneficios π_H^* . Aumenta la demanda de viajes, por lo tanto, aumenta el precio de equilibrio; Ergo, π_H^* .

Beneficios $i = L$

$$\frac{d\pi_L^*}{dq} = \frac{d\pi_L^*}{dD} \frac{dD}{dq}$$

$$\frac{d\pi_L^*}{dq} = -d_L^{\frac{1}{1-\beta}} \frac{M\hat{Y}}{ND^2} (1-\beta) [d_H^{\frac{1}{1-\beta}} - d_L^{\frac{1}{1-\beta}}] < 0$$

→ Cuando aumenta la probabilidad de que un prestador sea de calidad $i = H$, caen los beneficios π_L^* . Aumenta la producción total porque hay más proporción de buenos, cae el precio de mercado, caen sus beneficios.

$$\frac{d\pi_L^*}{dN} = -d_L^{\frac{1}{1-\beta}} \frac{M\hat{Y}}{DN^2} (1-\beta) < 0$$

→ Cuando aumenta la cantidad de prestadores de servicios N , caen los beneficios π_L^* .

$$\frac{d\pi_L^*}{dd_L} = \frac{1}{1-\beta} d_L^{\frac{\beta}{1-\beta}} \frac{M\hat{Y}}{DN} (1-\beta) - d_L^{\frac{1}{1-\beta}} \frac{MY}{ND^2} (1-\beta)(1-q) \frac{1}{1-\beta} d_L^{\frac{\beta}{1-\beta}}$$

$$\frac{d\pi_L^*}{dd_L} = d_L^{\frac{\beta}{1-\beta}} \frac{M\hat{Y}}{DN} - d_L^{\frac{1}{1-\beta}} \frac{MY}{ND^2} (1-q) d_L^{\frac{\beta}{1-\beta}}$$

$$\frac{d\pi_L^*}{dd_L} = d_L^{\frac{\beta}{1-\beta}} \frac{MY}{ND^2} (D - d_L^{\frac{1}{1-\beta}} (1-q))$$

$$\frac{d\pi_L^*}{dd_L} = d_L^{\frac{\beta}{1-\beta}} \frac{MY}{ND^2} (qd_H^{\frac{1}{1-\beta}} + (1-q)d_L^{\frac{1}{1-\beta}} - d_L^{\frac{1}{1-\beta}} (1-q))$$

$$\frac{d\pi_L^*}{dd_L} = d_H^{\frac{\beta}{1-\beta}} \frac{MY}{ND^2} q d_H^{\frac{1}{1-\beta}} > 0$$

→ Cuando aumenta la productividad de los conductores d_L , aumentan los beneficios π_L^* porque si bien cae el precio aumenta su cantidad producida. Predomina el aumento en su cantidad producida que la caída en el precio.

$$\frac{d\pi_L^*}{dd_H} = -d_L^{\frac{1}{1-\beta}} \frac{MY}{ND^2} (1-\beta) q \frac{1}{1-\beta} d_H^{\frac{\beta}{1-\beta}} < 0$$

→ Cuando aumenta d_H , caen los beneficios π_L^* porque caen el precio de mercado y su cantidad producida es la misma.

$$\frac{d\pi_L^*}{dM} = d_L^{\frac{1}{1-\beta}} \frac{\hat{Y}}{DN} (1-\beta) > 0$$

→ Cuando aumenta la cantidad de consumidores M , aumentan los beneficios π_L^* . Aumenta la demanda de viajes, por lo tanto, aumenta el precio de equilibrio; Ergo, π_H^* .

Utilidad Esperada

$$\frac{dU_e^*}{d\alpha} = \frac{(1-q)}{\alpha} > 0$$

→ Cuando aumenta α , aumenta la utilidad esperada. $\alpha \in [0; 1]$ y $C_L = \alpha C_H$, por lo tanto, un aumento de α implica que valoran más a los conductores de mala calidad, y esto genera un shock positivo a la utilidad esperada.

$$\frac{dU_e^*}{dq} = \frac{(1-\beta)}{D} [d_H^{\frac{1}{1-\beta}} - d_L^{\frac{1}{1-\beta}}] - \ln \alpha > 0$$

→ Cuando aumenta la probabilidad q de que el prestador de servicios sea de alta calidad H , aumenta la utilidad esperada del agente representativo.

$$\frac{dU_e^*}{dN} = \frac{(1-\beta)}{N} > 0$$

→ Cuando aumenta la cantidad de prestadores de servicio N , aumenta la utilidad esperada del agente representativo ya que cae el precio.

$$\frac{dU_e^*}{dd_H} = \frac{(1-\beta)}{D} q \frac{1}{1-\beta} d_H^{\frac{\beta}{1-\beta}} > 0$$

→ Cuando aumenta la productividad d_H , aumenta la utilidad esperada de los consumidores.

$$\frac{dU_e^*}{dd_L} = \frac{(1-\beta)}{D} (1-q) \frac{1}{1-\beta} d_L^{\frac{\beta}{1-\beta}} > 0$$

→ Cuando aumenta la productividad d_L , aumenta la utilidad esperada de los pasajeros.

$$\frac{dU_e^*}{d\omega} = \frac{-\beta}{\omega} < 0$$

→ Cuando aumenta el costo de proveer servicios ω , aumenta el precio y por ende, cae la utilidad esperada del agente representativo.

$$\frac{dU_e^*}{dM} = \frac{-(1-\beta)}{M} < 0$$

→ Cuando aumenta la cantidad de consumidores M , cae la utilidad esperada del agente representativo ya que aumenta el precio.

Bienestar Agregado

$$\frac{dW}{d\alpha} = \frac{M(1-q)}{\alpha} > 0$$

→ Cuando aumenta α , aumenta el bienestar de la economía.

$$\begin{aligned} \frac{dW}{dq} &= \frac{M(1-\beta)}{D} [d_H^{\frac{1}{1-\beta}} - d_L^{\frac{1}{1-\beta}}] - \ln \alpha - Nq d_H^{\frac{1}{1-\beta}} \frac{M\hat{Y}}{ND^2} (1-\beta) [d_H^{\frac{1}{1-\beta}} - d_L^{\frac{1}{1-\beta}}] - N(1 \\ &\quad - q) \\ &\quad - Nq d_H^{\frac{1}{1-\beta}} \frac{M\hat{Y}}{ND^2} (1-\beta) [d_H^{\frac{1}{1-\beta}} - d_L^{\frac{1}{1-\beta}}] - N(1-q) d_L^{\frac{1}{1-\beta}} \frac{M\hat{Y}}{ND^2} (1-\beta) [d_H^{\frac{1}{1-\beta}} - d_L^{\frac{1}{1-\beta}}] \\ &\geq 0 \end{aligned}$$

→ Cuando aumenta la frecuencia de conductores de buena calidad q , aumenta el bienestar de la economía.

$$\begin{aligned} \frac{dW}{dN} &= M \frac{(1-\beta)}{N} - Nq d_H^{\frac{1}{1-\beta}} \frac{M\hat{Y}}{DN^2} (1-\beta) - (1-q) N d_L^{\frac{1}{1-\beta}} \frac{M\hat{Y}}{DN^2} (1-\beta) \\ \frac{dW}{dN} &= M \frac{(1-\beta)}{N} - \frac{M\hat{Y}}{DN} (1-\beta) [q d_H^{\frac{1}{1-\beta}} + (1-q) d_L^{\frac{1}{1-\beta}}] \\ \frac{dW}{dN} &= M \frac{(1-\beta)}{N} - \frac{M\hat{Y}}{N} (1-\beta) \\ \frac{dW}{dN} &= \frac{M(1-\beta)}{N} (1-\hat{Y}) < 0 \end{aligned}$$

→ Cuando aumenta N , aumenta la oferta de prestadores de servicio. Cae el precio de equilibrio y, por ende, aumenta la utilidad del agente representativo y caen los beneficios de los prestadores de servicio. La caída en los beneficios es mayor que el aumento de la utilidad, por lo tanto, cae el bienestar de la economía.

$$\begin{aligned} \frac{dW}{dd_H} &= M \frac{(1-\beta)}{D} q \frac{1}{1-\beta} d_H^{\frac{\beta}{1-\beta}} + Nq d_H^{\frac{\beta}{1-\beta}} \frac{MY}{ND^2} (1-q) d_L^{\frac{1}{1-\beta}} - N(1 \\ &\quad - q) d_L^{\frac{1}{1-\beta}} \frac{MY}{ND^2} q d_H^{\frac{\beta}{1-\beta}} \\ \frac{dW}{dd_H} &= M \frac{(1-\beta)}{D} q \frac{1}{1-\beta} d_H^{\frac{\beta}{1-\beta}} > 0 \end{aligned}$$

→ Cuando aumenta la productividad d_H , aumenta la productividad de la economía en general, y por lo tanto, aumenta el bienestar agregado.

$$\frac{dW}{dd_L} = \frac{(1-\beta)}{D} (1-q) \frac{1}{1-\beta} d_L^{\frac{\beta}{1-\beta}} > 0$$

→ Cuando aumenta d_L , aumenta la productividad de la economía en general, y por lo tanto, aumenta el bienestar agregado

$$\frac{dW}{d\omega} = \frac{-M\beta}{\omega} < 0$$

→ Cuando aumenta el costo de proveer el servicio ω , aumenta el precio y cae la oferta de los conductores en la misma magnitud. Dicho efecto se cancela para los conductores (es decir, los beneficios no dependen de ω). Los consumidores tienen un shock negativo a la utilidad por el aumento del precio y, por lo tanto, cae el bienestar agregado.

$$\frac{dW}{dM} = \frac{-M(1-\beta)}{M} - \ln M + Nqd_H^{\frac{1}{1-\beta}} \frac{\hat{Y}}{DN} (1-\beta) + N(1-q)d_L^{\frac{1}{1-\beta}} \frac{\hat{Y}}{DN} (1-\beta)$$

$$\frac{dW}{dM} = \frac{-M(1-\beta)}{M} - \ln M + N \frac{\hat{Y}}{DN} (1-\beta) [qd_H^{\frac{1}{1-\beta}} + (1-q)d_L^{\frac{1}{1-\beta}}]$$

$$\frac{dW}{dM} = -(1-\beta) - \ln M + \hat{Y}(1-\beta)$$

$$\frac{dW}{dM} = (1-\beta)(\hat{Y} - 1) - \ln M > 0$$

→ Cuando aumenta la cantidad de consumidores M , aumenta la demanda y aumenta el precio de equilibrio y, por ende, cae la utilidad del agente representativo y aumentan los beneficios de los prestadores de servicio. El aumento en los beneficios es mayor que la caída de la utilidad, por lo tanto, aumenta el bienestar de la economía.

SELECCIÓN ADVERSA EN UN MERCADO CON START-UPS

Incluiremos en nuestro modelo una start-up para abordar la problemática de dichas empresas hoy en día.

En este nuevo contexto, contamos con una start-up que proporciona a sus clientes una red de transporte privado. Conecta a los pasajeros con los conductores de vehículos registrados en su servicio los cuales ofrecen un servicio de transporte a particulares. La start up cuenta con un sistema de críticas por parte de los consumidores, es decir que es posible identificar aquellos conductores de alta

calidad y baja calidad. Eventualmente, en la start up se encontraran solo conductores de alta calidad y en el libre mercado sólo conductores de mala calidad.

El pasajero elige la canasta servicios que maximizan su bienestar (utilidad) dentro del conjunto de canastas de servicios factibles. Igual que en el modelo anterior, vamos a tratar un caso en que las limitaciones que enfrenta el pasajero pueden expresarse en forma de restricción presupuestaria: el pasajero dispone de una cierta renta monetaria \hat{Y} , que puede utilizar para adquirir servicios a los precios del mercado.

Además, consideramos que el consumidor puede elegir entre tomar un servicio de las start up C_U o demandar en el libre mercado C_M . Nuevamente en el libre mercado contamos con conductores C_H (calidad alta) con probabilidad q y C_L (calidad baja) con probabilidad $(1 - q)$. Si el pasajero decide utilizar el servicio de la start up elimina su incertidumbre acerca de la calidad del servicio ya que en la plataforma solo se encuentran conductores de alta calidad. De lo contrario, el pasajero demandará en el libre mercado un conductor de mala calidad.

Nuevamente asumimos que en el mercado se encuentran M pasajeros idénticos y N conductores.

Denotaremos como P_U el precio del servicio de la start-up y P_M el precio único por el servicio en el libre mercado.

Igual que en el modelo sin start up, vamos a considerar una sub-utilidad de nuestra variable de interés C , donde

$$\begin{aligned} \text{Max } U(C) &= \ln C \\ \text{sujeto a} \\ \hat{Y} &= PC \end{aligned}$$

Por simplicidad tomemos que la start up es Uber.

En este nuevo modelo, nos vamos a encontrar con 3 casos diferentes.

CASO 1

Asumimos que la utilidad derivada de demandar un viaje de alta calidad en Uber es mayor a la utilidad de demandar un viaje de baja calidad en el mercado libre, dados los precios y los parámetros del modelo. Es decir, $U_U^* > U_M^*$.

Por lo tanto, el consumidor decidirá gastar todo su ingreso \hat{Y} en el servicio de transporte privado Uber.

De aquí en adelante, asumimos que los prestadores de servicio de calidad $i = H$ se afilian a la red de transporte privada ya que el beneficio de ofrecer el servicio H en el mercado con start up es mayor al beneficio de hacerlo en el libre mercado. Es decir, $\pi_H^U > \pi_H^M$.

Problema del Pasajero

Las demanda agregadas del consumidor representativo serán:

$$C_H = \frac{\hat{Y}}{P_U}(1)$$

$$C_L = 0(2)$$

Problema del Conductor

La start up le cobra a los conductores afiliados un costo marginal adicional F . El objetivo del conductor i es maximizar sus beneficios. Nuevamente, cada conductor cuenta con una función de producción de la forma:

$$X_i = d_i e_i^\beta$$

donde e_i representa el esfuerzo del conductor de proveer el servicio, d_i representa la productividad que varía de acuerdo a la calidad del producto de forma $d_H > d_L$ y $\beta \in (0,1)$.

Las conductores afiliadas a la start up tienen un costo de $(\omega + F)$ por unidad de esfuerzo, idéntico para todos los conductores, determinado exógenamente.

Los conductores fuera de la start up continúan teniendo un costo ω por unidad de esfuerzo, idéntico para todos los conductores, determinado exógenamente.

Por ende, los conductores afiliados a las start up maximizan:

$$Max_{e_H} \pi = Max_{e_H} (P_U d_H e_H^\beta - (\omega + F) e_H)$$

Derivamos las Condiciones de Primer Orden (CPO) que caracterizan el problema del conductor porque el problema está bien definido y la función objetivo es convexa.

$$\begin{aligned} \frac{d\pi}{de_H} &= \beta P_U d_H e_H^{\beta-1} - (\omega + F) = 0 \\ \rightarrow \beta P_U d_H e_H^{\beta-1} &= (\omega + F) \\ e_H^{\beta-1} &= \frac{(\omega + F)}{\beta P_U d_H} \\ e_H^* &= \frac{(\omega + F)^{\frac{1}{\beta-1}}}{\beta P_U d_H} \quad (3) \end{aligned}$$

Determinamos el equilibrio para esta economía

El equilibrio de los afiliados a la plataforma de transporte queda definido por la demanda agregada y oferta agregada de los afiliados a la start up: H

$$\begin{aligned} MC_H &= Nq d_H e_H^\beta \\ MC_H &= Nq d_H \frac{(\omega + F)^{\frac{1}{\beta-1}}}{\beta P_U d_H} \quad \beta \\ MC_H &= Nq d_H \frac{(\omega + F)^{\frac{\beta}{\beta-1}}}{\beta P_U d_H} \\ M \frac{\hat{Y}}{P_U} &= Nq d_H \frac{(\omega + F)^{\frac{\beta}{\beta-1}}}{\beta P_U d_H} \\ M \frac{\hat{Y}}{P_U} &= Nq d_H \frac{(\omega + F)^{\frac{\beta}{\beta-1}}}{\beta d_H} \frac{1}{P_U} \\ \frac{P_U^{\frac{\beta}{\beta-1}}}{P_U} &= \frac{N q}{M \hat{Y}} \frac{d_H}{d_H^{\frac{\beta}{\beta-1}}} \frac{(\omega + F)^{\frac{\beta}{\beta-1}}}{\beta} \\ P_U^{\frac{1}{\beta-1}} &= \frac{N q}{M \hat{Y}} d_H^{\frac{-1}{\beta-1}} \frac{(\omega + F)^{\frac{\beta}{\beta-1}}}{\beta} \end{aligned}$$

$$P_U = \left(\frac{N}{M\hat{Y}} q d_H^{\frac{-1}{(\beta-1)}} \frac{(\omega + F)^{\frac{\beta}{(\beta-1)}}}{\beta} \right)^{\beta-1}$$

$$P_U^* = \frac{1}{d_H} \left(\frac{M\hat{Y}}{Nq} \right)^{1-\beta} \left(\frac{\omega+F}{\beta} \right)^{\beta} \quad (4)$$

Una vez definido el P^* determinamos el consumo óptimo de equilibrio C^* , el esfuerzo óptimo de equilibrio e_H^* y la cantidad óptima de equilibrio X_H^* .

Recordamos que $C_H^* = \frac{\hat{Y}}{P_U^*}$

Luego,

$$C_H^* = \frac{\hat{Y}}{\frac{1}{d_H} \left(\frac{N}{M\hat{Y}} q \right)^{\beta-1} \left(\frac{\omega+F}{\beta} \right)^{\beta}} \quad (5)$$

$$C_H^* = \hat{Y} d_H \left(\frac{N}{M\hat{Y}} q \right)^{-(\beta-1)} \left(\frac{\omega + F}{\beta} \right)^{-\beta}$$

$$C_H^* = \hat{Y} d_H \left(\frac{N}{M\hat{Y}} q \right)^{1-\beta} \left(\frac{\beta}{\omega + F} \right)^{\beta}$$

$$C_H^* = \hat{Y}^{1-1+\beta} d_H \left(\frac{N}{M} q \right)^{1-\beta} \left(\frac{\beta}{\omega + F} \right)^{\beta}$$

$$C_H^* = \hat{Y}^{\beta} d_H \left(\frac{N}{M} q \right)^{1-\beta} \left(\frac{\beta}{\omega + F} \right)^{\beta}$$

$$C_H^* = d_H \left(\frac{N}{M} q \right)^{1-\beta} \left(\frac{\hat{Y}\beta}{\omega+F} \right)^{\beta} \quad (6)$$

Recordando que $e_H^* = \left[\frac{(\omega+F)}{\beta P_U d_H} \right]^{\frac{1}{(\beta-1)}}$

Luego,

$$e_H^* = \frac{(\omega+F)}{\beta d_H \frac{1}{d_H} \left(\frac{N}{M\hat{Y}} q \right)^{\beta-1} \left(\frac{\omega+F}{\beta} \right)^{\beta}}^{\frac{1}{(\beta-1)}} \quad (7)$$

$$e_H^* = \frac{(\omega + F)^{\frac{1}{\beta-1}}}{\beta} \frac{\beta}{\beta-1} \frac{M\hat{Y}}{Nq}$$

$$e_H^* = \frac{(\omega + F)^{\frac{1-\beta}{\beta-1}} M \hat{Y}}{\beta N q}$$

$$e_H^* = \frac{\beta}{(\omega + F)} \frac{M \hat{Y}}{N q}$$

$$e_H^* = \frac{\beta}{(\omega + F)} \frac{M \hat{Y}}{N q} (8)$$

Recordamos que $X_i^* = d_i e^{*\beta}$

$$X_H^* = d_H \left[\frac{\beta}{(\omega + F)} \frac{M \hat{Y}}{N q} \right]^\beta (9)$$

Por último, podemos derivar los beneficios óptimos de equilibrio π_H^* (los cuales todos operan en Uber) y la utilidad óptima del agente representativo U^* .

Los beneficios para los conductores de buena calidad (todos operan en Uber) son

$$\pi_H^* = P_U^* X_H^* - (\omega + F) e_H^*$$

$$\pi_H^* = \frac{1}{d_H} \left(\frac{N q}{M \hat{Y}} \right)^{\beta-1} \left(\frac{\omega + F}{\beta} \right)^\beta d_H \left(\frac{\beta}{(\omega + F)} \right)^\beta \left(\frac{M \hat{Y}}{N q} \right)^\beta - (\omega + F) \frac{\beta}{(\omega + F)} \frac{M \hat{Y}}{N q} d_H^{\frac{-2}{\beta-1}} (10)$$

$$\pi_H^* = \left(\frac{N q}{M \hat{Y}} \right)^{\beta-1-\beta} \left(\frac{\omega + F}{\beta} \right)^{\beta-\beta} - (\omega + F) \frac{\beta}{(\omega + F)} \frac{M \hat{Y}}{N q}$$

$$\pi_H^* = \left(\frac{N q}{M \hat{Y}} \right)^{-1} - \beta \frac{M \hat{Y}}{N q}$$

$$\pi_H^* = \left(\frac{M \hat{Y}}{N q} \right) - \beta \frac{M \hat{Y}}{N q}$$

$$\pi_H^* = \frac{M \hat{Y}}{N q} [1 - \beta] (11)$$

La utilidad del agente representativo es $U^* = \ln(C_H^*)$

$$U^* = \ln \left(d_H \left(\frac{N q}{M} \right)^{1-\beta} \left(\frac{\hat{Y} \beta}{\omega + F} \right)^\beta \right) (12)$$

$$U^* = \ln d_H + (1 - \beta) [\ln N + \ln q - \ln M] + \beta [\ln \hat{Y} + \ln \beta - \ln (\omega + F)] (13)$$

Definimos el bienestar social W como

$$W = M \ln C_H^* + Nq \pi_H^* \quad (14)$$

$$W = M \{ \ln d_H + (1 - \beta) [\ln N + \ln q - \ln M] + \beta [\ln \hat{Y} + \ln \beta - \ln (\omega + F)] \} + Nq \frac{MY}{Nq} [1 - \beta] \quad (15)$$

Estática comparativa

Cómo varían los beneficios óptimos de equilibrio π_H^* , la utilidad óptima del agente representativo U^* y el bienestar W cuando cambian los diferentes parámetros del modelo $\alpha, q, N, d_H, \omega, \beta, M, F$.

Beneficios $i = H$

$$\frac{d\pi_H^*}{dq} = [1 - \beta] \frac{-M\hat{Y}N}{(Nq)^2}$$

$$\frac{d\pi_H^*}{dq} = [1 - \beta] \frac{-M\hat{Y}}{Nq^2} < 0$$

→ Cuando aumenta la frecuencia de autos de calidad $i = H$, cae el precio de equilibrio y, por ende, caen los beneficios π_H^*

$$\frac{d\pi_H^*}{dN} = [1 - \beta] \frac{-M\hat{Y}q}{(Nq)^2}$$

$$\frac{d\pi_H^*}{dN} = [1 - \beta] \frac{-M\hat{Y}}{qN^2} < 0$$

→ Cuando aumenta el número de proveedores de servicios N , cae el precio de equilibrio y, por ende, caen los beneficios π_H^*

$$\frac{d\pi_H^*}{dM} = \frac{\hat{Y}}{Nq} [1 - \beta] > 0$$

→ Cuando aumenta la cantidad de consumidores M , aumenta el precio de equilibrio y, por ende, aumentan los beneficios π_H^*

Utilidad

$$\frac{dU^*}{dq} = \frac{(1 - \beta)}{q} > 0$$

→ Cuando aumenta la probabilidad q que un conductor sea de calidad $i = H$, cae el precio de equilibrio y aumenta la utilidad del agente representativo.

$$\frac{dU^*}{dd_H} = \frac{1}{d_H} > 0$$

→ Cuando aumenta la productividad de los conductores de alta calidad d_H , cae el precio de equilibrio y, por lo tanto, aumenta la utilidad del agente representativo.

$$\frac{dU^*}{dN} = \frac{(1 - \beta)}{N} > 0$$

→ Cuando aumenta el número de proveedores de servicios N , cae el precio de equilibrio y, por lo tanto, aumenta la utilidad del agente representativo.

$$\frac{dU^*}{dM} = \frac{-(1 - \beta)}{M} < 0$$

→ Cuando aumenta el número de consumidores M , aumenta el precio de equilibrio y, por lo tanto, cae la utilidad del agente representativo.

$$\frac{dU^*}{d(\omega + F)} = \frac{-\beta}{(\omega + F)} < 0$$

→ Cuando aumentan los costos de proveer el servicio $(\omega + F)$, aumenta el precio de equilibrio y, por lo tanto, cae la utilidad del agente representativo.

Bienestar

$$\frac{dW}{dN} = \frac{M(1 - \beta)}{N} + q \frac{M\hat{Y}}{Nq} [1 - \beta] + N [1 - \beta] \frac{-M\hat{Y}}{qN^2}$$

$$\frac{dW}{dN} = \frac{M(1 - \beta)}{N} + \frac{M\hat{Y}}{Nq} [1 - \beta][q - 1]$$

$$\frac{dW}{dN} = \frac{M(1 - \beta)}{N} \left[1 + \frac{\hat{Y}(q - 1)}{q} \right] < 0$$

$$1 < \left| \frac{\hat{Y}(q-1)}{q} \right|$$

$$q < |\hat{Y}q - \hat{Y}|$$

→ Cuando aumenta el número de proveedores de servicio N , cae el precio de equilibrio. La utilidad del agente representativo aumenta, mientras que los beneficios de los conductores caen. La caída en los beneficios es mayor al aumento de la utilidad, por lo tanto, cae el bienestar agregado.

$$\frac{dW}{dd_H} = \frac{M}{d_H} > 0$$

→ Cuando aumenta la productividad d_H , aumenta la productividad de la economía en general y, por lo tanto, aumenta el bienestar agregado.

$$\frac{dW}{d(\omega + F)} = \frac{-M\beta}{(\omega + F)} < 0$$

→ Cuando aumentan los costos la productividad $(\omega + F)$, aumenta el precio y cae la oferta de los conductores en la misma magnitud. Dicho efecto se cancela para los conductores (es decir, los beneficios no dependen de $(\omega + F)$). Los consumidores tienen un shock negativo a la utilidad por el aumento del precio y, por lo tanto, cae el bienestar agregado.

$$\frac{dW}{dq} = \frac{M(1-\beta)}{q} + N \frac{M\hat{Y}}{Nq} [1 - \beta] + Nq [1 - \beta] \frac{-M\hat{Y}}{Nq^2}$$

$$\frac{dW}{dq} = \frac{M(1-\beta)}{q} + \frac{M\hat{Y}}{q} [1 - \beta] - [1 - \beta] \frac{M\hat{Y}}{q}$$

$$\frac{dW}{dq} = \frac{M(1-\beta)}{q} + \frac{M\hat{Y}}{q} [1 - \beta - 1]$$

$$\frac{dW}{dq} = \frac{M(1-\beta)}{q} - \frac{\beta M\hat{Y}}{q}$$

$$\frac{dW}{dq} = \frac{M}{q} (1 - \beta - \beta Y)$$

$$\frac{dW}{dq} = \frac{M}{q} (1 - \beta(1 + Y)) \text{CHEQUEAR SIGNO}$$

$$1 - \beta > \beta Y$$

$(1 - \beta)/\beta > Y$ ---> si β es muy chiquito se cumple.

→ Cuando aumenta q

$$\frac{dW}{dM} = \frac{M(1-\beta)}{q} (1 + \frac{\hat{Y}}{q} - \hat{Y}) < 0$$

→ Cuando aumentan la cantidad de consumidores M , aumenta la demanda y aumenta el precio de equilibrio y, por ende, cae la utilidad del agente representativo y aumentan los beneficios de los prestadores de servicio. El aumento en los beneficios es menor que la caída de la utilidad, por lo tanto, cae el bienestar agregado.

Resultados

Calibración: generamos valores para nuestros parámetros de los modelos

$$\hat{Y} = 50, M = 100, N = 100, \alpha = 0.25, d_H = 0.50, d_L = 0.25, \beta = 0.15, \omega = 10, F = 5$$

Podemos observar que el precio de Uber es mayor que el precio en el libre mercado (en el modelo sin start up). Dicha diferencia se debe al monto que el consumidor está dispuesto a pagar para eliminar la incertidumbre acerca de la calidad del servicio del conductor. También se debe al costo adicional de afiliarse a la start up que se traslada al consumidor.

Tenemos que

$$P_U^* = \frac{1}{d_H} \left(\frac{M\hat{Y}}{Nq} \right)^{1-\beta} \left(\frac{\omega+F}{\beta} \right)^\beta$$

$$P_U^* = \left(\frac{M\hat{Y}}{Nqd_H \frac{1}{1-\beta}} \right)^{1-\beta} \left(\frac{\omega+F}{\beta} \right)^\beta$$

$$P^* = \left[\frac{M\hat{Y}}{N[qd_H \frac{1}{1-\beta} + (1-q)d_L \frac{1}{1-\beta}]} \right]^{1-\beta} \left[\frac{\omega}{\beta} \right]^\beta$$

$$ND(q, d_i, \beta) > Nqd_H \frac{1}{1-\beta}$$

$$N[qd_H \frac{1}{1-\beta} + (1-q)d_L \frac{1}{1-\beta}] > Nqd_H \frac{1}{1-\beta}$$

$$qd_H \frac{1}{1-\beta} + (1-q)d_L \frac{1}{1-\beta} > qd_H \frac{1}{1-\beta}$$

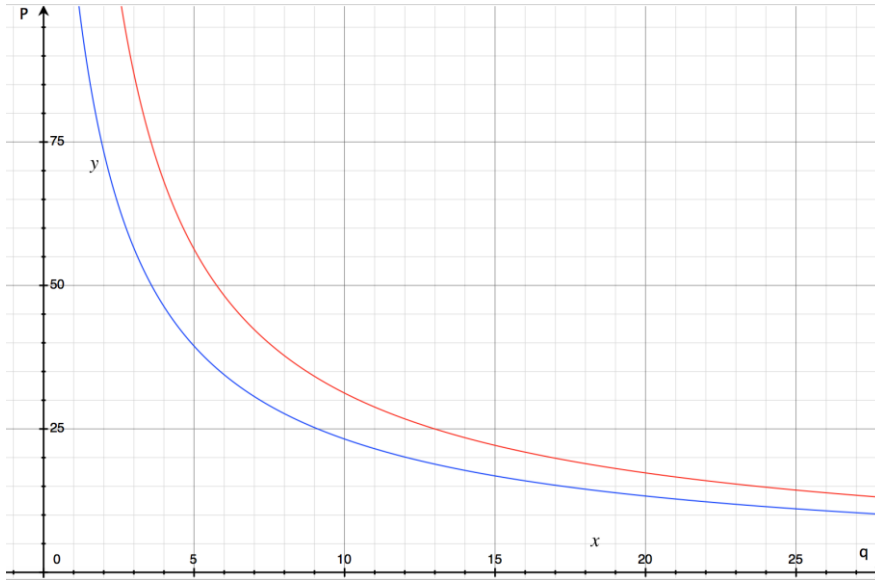
$$qd_H \frac{1}{1-\beta} + d_L \frac{1}{1-\beta} - qd_L \frac{1}{1-\beta} > qd_H \frac{1}{1-\beta}$$

$$d_L \frac{1}{1-\beta} > qd_L \frac{1}{1-\beta}$$

$$1 > q$$

$$P_U^* = \frac{1}{0,50} \left(\frac{50}{q0,50^{1,17}} \right)^{0,85} (100)^{0,15}$$

$$P^* = \left[\frac{50}{[q0,50^{1,17} + (1 - q)0,25^{1,17}]} \right]^{0,85} \left[\frac{10}{0,15} \right]^{0,15}$$



Podemos ver que $P_U^*(\text{curva roja}) > P^*(\text{curva azul}) \forall q$

Con respecto a los beneficios de los conductores, en este caso, $N(1 - q)$ conductores de calidad baja tienen beneficios nulos ya que la demanda por sus servicios es no existente. Los Nq conductores de alta calidad en Uber tienen beneficios mayores que los conductores de alta calidad en el modelo sin start up cuando $q \in (0; 0,93)$. Esto se debe a que gracias a Uber los conductores pueden revelar la calidad del servicio ex-ante y, por lo tanto, cobrar un precio mayor por sus servicios acorde a su productividad d_H y no de acuerdo a la productividad media D . Cuando la probabilidad de $q > 0,93$, los conductores de buena calidad van a preferir operar en el libre mercado.

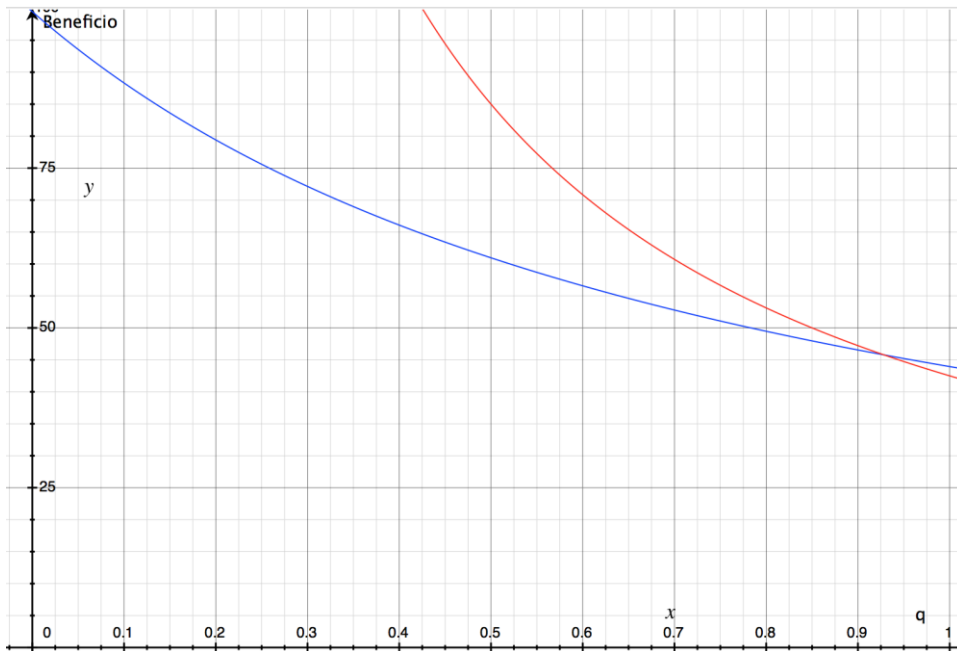
$$\pi_{HU}^* = \frac{M\hat{Y}}{Nq} [1 - \beta]$$

$$\pi_{HU}^* = d_H^{\frac{1}{1-\beta}} \frac{M\hat{Y}}{Nq d_H^{\frac{1}{1-\beta}}} [1 - \beta]$$

$$\pi_H^* = d_H^{\frac{1}{1-\beta}} \frac{M\hat{Y}}{N[qd_H^{\frac{1}{1-\beta}} + (1 - q)d_L^{\frac{1}{1-\beta}}]} (1 - \beta)$$

$$\pi_{HU}^* = \frac{50}{q} 0,85$$

$$\pi_H^* = 0,50^{1,7} \frac{50}{[q0,50^{1,17} + (1 - q)0,25^{1,17}]} 0,85$$



Podemos ver que π_{HU}^* (curva roja) $>$ π_H^* (curva azul) $\forall q \in [0; 0,93]$

Los beneficios agregados de la economía en el modelo con uber son iguales que los beneficios agregados en el mercado sin start up. Podemos interpretar que los conductores de alta calidad se apoderan de todo el mercado de proveedor de servicio.

$$\begin{aligned} \Pi_0 &= Nqd_H^{\frac{1}{1-\beta}} \frac{M\hat{Y}}{N[qd_H^{\frac{1}{1-\beta}} + (1-q)d_L^{\frac{1}{1-\beta}}]} (1-\beta) + N(1 - q)d_L^{\frac{1}{1-\beta}} \frac{M\hat{Y}}{N[qd_H^{\frac{1}{1-\beta}} + (1-q)d_L^{\frac{1}{1-\beta}}]} (1-\beta) \\ \Pi_0 &= qd_H^{\frac{1}{1-\beta}} \frac{M\hat{Y}}{[qd_H^{\frac{1}{1-\beta}} + (1-q)d_L^{\frac{1}{1-\beta}}]} (1-\beta) + (1 - q)d_L^{\frac{1}{1-\beta}} \frac{M\hat{Y}}{[qd_H^{\frac{1}{1-\beta}} + (1-q)d_L^{\frac{1}{1-\beta}}]} (1-\beta) \\ \Pi_0 &= \frac{M\hat{Y}}{[qd_H^{\frac{1}{1-\beta}} + (1-q)d_L^{\frac{1}{1-\beta}}]} (1-\beta) [qd_H^{\frac{1}{1-\beta}} + (1-q)d_L^{\frac{1}{1-\beta}}] \\ \Pi_0 &= MY (1-\beta) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Pi_1 &= Nq\pi_{HU}^* \\ \Pi_1 &= Nqd_H^{\frac{1}{1-\beta}} \frac{M\hat{Y}}{Nq d_H^{\frac{1}{1-\beta}}} (1 - \beta) \\ \Pi_1 &= MY(1 - \beta)\end{aligned}$$

Por nuestro supuesto inicial sabemos que la $U_U^* > U_M^*$.

$$U^* = \ln d_H + (1 - \beta) [\ln N + \ln q - \ln M] + \beta \ln \hat{Y} + \beta \ln \beta - \beta \ln (\omega + F)$$

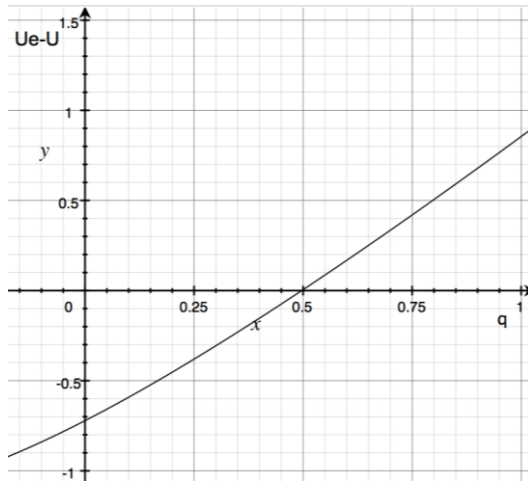
$$U_e^* = \beta \ln \hat{Y} + (1 - \beta) [\ln D + \ln N - \ln M] + \beta \ln \beta - \beta \ln \omega + (1 - q) \ln \alpha$$

$\Delta U = U^* - U_e^* = \ln d_H + (1 - \beta) [\ln q - \ln D] - \beta [\ln(\omega + F) + \ln \omega] - (1 - q) \ln \alpha > 0$
por supuesto.

Luego, $\ln 0,50 + 0,85[\ln q - \ln[q \cdot 0.50^{1,17} - (1 - q)0.25^{1,17}]] - 0,15 [\ln(15) + \ln 10] - (1 - q) \ln 0,25 > 0$

$$\ln 0,50 + 0,85 \ln q - 0,85 \ln [q \cdot 0.50^{1,17} + (1 - q)0.25^{1,17}] - 0,06 - \ln 0,25 - q \ln 0,25 > 0$$

$$\begin{aligned}\ln 0,50 + 0,85 \ln q - 0,85 \ln [q \cdot 0.50^{1,17} + 0.25^{1,17} - q0.25^{1,17}] - 0,06 + 1,38 - q \ln 0,25 \\ > 0\end{aligned}$$



Podemos observar que se cumple que $U_U^* > U_M^* \forall q \in (0,54; 1)$

Bienestar Caso 0

$$W = M[\beta \ln \hat{Y} + (1 - \beta) [\ln D + \ln N - \ln M] + \beta \ln \beta - \beta \ln \omega + (1 - q) \ln \alpha] + MY(1 - \beta)$$

$$\begin{aligned}W &= 100[0,15 \ln 50 + 0,85 \ln (q \cdot 0.50^{1,17} + (1 - q)0.25^{1,17}) - 62 + (1 - q) \ln (0,25)] \\ &\quad + 0,85(5000)\end{aligned}$$

$$W = 15 \ln 50 + 85 \ln (q \cdot 0.50^{1,17} + (1 - q)0.25^{1,17}) - 62 + 100(1 - q) \ln (0,25) + 4250$$

$$W = 58,68 + 85\ln(0,24q + 0,19) + 62 - (1 - q)138] + 4250$$

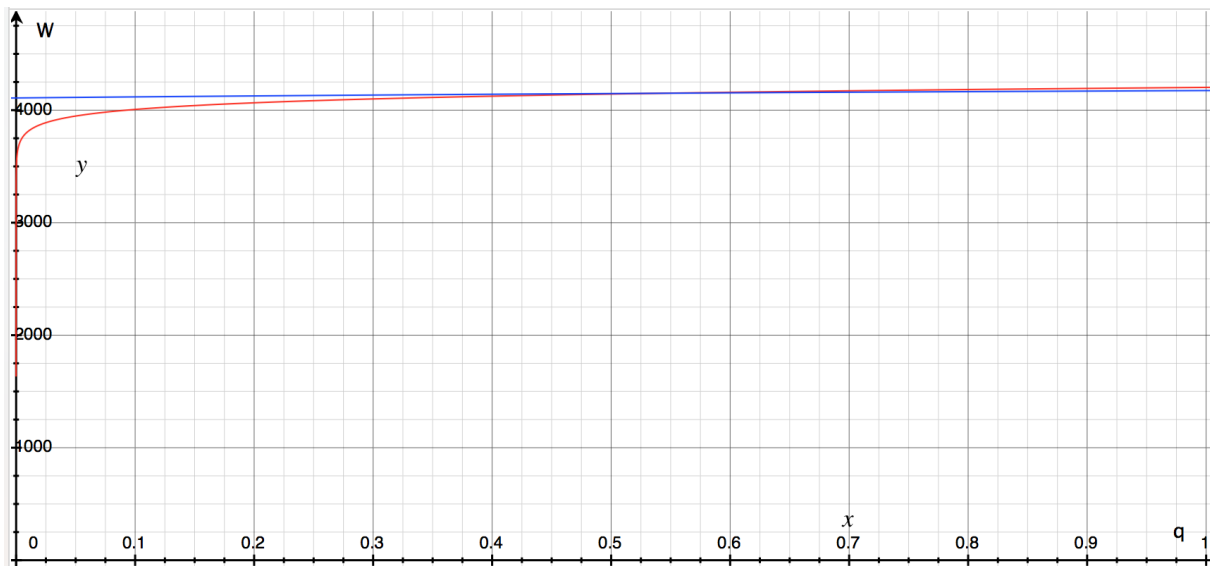
$$W = 85\ln(0,24q + 0,19) + q138] + 4232$$

Bienestar Caso 1

$$W = M\{\ln d_H + (1 - \beta) [\ln N + \ln q - \ln M] + \beta \ln \hat{Y} + \beta \ln \beta - \beta \ln (\omega + F) + MY(1 - \beta)\}$$

$$W = 100\ln(0.5) + 85\ln q + 59 - 28 - 15\ln(15) + 4250$$

$$W = +85\ln q + 4171$$



Graficamos el bienestar del caso 0 y del caso 1. En el eje y representamos el nivel de bienestar de la economía y en el eje x representamos q . La curva azul pertenece al bienestar del caso 0 y la curva roja pertenece al bienestar del caso 1.

Finalmente, podemos ver lo que ocurre con el bienestar de la economía. Para q suficientemente alto, precisamente para $q > 0,54$, el bienestar de la economía aumentó luego de la introducción de la start up. Sin embargo, cuando la probabilidad de que un conductor sea de buena calidad q cae por debajo de 0,54 el bienestar agregado es mayor en el modelo sin uber.

CASO 3:

Asumimos que el pasajero está indiferente entre demandar un viaje de alta calidad en Uber y un viaje de baja calidad en el mercado libre. Es decir, $U^*(C_L) = U^*(C_U)$.

Determinamos que los consumidores gastan la mitad de su ingreso \hat{Y} en el mercado de Uber y la mitad de su ingreso en el mercado libre.

Para que se dé el escenario de coexistencia $\ln C_L = \ln \alpha C_U$ (31).

Problema del Pasajero

Recordando que en el mercado libre se encuentran los conductores de calidad $i = L$ y en el mercado de Uber se encuentran los conductores de calidad $i = H$, las demandas serán:

$$C_L = \frac{\hat{Y}}{2P_L} \quad (32)$$

$$C_U = \frac{\hat{Y}}{2P_U} \quad (33)$$

A partir de $\ln C_L = \ln \alpha C_U$

$$\ln \frac{\hat{Y}}{2P_L} = \ln \frac{\alpha \hat{Y}}{2P_U} \quad (34)$$

(Opción alternativa: La mitad de los consumidores $\frac{M}{2}$ consume del mercado y la otra mitad $\frac{M}{2}$ consume Uber. La demanda agregada por viajes de buena calidad es $\frac{MY}{2P_L}$ y la demanda para viajes de mala calidad es $\frac{MY}{2P_U}$)

Problema de los Conductores

En este caso contamos con prestadores de servicios, L (baja calidad) y U (conductores alta calidad afiliados a la start up). Por lo tanto, tenemos 2 problemas de maximización.

Los conductores afiliados a las start up maximizan

$$Max_e \pi_U = Max_e P_U d_H e_H^\beta - (\omega + F)e_H$$

Derivamos las Condiciones de Primer Orden (CPO) que caracterizan el problema de la firma porque el problema está bien definido y la función objetivo es convexa.

$$\frac{d\pi}{de_U} = \beta P_U d_H e_H^{\beta-1} - (\omega + F) = 0$$

$$\rightarrow \beta P_U d_H e_H^{\beta-1} = (\omega + F)$$

$$e_H^{\beta-1} = \frac{(\omega + F)}{\beta P_U d_H}$$

$$e_H = \frac{(\omega + F)^{\frac{1}{\beta-1}}}{\beta P_U d_H} \quad (35)$$

Mientras que, los conductores en el mercado libre, de mala calidad, maximizan

$$Max_e \pi_L = Max_e P_F d_L e_L^\beta - \omega e_L$$

$$P_F d_L \beta e_L^{\beta-1} = \omega$$

$$e_L^{\beta-1} = \left[\frac{\omega}{P_F d_L \beta} \right]$$

$$e_L = \left[\frac{\omega}{P_F d_L \beta} \right]^{\frac{1}{\beta-1}} \quad (36)$$

Determinamos el equilibrio para esta economía

Para determinar el P_L^* en equilibrio igualamos la demanda agregada $X^D = \frac{MY}{2P_M}$ y la

oferta agregada de conductores del mercado libre $X^S = N(1 - q)d_L e_L^\beta$

$$\frac{MY}{2P_L} = N(1 - q) [d_L e_L^\beta]$$

$$\frac{MY}{2P_L} = N (1 - q) \left[d_L \left[\frac{\omega}{P_F d_L \beta} \right]^{\frac{1}{\beta-1} \beta} \right]$$

$$\frac{MY}{2N} = P_L P_L^{\frac{\beta}{1-\beta}} \frac{\omega^{\frac{\beta}{\beta-1}}}{\beta} (1 - q) d_L^{\frac{1}{1-\beta}}$$

$$P_L^{\frac{1}{1-\beta}} = \frac{MY}{2N(1 - q)} \frac{\omega^{\frac{\beta}{\beta-1}}}{\beta} d_L^{\frac{1}{\beta-1}}$$

$$P_L = \frac{MY}{2N(1-q)} \frac{1-\beta}{\beta} \frac{\omega^\beta}{d_L} \quad (37)$$

Para determinar el P_U^* en equilibrio igualamos la demanda agregada $X^D = \frac{M\hat{Y}}{2P_U}$ y la oferta agregada de conductores de Uber $X^S = Nq d_H e_H^\beta$

$$\begin{aligned} \frac{M\hat{Y}}{2P_U} &= Nq d_H e_H^\beta \\ \frac{M\hat{Y}}{2P_U} &= Nq d_H \frac{(\omega+F)^{\frac{1}{\beta-1}}}{\beta P_U d_H} \\ \frac{M\hat{Y}}{2P_U} &= Nq d_H \frac{(\omega+F)^{\frac{\beta}{\beta-1}}}{\beta P_U d_H} \\ \frac{M\hat{Y} P_U^{\frac{\beta}{\beta-1}}}{2} &= Nq d_H \frac{(\omega+F)^{\frac{\beta}{\beta-1}}}{\beta d_H} \\ \frac{M\hat{Y}}{2} P_U^{\frac{1}{\beta-1}} &= Nq d_H \frac{(\omega+F)^{\frac{\beta}{\beta-1}}}{\beta d_H} \\ P_U^{\frac{1}{\beta-1}} &= \frac{2Nq}{M\hat{Y}} d_H^{1-\frac{\beta}{\beta-1}} \frac{(\omega+F)^{\frac{\beta}{\beta-1}}}{\beta} \\ P_U &= \frac{2Nq^{\beta-1}}{M\hat{Y}} d_H^{\frac{-1(\beta-1)}{\beta-1}} \frac{(\omega+F)^{\frac{\beta(\beta-1)}{\beta-1}}}{\beta} \\ P_U^* &= \frac{2Nq^{\beta-1}}{M\hat{Y}} d_H^{-1} \frac{(\omega+F)^\beta}{\beta} \\ P_U^* &= \frac{M\hat{Y}^{1-\beta}}{2Nq} d_H^{-1} \frac{(\omega+F)^\beta}{\beta} \quad (38) \end{aligned}$$

Una vez definido el P_U^* y P_L^* determinamos los consumos óptimos de equilibrio C_L^* y C_U^* , los esfuerzos óptimos de equilibrio e_L^* y e_U^* y las cantidades óptimas de equilibrio X_L^* y X_U^* .

Recordamos que $C_L = \frac{\hat{Y}}{2P_L}$ y $C_U = \frac{\hat{Y}}{2P_U}$.

Luego,

$$C_U^* = \frac{\hat{Y}}{2P_U^*}$$

$$C_U^* = \frac{\hat{Y}}{2} \frac{2Nq^{1-\beta}}{MY} d_H \frac{\beta}{(\omega + F^*)}^\beta$$

$$C_U^* = \frac{\hat{Y}^{1-(1-\beta)}}{2} \frac{Nq^{1-\beta}}{M} d_H \frac{\beta}{(\omega + F^*)}^\beta$$

$$C_U^* = \frac{\hat{Y}^\beta}{2} \frac{Nq^{1-\beta}}{M} d_H \frac{\beta}{(\omega + F^*)}^\beta \quad (39)$$

$$C_L^* = \frac{\hat{Y}}{2P_M^*}$$

$$C_L^* = \frac{\hat{Y}}{2} d_L \left[\frac{\beta}{\omega}\right]^\beta \frac{2N(1-q)^{1-\beta}}{M\hat{Y}}$$

$$C_L^* = \frac{\hat{Y}^{1-(1-\beta)}}{2} d_L \left[\frac{\beta}{\omega}\right]^\beta \frac{N(1-q)^{1-\beta}}{M}$$

$$C_L^* = \frac{\hat{Y}^\beta}{2} d_L \left[\frac{\beta}{\omega}\right]^\beta \frac{N(1-q)^{1-\beta}}{M} \quad (40)$$

Reemplazamos los consumos óptimos en $C_L^* = \alpha C_U^*$ para obtener el α que da lugar a nuestro caso de interés de coexistencia entre Uber y el Mercado Libre.

$$\frac{\hat{Y}^\beta}{2} d_L \left[\frac{\beta}{\omega}\right]^\beta \frac{N(1-q)^{1-\beta}}{M} = \alpha \frac{\hat{Y}^\beta}{2} \frac{Nq^{1-\beta}}{M} d_H \frac{\beta}{(\omega + F^*)}^\beta \quad (41)$$

$$d_L \left[\frac{1}{\omega}\right]^\beta (1-q)^{1-\beta} = \alpha q^{1-\beta} d_H \frac{1}{(\omega + F^*)}^\beta$$

$$\alpha^* = \left[\frac{(1-q)}{q}\right]^{1-\beta} \frac{d_L}{d_H} \left[\frac{(\omega + F^*)}{\omega}\right]^\beta \quad (42)$$

Recordamos que $X_i^* = d_i e_i^{*\beta}$

Luego,

$$\begin{aligned}
X_U^* &= d_H e_H^{*\beta} \\
X_U^* &= d_H \frac{(\omega + F^*)^{\frac{\beta}{\beta-1}}}{\beta P_U^* d_H} \\
X_U^* &= d_H \frac{(\omega + F^*)^{\frac{\beta}{\beta-1}}}{\beta d_H} \frac{MY^{\frac{-(1-\beta)\beta}{\beta-1}}}{2Nq} d_H^{\frac{-(-\beta)}{\beta-1}} \frac{(\omega + F^*)^{\frac{-\beta}{\beta-1}}}{\beta} \\
X_U^* &= d_H \frac{(\omega + F^*)^{\frac{\beta}{\beta-1}}}{\beta d_H} \frac{MY^{\frac{(\beta-1)\beta}{\beta-1}}}{2Nq} d_H^{\frac{\beta}{\beta-1}} \frac{(\omega + F^*)^{\frac{-\beta}{\beta-1}}}{\beta} \\
X_U^* &= d_H^{1-\frac{\beta}{(\beta-1)}+\frac{\beta}{(\beta-1)}} \frac{(\omega + F^*)^{\frac{\beta-\beta^2}{(\beta-1)}}}{\beta} \frac{MY^\beta}{2Nq} \\
X_U^* &= d_H \frac{(\omega + F^*)^{\frac{(1-\beta)\beta}{(\beta-1)}}}{\beta} \frac{MY^\beta}{2Nq} \\
X_U^* &= d_H \frac{(\omega + F^*)^{-\beta}}{\beta} \frac{MY^\beta}{2Nq} \\
X_U^* &= d_H \frac{\beta}{(\omega + F^*)} \frac{MY^\beta}{2Nq} \quad (43)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
X_L^* &= d_L e_L^{*\beta} \\
X_L^* &= d_L \left[\frac{\omega}{P_F^* d_L \beta} \right]^{\frac{\beta}{\beta-1}} \\
X_L^* &= d_L \frac{\omega^{\frac{\beta}{\beta-1}}}{d_L \beta} d_L^{\frac{\beta}{\beta-1}} \left[\frac{\omega}{\beta} \right]^{\frac{-\beta^2}{\beta-1}} \frac{MY^{\frac{-\beta(1-\beta)}{\beta-1}}}{2N(1-q)} \\
X_L^* &= d_L \frac{\omega^{\frac{\beta(1-\beta)}{\beta-1}}}{\beta} \frac{MY^{\frac{-\beta(1-\beta)}{\beta-1}}}{2N(1-q)} \\
X_L^* &= d_L \frac{\omega^{-\beta}}{\beta} \frac{MY^\beta}{2N(1-q)} \\
X_L^* &= d_L \frac{\beta^\beta}{\omega} \frac{MY^\beta}{2N(1-q)} \quad (44)
\end{aligned}$$

Por último, podemos derivar los beneficios óptimos de equilibrio π_L^* y π_U^* y la utilidad óptima del agente representativo esperada U^* .

Los beneficios son $\pi_L^* = P_L^* X_L^* - \omega e_L^*$

$$\pi_L^* = P_L^* X_L^* - \omega e_L^*$$

$$\pi_L^* = d_L \frac{\beta^\beta}{\omega} \frac{MY^\beta}{2N(1-q)} d_L^{-1} \left[\frac{\omega}{\beta}\right]^\beta \frac{MY^{1-\beta}}{2N(1-q)} - \omega \frac{\omega^{\frac{1}{\beta-1}}}{d_L \beta} d_L^{\frac{1}{\beta-1}} \left[\frac{\omega}{\beta}\right]^{\frac{-\beta}{\beta-1}} \frac{MY^{\frac{-(1-\beta)}{\beta-1}}}{2N(1-q)}$$

$$\pi_L^* = \frac{MY^{\beta+1-\beta}}{2N(1-q)} - \omega \frac{\omega^{-1}}{\beta} \frac{MY}{2N(1-q)}$$

$$\pi_L^* = \frac{MY}{2N(1-q)} - \omega \frac{\beta}{\omega} \frac{MY}{2N(1-q)}$$

$$\pi_L^* = \frac{MY}{2N(1-q)} (1 - \beta) \quad (45)$$

Los beneficios $\pi_U^* = P_U^* X_U^* - (\omega + F^*) e_U^*$

$$\pi_U^* = \frac{MY^{1-\beta}}{2Nq} d_H^{-1} \frac{(\omega + F^*)^\beta}{\beta} d_H \frac{\beta^\beta}{(\omega + F)} \frac{MY^\beta}{2Nq} - (\omega + F^*) \frac{(\omega + F^*)^{\frac{1}{\beta-1}}}{\beta d_H} \frac{MY^{\frac{-(1-\beta)}{\beta-1}}}{2Nq} d_H^{\frac{-(-1)}{\beta-1}} \frac{(\omega + F^*)^{\frac{-\beta}{\beta-1}}}{\beta}$$

$$\pi_U^* = \frac{MY}{2Nq} - (\omega + F^*) \frac{(\omega + F)^{\frac{1-\beta}{\beta-1}}}{\beta} \frac{MY}{2Nq}$$

$$\pi_U^* = \frac{MY}{2Nq} - (\omega + F^*) \frac{(\omega + F)^{-1}}{\beta} \frac{MY}{2Nq}$$

$$\pi_U^* = \frac{MY}{2Nq} (1 - \beta) \quad (46)$$

La utilidad del agente representativo es $U^* = \ln(C_U^*) + \ln(C_L^*)$, o lo que es equivalente $U^* = \ln(C_U^*) + \ln(C_U^* \alpha^*)$, ya que establecimos que para que se cumpla el caso de coexistencia debe pasar que $C_L = C_U^* \alpha^*$

$$U^* = \ln(C_U^*) + \ln(C_U^* \alpha^*) \quad (47)$$

$$U^* = \ln(C_U^*) + \ln(C_U^*) + \ln \alpha^*$$

$$U^* = 2 \ln \left(\frac{Y^\beta N q^{1-\beta}}{2 M} d_H \frac{\beta^\beta}{(\omega + F)} \right) + \ln \alpha^*$$

$$U^* = 2\beta[\ln Y - \ln 2 + \ln \beta - \ln(\omega + F^*)] + 2(1 - \beta)[\ln N + \ln q - \ln M] + 2 \ln d_H + \ln \alpha^* \quad (48)$$

Definimos el bienestar agregado social W como:

$$W^* = MU^* + Nq \pi_U^* + N(1 - q) \pi_L^*$$

$$W^* = M \{2\beta[\ln Y - \ln 2 + \ln \beta - \ln(\omega + F^*)] + 2(1 - \beta)[\ln N + \ln q - \ln M] + 2 \ln d_H + \ln \alpha^*\}$$

$$+ Nq \frac{MY}{2Nq} (1 - \beta) + N(1 - q) \frac{MY}{2N(1-q)} (1 - \beta) \quad (49)$$

$$W^* = M \{2\beta[\ln Y - \ln 2 + \ln \beta - \ln(\omega + F^*)] + 2(1 - \beta)[\ln N + \ln q - \ln M] + 2 \ln d_H + \ln \alpha^*\} + MY(1 - \beta) \quad (49)$$

Estática comparativa

Analizamos cómo varían los beneficios óptimos de equilibrio π_H^* , la utilidad óptima del agente representativo U^* y el bienestar W cuando cambian los diferentes parámetros del modelo $\alpha, q, N, d_H, \omega, \beta, M, F$.

$$\frac{d\pi_U^*}{dq} = \frac{-MY(2N)}{[2Nq]^2} (1 - \beta)$$

$$\frac{d\pi_U^*}{dq} = \frac{-MY}{2N q^2} (1 - \beta) < 0$$

--> Cuando aumenta la frecuencia de autos de calidad $i = H$ de Uber, cae el precio de equilibrio y, por ende, caen los beneficios π_U^*

$$\frac{d\pi_U^*}{dM} = \frac{Y}{2Nq} (1 - \beta) > 0$$

→ Cuando aumenta la cantidad de consumidores M , aumenta el precio de equilibrio y, por ende, aumentan los beneficios π_U^*

$$\frac{d\pi_U^*}{dN} = \frac{-MY2q}{[2Nq]^2} (1 - \beta)$$

$$\frac{d\pi_U^*}{dN} = \frac{-MY}{2qN^2}(1-\beta) < 0$$

→ Cuando aumenta el número de proveedores de servicios N , cae el precio de equilibrio y, por ende, caen los beneficios π_U^*

$$\frac{d\pi_L^*}{dq} = \frac{-MY(-2N)}{[2N(1-q)]^2}(1-\beta)$$

$$\frac{d\pi_L^*}{dq} = \frac{MY}{2N(1-q)^2}(1-\beta) > 0$$

→ Cuando aumenta la frecuencia de conductores de buena calidad q , aumentan los beneficios π_L^* .

$$\frac{d\pi_L^*}{dM} = \frac{Y}{2N(1-q)}(1-\beta) > 0$$

→ Cuando aumenta la cantidad de consumidores M , aumenta el precio de equilibrio y, por ende, aumentan los beneficios π_L^*

$$\frac{d\pi_L^*}{dN} = \frac{-MY2(1-q)}{[2N(1-q)]^2}(1-\beta)$$

$$\frac{d\pi_L^*}{dN} = \frac{-MY}{2(1-q)N^2}(1-\beta) < 0$$

→ Cuando aumenta la frecuencia de autos de calidad $i = L$, cae el precio de equilibrio y, por ende, caen los beneficios π_L^*

No dependen de ω, F, d_H, d_L

$$\frac{dU^*}{dN} = \frac{(1-\beta)q}{Nq} + \frac{(1-\beta)(1-q)}{N(1-q)}$$

$$\frac{dU^*}{dN} = \frac{(1-\beta)}{N} + \frac{(1-\beta)}{N}$$

$$\frac{dU^*}{dN} = \frac{2(1-\beta)}{N} > 0$$

→ Cuando aumenta la cantidad de conductores N , aumenta la utilidad del agente representativo.

$$\frac{dU^*}{dM} = \frac{-2(1-\beta)}{M} < 0$$

→ Cuando aumenta la cantidad de consumidores M , cae la utilidad del agente representativo.

$$\frac{dU^*}{d\beta} = 2\ln\left(\frac{Y}{2}\right) - \ln(Nq) + 2\ln(M) + 2\ln(\beta) + 2\beta \frac{1}{\beta} - \ln(\omega + F) - \ln(\omega) - \ln(N(1 - q))$$

$$\frac{dU^*}{d\beta} = 2\ln\left(\frac{Y}{2}\right) - \ln(Nq) + 2\ln(M) + 2\ln(\beta) + 2 - \ln(\omega + F) - \ln(\omega) - \ln(N(1 - q))$$

$$\frac{dU^*}{dq} = \frac{(1-\beta)N}{Nq} + \frac{(1-\beta)(-N)}{N(1-q)}$$

$$\frac{dU^*}{dq} = \frac{(1-\beta)}{q} - \frac{(1-\beta)}{(1-q)}$$

$$\frac{dU^*}{dq} = (1-\beta) \left[\frac{1}{q} - \frac{1}{(1-q)} \right]$$

$$\frac{dU^*}{d\omega} = \frac{-\beta}{\omega+F} + \frac{-\beta}{\omega} < 0$$

→ Cuando aumentan los costos ω , cae la utilidad del agente representativo.

$$\frac{dU^*}{dF^*} = \frac{-\beta}{\omega + F^*} < 0$$

→ Cuando aumentan la fee de Uber, cae la utilidad del agente representativo

$$\frac{dU^*}{dd_H} = \frac{1}{d_H} > 0$$

→ Cuando aumenta la productividad d_H , aumenta la utilidad del agente representativo.

$$\frac{dU^*}{dd_L} = \frac{1}{d_L} > 0$$

→ Cuando aumenta la productividad d_L , aumenta la utilidad del agente representativo.

Resultados

Recordando los beneficios,

$$\text{para el caso 0, } \pi_L^* = d_L^{\frac{1}{1-\beta}} \frac{M\hat{Y}}{ND} (1-\beta), \pi_H^* = d_H^{\frac{1}{1-\beta}} \frac{M\hat{Y}}{ND} (1-\beta)$$

$$\text{para el caso 3, } \pi_U^* = \frac{MY}{2Nq} (1-\beta) \quad , \quad \pi_L^* = \frac{MY}{2N(1-q)} (1-\beta)$$

Comparamos para cada tipo de conductor los beneficios obtenidos:

High/Uber:

Los beneficios para los prestadores de servicios son mayores en el caso de coexistencia de mercados que en el caso 0 en donde solo hay libre mercado. Con uber ellos pueden revelar su tipo y así cobrar un mayor precio y por ende tener más beneficios.

$$\frac{1}{2Nqd_H^{\frac{1}{1-\beta}}} > \frac{1}{N[qd_H^{\frac{1}{1-\beta}} + (1-q)d_L^{\frac{1}{1-\beta}}]}$$

$$\frac{1}{2qd_H^{\frac{1}{1-\beta}}} > \frac{1}{[qd_H^{\frac{1}{1-\beta}} + (1-q)d_L^{\frac{1}{1-\beta}}]}$$

esto se cumple para q cercanos a 0, es decir que hay más conductores malos que buenos.

Uber/Low:

$$\pi_L^* = \frac{MY}{2N(1-q)} (1-\beta) \quad \text{caso 3}$$

$$\pi_L^* = d_L^{\frac{1}{1-\beta}} \frac{M\hat{Y}}{ND} (1-\beta) \text{ caso 0}$$

Los conductores de mala calidad tendrán un beneficio mayor en el caso 3 si q es cercano a 1 es decir si hay más cantidad de conductores de mala calidad.

$$\frac{d_L^{\frac{1}{1-\beta}}}{2Nd_L^{\frac{1}{1-\beta}}(1-q)} > \frac{d_L^{\frac{1}{1-\beta}}}{N[qd_H^{\frac{1}{1-\beta}} + (1-q)d_L^{\frac{1}{1-\beta}}]}$$

$$\frac{1}{2Nd_L^{\frac{1}{1-\beta}}(1-q)} > \frac{1}{N[qd_H^{\frac{1}{1-\beta}} + (1-q)d_L^{\frac{1}{1-\beta}}]}$$

$$\frac{1}{2d_L^{\frac{1}{1-\beta}}(1-q)} > \frac{1}{[qd_H^{\frac{1}{1-\beta}}+(1-q)d_L^{\frac{1}{1-\beta}}]}$$

Podemos concluir que si

- q tiende a 0: la proporción de los conductores tipo high es muy baja, sus beneficios serán mayores con la introducción al mercado de la start-up. A diferencia, los beneficios de los conductores tipo Low son menores. Esto se debe a que si los buenos son pocos, la oferta de Uber será menor y su precio será mayor y viceversa para los malos en el libre mercado.
- q tiende a 1: la proporción de los conductores tipo high es muy alta, sus beneficios serán menores con la introducción al mercado de la start-up. A diferencia, los beneficios de los conductores tipo Low serán mayores. Esto se debe, a que si los buenos son mayoría, la oferta de Uber es mayor y su precio será menor y viceversa en el libre mercado para los malos.

Con respecto a los beneficios agregados, nuevamente son iguales.

$$\Pi_0 = MY (1 - \beta)$$

$$\Pi_3 = N(1 - q) \pi_L^* + Nq \pi_U^* = \frac{MYN(1 - q)}{2N(1 - q)} \quad (1)$$

$$- \beta) + \frac{MYNq}{2Nq} (1 - \beta)$$

$$\Pi_3 = N(1 - q) \pi_L^* + Nq \pi_U^* = \frac{MY}{2} (1 - \beta) + \frac{MY}{2} (1 - \beta)$$

$$\Pi_3 = N(1 - q) \pi_L^* + Nq \pi_U^*$$

$$\Pi_3 = MY (1 - \beta)$$

En el agregado los beneficios son iguales. Intuición?

Observando la utilidad

$$U_e^* = \beta \ln \hat{Y} + (1 - \beta)[\ln D + \ln N - \ln M] + \beta[\ln \beta - \ln \omega] + (1 - q) \ln \alpha \text{ caso 0}$$

$$U^* = 2\beta[\ln Y - \ln 2 + \ln \beta - \ln(\omega + F^*)] + 2(1 - \beta)[\ln N + \ln q - \ln M] + 2 \ln d_H + \ln \alpha^*$$

caso 3

La utilidad de los agentes es mayor en el caso 3 que en el caso 1 dado que se elimina la incertidumbre respecto al tipo de calidad del servicio comprado.

$$2\beta[\ln Y + \ln\beta] + 2(1 - \beta)[\ln N - \ln M] + \ln \alpha^* + 2(1 - \beta) \ln q - 2\beta [\ln 2 + \ln(\omega + F)] + 2\ln d_H > \beta[\ln \hat{Y} + \ln\beta] + (1 - \beta)[\ln N - \ln M] + (1 - q)\ln\alpha + (1 - \beta)\ln D - \beta\ln\omega$$

3 primeros términos de U caso 3 son mayores que 3 primeros términos de U caso 0.

$$2(1 - \beta) \ln q + 2\ln d_H - 2\beta [\ln 2(\omega + F)] > (1 - \beta)\ln[qd_H^{\frac{1}{1-\beta}} + (1 - q)d_L^{\frac{1}{1-\beta}}] - \beta\ln\omega$$

$$2\ln d_H + 2(1 - \beta) \ln q - (1 - \beta)\ln[qd_H^{\frac{1}{1-\beta}} + (1 - q)d_L^{\frac{1}{1-\beta}}] > 2\beta [\ln 2(\omega + F)] - \beta\ln\omega$$

$$2\ln d_H + (1 - \beta) [2\ln q - \ln[qd_H^{\frac{1}{1-\beta}} + (1 - q)d_L^{\frac{1}{1-\beta}}]] > \beta [2 \ln 2(\omega + F) - \ln\omega]$$

$$2\ln d_H + (1 - \beta)[2\ln q - \ln[qd_H^{\frac{1}{1-\beta}} + (1 - q)d_L^{\frac{1}{1-\beta}}]] > \beta [2 \ln 2(\omega + F) - \ln\omega]$$

NO SE COMO SEGUIRLA

Finalmente, podemos concluir que el bienestar

$$W = M[\beta\ln \hat{Y} + (1 - \beta)[\ln D + \ln N - \ln M] + \beta[\ln\beta - \ln\omega] + (1 - q)\ln\alpha] + qNd_H^{\frac{1}{1-\beta}} \frac{M\hat{Y}}{DN} (1 - \beta) + (1 - q)Nd_L^{\frac{1}{1-\beta}} \frac{M\hat{Y}}{DN} (1 - \beta) \text{ caso 0}$$

$$W^* = M \{2\beta[\ln Y - \ln 2 + \ln\beta - \ln(\omega + F^*)] + 2(1 - \beta)[\ln N + \ln q - \ln M] + 2\ln d_H + \ln \alpha^*\} + MY(1 - \beta) \text{ caso 3}$$

$$\begin{aligned} & 2M\beta[\ln Y + \ln\beta] + 2M(1 - \beta)[\ln N - \ln M] + M\ln \alpha^* - 2M\beta[\ln 2 + \ln(\omega + F^*)] + 2M(1 - \beta) \ln q \\ & + 2M\ln d_H + MY(1 - \beta) \\ & > M\beta[\ln \hat{Y} + \ln\beta] + M(1 - \beta)[\ln N - \ln M] + M(1 - q)\ln\alpha + M(1 - \beta)\ln D - M\beta\ln\omega \\ & + \frac{M\hat{Y}}{D} (1 - \beta)[qd_H^{\frac{1}{1-\beta}} + (1 - q)d_L^{\frac{1}{1-\beta}}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 2M\beta[\ln Y + \ln\beta] + 2M(1 - \beta)[\ln N - \ln M] + M\ln \alpha^* - 2M\beta[\ln 2 + \ln(\omega + F^*)] + 2M(1 - \beta) \ln q \\ & + 2M\ln d_H \\ & > M\beta[\ln \hat{Y} + \ln\beta] + M(1 - \beta)[\ln N - \ln M] + M(1 - q)\ln\alpha + M(1 - \beta)\ln D - M\beta\ln\omega \end{aligned}$$

3 primeros términos son mayores en W caso 3 que W caso 0

$$2(1 - \beta) \ln q + 2\ln d_H - (1 - \beta)\ln D > 2\beta[\ln 2 + \ln(\omega + F^*)] - M\beta\ln\omega$$

$$(1 - \beta) [2\ln q - \ln D] + 2\ln d_H > \beta[2\ln 2(\omega + F) - \ln\omega]$$

$$\Delta W = W^{\text{caso 3}} - W^{\text{s/uber}} \quad (50)$$

$$\begin{aligned} \Delta W = & M \{2\beta[\ln Y - \ln 2 + \ln\beta - \ln(\omega + F^*)] + 2(1 - \beta)[\ln N + \ln q - \ln M] + 2\ln d_H \\ & + \ln \alpha^*\} \\ & - M[\beta \ln \hat{Y} + (1 - \beta)[\ln D + \ln N - \ln M] + \beta[\ln\beta - \ln\omega] + (1 - q)\ln\alpha] \\ & + MY(1 - \beta) - qd_H^{\frac{1}{1-\beta}} \frac{M\hat{Y}}{D}(1 - \beta) - (1 - q)d_L^{\frac{1}{1-\beta}} \frac{M\hat{Y}}{D}(1 - \beta) \end{aligned}$$

Calibración: generamos valores para nuestros parámetros de los modelos

$$\hat{Y} = 50, M = 100, N = 100, \alpha = 0.25, d_H = 0.50, d_L = 0.25, \beta = 0.15, \omega = 10, F = 5$$

→ Tenemos que endogeneizar F y ahí calcular el alfa ...

$$\alpha^* = \left[\frac{(1 - q)}{q} \right]^{1-\beta} \frac{d_L}{d_H} \left[\frac{(\omega + F^*)}{\omega} \right]^\beta$$

$$\begin{aligned} W^* = & M \{2\beta[\ln Y - \ln 2 + \ln\beta - \ln(\omega + F^*)] + 2(1 - \beta)[\ln N + \ln q - \ln M] + 2\ln d_H \\ & + \ln \alpha^*\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} + Nq \frac{MY}{2Nq} (1 - \beta) \quad + N(1 - q) \frac{MY}{2N(1-q)} (1 - \beta) \quad (49) \quad U^* = & 2 \ln \left(\frac{Y^\beta}{2} \frac{Nq^{1-\beta}}{M} d_H \frac{\beta}{(\omega + F)} \right) + \\ & \ln \alpha^* \end{aligned}$$