Típo de documento: Tesis de Grado

Departamento de Economía. Licenciatura en Economía

Política monetaria en un contexto de sus substitución de monedas

Autoría: Devoto, Tomás; Escobar, Martín; Silva, Roberto; Toranzo, Ezequiel; Vila, Tomás

Año: 2024

Universidad Torcuato Di Tella

Departamento de Economia

Licenciatura de Economia

Tesis de Grado

Política monetaria en un contexto de sus substitución de monedas

Tomás Devoto
Martín Escobar
Roberto Silva
Ezequiel Toranzo
Tomás Vila

Tutor: Emilio Espino

Agosto 2024

1. Introducción

Las economías bimonetarias son aquellas en las que más de una moneda cumple con alguna de las tres funciones del dinero: medio de pago, unidad de cuenta y reserva de valor. Observamos que en países con alta inflación, es frecuente que ocurra el bimonetarismo de hecho, ya que la moneda nacional no cumple con las tres funciones del dinero.

La política monetaria en un contexto de sustitución de monedas es un tema de crucial relevancia para economías en vías de desarrollo, que enfrentan desafíos significativos en la estabilización económica. La existencia de una moneda sustituta provoca efectos en la reacción de los agentes ante cambios en la política monetaria. Un caso pertinente es el argentino; debido a su prolongada experiencia con la inflación, la devaluación del peso y la adopción informal del dólar estadounidense.

El presente trabajo tiene como objetivo analizar los efectos de la política monetaria en un contexto de sustitución de monedas y evaluar sus efectos en las variables de la economía. Para ello, se resuelve un modelo de equilibrio competitivo con dos monedas, dinero en la función de utilidad, ingreso exógeno y tipo de cambio flotante.

A partir de las condiciones de primer orden, derivamos las relaciones intratemporales e intertemporales que describen la demanda de bienes, saldos domesticos y saldos extranjeros. El modelo permite estudiar el efecto la variación en la tasa de emisión y cómo afecta las preferencias de los agentes. De esta manera se proporciona un marco teórico para que un banco central pueda definir una política monetaria consistente con sus objetivos.

Bordo y Choudhri, 1982 analizan las implicancias de cambios en la tasa de devaluación en la demanda de dinero y usan datos de Canadá. Estudian el grado de bimonetarismo argumentando que, asumiendo mercados eficientes, el retorno esperado de saldos extranjeros es igual a la apreciación esperada del tipo de cambio. Con este supuesto, estudian el impacto de la devaluación esperada en la demanda de dinero domestico.

Calvo y Gramont, 1992 han analizado las dinámicas de economías bimonetarias y los efectos de la sustitución de moneda en la estabilidad económica. Rojas-Suarez, 1992 examinó la elasticidad de la demanda de dinero en contextos de alta inflación y cómo la adopción de una moneda extranjera puede influir en las decisiones de los agentes económicos. Uribe, 1997 profundizó en los mecanismos de la sustitución de moneda y su impacto en la política monetaria.

Jeanneney et al., 2003 realizan un estudio para Vietnam. Añaden una nueva función para la moneda extranjera en una economomía con cierto grado de bimonetarismo. Los autores explican que varios de los trabajos previos se concentran en movimientos en el portafolio de los agentes, pero no en la sustitubilidad de monedas. Para medir el grado de dolarización, utilizan datos de depósitos en moneda extranjera. Determinan que el ratio de depósitos en moneda doméstica contra depositos en moneda entranjera es un buen indicador del grado de sustitución de monedas.

Fuente: Elaboración propia en base a datos del BCRA, 2024

En el gráfico anterior, se observa el ratio de depósitos privados en pesos sobre depósitos privados en moneda extranjera de la República Argentina desde Enero de 1995 hasta Mayo de 2024. Durante la convertibilidad, el ratio era muy bajo, manteniéndose en torno a 0,5. Esto es evidencia de un elevado nivel de sustitubilidad de monedas, y es coherente con el contexto legal de la convertibilidad. El gráfico se dispara en diciembre de 2001, llevando el ratio hasta 110 tras la pesificación forzosa de los depósitos bancarios. Durante el siglo XXI, el nivel de sustitubilidad se vio afectado por las restricciones legales a las compras de dólares (cepo cambiario). En períodos de mayor libertad, la sustitubilidad fue mayor y en períodos de mayor restricción la sustitubilidad fue menor.

En este contexto, la tesis plantea la siguiente pregunta de investigación: ¿Como reacciona el comportamiento de los agentes ante cambios en la política monetaria en un contexto de bimonetarismo?

Para responder está pregunta, vamos a resolver el modelo y ver como varían las demandas de los agentes ante cambios en la elasticidad de sustitución entre monedas, dado el sendero de emisión monetaria y dadas las constantes del modelo.

2. Modelo

2.1. Función de utilidad

La función de utilidad del agente representativo esta dada por la siguiente ecuación:

$$\max_{\{c_t, m_{t+1}, m^*_{t+1}, a_{t+1}\}} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(ln(c_t) + \frac{\left[(\eta (m_t)^\sigma + (1-\eta)(m^*_t)^\sigma)^{\frac{1}{\sigma}} \right]^{1-\gamma}}{1-\gamma} \right)$$

Tenemos una función de utilidad con dinero, donde el agregador de saldos (m_t, m^*_t) representa servicios transaccionales. El agente deriva utilidad de consumir bienes y de acumular saldos domesticos y extranjeros. Combinamos las propiedades del consumo logarítmico, saldos con sustitución de elasticidad constante (CES) y aversión relativa al riesgo constante (CRRA).

Donde c_t es el consumo en el periodo t, m_t son las tenencias de dinero doméstico en el periodo t en términos reales, m^*_t son las tenencias de dinero extranjero en el periodo t en términos reales y a_t son los activos totales del agente en el periodo t en términos reales. Asimismo, β es el factor de descuento, σ es un parámetro que determina la elasticidad de sustitución entre saldos domésticos y saldos en moneda extranjera, η es un parámetro que afecta la preferencia relativa entre monedas y γ es un parámetro que determina la concavidad de las preferencias de saldos.

2.2. Restricción Presupuestaria

La restricción presupuestaría del agente esta dada por la siguiente ecuación:

$$y_t P_t + B_t(1+i_t) + E_t B_t^*(1+i_t^*) + M_t + E_t M_t^* = c_t P_t + M_{t+1} + E_t M_{t+1}^* + B_{t+1} + E_t B_{t+1}^*$$

Dividiendo por P_t y aplicando la ley de un solo precio $P_t^* E_t = P_t$, obtenemos la restricción en términos reales.

$$\frac{y_t P_t}{P_t} + \frac{B_t(1+i_t)}{P_t} + \frac{E_t B_t^*(1+i_t^*)}{P_t} + \frac{M_t}{P_t} + \frac{E_t M_t^*}{P_t} = \frac{c_t P_t}{P_t} + \frac{M_{t+1}}{P_t} + \frac{E_t M_{t+1}^*}{P_t} + \frac{B_{t+1}}{P_t} + \frac{E_t B_{t+1}^*}{P_t}$$

$$y_t + b_t(1+i_t) + b_t^*(1+i_t^*) + m_t + m_t^* = c_t + m_{t+1}(1+\pi_{t+1}) + m_{t+1}^*(1+\pi_{t+1}^*) + b_{t+1}(1+\pi_{t+1}) + b_{t+1}^*(1+\pi_{t+1}^*)$$

y_t es el ingreso exógeno que recibe el agente en el período t, b_{t+1} es la tenencia de bonos en moneda doméstica, comprados en el periodo t y pagaderos en el período $t+1$ en unidades reales y b_{t+1}^* es la tenencia de bonos en moneda extranjera, comprados en el periodo t y pagaderos en el período $t+1$, en unidades reales. Luego, P_t es el nivel de precios de la economía doméstica en el período t, P_t^* es el nivel de precios de la economía extranjera en el período t y E_t es el tipo de cambio en el período t.

2.3. Ecuación de Fisher

A partir de las condiciones de primer orden de bonos obtenidas del problema del agente podemos despejar la ecuación de Fisher. De esta manera se demuestra que:

$$1 + i_t = (1+r)(1+\pi_t)$$

$$\max_{\{c_t, m_{t+1}, m_{t+1}^*, b_{t+1}, b_{t+1}^*\}} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(ln(c_t) + \frac{\left[(\eta(m_t)^\sigma + (1-\eta)(m_t^*)^\sigma)^{\frac{1}{\sigma}} \right]^{1-\gamma}}{1-\gamma} \right)$$

s.a.

$$(1+\pi_{t+1})(m_{t+1} + b_{t+1}) + (1+\pi_{t+1}^*)(m_{t+1}^* + b_{t+1}^*) + c_t = y_t + m_t + m_t^* + b_t(1+i_t) + b_t^*(1+i_t^*)$$

CPOs relevantes:

$$(b_{t+1}) : \lambda_t(1+\pi_{t+1}) = \lambda_{t+1}(1+i_{t+1})$$
$$(b_{t+1}^*) : \lambda_t = \lambda_{t+1}(1+r^*)$$

Reemplazando λ_t:

$$\lambda_{t+1}(1+r)(1+\pi_{t+1}) = \lambda_{t+1}(1+i_{t+1})$$
$$(1+i_{t+1}) = (1+\pi_{t+1})(1+r)$$

2.4. Activos consolidados

Para poder plantear la restricción presupuestaria intertemporal (RPI) más adelante es necesario poder descontar todos los activos por la tasa real. Para poder hacer esto, se consolidan todos los activos dentro de un termino a_t que luego se descuenta a valor presente usando la tasa real (1+r):

$$a_{t+1} = m_{t+1}(1+\pi_{t+1}) + m^*_{t+1}(1+\pi^*_{t+1}) + b_{t+1}(1+\pi_{t+1}) + b^*_{t+1}(1+\pi^*_{t+1})$$

De manera análoga:

$$a_t(1+r) = b_t(1+i_t) + b^*_t(1+i^*_t) + m_t(1+i_t) + m^*_t(1+i^*_t)$$

$$a_t(1+r) - i_t m_t - i^*_t m^*_t = b_t(1+i_t) + b^*_t(1+i^*_t) + m_t + m^*_t$$

Reemplazando en la restricción presupuestaria se obtiene una expresión equivalente:

$$a_{t+1} + c_t = y_t + a_t(1+r) - i_t m_t - i^*_t m^*_t$$

$$a_{t+1} + i_t m_t + i^*_t m^*_t + c_t = y_t + a_t(1+r)$$

2.5. Supuestos del modelo

Para resolver el modelo, es necesario realizar una serie de supuestos simplificadores. Suponemos previsión perfecta, lo que significa que los agentes conocen todo el sendero de emisión futura y no hay incertidumbre. La tasa real (r) será constante e igual para todos los períodos. Asumimos que la tasa de descuento del agente igual a tasa de descuento del mercado ($(1+r)\beta = 1$). La inflación extranjera es constante e igual a 0 ($\pi^* = 0$), lo que implica que la tasa nominal extranjera es constante e igual a la tasa real ($1+i^* = 1+r$). Además, el ingreso será exógeno y constante ($y_t = y$). Se normalizan el nível de precios extranjeros ($P^* = 1$) y la base monetaria al primer período ($M_0 = 1$). Suponemos que cumple la ley de un solo precio: $P^*_t E_t = P_t$. Dado que el nivel de precios extranjero es constante e igual a 1, podemos agregar que $E_t = P_t$. Por último, se cumple la condición de no-Ponzi: $\lim_{T\to\infty} \frac{a_{T+1}}{(1+r)^T} \geq 0$.

2.6. Equilibrio Competitivo

Un equilibrio competitivo con tipo de cambio flotante esta dado por una asignación $\{c_t, m_t, m^*_t, b_{t+1}, b^*_{t+1}\}_{t\geq 0}$ y dotaciones iniciales $\{b_0, b^*_0\}$ tales que, dados los precios domésticos $\{i_t, Et\}_{t\geq 0}$, los precios internacionales $\{P^*_t, r\}_{t\geq 0}$, un sendero de ingresos $\{y_t\}_{t\geq 0}$, y una regla para la política monetaria $\{\mu_t\}_{t\geq 0}$ con una oferta monetaria inicial$\{M_0\}$, se cumple que:

1. El agente maximiza utilidad dado el siguiente problema dados los precios $\{P_t, i_t, Et\}_{t\geq 0}$:

$$\max_{\{c_t, m_{t+1}, m^*_{t+1}, a_{t+1}\}} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(ln(c_t) + \frac{\left[(\eta(m_t)^\sigma + (1-\eta)(m^*_t)^\sigma)^{\frac{1}{\sigma}} \right]^{1-\gamma}}{1-\gamma} \right) \tag{1}$$

s.a.:

$$a_{t+1} + i_t m_t + r m^*_t + c_t = y_t + a_t(1+r) \tag{2}$$

$$a_{t+1} \equiv m_{t+1}(1+\pi_{t+1}) + m^*_{t+1} + b_{t+1}(1+\pi_{t+1}) + b^*_{t+1} \tag{3}$$

.

2. Se cumple la ley de un solo precio, es decir, que el bien de consumo en esta economía va a tener el mismo precio, si se lo mide en la misma moneda. En otras palabras:

$$P_t^* E_t = P_t$$

.

3. Se vacía el mercado de dinero doméstico:

$$\frac{M_t^s}{P_t} = m_t$$

.

3. Condiciones de optimalidad

3.1. Problema del Agente

Dado el problema del agente, donde los agentes maximizan su utilidad a valor del periodo 0, eligiendo consumo, saldos monetarios y activos:

$$\max_{\{c_t, m_{t+1}, m_{t+1}^*, a_{t+1}\}} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(ln(c_t) + \frac{\left[(\eta(m_t)^\sigma + (1-\eta)(m_t^*)^\sigma)^{\frac{1}{\sigma}} \right]^{1-\gamma}}{1-\gamma} \right) \tag{4}$$

s.a.:

$$a_{t+1} + i_t m_t + r m_t^* + c_t = y_t + a_t(1+r) \tag{5}$$

$$a_{t+1} \equiv m_{t+1}(1+\pi_{t+1}) + m_{t+1}^* + b_{t+1}(1+\pi_{t+1}) + b_{t+1}^* \tag{6}$$

Para el problema del agente, el Lagrangiano se formula como sigue:

$$\mathcal{L} = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(\ln(c_t) + [\eta(m_t)^\sigma + (1-\eta)(m_t^*)^\sigma]^{\frac{1-\gamma}{\sigma}} \right) + \sum_{t=0}^{\infty} \lambda_t \left(y_t + a_t(1+r) - c_t - i_t m_t - r m_t^* - a_{t+1} \right)$$

donde λ_t y μ_t son los multiplicadores asociados al problema de Lagrange.

Obtenemos las CPO

$$(c_t) : \frac{\beta^t}{c_t} = \lambda_t \tag{7}$$

$$(m_{t+1}) : \beta^{t+1} \left[\eta(m_{t+1})^\sigma + (1-\eta)(m_{t+1}^*)^\sigma \right]^{\frac{1-\gamma-\sigma}{\sigma}} \eta(m_{t+1})^{\sigma-1} = \lambda_t(1+\pi_{t+1}) - \lambda_{t+1} \tag{8}$$

$$(m_{t+1}^*) : \beta^{t+1} \left[\eta(m_{t+1})^\sigma + (1-\eta)(m_{t+1}^*)^\sigma \right]^{\frac{1-\gamma-\sigma}{\sigma}} (1-\eta)(m_{t+1}^*)^{\sigma-1} = \lambda_t - \lambda_{t+1} \tag{9}$$

$$(a_{t+1}) : \lambda_t = \lambda_{t+1}(1+r) \tag{10}$$

$$(\lambda_t) : a_{t+1} + i_t m_t + r m_t^* + c_t = y_t + a_t(1+r) \tag{11}$$

3.2. Condiciones intratemporales e intertemproales

Condición intratemporal de saldos

Dividiendo (8)/(9) y usando (10) se obtiene la condición intratemporal entre saldos domésticos y saldos extranjeros:

$$\frac{\lambda_t(1+\pi_{t+1})-\lambda_{t+1}}{\lambda_t-\lambda_{t+1}} = \frac{\beta^{t+1}\left[\eta(m_{t+1})^{\sigma}+(1-\eta)(m^*_{t+1})^{\sigma}\right]^{\frac{1-\gamma-\sigma}{\sigma}}\eta(m_{t+1})^{\sigma-1}}{\beta^{t+1}\left[\eta(m_{t+1})^{\sigma}+(1-\eta)(m^*_{t+1})^{\sigma}\right]^{\frac{1-\gamma-\sigma}{\sigma}}(1-\eta)(m^*_{t+1})^{\sigma-1}}$$

$$\frac{\eta}{(1-\eta)}\left(\frac{m_{t+1}}{m^*_{t+1}}\right)^{\sigma-1} = \frac{\lambda_t(1+\pi_{t+1}-\frac{1}{1+r})}{\lambda_t(1-\frac{1}{1+r})}$$

$$\frac{\eta}{(1-\eta)}\left(\frac{m_{t+1}}{m^*_{t+1}}\right)^{\sigma-1} = \frac{\frac{1}{1+r}(1+i_{t+1}-1)}{\frac{1}{1+r}(1+r-1)}$$

$$\frac{\eta}{(1-\eta)}\left(\frac{m_{t+1}}{m^*_{t+1}}\right)^{\sigma-1} = \frac{i_{t+1}}{r}$$

$$m^*_{t+1} = m_{t+1}\left(\frac{\eta}{(1-\eta)}\frac{r}{i_{t+1}}\right)^{\frac{1}{\sigma-1}} \tag{12}$$

$$m^*_{t+1} = m_{t+1}\left(\frac{(1-\eta)}{\eta}\frac{i_{t+1}}{r}\right)^{\frac{1}{1-\sigma}} \tag{13}$$

De esta ultima ecuación, se pueden interpretar diferentes intuiciones. La primera, es que $\frac{(1-\eta)}{\eta}$ indica la preferencia del agente del dinero doméstico en relación al dinero extranjero. Dicho parámetro η estará entre 0 y 1. Cuanto mas cercano a 1 sea el parámetro η, mayor es la preferencia por el dinero doméstico.

El exponente $\frac{1}{1-\sigma}$ es la elasticidad de sustitución entre dinero doméstico y extranjero. Por definición, σ es menor a 1, o las monedas no serían sustitutas. Cuanto mayor sea σ, mayor el nivel de sustitubilidad. Luego, si $\sigma = 1$ son sustitutos perfectos.

Condición intertemporal del consumo

La Condición intertemporal de consumo se obtiene combinando (7) y (10), y se puede despejar la condición intertemporal de consumo

$$\frac{\frac{\beta^{t+1}}{c_{t+1}}}{\frac{\beta^t}{c_t}} = \frac{\lambda_t+1}{\lambda_t}$$

$$\beta\frac{c_t}{c_{t+1}} = \frac{1}{1+r}$$

$$c_{t+1} = c_t\beta(1+r)$$

Suponiendo β(1+r)=1, se cumple que la tasa de desceunto del agente ρ se iguala a la tasa de descuento del mercado r. Por lo tanto:

$$c_t = \bar{c} \tag{14}$$

El agente esta indiferente entre consumir y ahorrar a la tasa de interés real para consumir más en períodos posteriores. Entonces es óptimo que consuma lo mismo todos los períodos dado que sus preferencias sobre el consumo son cóncavas.

Demanda de dinero

Para conseguir la demanda de dinero, se combina (8), (12) y (13) para obtener la relación intratemporal entre saldos y consumo:

$$\beta^{t+1}\frac{1-\gamma}{1-\gamma}\left[(\eta(m_{t+1})^{\sigma}+(1-\eta)(m^*_{t+1})^{\sigma})^{\frac{1}{\sigma}}\right]^{-\gamma}\frac{\sigma}{\sigma}\left[\eta(m_{t+1})^{\sigma}+(1-\eta)(m^*_{t+1})^{\sigma}\right]^{\frac{1-\sigma}{\sigma}}\eta(m_{t+1})^{\sigma-1}=\lambda_t(1+\pi_{t+1})-\lambda_{t+1}$$

$$\beta^{t+1}\left[\eta(m_{t+1})^{\sigma}+(1-\eta)(m^*_{t+1})^{\sigma}\right]^{\frac{-\gamma}{\sigma}}\left[\eta(m_{t+1})^{\sigma}+(1-\eta)(m^*_{t+1})^{\sigma}\right]^{\frac{1-\sigma}{\sigma}}\eta(m_{t+1})^{\sigma-1}=\lambda_t(1+\pi_{t+1})-\lambda_{t+1}$$

$$\beta^{t+1}\left[\eta(m_{t+1})^{\sigma}+(1-\eta)(m^*_{t+1})^{\sigma}\right]^{\frac{1-\sigma-\gamma}{\sigma}}\eta(m_{t+1})^{\sigma-1}=\lambda_t(1+\pi_{t+1})-\lambda_{t+1}$$

$$\beta^{t+1}\left[(m_{t+1})^{\sigma}\left(\eta+(1-\eta)\left(\frac{\eta}{(1-\eta)}\frac{r}{i_{t+1}}\right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}\right)\right]^{\frac{1-\sigma-\gamma}{\sigma}}\eta(m_{t+1})^{\sigma-1}=\lambda_t(1+\pi_{t+1})-\lambda_{t+1}$$

$$\beta^{t+1}(m_{t+1})^{1-\sigma-\gamma}\left[\eta+(1-\eta)\left(\frac{\eta}{(1-\eta)}\frac{r}{i_{t+1}}\right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}\right]^{\frac{1-\sigma-\gamma}{\sigma}}\eta(m_{t+1})^{\sigma-1}=\lambda_t(1+\pi_{t+1})-\lambda_{t+1}$$

$$\beta^{t+1}\eta(m_{t+1})^{-\gamma}\left[\eta+(1-\eta)\left(\frac{\eta}{(1-\eta)}\frac{r}{i_{t+1}}\right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}\right]^{\frac{1-\sigma-\gamma}{\sigma}}=\lambda_t(1+\pi_{t+1})-\lambda_{t+1}$$

$$\beta^{t+1}\eta(m_{t+1})^{-\gamma}\left[\eta+(1-\eta)\left(\frac{\eta}{(1-\eta)}\frac{r}{i_{t+1}}\right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}\right]^{\frac{1-\sigma-\gamma}{\sigma}}=\lambda_{t+1}(1+\pi_{t+1})(1+r_{t+1})-\lambda_{t+1}$$

$$\beta^{t+1}\eta(m_{t+1})^{-\gamma}\left[\eta+(1-\eta)\left(\frac{\eta}{(1-\eta)}\frac{r}{i_{t+1}}\right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}\right]^{\frac{1-\sigma-\gamma}{\sigma}}=\lambda_{t+1}\left[(1+\pi_{t+1})(1+r)-1\right]$$

$$\beta^{t+1}\eta(m_{t+1})^{-\gamma}\left[\eta+(1-\eta)\left(\frac{\eta}{(1-\eta)}\frac{r}{i_{t+1}}\right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}\right]^{\frac{1-\sigma-\gamma}{\sigma}}=\lambda_{t+1}\left[1+i_{t+1}-1\right]$$

$$\beta^{t+1}\eta(m_{t+1})^{-\gamma}\left[\eta+(1-\eta)\left(\frac{\eta}{(1-\eta)}\frac{r}{i_{t+1}}\right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}\right]^{\frac{1-\sigma-\gamma}{\sigma}}=\lambda_{t+1}i_{t+1}$$

$$\beta^{t+1}\eta(m_{t+1})^{-\gamma}\left[\eta+(1-\eta)\left(\frac{\eta}{(1-\eta)}\frac{r}{i_{t+1}}\right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}\right]^{\frac{1-\sigma-\gamma}{\sigma}}=\frac{\beta^{t+1}}{c_{t+1}}i_{t+1}$$

$$\eta(m_{t+1})^{-\gamma}\left[\eta+(1-\eta)\left(\frac{\eta}{(1-\eta)}\frac{r}{i_{t+1}}\right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}\right]^{\frac{1-\sigma-\gamma}{\sigma}}=\frac{1}{\bar{c}}i_{t+1}$$

$$(m_{t+1})^{-\gamma}=\frac{1}{\bar{c}}\frac{i_{t+1}}{\eta}\left[\eta+(1-\eta)\left(\frac{\eta}{(1-\eta)}\frac{r}{i_{t+1}}\right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}\right]^{\frac{1-\sigma-\gamma}{-\sigma}}$$

$$m^d_{t+1}=\bar{c}^{\frac{1}{\gamma}}\left(\frac{\eta}{i_{t+1}}\right)^{\frac{1}{\gamma}}\left[\eta+(1-\eta)\left(\frac{\eta}{(1-\eta)}\frac{r}{i_{t+1}}\right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}\right]^{\frac{1-\sigma-\gamma}{\sigma\gamma}}\tag{15}$$

La última ecuación describe cómo la demanda de dinero depende positivamente del nivel de consumo. η juega un rol muy importante en la demanda de dinero, ya que muestra la preferencia de saldos domésticos relativo a la demanda de saldos extranjeros. A mayor η, mayor es la ponderación de los saldos domésticos en la función de utilidad. Analizando el término $\frac{r}{i_{t+1}}$ y considerando cómo la ecuación de Fisher relaciona la tasa nominal con la inflación, se puede ver que cuanto mayor es la inflación, menor es la demanda por saldos reales. Esto se debe a la perdida de valor de la misma.

De la misma forma, se puede obtener la demanda de saldos extranjeros. Reemplazando la demanda de saldos domésticos en la ecuación (14), que la relaciona con los saldos extranjeros, se obtiene lo siguiente:

$$m^{*d}_{t+1} = \left(\frac{\eta\,\bar{c}}{i_{t+1}}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \left[\eta + (1-\eta)\left(\frac{\eta}{(1-\eta)}\frac{r}{i_{t+1}}\right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}\right]^{\frac{1-\sigma-\gamma}{\sigma\gamma}} \left(\frac{(1-\eta)}{\eta}\frac{i_{t+1}}{r}\right)^{\frac{1}{1-\sigma}}$$

La demanda de dinero extranjero depende negativamente de η. La demanda futura de saldos extranjeros depende positivamente del consumo del agente. A mayor inflación, se pueden tener dos casos dependiendo de la combinación de parámetros: para ciertos casos, un aumento de la inflación doméstica provocaría un aumento en la demanda de los saldos extranjeros. Mientras que, un aumento de la inflación doméstica provoca una caída de la demanda de saldos extranjeros. El signo de la derivada parcial de la demanda de saldos extranjeros contra la tasa de inflación ($\frac{\partial m^*}{\partial \pi}$) depende del signo de $1-\sigma-\gamma$. Si $\sigma+\gamma<0$, la demanda de saldos extranjeros es creciente en la inflación. Por ultimo, la relación entre demanda de saldos extranjeros e inflación no depende del signo de σ.

3.2.1. Equilibrio del mercado de dinero

Por la ecuación de Fisher, la tasa de interés nominal es:

$$1 + i_{t+1} = (1+r)(1+\pi_{t+1})$$

Por lo que se cumple que:

$$i_{t+1} = r + \pi_{t+1} + r\pi_{t+1}$$

Entonces, la única variable de la cual depende la demanda de dinero, es la tasa de emisión μ_{t+1}. Por equilibrio del mercado de saldos domésticos se cumple la siguiente ecuación:

$$\frac{m^d_{t+1}}{m^d_t} = \frac{\frac{M^s_{t+1}}{P_{t+1}}}{\frac{M^s_t}{P_t}} = \frac{1+\mu_{t+1}}{1+\pi_{t+1}}$$

3.2.2. Determinación de la demanda de dinero

Partiendo de la ecuación anterior y la ecuación (15):

$$\frac{m^d_{t+1}}{m^d_t} = \frac{1+\mu_{t+1}}{1+\pi_{t+1}} = \frac{\bar{c}^{\frac{1}{\gamma}}\left(\frac{\eta}{i_{t+1}}\right)^{\frac{1}{\gamma}}\left[\eta + (1-\eta)\left(\frac{\eta}{(1-\eta)}\frac{r}{i_{t+1}}\right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}\right]^{\frac{1-\sigma-\gamma}{\sigma\gamma}}}{\bar{c}^{\frac{1}{\gamma}}\left(\frac{\eta}{i_t}\right)^{\frac{1}{\gamma}}\left[\eta + (1-\eta)\left(\frac{\eta}{(1-\eta)}\frac{r}{i_t}\right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}\right]^{\frac{1-\sigma-\gamma}{\sigma\gamma}}}$$

$$= \left(\frac{i_t}{i_{t+1}}\right)^{\frac{1}{\gamma}}\left[\frac{\eta + (1-\eta)\left(\frac{\eta}{(1-\eta)}\frac{r}{i_{t+1}}\right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}}{\eta + (1-\eta)\left(\frac{\eta}{(1-\eta)}\frac{r}{i_t}\right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}}\right]^{\frac{1-\gamma-\sigma}{\gamma\sigma}}$$

Reemplazando i en función de r y μ:

$$\frac{1+\mu_{t+1}}{1+\pi_{t+1}} = \left(\frac{r+\pi_t+r\pi_t}{r+\pi_{t+1}+r\pi_{t+1}}\right)^{\frac{1}{\gamma}}\left[\frac{\eta + (1-\eta)\left(\frac{\eta}{(1-\eta)}\frac{r}{(r+\pi_{t+1}+r\pi_{t+1})}\right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}}{\eta + (1-\eta)\left(\frac{\eta}{(1-\eta)}\frac{r}{(r+\pi_t+r\pi_t)}\right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}}\right]^{\frac{1-\gamma-\sigma}{\gamma\sigma}} \tag{DIF}$$

La misma, se puede resolver utilizando el método de inducción hacia atrás en R. Es necesario asumir que en el último período se cumple $\pi = \mu$.

4. Estado Estacionario

4.1. Restricción Presupuestaria Intertemporal

El procedimiento para hallar la restricción presupuestaria intertemporal es el habitual, donde se itera para cada período la restricción presupuestaria, arrancando desde el primer período. En $t = 0$ observamos que:

$$a_1 + i_0 m_0 + r m_0^* + c_0 = y_0 + a_0(1+r)$$

Iterando infinitas veces:

$$\sum_{t=0}^{\infty} \frac{y_t}{(1+r)^t} + a_0(1+r) = \lim_{T\to\infty} \frac{a_{T+1}}{(1+r)^T} + \sum_{t=0}^{\infty} \frac{c_t}{(1+r)^t} + \sum_{t=0}^{\infty} \frac{i_t m_t}{(1+r)^t} + \sum_{t=0}^{\infty} \frac{r m_t^*}{(1+r)^t}$$

Esta expresión es la suma descontada del consumo y los saldos reales tanto en moneda doméstica como extranjera. Debe ser igual a la suma descontada del ingreso del agente y a la posición inicial en valor presente.

4.2. Equilibrio en Estado Estacionario

Para esta economía, el equilibrio de estado estacionario se alcanza cuando $\mu = \pi$. Una vez que la tasa de inflación y de emisión convergen en un nivel constante, todas las variables del modelo quedan constantes.

Las demandas de saldos domésticos y extranjeros son funciones del consumo y la inflación. El consumo es a su vez una función de la inflación y las constantes del modelo. Al quedar constante la tasa de inflación, todas las demandas quedan constantes. Hay passthrough perfecto de la emisión a precios y a tipo de cambio. Con inflación constante, la tasa de interés nominal en pesos pasa a ser constante y el stock de bonos queda constante para siempre.

4.3. Valores del consumo, saldo doméstico y saldo extranjero óptimos en estado estacionario

Partiendo de la RPI y las ecuaciones obtenidas en la sección 3, es posible obtener los valores del consumo, saldos doméstico y saldos extranjeros óptimos en estado estacionario.

La condición No Ponzi nos dice que el agente no puede endeudarse hacia el infinito, es decir, a valor presente la deuda debe cumplir que:

$$\frac{a_{T+1}}{(1+r)^T} \geq 0$$

Si recordamos que:

$$a_{t+1} \equiv m_{t+1}(1+\pi_{t+1}) + m_{t+1}^* + b_{t+1}(1+\pi_{t+1}) + b_{t+1}^* \tag{16}$$

La condición de No-Ponzi nos dice que en el infinito, nuestra deuda no puede superar al stock de saldos reales agregados.

El nivel de ingreso es constante e igual a:

$$y_t = \bar{y}$$

La tasa de descuento del agente y del mercado son identicas:

$$\beta(1+r) = 1$$

Además, en estado estacionario se deben cumplir las siguientes condiciones:

$$\mu_t = \mu$$

$$\mu = \pi$$

Por ecuación de Fisher:

$$i_t = r + \pi + r\pi = i$$

Por ley de un solo precio se cumple que:

$$\frac{E_{t+1} - E_t}{E_t} = \frac{P_{t+1} - P_t}{P_t} = \pi$$

A partir de todas estas condiciones y las ecuaciones (12), (13) y (14) se obtiene que, en el infinito, el valor presente del stock de activos es $a_{T+1} = 0$, el consumo es constante ($\bar{c}$), la demanda de saldos domésticos es una función del consumo y de la tasa de inflación ($m^d_{t+1} = f\{\bar{c}, \pi\}$) y que la demanda de saldos extranjeros es una función de la demanda de saldos domésticos ($(m^*_{t+1})^d = g\{m^d_{t+1}\{\bar{c}, \pi\}\}$). Cómo la inflación y el consumo son constantes, también se cumple que las demanda de saldos domésticos y extranjeros son constantes.

La RPI se puede reescribir de la siguiente manera:

$$\bar{y}\frac{1+r}{r} + a_0(1+r) = \bar{c}\frac{1+r}{r} + im^d\frac{1+r}{r} + rm^{d*}\frac{1+r}{r}$$

$$\bar{y} + a_0 r = \bar{c} + if\{\bar{c}, \pi\} + rg\{\bar{c}, \pi\}$$

Donde las demandas de saldos son funciones del consumo y de la inflación, y se puede despejar el nivel del consumo como una función que depende de la inflación y las constantes del modelo:

$$\bar{c} = h\{\pi, r, \eta, \sigma, \gamma, \bar{y}, a_0\}$$

5. Computación

Para resolver el modelo, se armó un script en R, el cual se realiza una aproximación numérica a la solución de la ecuación en diferencias.

El script resuelve la ecuación en diferencias de la sección anterior para 1001 períodos, dadas las constantes del modelo. Asume que en el período t=1000 la economía esta en estado estacionario. Como caso base, tomamos: $\eta = 0{,}5$, $r = 0{,}05$, $\gamma = 0{,}05$, $\sigma \in [-1; 0{,}01; 1/3; 1/2; 2/3]$, $y = 10$ y $a_0 = 0$. Planteamos el sendero de emisión monetaria μ de cada escenario y corrimos la simulación.

Lo primero que hace el script es crear un vector de valores de inflación candidatos a resolver la ecuación diferencial. Estos van desde -1 (-100 %) hasta 150 (15000 %). Los intervalos entre candidatos se definieron en 5 puntos decimales. Se realizaron pruebas para ver que mayor especificidad no afectara los resultados. Aumentar la especificidad no mejoró casi nada la precisión y aumentó exponencialmente el costo computacional.

Partiendo del último período (t=1000) e imponiendo la condición de estado estacionario ($\mu_{1000} = \pi_{1000}$), se despeja el valor de π_{999} y es valor se usa para despejar π_{998}, iterando hasta llegar a despejar π_0.

Una vez despejado todo el sendero de inflaciones, el script lo usa dentro de la formula de la RPI y nuevamente realiza una aproximación numérica, pero esta vez para despejar el valor óptimo del consumo. Se comprobó que los resultados fueran robustos a cambios en la sensibilidad de la aproximación. A partir del valor obtenido para $\bar{c}$ y el sendero de inflaciones se despeja todas las variables del modelo.

El consumo es constante, las demandas de pesos y dólares son funciones del consumo y el sendero de inflación, los cuales son conocidos. El residual de restarle el consumo y la demanda agregada de saldos al ingreso devuelve la demanda de bonos. No se distingue entre bonos en pesos y dólares ya que en el óptimo están perfectamente arbitrados. Con el sendero de emisión y recordando que $M_0 = 1$ se puede obtener todo el sendero de oferta monetaria. Combinando la oferta y la demanda monetaria e imponiendo equilibrio del mercado de dinero ($\frac{M^s_t}{m^d_t} = P_t$) se obtuvo el nivel de precios. De esta manera, se obtuvieron todos los senderos de demandas relevantes.

6. Efecto Ingreso y Efecto Sustitución

Ante una reducción de la tasa de emisión μ se observan 2 efectos. El primero es el efecto ingreso (EI), que nos dice que a causa del aumento en el retorno de los saldos domésticos de $-\pi$ a $-\pi'$, aumenta la riqueza y las demandas de saldos aumentan: $m^d \uparrow$, $m^{d*} \uparrow$

Por otro lado, está el efecto sustitución (ES). Debido a que el retorno de los saldos extranjeros es ahora relativamente menor al retorno de los saldos domésticos $\left(\frac{1-\pi^*}{1-\pi}\right) \downarrow$, entonces la demanda de saldos extranjeros debe disminuir y la de saldos domésticos aumentar por el siguiente efecto: $m^d \uparrow$, $m^{d*} \downarrow$.

La suma $\gamma + \sigma$ determina el efecto de la inflación sobre la demanda de saldos extranjeros (m^{d*}). Si $\gamma + \sigma < 1$, entonces la demanda de saldos extranjeros es decreciente en la inflación. $\frac{\partial m^{d*}}{\partial \pi} < 0$ (EI $>$ ES). Si $\gamma + \sigma = 1$, entonces la demanda de saldos extranjeros es constante. $\frac{\partial m^{d*}}{\partial \pi} = 0$ (EI $=$ ES). Por último, si $\gamma + \sigma > 1$, la demanda de saldos extranjeros es creciente en la inflación. $\frac{\partial m^{d*}}{\partial \pi} > 0$ (EI $<$ ES).

Interpretación de los parámetros

De la ecuación en diferencias del vaciamiento del mercado de dinero

$$\frac{1+\mu_{t+1}}{1+\pi_{t+1}} = \left(\frac{i_t}{i_{t+1}}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \left[\frac{\eta + (1-\eta)\left(\frac{(1-\eta)}{\eta}\frac{i_{t+1}}{r}\right)^{\frac{\sigma}{1-\sigma}}}{\eta + (1-\eta)\left(\frac{(1-\eta)}{\eta}\frac{i_t}{r}\right)^{\frac{\sigma}{1-\sigma}}}\right]^{\frac{1-\gamma-\sigma}{\gamma\sigma}}$$

Se pueden interpretar diferentes parámetros. Por ejemplo, $\frac{1}{1-\sigma}$, es la elasticidad de sustitución entre monedas, o que tan fácil es utilizar una moneda con respecto a la otra. Por lo tanto, cuando cambia $\sigma \in (-\infty, 1)$ tenemos distinta sustitubilidad entre monedas. Luego, $\gamma \in (0, +\infty)$ es una medida de aversión al cambio intertemporal de los balances reales. Se puede interpretar cómo cuan costoso le es cambiar hábitos de consumo y, a $(1/\gamma)$ como la elasticidad de sustitución intertemporal. De esta forma, γ es el único que afecta el consumo y define cuanto se suaviza el sendero de inflación. Si aumenta, entonces hay mayor consumo y menor suavización en la inflación. σ determina cuanta moneda doméstica cambio a moneda extranjera cuando la inflación crece y, esta determinado por un marco legal que permite hacer transacciones de una moneda a otra. Esta expresión, impacta en la magnitud de caída de demanda de saldos domésticos, y de/crecimiento de demanda de saldos extranjeros. Por último, $\gamma + \sigma$ determina la dirección en la que se mueve la demanda de saldos extranjeros.

7. Resultados

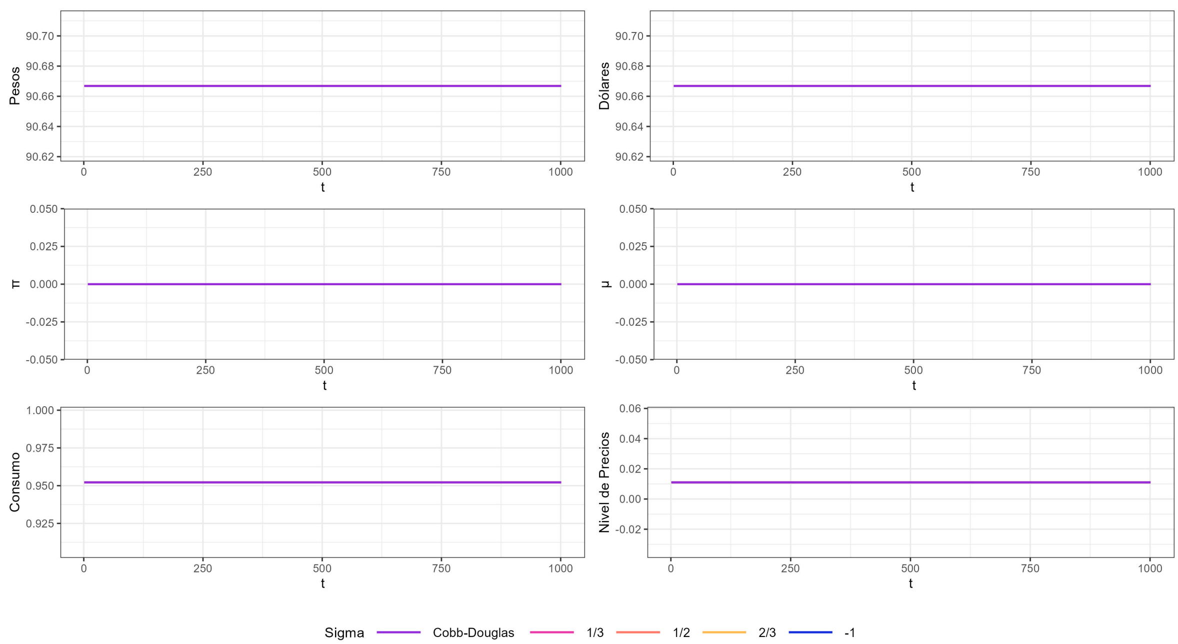
En esta sección estudiaremos el impacto de distintas políticas monetarias. Se estudiará que pasa al ajustar la tasa de emisión, μ, para distintas proyecciones de emisión de moneda domestica.

Los shocks se concentrarán en distintas caídas de la tasa de emisión. Cuando ocurre esto, se genera un efecto ingreso y un efecto sustitución, los cuales afectan a la demanda de saldos reales. Al caer la tasa a la que se deprecian los saldos domésticos, el agente obtiene una mayor riqueza. Entonces hay un efecto ingreso positivo y aumenta la demanda de ambos saldos.

El cambio en la inflación, también genera cambios en los retornos relativos de ambos balances reales. Al aumentar el retorno de los balances reales en pesos, aumenta también su retorno relativo. Esto genera un efecto sustitución, donde aumenta la demanda de pesos y cae la demanda de dólares.

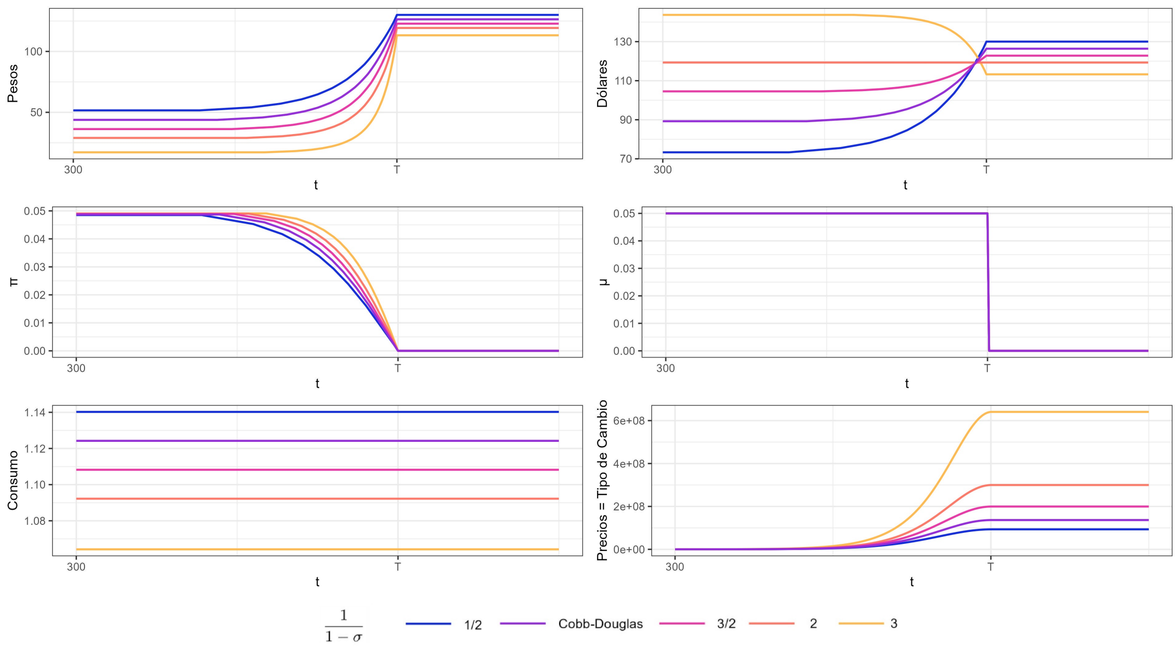
Se evaluará el resultado de una misma política monetaria para distintos valores de sigma. El enfoque será el impacto en las demandas de saldos reales y la dominancia entre el efecto ingreso y el efecto sustitución.

7.1. Resultados del caso de estado estacionario



En el caso de estado estacionario, la política monetaria es constante. Todas las variables relevantes del modelo son constantes para todos los valores de sigma.

7.2. Resultados del shock permanente en la tasa de emisión



Se produce una caída permanente en la tasa de emisión en t=500, la cual cae de 5 % a 0 %. Cuanto mayor el grado de sustitubilidad (σ), más violento es el cambio inflacionario. Para valores de σ menores, la inflación es más suave a lo largo de los 500 períodos iniciales.

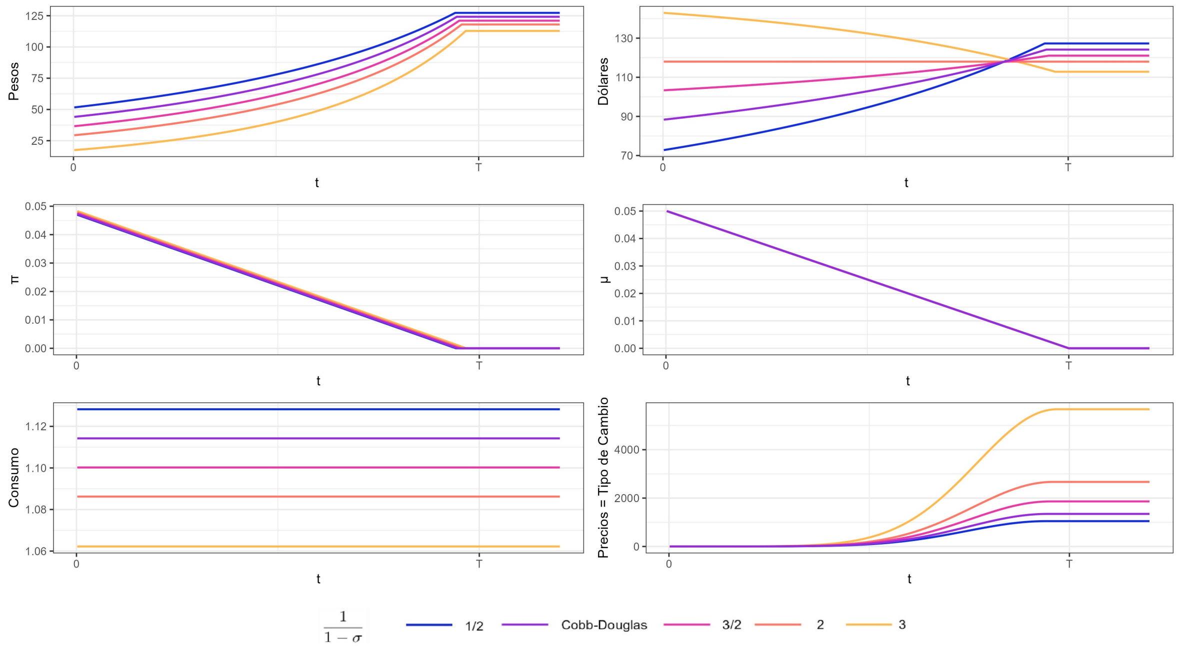
Respecto a la demanda de pesos, el efecto ingreso y el efecto sustitución son positivos. Hay un aumento en la demanda de pesos cuando cae la inflación. Además, para valores de σ bajos, es costoso para los agentes sustituir monedas, por lo que demandan mayores niveles de pesos.

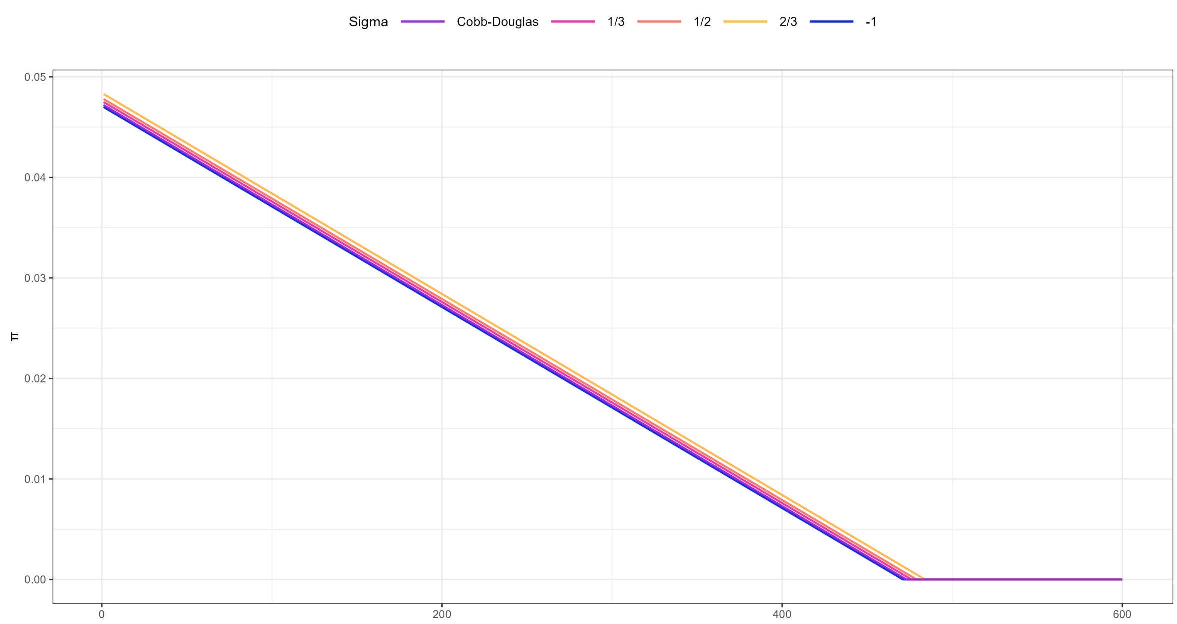
En lo que respecta a la demanda de dólares, los efectos ingreso y sustitución están contrapuestos. Para valores de σ altos, domina el efecto sustitución y hay una caída en los niveles de dólares. Para σ bajos, domina el efecto ingreso y hay un aumento en la demanda.

La diferencia entre el stock inicial y final de dólares es menor cuanto más cercano es $\sigma + \gamma$ a 1. Esta simulación tiene un valor de $\gamma = 0{,}5$, cuando $\sigma = 0{,}5$ ocurre que $\sigma + \gamma = 1$ Entonces la demanda de dolares es constante. Esto ocurre porque los efectos ingreso y sustitución son de igual magnitud y se netean.

El consumo es mayor para niveles de σ bajos y menor para niveles de σ altos. El stock de bonos inicial es menor a cuanto mayor es el σ y, el stock final de bonos es mayor a mayores níveles de σ.

7.3. Gradualismo





En este caso la política monetaria es una reducción constante en la tasa de emisión para los primeros 500 períodos. Empezando en 5 % y terminando en 0 %, de manera gradual.

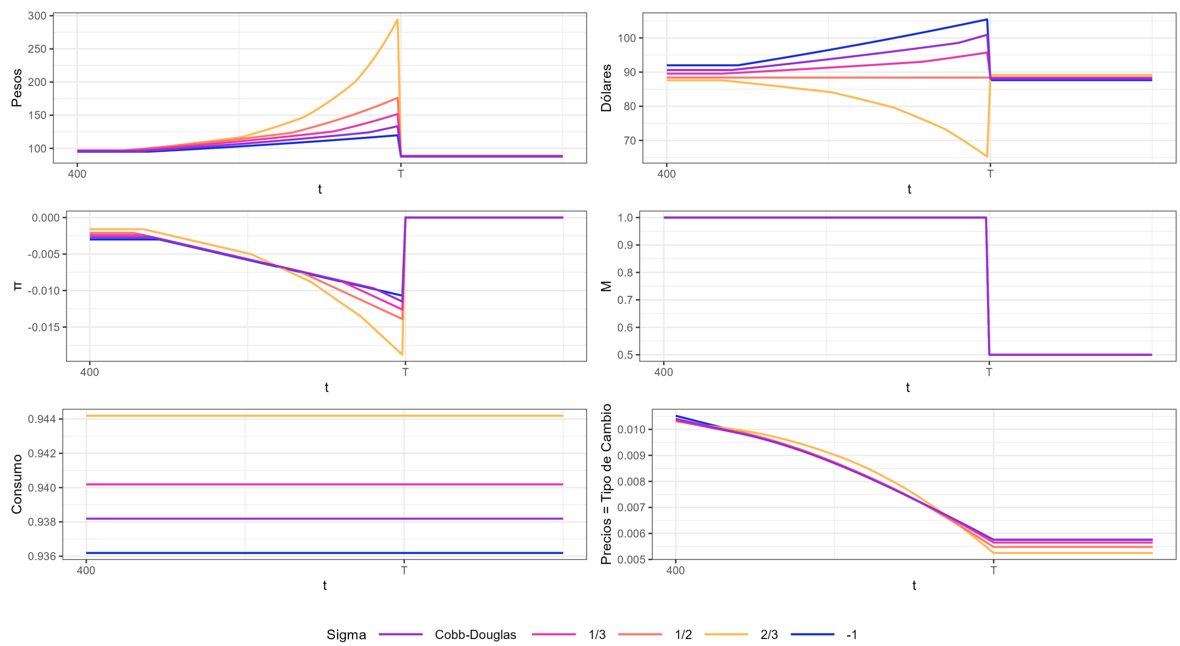
La inflación cae con la tasa de emisión. Cuanto mayor es el σ, más cercana es la tasa de inflación a la tasa de emisión.

La demanda de saldos domésticos se ve afectada positivamente por la disminución en la tasa de inflación. Los efectos sustitución e ingreso son positivos. Se cumple que para valores de σ mayores la demanda de pesos es menor para todos los períodos. Cuanto mayor es el σ, mayor es la diferencia entre el stock inicial y el stock final.

En el caso de la demanda de saldos extranjeros, vemos que el aumento o caída en la demanda depende de la predominancia del efecto ingreso o del efecto sustitución. Nuevamente casos de niveles de σ bajos, el efecto ingreso se impone por sobre el efecto sustitución, mientras que para niveles de sigma altos domina el efecto sustitución. También vemos que mientras más alejada de 1 se encuentra $\gamma + \sigma$, mayor es el cambio entre la demanda inicial y la demanda en estado estacionario.

Por último, cuanto mayor es el sigma, menor es el consumo. Se mantiene la mecánica de evolución de stocks de bonos de ejercicio previo.

7.4. Resultados del shock temporario en la tasa de emisión



Aclaramos que en esta serie de gráficos se reemplazo el gráfico de emisión por el de base monetaria, que se reduce a la mitad en el período t=500 y se mantiene constante en ese nivel.

Cuanto mayor es el grado de sustitubilidad (σ), más violento es el cambio deflacionario. Para valores de σ menores, la deflación ocurre de manera mas suave a lo largo del tiempo.

Se da un comportamiento familiar para la demanda de dólares. Previo al shock, el agente se deshace de sus dólares cuando domina el efecto sustitución y aumenta su demanda si domina el efecto ingreso. Se mantiene la relación entre la cercanía de la suma de gamma y sigma a 1 y la variación en los niveles.

Para la demanda de pesos, los agentes tienen una mayor demanda de pesos cuanto más deflación hay. Su demanda incrementa a medida que se profundiza la deflación y cae una vez que $\pi = 0$. A mayores niveles de sigma, menor es la demanda inicial de pesos y mayor es el pico de demanda en t=500.

Contrario a lo que pasaba antes, el consumo es mayor para valores de sigma mayores. También, se revierte la volatilidad de los bonos; cuanto mayor el sigma, más fuerte es el desahorro cuando ocurre el shock monetario.

8. Conclusión

El modelo presentado en este trabajo sirve para explicar los efectos de distintas políticas monetarias bajo un contexto donde los agentes pueden realizar transacciones con distintas monedas con cierto grado de sustitución.

Mostramos la existencia de efectos ingreso y sustitución y pudimos explicar no solo el determinante del aumento o la caida en la demanda de saldos reales extranjeros ante los distintos ejercicios de política monetaria sino también el comportamiento de las demandas a lo largo del tiempo.

Referencias

BCRA. (2024). Boletin Estadistico - Julio 2024. *Estadisticas Monetarias y Financieras*, (1). Consultado el 5 de agosto de 2024, desde https://www.bcra.gob.ar/Pdfs/PublicacionesEstadisticas/BoletinEstadistico/boldat202407.pdf

Bordo, M. D., & Choudhri, E. U. (1982). Currency Substitution and the Demand for Money: Some Evidence for Canada. *Journal of Money, Credit and Banking*, *14*(1), 48-57. Consultado el 5 de agosto de 2024, desde http://www.jstor.org/stable/1991491

Calvo, G., & Gramont, C. A. V. (1992). Currency Substitution in Developing Countries: An Introduction. https://doi.org/10.5089/9781451845884.001

Jeanneney, S., Goujon, M., & Adam, C. (2003). Currency substitution and the transactions demand for money. *CERDI, Working Papers*.

Rojas-Suarez, L. (1992). Currency Substitution and Inflation in Peru. *IMF Occasional Papers*, *92*. https://doi.org/10.5089/9781451979206.001

Uribe, M. (1997). Hysteresis in a simple model of currency substitution. *Journal of Monetary Economics*, *40*(1), 185-202.