Maestría en Economía Aplicada

Crisis Cambiarias y Políticas de Liquidez: Una extensión del Modelo de Krugman (1979) con Sistema Bancario

Autoría: Mazzei, Sebastián Fernando
Fecha: 2025

UNIVERSIDAD TORCUATO DI TELLA

Departamento de Economía

Maestría en Economía Aplicada

Crisis Cambiarias y Políticas de Liquidez: Una extensión del Modelo de Krugman (1979) con Sistema Bancario.

Alumno: Mazzei, Sebastián Fernando

Tutor: Ciocchini, Francisco

Julio de 2025

Abstract

Este trabajo desarrolla un modelo de crisis de balanza de pagos con tipo de cambio fijo en una economía que presenta un déficit fiscal permanente financiado con emisión monetaria. Tomando como base el modelo original de Krugman (1979), se incorpora un sistema bancario representativo que intermedia entre los hogares —que depositan sus fondos— y las empresas —que demandan crédito para financiar el pago de salarios. El análisis se basa estructuralmente en el enfoque de Lahiri y Végh (2007), pero excluye la existencia de títulos públicos (por lo tanto, la defensa del tipo de cambio vía tasa de interés), de modo que los bancos únicamente pueden prestar a las firmas o mantener sus fondos como encajes.

En el momento de la corrida contra la moneda, se plantean dos escenarios posibles para el sistema bancario: uno en el que se corta el crédito abruptamente (única alternativa) y otro en el que solicita redescuentos al banco central. La primera estrategia implica una caída del empleo y del producto, mientras que la segunda mantiene la actividad pero genera una mayor presión sobre las reservas. Mediante la resolución analítica de las restricciones del modelo y la comparación formal entre ambos escenarios, se determina cuál de las dos alternativas adelanta más el colapso del régimen cambiario.

Los resultados muestran que el uso de redescuentos puede evitar una contracción inmediata de la actividad, pero a costa de una mayor presión sobre las reservas internacionales, reduciendo el tiempo hasta la crisis. En contraste, el corte de crédito genera una recesión, pero preserva las reservas por más tiempo, retrasando el colapso. El trabajo aporta elementos relevantes para el diseño de políticas en contextos donde el sistema bancario juega un rol activo durante episodios de inestabilidad cambiaria.

Palabras clave: crisis de balanza de pagos, tipo de cambio fijo, bancos, redescuentos, crédito, reservas internacionales.

Índice

1- Introducción

El objetivo de este trabajo es analizar las dinámicas de crisis externas en economías con tipo de cambio fijo cuando se incorpora un sistema bancario con depósitos y préstamos, y explorar el rol que puede jugar el banco central frente a una corrida. La motivación surge del modelo seminal de Krugman (1979), en el cual un régimen de tipo de cambio fijo colapsa de forma anticipada cuando los agentes prevén que las reservas internacionales caerán a cero en el futuro. En ese marco, el momento de la crisis —denotado T— se determina endógenamente cuando se desata una corrida contra las reservas antes del agotamiento total.

Sin embargo, una de las principales limitaciones del enfoque original de Krugman es que omite completamente al sistema bancario, lo cual impide capturar las interacciones entre depósitos, crédito y reservas internacionales. Este trabajo extiende dicho modelo incorporando bancos privados que reciben depósitos de los hogares y otorgan crédito a las firmas para financiar el pago de salarios, generando así un vínculo directo entre la dinámica de la base monetaria, los depósitos y el nivel de actividad económica. Si bien se mantiene el supuesto de una política fiscal insostenible que induce una pérdida progresiva de reservas, ahora dicha pérdida puede tener efectos reales sobre el crédito, el empleo y el producto.

La metodología utilizada se basa en el marco técnico de Lahiri y Végh (2007), quienes modelan una economía con precios flexibles, intermediación bancaria y un banco central que puede defender el tipo de cambio mediante aumentos en la tasa de interés, ofreciendo un activo remunerado. En contraste, esta tesis asume que el banco central no tiene capacidad para fijar la tasa de interés ni para ofrecer títulos en pesos que estabilicen la demanda monetaria. En cambio, en uno de los escenarios planteados, puede intervenir mediante redescuentos a los bancos privados, por un monto equivalente al porcentaje de la caída de depósitos que no se pueden cubrir con los encajes legales.

El modelo, al igual que en Lahiri y Végh (2007), se construye a partir de la formalización de cuatro agentes representativos: un hogar, una firma, un banco y el sector público consolidado (Tesoro y Banco Central). La interacción entre estos agentes da lugar a un equilibrio dinámico bajo régimen de tipo de cambio fijo.

El aporte central del trabajo reside en modelar y comparar formalmente dos escenarios posibles frente a una corrida en el momento T:

Escenario sin redescuentos: los bancos enfrentan una caída repentina de depósitos y, dado que los préstamos son su único activo líquido, además de los encajes legales, se ven forzados a cortar el crédito para satisfacer la demanda de retiro.

Escenario con redescuentos: el banco central otorga liquidez a los bancos mediante redescuentos para hacer frente a la caída de depósitos, permitiéndoles conservar su cartera de préstamos.

Ambos escenarios se analizan en tiempo continuo bajo equilibrio con previsión perfecta, resolviendo las condiciones del modelo y comparando formalmente las consecuencias de cada estrategia sobre el momento de colapso del régimen, la trayectoria de las reservas, la demanda de dinero y el nivel de producto. El trabajo contribuye así al estudio de los trade-offs entre política monetaria, estabilidad cambiaria y actividad real en economías con tipo de cambio fijo y sistema bancario activo.

2- Modelo

Consideremos una economía pequeña y abierta que está perfectamente integrada con el resto del mundo en los mercados de bienes. La economía está habitada por un hogar representativo con vida infinita que obtiene utilidad del consumo de un bien perecedero y desutilidad por ofrecer trabajo. El precio mundial del bien en términos de moneda extranjera está fijado y se normaliza a uno. La libre movilidad de bienes a través de las fronteras implica que se cumple la ley del precio único. El consumidor también puede comerciar libremente en mercados internacionales de capital perfectamente competitivos, comprando y vendiendo un bono internacional. Estos bonos internacionales están denominados en unidades del bien y pagan un interés constante de r unidades del bien en todo momento.

En el modelo se cumple la paridad del poder de compra:

$$P_t = \mathcal{E}_t P^*{}_t$$

Normalizando $P_t = 1$:

$$P_t = \mathcal{E}_t$$

Luego:

$$\pi_t = \varepsilon_t$$

donde $\pi_t \equiv \frac{\dot{P}t}{Pt}$ y $\varepsilon_t \equiv \frac{\dot{\mathcal{E}}t}{\mathcal{E}t}$, son las tasas de inflación y depreciación, respectivamente.

2.1- Hogar Representativo

El hogar enfrenta la siguiente restricción presupuestaria:

$$P_t c_t + P_t s_t + P_t \dot{b}_t + \dot{H}_t = W_t x_t + P_t \tau_t + P_t \Omega_t^f + P_t \Omega_t^b + P_t r_t b_t + i_t^d H_t \qquad (1)$$

donde c es el consumo, s es el costo de transaccionar, $\dot{b}$ es la variación del stock de bonos internacionales, $\dot{H}$ es la variación de stock de depósitos, W es el salario nominal por horas y x es la cantidad de horas trabajadas, τ son las transferencias del gobierno, Ω^f son los beneficios de las firmas, Ω^b son los beneficios de los bancos, rb son los intereses que devengan los bonos internacionales, e $i^d H$ son los intereses que devengan los depósitos bancarios.

En términos reales:

$$c_t + s_t + \dot{b}_t + \frac{\dot{H}_t}{P_t} = \frac{W_t}{P_t} x_t + \tau_t + \Omega_t^f + \Omega_t^b + r_t b_t + \mathrm{i}_t^d \frac{\dot{H}_t}{P_t}$$

$$c_t + s_t + \dot{b}_t + \frac{\dot{H}_t}{P_t} = w_t x_t + \tau_t + \Omega_t^f + \Omega_t^b + r_t b_t + \mathrm{i}_t^d h_t \qquad (2)$$

donde $w_t \equiv \frac{W_t}{P_t}$ es el salario real y $h_t \equiv \frac{H_t}{P_t}$ es el stock real de depósitos.

Notemos que $h_t \equiv \frac{H_t}{P_t} \Rightarrow \dot{h}_t = \frac{\dot{H}_t P_t - H_t \dot{P}_t}{P_t^2} \Rightarrow \dot{h}_t = \frac{\dot{H}_t}{P_t} - \frac{H_t}{P_t}\frac{\dot{P}_t}{P_t} \Rightarrow \dot{h}_t = \frac{\dot{H}_t}{P_t} - \pi_t h_t \Rightarrow \frac{\dot{H}_t}{P_t} = \dot{h}_t + \pi_t h_t$. Reemplazando en la ecuación (2) obtenemos:

$$c_t + s_t + \dot{b}_t + \dot{h}_t + \pi_t h_t = w_t x_t + \tau_t + \Omega_t^f + \Omega_t^b + r_t b_t + \mathrm{i}_t^d h_t$$

$$c_t + s_t + \dot{b}_t + \dot{h}_t = w_t x_t + \tau_t + \Omega_t^f + \Omega_t^b + r_t b_t + \mathrm{i}_t^d h_t - \pi_t h_t$$

$$c_t + s_t + \dot{b}_t + \dot{h}_t = w_t x_t + \tau_t + \Omega_t^f + \Omega_t^b + (i_t - \varepsilon_t) b_t + \mathrm{i}_t^d h_t - \varepsilon_t h_t$$

$$c_t + s_t + \dot{b}_t + \dot{h}_t = w_t x_t + \tau_t + \Omega_t^f + \Omega_t^b + i_t b_t + \mathrm{i}_t^d h_t - \varepsilon_t (b_t + h_t) \qquad (3)$$

donde hemos usado $\pi_t = \varepsilon_t$ junto con $i_t \equiv r_t + \pi_t \Rightarrow i_t = r_t + \varepsilon_t \Rightarrow r_t = i_t - \varepsilon_t$

Definiendo a los activos rentables como $a_t \equiv b_t + h_t$, obtenemos:

$$c_t + s_t + \dot{a}_t = w_t x_t + \tau_t + \Omega_t^f + \Omega_t^b + i_t (a_t - h_t) + \mathrm{i}_t^d h_t - \varepsilon_t a_t$$

$$c_t + s_t + \dot{a}_t = w_t x_t + \tau_t + \Omega_t^f + \Omega_t^b + i_t a_t - i_t h_t + \mathrm{i}_t^d h_t - \varepsilon_t a_t$$

$$c_t + s_t + \dot{a}_t = w_t x_t + \tau_t + \Omega_t^f + \Omega_t^b + (i_t - \varepsilon_t) a_t - (i_t - \mathrm{i}_t^d) h_t$$

$$c_t + s_t + \dot{a}_t = w_t x_t + \tau_t + \Omega_t^f + \Omega_t^b + r_t a_t - \mathrm{I}_t^d h_t \qquad (4)$$

donde $\mathrm{I}_t^d \equiv i_t - \mathrm{i}_t^d$ es el spread pasivo. Definiendo $r_t^d \equiv \mathrm{i}_t^d - \pi_t$, obtenemos: $\mathrm{I}_t^d = i_t - (r_t^d + \pi_t) \Rightarrow \mathrm{I}_t^d = (i_t - \pi_t) - r_t^d \Rightarrow \mathrm{I}_t^d = r_t - \mathrm{r}_t^d$.

Finalmente, suponiendo que $r_t = r \ \forall t$:

$$\dot{a}_t = r a_t + w_t x_t + \tau_t - c_t - s_t - \mathrm{I}_t^d h_t + \Omega_t^f + \Omega_t^b \qquad (5)$$

En el momento T (cuando se produzca la crisis), el hogar puede cambiar instantáneamente un activo por otro (depósitos por bonos internacionales). Por lo tanto, debe cumplirse:

$$b_T - b_{T-} = -\frac{H_T - H_{T-}}{\varepsilon_T} \tag{6}$$

Donde b_{t-} denota el valor de b en el instante inmediatamente anterior a T.[1].[2] Luego veremos que el tipo de cambio no puede saltar en T, de manera que la expresión (6) se puede reescribir de la siguiente manera:

$$b_T - b_{T-} = -(h_T - h_{T-}) \tag{7}$$

Nótese que, en una senda temporal correspondiente a un equilibrio bajo previsión perfecta, a_t no puede saltar. Es decir, un activo rentable sube (baja) a costa de la baja (suba) del otro.

A partir de (5), integramos descontando a valor presente y obtenemos:

$$\int_0^\infty e^{-rt}\,(\dot{a}_t - ra_t)dt = \int_0^\infty e^{-rt}\,\left(w_t x_t + \tau_t - c_t - s_t - \mathrm{I}_t^d h_t + \Omega_t^f + \Omega_t^b\right)dt$$

$$\int_0^\infty \frac{d}{dt}(e^{-rt}\,a_t)dt = \int_0^\infty e^{-rt}\,\left(w_t x_t + \tau_t - c_t - s_t - \mathrm{I}_t^d h_t + \Omega_t^f + \Omega_t^b\right)dt$$

$$e^{-rt}a_t\Big]_0^\infty = \int_0^\infty e^{-rt}\,\left(w_t x_t + \tau_t - c_t - s_t - \mathrm{I}_t^d h_t + \Omega_t^f + \Omega_t^b\right)dt$$

$$\lim_{t\to\infty} e^{-rt}\,a_t - e^0 a_0 = \int_0^\infty e^{-rt}\,\left(w_t x_t + \tau_t - c_t - s_t - \mathrm{I}_t^d h_t + \Omega_t^f + \Omega_t^b\right)dt$$

$$\int_0^\infty e^{-rt}\,(c_t + s_t + \mathrm{I}_t^d h_t)dt + \lim_{t\to\infty} e^{-rt}\,a_t = a_0 + \int_0^\infty e^{-rt}\,\left(w_t x_t + \tau_t + \Omega_t^f + \Omega_t^b\right)dt \tag{8}$$

Imponiendo la condición de transversalidad $\lim_{t\to\infty} e^{-rt}\,a_t = 0$, obtenemos la restricción presupuestaria intertemporal (RPI):

$$\int_0^\infty e^{-rt}\,(c_t + s_t + \mathrm{I}_t^d h_t)dt = a_0 + \int_0^\infty e^{-rt}\,\left(w_t x_t + \tau_t + \Omega_t^f + \Omega_t^b\right)dt \tag{9}$$

---

[1] Formalmente, b_{t-} es el límite por izquierda. En cambio, b_t es el límite por derecha.

[2] Para t < T, se cumple $H_t = H_0 + \int_0^t \dot{H}_t dt$ .A partir de T, se cumple: $H_t = H_0 + \int_0^t \dot{H}_t dt + \Delta H_t$, donde $\Delta H_T = H_T - H_{T-}$

Suponemos que $s_t = \psi(h_t)$, con $\psi(h_t) \geq 0,\ \psi'(h_t) \leq 0,\ \psi''(h_t) > 0,\ \psi(h^*) =,\ \psi'(h^*) = 0$ con $h^* \in (0, \infty)$. Es decir, suponemos que el costo de transacción es una función que depende de los depósitos. Si la demanda de depósitos sube, el costo de transacción baja pero de forma decreciente.

Luego, reemplazando en (9):

$$\int_0^\infty e^{-rt}\ (c_t + \psi(h_t) + \mathrm{I}_t^d h_t) dt = a_0 + \int_0^\infty e^{-rt}\ \left(w_t x_t + \tau_t + \Omega_t^f + \Omega_t^b\right) dt \tag{10}$$

Suponemos que la función de utilidad es de la forma:

$$\int_0^\infty e^{-\rho t}\ \frac{1}{1-\frac{1}{\sigma}} \left[(c_t - \zeta x_t^\nu)^{1-\frac{1}{\sigma}} - 1\right] dt \tag{11}$$

con elasticidad intertemporal de sustitución $\sigma > 0$, el parámetro de desutilidad del trabajo $\zeta > 0$, y el parámetro de la curvatura en la desutilidad del trabajo $\nu > 1$. Cabe aclarar que $\rho > 0$ es la tasa de preferencia intertemporal.

Teniendo la restricción presupuestaria (10) y la función de utilidad (11), podemos armar el lagrangiano:

$$\mathcal{L} = \int_0^\infty e^{-\rho t}\ \frac{1}{1-\frac{1}{\sigma}} \left[(c_t - \zeta x_t^\nu)^{1-\frac{1}{\sigma}} - 1\right] dt + \lambda \left[a_0 + \int_0^\infty e^{-rt}\ \left(w_t x_t + \tau_t + \Omega_t^f + \Omega_t^b\right) dt - \int_0^\infty e^{-rt}\ (c_t + \psi(h_t) + \mathrm{I}_t^d h_t) dt\right]$$

Condiciones de primer orden (CPO):

$$c_t:\ e^{-\rho t} \frac{1}{1-\frac{1}{\sigma}} \left(1 - \frac{1}{\sigma}\right) (c_t - \zeta x_t^\nu)^{-\frac{1}{\sigma}} - \lambda e^{-rt} = 0$$

$$x_t:\ e^{-\rho t} \frac{1}{1-\frac{1}{\sigma}} \left(1 - \frac{1}{\sigma}\right) (c_t - \zeta x_t^\nu)^{-\frac{1}{\sigma}} (-1) \zeta \nu x_t^{\nu-1} + \lambda e^{-rt} w_t = 0$$

$$h_t:\ \lambda[-e^{-rt}\ (\psi'(h_t) + \mathrm{I}_t^d) dt] = 0$$

$$\lambda : RPI$$

De ahora en adelante suponemos que $r = \rho$. Luego:

$$c_t:\ (c_t - \zeta x_t^\nu)^{-\frac{1}{\sigma}} = \lambda \tag{12}$$

$$x_t :\ (c_t - \zeta x_t^{\nu})^{-\frac{1}{\sigma}} \zeta \nu x_t^{\nu-1} = \lambda w_t \tag{13}$$

$$h_t :\ \lambda\,(\psi'(h_t) + \mathrm{I}_t^d) = 0 \tag{14}$$

Notemos que (12) implica $\lambda > 0$. Dividiendo (13) por (12) obtenemos: $\frac{(c_t-\zeta x_t^{\nu})^{-\frac{1}{\sigma}}\zeta\nu x_t^{\nu-1}}{(c_t-\zeta x_t^{\nu})^{-\frac{1}{\sigma}}} = \frac{\lambda w_t}{\lambda} \Rightarrow \zeta\nu x_t^{\nu-1} = w_t \Rightarrow$

$$x_t^s = \left(\frac{w_t}{\zeta\nu}\right)^{\frac{1}{\nu-1}} \text{ que es la oferta de trabajo.}$$

Combinando $\lambda > 0$ con (14), obtenemos: $\psi'(h_t) + \mathrm{I}_t^d = 0 \Rightarrow$

$$-\psi'(h_t) = \mathrm{I}_t^d \tag{15}$$

Si $\psi'(h_t) < 0$, que ocurre cuando $h_t < {h_t}^*$, la expresión anterior requiere $\mathrm{I}_t^d > 0$ ($i_t > \mathrm{i}_t^d$). El hogar está dispuesto a pagar mayor costo de transacción solo si el spread es positivo (mayor costo de oportunidad por tener depósitos). Si $h_t \geq {h_t}^*$, la expresión anterior requiere $\mathrm{I}_t^d = 0$ ($i_t = \mathrm{i}_t^d$). Si el spread es cero, el hogar demandará más depósitos ya que le baja el costo de transacción y su costo de oportunidad es nulo respecto a otro activo rentable.

La expresión anterior define implícitamente la demanda de depósitos como función del spread $\mathrm{I}_t^d = i_t - \mathrm{i}_t^d$:

$${h_t}^d = \tilde{h}(\mathrm{I}_t^d) \tag{16}$$

Como $\psi'' > 0$, la función es decreciente: $\tilde{h}' < 0$. La demanda de depósitos depende negativamente del spread.

2.2- Empresa representativa

La empresa produce el bien de consumo utilizando solamente factor trabajo. La función de producción es lineal, con productividad media y marginal del trabajo igual a 1:

$$y_t = x_t$$

La empresa enfrenta la siguiente restricción de financiamiento:

$$n_t = \emptyset w_t x_t \tag{17}$$

donde n son los préstamos solicitados a los bancos, y $\emptyset > 0$.

La restricción presupuestaria es:

$$P_t\Omega_t^f + \mathrm{i}_t^l n_t + W_t x_t = P_t y_t + \dot{N}_t \tag{18}$$

En términos reales:

$$\Omega_t^f + \mathrm{i}_t^l \frac{N_t}{P_t} + \frac{W_t}{P_t} x_t = y_t + \frac{\dot{N}_t}{P_t}$$

$$\Omega_t^f + \mathrm{i}_t^l n_t + w_t x_t = y_t + \frac{\dot{N}_t}{P_t}$$

$$\Omega_t^f + \mathrm{i}_t^l n_t + w_t x_t = y_t + \dot{n}_t + \pi_t n_t$$

$$\Omega_t^f + (\mathrm{i}_t^l - \pi_t) n_t + w_t x_t = y_t + \dot{n}_t$$

$$\Omega_t^f + r_t^l n_t + w_t x_t = y_t + \dot{n}_t \tag{19}$$

donde $r_t^l \equiv \mathrm{i}_t^l - \pi_t$ es la tasa real de los préstamos bancarios, $n_t \equiv \frac{N_t}{P_t}$ y hemos usado $\frac{\dot{N}_t}{P_t} = \dot{n}_t + \pi_t n_t$.

Restando rn_t de ambos lados de (19):

$$\Omega_t^f + (r_t^l - r) n_t + w_t x_t = y_t + \dot{n}_t - rn_t$$

Luego:

$$\dot{n}_t - rn_t = \Omega_t^f + (r_t^l - r) n_t + w_t x_t - y_t$$

$$\dot{n}_t - rn_t = \Omega_t^f + \mathrm{I}_t^l n_t + w_t x_t - y_t \tag{20}$$

donde $\mathrm{I}_t^l \equiv r_t^l - r = (\mathrm{i}_t^l - \pi_t) - (i_t - \pi_t) = \mathrm{i}_t^l - i_t$ es el spread de los préstamos bancarios por sobre el bono internacional.

Usando $y_t = x_t$ y $n_t = \emptyset w_t x_t$ en el lado derecho de (20), obtenemos:

$$\dot{n}_t - rn_t = \Omega_t^f + \mathrm{I}_t^l \emptyset w_t x_t + w_t x_t - x_t$$

$$\dot{n}_t - rn_t = \Omega_t^f + (\mathrm{I}_t^l \emptyset w_t + w_t - 1) x_t$$

$$\dot{n}_t - rn_t = \Omega_t^f - (1 - w_t - \mathrm{I}_t^l \emptyset w_t) x_t \tag{21}$$

Integrando y descontando a valor presente:

$$\int_0^\infty e^{-rt}\,(\dot{n}_t - rn_t)dt = \int_0^\infty e^{-rt}\,\left[\Omega_t^f - (1 - w_t - \mathrm{I}_t^l\emptyset w_t)x_t\right]dt$$

$$\int_0^\infty \frac{d}{dt}(e^{-rt}n_t)dt = \int_0^\infty e^{-rt}\,\left[\Omega_t^f - (1 - w_t - \mathrm{I}_t^l\emptyset w_t)x_t\right]dt$$

$$e^{-rt}n_t\Big]_0^\infty = \int_0^\infty e^{-rt}\,\left[\Omega_t^f - (1 - w_t - \mathrm{I}_t^l\emptyset w_t)x_t\right]dt$$

$$\lim_{t\to\infty} e^{-rt}\,n_t - e^0 n_0 = \int_0^\infty e^{-rt}\,\left[\Omega_t^f - (1 - w_t - \mathrm{I}_t^l\emptyset w_t)x_t\right]dt$$

$$\int_0^\infty e^{-rt}\,\,\Omega_t^f dt + n_0 = \int_0^\infty e^{-rt}\,\,(1 - w_t - \mathrm{I}_t^l\emptyset w_t)x_t dt + \lim_{t\to\infty} e^{-rt}\,n_t$$

Imponiendo $\lim_{t\to\infty} e^{-rt}\,n_t = 0$:

$$\int_0^\infty e^{-rt}\,\,\Omega_t^f dt = -n_0 + \int_0^\infty e^{-rt}\,\,(1 - w_t - \mathrm{I}_t^l\emptyset w_t)x_t dt \qquad (22)$$

El objetivo de la empresa es maximizar el valor presente de los dividendos (apropiadamente descontados con la tasa relevante para el hogar representativo, que es dueño de la empresa). La expresión (22) muestra que esto es equivalente a maximizar

$$\int_0^\infty e^{-rt}\,\,(1 - w_t - \mathrm{I}_t^l\emptyset w_t)x_t dt$$

puesto que n_0 está predeterminada. En la maximización, $r = \rho$ y las sendas temporales para I^l y w se toman como dadas.

CPO (solución interior):

$$e^{-rt}\,(1 - w_t - \mathrm{I}_t^l\emptyset w_t) = 0$$

Luego $1 - w_t - \mathrm{I}_t^l\emptyset w_t = 0 \Rightarrow 1 = w_t(1 + \mathrm{I}_t^l\emptyset) \Rightarrow$

$$w_t = \frac{1}{1+\mathrm{I}_t^l\emptyset} \qquad (23)$$

El salario real depende negativamente del spread de tasas de préstamos. Si es caro el crédito cae la demanda de empleo (se encarece contratar empleados), haciendo caer el salario real. Es decir, la empresa solo contratará pagando salarios reales bajos ya que el costo de su financiación es alto.

2.3- Banco representativo

El banco tendrá un balance previo a la crisis y otro distinto luego de la crisis (dependiendo el escenario en el que estemos).

Balance del banco antes de T, en términos nominales:

Activos	Pasivos
M_t	H_t
N_t	

donde H = depósitos, M = encajes legales, N = préstamos. Luego:

$$M_t + N_t = H_t \tag{24}$$

Los encajes legales son una fracción constante de los depósitos (no hay encajes voluntarios):

$$M_t = \delta H_t \tag{25}$$

Balance del banco después de T(en caso del escenario con redescuentos):

Activos	Pasivos
M_t	H_t
N_t	V_t

donde V = redescuentos. Luego:

$$M_t + N_t = H_t + V_t \tag{26}$$

La restricción presupuestaria para $t < T$ es equivalente a la posterior a T con $V_t = 0$. Luego:

$$P_t \Omega_t^b + \mathrm{i}_t^d H_t + \mathrm{i}_t^v V_t + \dot{M}_t + \dot{N}_t = \mathrm{i}_t^l N_t + \dot{H}_t + \dot{V}_t \qquad \forall t \tag{27}$$

donde $V_t = 0\ y\ \dot{V}_t = 0\ \ \forall t < T$. Además:

$$(M_T - M_{T-}) + (N_T - N_{T-}) = (H_T - H_{T-}) + (V_T - V_{T-})$$

Usando $M_t = \delta H_t$:

$$(\delta H_T - \delta H_{T-}) + (N_T - N_{T-}) = (H_T - H_{T-}) + (V_T - V_{T-})$$

$$\delta(H_T - H_{T-}) + (N_T - N_{T-}) = (H_T - H_{T-}) + V_T - V_{T-}$$

$$(N_T - N_{T-}) = (1-\delta)(H_T - H_{T-}) + V_T - V_{T-}$$

$$\Delta N_T = (1-\delta)\Delta H_T + \Delta V_T \qquad (28)$$

La variación de los préstamos es igual a la variación de los depósitos que es prestable (es decir, neto de encajes legales) más la variación de los redescuentos que otorgue el banco central.

Si el Banco Central no otorga redescuentos en T ,tendremos $\Delta V_T = 0$ y $\Delta N_T = (1-\delta)\Delta H_T$. Si el Banco Central otorga redescuentos para compensar toda la caída de depósitos que no se puede financiar con encajes legales, tendremos $\Delta V_T = -(1-\delta)\Delta H_T$ y $\Delta N_T = 0$. En ambos casos $\Delta M_T = \delta \Delta H_T$.

De la expresión (28) se sigue:

$$\frac{\Delta N_T}{\mathcal{E}_T} = (1-\delta)\frac{\Delta H_T}{\mathcal{E}_T} + \frac{\Delta V_T}{\mathcal{E}_T}$$

Como $\mathcal{E}_t$ no salta en T:

$$\Delta n_T = (1-\delta)\Delta h_T + \Delta v_T \qquad (29)$$

A partir de (27):

$$\Omega_t^b + \mathrm{i}_t^d h_t + \mathrm{i}_t^v v_t + \frac{\dot{M}_t}{P_t} + \frac{\dot{N}_t}{P_t} = \mathrm{i}_t^l \frac{N}{P_{t_t}} + \frac{\dot{H}_t}{P_t} + \frac{\dot{V}_t}{P_t}$$

$$\Omega_t^b + \mathrm{i}_t^d h_t + \mathrm{i}_t^v v_t + \dot{m}_t + \pi_t m_t + \dot{n}_t + \pi_t n_t = \mathrm{i}_t^l n_t + \dot{h}_t + \pi_t h_t + \dot{v}_t + \pi_t v_t$$

$$\Omega_t^b + \mathrm{i}_t^d h_t + \mathrm{i}_t^v v_t + \left(\dot{m}_t + \dot{n}_t - \dot{h}_t - \dot{v}_t\right) + \pi_t(m_t + n_t - h_t - v_t) = \mathrm{i}_t^l n_t$$

$$\Omega_t^b + \mathrm{i}_t^d h_t + \mathrm{i}_t^v v_t + 0 + \pi_t * 0 = \mathrm{i}_t^l n_t$$

$$\Omega_t^b + \mathrm{i}_t^d h_t + \mathrm{i}_t^v v_t = \mathrm{i}_t^l n_t$$

$$\Omega_t^b = \mathrm{i}_t^l n_t - \mathrm{i}_t^d h_t - \mathrm{i}_t^v v_t \tag{30}$$

Luego

$$\Omega_t^b = (r_t^l + \pi_t)n_t - (r_t^h + \pi_t)h_t - (r_t^v + \pi_t)v_t$$

$$\Omega_t^b = r_t^l n_t - r_t^h h_t - r_t^v v_t + \pi_t(n_t - h_t - v_t)$$

$$\Omega_t^b = r_t^l n_t - r_t^h h_t - r_t^v v_t + \pi_t m_t$$

$$\Omega_t^b = r_t^l n_t - r_t^h h_t - r_t^v v_t + \varepsilon_t m_t \tag{31}$$

Reemplazando (29) en (30), obtenemos:

$$\Omega_t^b = \mathrm{i}_t^l[(1-\delta)h_t + v_t] - \mathrm{i}_t^d h_t - \mathrm{i}_t^v v_t$$

$$\Omega_t^b = \mathrm{i}_t^l(1-\delta)h_t + \mathrm{i}_t^l v_t - \mathrm{i}_t^d h_t - \mathrm{i}_t^v v_t$$

$$\Omega_t^b = [\mathrm{i}_t^l(1-\delta)h_t - \mathrm{i}_t^d]h_t + (\mathrm{i}_t^l - \mathrm{i}_t^v)v_t \tag{32}$$

El beneficio del banco (32) es igual al spread por los depósitos (corregida la tasa activa por encajes) $[\mathrm{i}_t^l(1-\delta)h_t - \mathrm{i}_t^d]h_t$ más el spread por redescuentos tomados $(\mathrm{i}_t^l - \mathrm{i}_t^v)v_t$.

<u>2.4- Sector Público Consolidado</u>

Restricción presupuestaria, sin redescuentos:

$$P_t\tau_t + P_t\dot{f}_t = \dot{M}_t \tag{34}$$

donde τ es el déficit fiscal, $\dot{f}$ la evolución de las reservas y $\dot{M}$ la evolución de la base monetaria (encajes). Haremos el supuesto que las reservas internacionales tienen retorno nulo.

En términos reales:

$$\tau_t + \dot{f}_t = \frac{\dot{M}_t}{P_t}$$

$$\tau_t + \dot{f}_t = \dot{m}_t + \pi_t m_t$$

$$\dot{f}_t = \dot{m}_t + \pi_t m_t - \tau_t \tag{35}$$

Donde $\frac{\dot{M}_t}{P_t} = \dot{m}_t + \pi_t m_t$ es la suma del aumento de la base monetaria real (m) y el impuesto inflacionario (πm).

Cuando agregamos redescuentos en la expresión (34), se obtiene:

$$P_t \tau_t + P_t \dot{f}_t + \dot{V}_t = \dot{M}_t + \mathrm{i}_t^v V_t \tag{36}$$

En términos reales:

$$\tau_t + \dot{f}_t + \frac{\dot{V}_t}{P_t} = \frac{\dot{M}_t}{P_t} + \mathrm{i}_t^v \frac{V_t}{P_t}$$

$$\tau_t + \dot{f}_t + \dot{v}_t + \pi_t v_t = \dot{m}_t + \pi_t m_t + \mathrm{i}_t^v v_t$$

$$\dot{f}_t = \dot{m}_t + \pi_t m_t + \mathrm{i}_t^v v_t - \dot{v}_t - \pi_t v_t - \tau_t$$

$$\dot{f}_t = \dot{m}_t + \pi_t m_t + (\mathrm{i}_t^v - \pi_t) v_t - \dot{v}_t - \tau_t$$

$$\dot{f}_t = \dot{m}_t + \pi_t m_t + r_t^v v_t - \dot{v}_t - \tau_t \tag{37}$$

Saltos de las reservas internacionales

Sin redescuentos:

$$\Delta f_T = \frac{\Delta M_T}{\mathcal{E}_T}$$

$$\Delta f_T = \delta \frac{\Delta H_T}{\mathcal{E}_T}$$

$$\Delta f_T = \delta \Delta h_T \tag{38}$$

Cuando sube (baja) la base monetaria $\delta \Delta H_T$, suben (bajan) las reservas Δf_T.

Con redescuentos:

$$\Delta f_T + \frac{\Delta V_T}{\mathcal{E}_T} = \frac{\Delta M_T}{\mathcal{E}_T}$$

$$\Delta f_T - (1-\delta)\frac{\Delta H_T}{\mathcal{E}_T} = \delta\frac{\Delta H_T}{\mathcal{E}_T}$$

$$\Delta f_T = \frac{\Delta H_T}{\mathcal{E}_T}$$

$$\Delta f_T = \Delta h_T \qquad (39)$$

Cuando suben (bajan) los depósitos Δh_T, suben (bajan) las reservas Δf_T.

2.5- Política Monetaria, Cambiaria y Fiscal

Antes de la crisis el tipo de cambio es fijo:

$$\mathcal{E}_t = \mathcal{E} \quad \forall t \leq T$$

Después de la crisis el régimen cambiario es de flotación pura.

La evolución de τ_t es exógena. Suponemos que es constante antes de la crisis:

$$\tau_t = \overline{\tau} \quad \forall t \leq T$$

Cuando se analice el escenario II (con redescuentos) se especificará como evoluciona τ_t después de la crisis. En dicho escenario el gobierno determina la tasa de interés i_t^v y la cantidad de redescuentos otorgados v_t.

La base monetaria M_t es endógena.

Las reservas internacionales se determinan endógenamente durante el régimen de tipo de cambio fijo. Durante la flotación, las reservas se mantienen constantes.

3- Escenario I: Economía sin redescuentos

Nos concentramos en un equilibrio estacionario en el que las variables reales se mantienen constantes y las variables nominales crecen a tasa constante (que puede ser nula).

Un tipo de cambio fijo implica:

$$\mathcal{E}_t = \mathcal{E}$$

$$\varepsilon_t = 0$$

Luego, $P_t = \mathcal{E}_t \Rightarrow$

$$P_t = P = \mathcal{E}$$

$$\pi_t = 0$$

Luego, $i_t = r + \pi_t \Rightarrow$

$$i_t = i = r$$

Imponiendo

$$h_t = h$$

en $-\psi'(h_t) = \mathrm{I}_t^d$, obtenemos:

$$\mathrm{I}_t^d = \mathrm{I}^d$$

Combinando $\mathrm{I}_t^d = i_t - i_t^d$ con $\mathrm{I}_t^d = \mathrm{I}^d$ e $i_t = i$, obtenemos:

$$\mathrm{i}_t^d = i^d = i - \mathrm{I}^d$$

Luego, $r_t^d = i_t^d - \pi_t \Rightarrow$

$$r_t^d = r^d = i^d$$

Con libre entrada al sistema bancario, los beneficios de los bancos deben ser nulos. Luego: $i_t^d = i_t^l(1-\delta)$

Luego:

$$i_t^l = i^l = \frac{i^d}{1-\delta} \tag{40}$$

Luego, $r_t^l = i_t^l - \pi_t \Rightarrow$

$$r_t^l = r^l = i^l$$

Además, $\mathrm{I}_t^l = i_t^l - i_t$, implica:

$$\mathrm{I}^l = i^l - i$$

A partir de $m_t = \delta h_t$ y $h_t = h$, obtenemos:

$$m_t = m = \delta h$$

Luego $m_t + n_t = h_t$, implica:

$$n_t = n = h - m = (1-\delta)h$$

Reemplazando $\mathrm{I}_t^l = \mathrm{I}^l$ en $w_t = \frac{1}{1+\mathrm{I}_t^l \emptyset}$ (23), obtenemos:

$$w_t = w = \frac{1}{1+\emptyset \mathrm{I}^l} \tag{41}$$

Reemplazando la expresión anterior en $x_t^s = \left(\frac{w_t}{\zeta \nu}\right)^{\frac{1}{\nu-1}}$ (oferta de trabajo), obtenemos:

$$x_t = x = \left(\frac{1}{\zeta \nu (1+\emptyset \mathrm{I}^l)}\right)^{\frac{1}{\nu-1}} \tag{42}$$

Luego, $y_t = x_t$ implica:

$$y_t = y = x$$

Reemplazando (41) y (42) en (17), obtenemos: $n = \emptyset w x \Rightarrow n = \emptyset \frac{1}{1+\emptyset \mathrm{I}^l} \left(\frac{1}{\zeta \nu (1+\emptyset \mathrm{I}^l)}\right)^{\frac{1}{\nu-1}}$. Luego:

$$n_t = n = \emptyset \left(\frac{1}{\zeta \nu}\right)^{\frac{1}{\nu-1}} \left(\frac{1}{1+\emptyset \mathrm{I}^l}\right)^{\frac{\nu}{\nu-1}} \tag{43}$$

Reemplazando la expresión anterior en $n = (1-\delta)h$, obtenemos: $h = \frac{1}{1-\delta} n \Rightarrow$

$$h^s = \frac{\emptyset}{1-\delta} \left(\frac{1}{\zeta \nu}\right)^{\frac{1}{\nu-1}} \left(\frac{1}{1+\emptyset \mathrm{I}^l}\right)^{\frac{\nu}{\nu-1}}$$

$$h^s = \frac{\emptyset}{1-\delta} \left(\frac{1}{\zeta \nu}\right)^{\frac{1}{\nu-1}} \left(\frac{1}{1+\emptyset (i^l - i)}\right)^{\frac{\nu}{\nu-1}}$$

$$h^s = \frac{\emptyset}{1-\delta} \left(\frac{1}{\zeta \nu}\right)^{\frac{1}{\nu-1}} \left(\frac{1}{1+\emptyset (\frac{i^d}{1-\delta} - r)}\right)^{\frac{\nu}{\nu-1}} \tag{44}$$

Recordemos que $-\psi'(h) = \mathrm{I}^d$ implica $h^d = \tilde{h}(\mathrm{I}^d)$. Luego: $h^d = \tilde{h}(i - i^d) \Rightarrow$

$$h^d = \tilde{h}(r - i^d) \tag{45}$$

En equilibrio debe cumplirse $h^s = h^d$. Igualando (44) y (45), obtenemos:

$$\frac{\emptyset}{1-\delta}\left(\frac{1}{\zeta\nu}\right)^{\frac{1}{\nu-1}}\left(\frac{1}{1+\emptyset(\frac{i^d}{1-\delta}-r)}\right)^{\frac{\nu}{\nu-1}} = \tilde{h}(r-i^d)$$

La expresión anterior determina implícitamente la tasa de interés pasiva de equilibrio, que denotaremos $i^{d,e}$. El resto de los valores de equilibrio del modelo surgirán de aplicar la tasa de equilibrio ($i^{d,e}$) en sus funciones.

Reemplazando en (37), obtenemos $\dot{f}_t = 0 * m_t + 0 - \overline{\tau} \Rightarrow$

$$\dot{f}_t = -\overline{\tau} \tag{46}$$

Como el tipo de cambio es fijo $\mathcal{E}_t = \mathcal{E}$, las reservas f caen si hay déficit fiscal: $\overline{\tau} > 0$. Esto es porque M es constante.

Con $\overline{\tau} > 0$, la expresión (46) implica $\dot{f}_t < 0$. En particular:

$$f_t = f_0 - \overline{\tau}\, t \tag{47}$$

Por lo tanto, las reservas llegarán a cero en tiempo infinito: $f_{\mathcal{T}} = 0 = f_0 - \overline{\tau}\,\mathcal{T} \Rightarrow$

$$\mathcal{T} = \frac{f_0}{\overline{\tau}} > 0 \tag{48}$$

Es decir, si se mantiene el déficit primario en $\overline{\tau} > 0$, el gobierno deberá abandonar el tipo de cambio fijo. Suponemos que pasará a un régimen de flotación pura.

Llamaremos T al momento en que colapsa el régimen de tipo de cambio fijo. Demostraremos que $T < \mathcal{T}$ (el colapso ocurre antes de que las reservas lleguen a cero). Pero antes vamos a analizar el comportamiento de la economía después de T, durante el régimen de flotación pura.

Para todo $t \geq T$ se cumple:

$$\dot{f}_t = f_t = 0$$

Por lo tanto, la restricción presupuestaria del gobierno, $\dot{f}_t = \dot{m}_t + \pi_t m_t - \overline{\tau}$, se reduce a:

$$\overline{\tau} = \dot{m}_t + \pi_t m_t \tag{49}$$

Es decir, todo el déficit fiscal se financia con señoreaje. En un equilibrio estacionario se cumple $\dot{m}_t = 0$ (m_t constante) y $\pi_t = \pi$.

Luego, (49) se reduce a:

$$\overline{\tau} = m\pi$$

$$\overline{\tau} = \varepsilon m$$

donde hemos usado $\varepsilon = \pi$. Reemplazando $m = \delta h$ en la expresión anterior:

$$\overline{\tau} = \varepsilon\delta h \tag{50}$$

Recordemos que de la ecuación (44) y (45) sabemos:

$$h^s = \frac{\emptyset}{1-\delta}\left(\frac{1}{\zeta\nu}\right)^{\frac{1}{\nu-1}}\left(\frac{1}{1+\emptyset(\frac{i^d}{1-\delta}-i)}\right)^{\frac{v}{\nu-1}}$$

$$h^d = \tilde{h}(i - i^d)$$

En equilibrio, $h^s = h^d = h$. Luego:

$$\frac{\emptyset}{1-\delta}\left(\frac{1}{\zeta\nu}\right)^{\frac{1}{\nu-1}}\left(\frac{1}{1+\emptyset(\frac{i^d}{1-\delta}-i)}\right)^{\frac{v}{\nu-1}} = h^d = \tilde{h}(i - i^d) \tag{51}$$

La expresión (51) define implícitamente a i^d como función creciente de i:

$$i^d = \widetilde{\iota^d}(\overset{+}{i})$$

Es posible demostrar (ver Apéndice I) que $\Delta i^d < \Delta i$, de manera que $\Delta I^d = \Delta i - \Delta i^d > 0$ luego, $\Delta h^d < 0$). También es posible demostrar que $\Delta i^d > (1-\delta)\Delta i$, de manera que $\Delta i^l > \Delta i$ y, por lo tanto, $\Delta I^l = \Delta i^l - \Delta i > 0$ (luego $\downarrow n \Rightarrow \downarrow h^s = \frac{n}{1-\delta} \Rightarrow \Delta h^s < 0$). Sube la tasa de interés, haciendo subir el spread pasivo, lo que hace caer a la demanda de depósitos, haciendo subir el spread activo (caen los préstamos). Luego:

$$I^d = \widetilde{I^d}(\overset{+}{i})$$

$$I^l = \widetilde{I^l}(\overset{+}{i})$$

Reemplazando $I^d = \widetilde{I^d}(\overset{+}{i})$ en $h = \tilde{h}(I^d)$, obtenemos:

$$h = \tilde{h}(\widetilde{I^d}(i)\,) \tag{52}$$

con $\frac{\partial h}{\partial i} < 0$ ($\uparrow i \Rightarrow \uparrow I^d \Rightarrow \downarrow \tilde{h}$). Una suba de la tasa de interés $\uparrow i$ (por devaluación esperada $\varepsilon > 0$), hace subir el spread $\uparrow I^d$, haciendo caer la demanda de depósitos $\downarrow \tilde{h}$.

Reemplazando (52), junto con $\varepsilon = i - r$, en (50), obtenemos:

$$\overline{\tau} = \delta(i-r)\tilde{h}(\widetilde{I^d}(i)\,) \tag{53}$$

La ecuación (53) determina implícitamente el valor de equilibrio de i. Como esta tasa es constante para todo $t \geq T$, la denotamos con

$$i_t^e = i_T \ \forall t \geq T$$

Notemos que el lado derecho de $\overline{\tau} = \delta(i-r)\tilde{h}(\widetilde{I^d}(i)\,)$ puede ser creciente o decreciente en i. En otras palabras, puede haber una curva de Laffer para el señoreaje. De ahora en adelante supondremos que el señoreaje es creciente en i (es decir, estamos siempre en el lado ascendente de la curva de Laffer).

Reemplazando $i_t^e = i_T$ en $\varepsilon = i - r$, obtenemos:

$$\varepsilon_t^e = \varepsilon_T \qquad \forall t \geq T$$

$$\pi_t^e = \pi_T = \varepsilon_T \qquad \forall t \geq T$$

Recordemos que $\overline{\tau} = \varepsilon\delta h$. Como $\overline{\tau} > 0, h > 0$ y $\delta > 0$, sabemos que $\varepsilon_t^e = \varepsilon_T > 0$.

Reemplazando $i_t^e = i_T$ en $i^d = \widetilde{\iota^d}(i)$, obtenemos:

$$i_t^{d,e} = i_T^d \qquad \forall t \geq T$$

Luego, $i_t^l = \frac{i_t^d}{1-\delta}$ implica:

$$i_t^{d,e} = i_T^d \qquad \forall t \geq T$$

Luego, $I_t^d = i_t - i_t^d$ e $I_t^l = i_t^l - i_t$, implican:

$$I_t^{d,e} = I_T^d \qquad \forall t \geq T$$

$$I_t^{l,e} = I_T^l \qquad \forall t \geq T$$

Reemplazando $I_t^{d,e} = I_T^d$ en la demanda de depósitos, obtenemos:

$$h_t^d = h_T = \tilde{h}(I_T^d) \qquad \forall t \geq T$$

De $\frac{M_t}{P_t} = m$ se sigue que $\mu_t = \pi_t \ \forall t \geq T$, donde μ_t es la tasa de crecimiento de la cantidad nominal de dinero. Luego:

$$\mu_t^e = \mu_T = \pi_T = \varepsilon_T \ \forall t \geq T$$

Del análisis previo se sigue que

$$i_t^e = \begin{cases} r & \forall t < T \\ r + \varepsilon_T & \forall t \geq T \end{cases}$$

Luego:

$$I_t^{d,e} = \begin{cases} r - i_0^{d,e} & \forall t < T \\ r + \varepsilon_T - i_T^d & \forall t \geq T \end{cases}$$

$$I_t^{l,e} = \begin{cases} i_0^{l,e} - r & \forall t < T \\ i_T^l - r + \varepsilon_T & \forall t \geq T \end{cases}$$

donde hemos utilizado el subíndice 0 para indicar los valores constantes en el intervalo $[0, T)$[3].

Es importante notar que, a lo largo de una senda de equilibrio bajo previsión perfecta, el tipo de cambio nominal no puede saltar. Por lo tanto, para determinar T, podemos usar la condición.

$$\mathcal{E}_T = \mathcal{E}_{T-}$$

donde $\mathcal{E}_{T-}$ denota el valor del tipo de cambio en el instante previo a la crisis.

Sabemos que $\Delta f_T = \frac{\Delta M_T}{\mathcal{E}_T} = \delta \frac{\Delta H_T}{\mathcal{E}_T} = \delta \frac{H_T - H_{T-}}{\mathcal{E}_T} = \delta \left(\frac{H_T}{\mathcal{E}_T}\right) - \left(\frac{H_{T-}}{\mathcal{E}_T}\right)$. Usando $\mathcal{E}_T = \mathcal{E}_{T-}$, obtenemos: $\Delta f_T = \delta \left(\frac{H_T}{\mathcal{E}_T}\right) - \left(\frac{H_{T-}}{\mathcal{E}_{T-}}\right) = \delta(h_T - h_{T-}) \Rightarrow$

$$\Delta f_T = \delta \Delta h_T$$

Recordemos que

$$f_t = \begin{cases} f_0 - \overline{\tau} \quad t & \forall t < T \\ 0 & \forall t \geq T \end{cases}$$

[3] Estos valores se corresponden a la solución encontrada previamente bajo tipo de cambio fijo.

Luego:

$$f_{T-} = f_0 - \overline{\tau}T^- = f_0 - \overline{\tau}T$$

$$f_T = 0$$

Luego $\Delta f_T = f_T - f_{T-} \Rightarrow \Delta f_T = 0 - (f_0 - \overline{\tau}T) \Rightarrow$

$$\Delta f_T = -f_0 + \overline{\tau}T$$

$$T = \frac{f_0 + \Delta f_T}{\overline{\tau}}$$

$$T = \frac{f_0}{\overline{\tau}} + \frac{\Delta f_T}{\overline{\tau}}$$

$$T = \mathcal{T} + \frac{\delta \Delta h_T}{\overline{\tau}}$$

$$T = \mathcal{T} + \frac{\delta}{\overline{\tau}} \Delta h_T \tag{54}$$

En el momento T se produce un aumento de i igual a $\Delta i_T = \varepsilon_T > 0$. En el Apéndice I demostramos que $\Delta i_T > 0$ implica que $\Delta I_T^d > 0$. Luego, $\tilde{h}$ decreciente implica $\Delta h_T < 0$. Combinando $\Delta h_T < 0$ con la expresión anterior, concluimos que $T < \mathcal{T}$. Vemos que la crisis cambiaria ocurre antes del momento en que el banco central se quedaría sin reservas.

También sabemos que $\Delta I_T^l > 0$. Por lo tanto, en el momento de la crisis: cae el salario real $w_T = \frac{1}{1+\mathrm{I}_T^l \emptyset} \Rightarrow (\Delta w < 0)$, cae el crédito $n_T = \emptyset \left(\frac{1}{\zeta \nu}\right)^{\frac{1}{\nu-1}} \left(\frac{1}{1+\mathrm{I}_T^l \emptyset}\right)^{\frac{\nu}{\nu-1}} \Rightarrow (\Delta n < 0)$, cae el empleo $x_T = \left(\frac{1}{\zeta \nu (1+\mathrm{I}_T^l \emptyset)}\right)^{\frac{1}{\nu-1}} \Rightarrow (\Delta x < 0)$ y cae el nivel de actividad puesto que $y_T = x_T$.

El consumo satisface $(c_t - \zeta x_t^\nu)^{-\frac{1}{\sigma}} = \lambda$. Luego, $c_t - \zeta x_t^\nu = \lambda^{-\sigma}$. Luego: c_t=$\lambda^{-\sigma} + \zeta x_t^\nu$. Como λ es una constante, la caída de x implica que c también cae.

4- <u>Escenario II: Economía con redescuentos</u>

Ahora suponemos que en el momento de la crisis (T) el gobierno otorga redescuentos a los bancos por la totalidad de la caída de depósitos no cubierta por los encajes legales:

$$\Delta V_T = -(1 - \delta) \Delta H_T \tag{55}$$

Notemos que el momento de la crisis puede ser distinto al del caso anterior; por ahora lo seguimos denotando con T, pero si notamos que es distinto cambiaremos la notación.

Reemplazando en $\Delta N_T = -(1-\delta)\Delta H_T + \Delta V_T$, obtenemos:

$$\Delta N_T = 0 \tag{56}$$

Los redescuentos evitan una caída en los préstamos, dejándolos constantes.

La caída de la base monetaria en el momento de la crisis es:

$$\Delta M_T = \delta \Delta H_T \tag{57}$$

De las expresiones (55), (56) y (57) se sigue:

$$\frac{\Delta V_T}{\mathcal{E}_t} = -(1-\delta)\frac{\Delta H_T}{\mathcal{E}_t}$$

$$\frac{\Delta N_T}{\mathcal{E}_t} = 0$$

$$\frac{\Delta M_T}{\mathcal{E}_t} = \delta \frac{\Delta H_T}{\mathcal{E}_t}$$

Como $\mathcal{E}_t$ no salta en T, las expresiones anteriores implican:

$$\Delta v_T = -(1-\delta)\Delta h_T$$

$$\Delta n_T = 0$$

$$\Delta m_T = \delta \Delta h_T \tag{58}$$

Antes de la crisis no hay redescuentos, de manera que $\Delta v_T = v_T$. Reemplazando en $\Delta v_T = -(1-\delta)\Delta h_T$, obtenemos:

$$v_T = -(1-\delta)\Delta h_T \tag{59}$$

El comportamiento de la economía en el periodo previo a la crisis es idéntico al analizado previamente.

Ahora analizaremos si los redescuentos modifican el momento de la crisis (T) y el comportamiento posterior de la economía.

Seguimos suponiendo que la economía opera bajo un régimen de flotación pura en el periodo posterior a la crisis. Luego:

$$\dot{f}_t = f_t = 0 \quad \forall t \geq T$$

Suponemos que el gobierno fija una tasa constante para los redescuentos y mantiene el stock de redescuentos constante en términos reales. Luego:

$$i_t^v = i^v \quad \forall t \geq T$$

$$v_t = v_T \quad \forall t \geq T$$

$$\dot{v}_t = 0 \quad \forall t \geq T$$

En un equilibrio estacionario, la inflación es constante: $\pi_t = \pi$. Luego:

$$r_t^v = r_T^v = i^v - \pi_T \quad \forall t \geq T$$

Aún debemos determinar el valor de π_T y, por lo tanto, el valor de r_T^v.

Recordemos que la restricción presupuestaria del gobierno es $\dot{f}_t = \dot{m}_t + \pi_t m_t + r_t^v v_t - \dot{v}_t - \tau_t$. Suponemos que, para todo $t \geq T$, las transferencias de suma fija son

$$\tau_t = \bar{\tau} + \chi_t \tag{60}$$

con

$$\chi_t = r_t^v v_t \tag{61}$$

Es decir, el gobierno le transfiere al hogar, en forma de transferencias de suma fija, todos los intereses que le cobra a los bancos por los redescuentos.

Reemplazando las expresiones (60) y (61) en la restricción presupuestaria del gobierno (37), obtenemos:

$$\dot{f}_t = \dot{m}_t + \pi_t m_t + r_t^v v_t - \dot{v}_t - \bar{\tau} - r_t^v v_t$$

$$\dot{f}_t = \dot{m}_t + \pi_t m_t - \dot{v}_t - \bar{\tau} \tag{62}$$

En un equilibrio estacionario se cumple $\dot{m}_t = 0$ (m_t constante) y $\dot{v}_t = 0$ (v_t constante). Reemplazando en la expresión anterior, y usando $\dot{f}_t = 0$, obtenemos: $0 = 0 + \pi_t m_t - 0 - \bar{\tau} \Rightarrow$

$$\bar{\tau} = \pi_t m_t \quad \forall t \geq T \tag{63}$$

Reemplazando $\pi_T = \varepsilon_T$ y $m_T = \delta h_T$ en la expresión (63), obtenemos: $\bar{\tau} = \varepsilon_T \delta h_T \Rightarrow$

$$\bar{\tau} = \delta \varepsilon_T h_T \tag{64}$$

A partir de $\Delta n_T = 0$, obtenemos:

$$n_T = n_{T-} \tag{65}$$

Usando $n_t = \emptyset \left(\frac{1}{\zeta \nu}\right)^{\frac{1}{\nu-1}} \left(\frac{1}{1+\emptyset \mathrm{I}_t^l}\right)^{\frac{\nu}{\nu-1}}$ (43) en la igualdad (65), obtenemos:

$$\emptyset \left(\frac{1}{\zeta \nu}\right)^{\frac{1}{\nu-1}} \left(\frac{1}{1+\emptyset \mathrm{I}_T^l}\right)^{\frac{\nu}{\nu-1}} = \emptyset \left(\frac{1}{\zeta \nu}\right)^{\frac{1}{\nu-1}} \left(\frac{1}{1+\emptyset \mathrm{I}_{T-}^l}\right)^{\frac{\nu}{\nu-1}}$$

De la igualdad anterior se sigue que el spread activo es igual antes y después de la crisis ($\Delta \mathrm{I}_T^l = 0$).

Luego:

$$\mathrm{I}_T^l = \mathrm{I}_{T-}^l \quad (\Delta \mathrm{I}_T^l = 0)$$

Luego, $\mathrm{I}_t^l = i_t^l - i_t$, implica: $i_T^l - i_T = i_{T-}^l - i_{T-} \Rightarrow i_T^l - i_{T-} = i_T - i_{T-} \Rightarrow$

$$\Delta i_T^l = \Delta i_T \tag{66}$$

Sabemos que $i_T = r + \varepsilon_T = \rho + \varepsilon_T$. Además: $i_{T-} = r = \rho$. Luego: $\Delta i_T = i_T - i_{T-} \Rightarrow$

$$\Delta i_T = \varepsilon_T \tag{67}$$

Combinando las expresiones (66) y (67), obtenemos:

$$\Delta i_T^l = \varepsilon_T$$

Supongamos que el gobierno elige $i^v = i^l$, de manera que $\Omega^b = [i^l(1-\delta) - i^d]h + (i^l - i^v)v$ se reduce a $\Omega^b = [i^l(1-\delta) - i^d]h$. Luego, $\Omega^b = 0$, implica: $i^l(1-\delta) = i^d \Rightarrow$

$$i_T^d = (1-\delta) i_T^l \tag{68}$$

Recordemos que $i^l(1-\delta) = i^d$ también se cumple antes de la crisis. Luego:

$$i_{T-}^{d} = (1-\delta)i_{T-}^{l} \quad (69)$$

Combinando las igualdades (68) y (69): $\Delta i_T^d = (1-\delta)\Delta i_T^l$. Usando $\Delta i_T^l = \Delta i_T = \varepsilon_T$:

$$\Delta i_T^d = (1-\delta)\Delta i_T = (1-\delta)\varepsilon_T$$

A partir de $\mathrm{I}_t^d = i_t - i_t^d$, obtenemos: $\Delta \mathrm{I}_T^d = \Delta i_T - \Delta i_T^d \Rightarrow \Delta \mathrm{I}_T^d = \Delta i_T - (1-\delta)\Delta i_T \Rightarrow$

$$\Delta \mathrm{I}_T^d = \delta \Delta i_T = \delta \varepsilon_T$$

La variación del spread pasivo en el momento *T* es igual al porcentaje de encajes legales multiplicado por la devaluación esperada. Esto ocurre ya que el spread activo se mantiene constante.

La expresión anterior implica:

$$\mathrm{I}_T^d = \mathrm{I}_{T-}^d + \delta \varepsilon_T$$

Luego:

$$\mathrm{I}_T^d = \mathrm{I}_0^d + \delta \varepsilon_T$$

donde $\mathrm{I}_{T-}^d = \mathrm{I}_0^d$ es el spread de equilibrio durante el período de tipo de cambio fijo (que encontramos previamente).

Reemplazando la ecuación anterior en $h_T = \tilde{h}(\mathrm{I}_T^d)$, obtenemos:

$$h_T = \tilde{h}(\mathrm{I}_0^d + \delta \varepsilon_T) \quad (70)$$

Reemplazando (70) en (64), obtenemos:

$$\bar{\tau} = \delta \varepsilon_T \tilde{h}(\mathrm{I}_0^d + \delta \varepsilon_T) \quad (71)$$

La ecuación (71) determina implícitamente el valor de ε_T (todo lo demás es conocido). Notemos que $\varepsilon_T > 0$. Luego:

$$\varepsilon_t = \varepsilon_T > 0 \quad \forall t \geq T$$

Una vez que conocemos ε_T, podemos calcular:

$$\Delta h_T = \tilde{h}(\mathrm{I}_{T-}^d + \delta \varepsilon_T) - \tilde{h}(\mathrm{I}_{T-}^d)$$

$$\Delta h_T = \tilde{h}(\mathrm{I}_0^d + \delta \varepsilon_T) - \tilde{h}(\mathrm{I}_0^d) < 0$$

A partir de (39) sabemos que:

$$\Delta f_T = \Delta h_T \tag{72}$$

Es decir, la caída de las reservas internacionales es igual a la caída de depósitos totales. Además, sabemos que:

$$f_t = \begin{cases} f_0 - \overline{\tau}\, t & \forall t < T \\ 0 & \forall t \geq T \end{cases}$$

Luego:

$$f_{T-} = f_0 - \overline{\tau} T^{-} = f_0 - \overline{\tau} T$$

$$f_T = 0$$

Luego: $\Delta f_T = f_T - f_{T-} \Rightarrow \Delta f_T = 0 - (f_0 - \overline{\tau} T^{-}) \Rightarrow$

$$\Delta f_T = -f_0 + \overline{\tau} T$$

Luego:

$$T = \frac{f_0 + \Delta f_T}{\overline{\tau}}$$

$$T = \frac{f_0}{\overline{\tau}} + \frac{\Delta f_T}{\overline{\tau}}$$

$$T = \mathcal{T} + \frac{\Delta h_T}{\overline{\tau}} \tag{73}$$

donde hemos usado $\mathcal{T} = \frac{f_0}{\overline{\tau}}$ y $\Delta f_T = \Delta h_T$

Llamando T_R al momento de la crisis en presencia de redescuentos, obtenemos:

$$T_R = \mathcal{T} + \frac{1}{\overline{\tau}} \Delta h_{TR} \tag{74}$$

donde $\Delta h_{TR} = \tilde{h}(\mathrm{I}_0^d + \delta \varepsilon_{TR}) - \tilde{h}(\mathrm{I}_0^d) < 0$ y $\varepsilon_{TR} > 0$ resuelve $\overline{\tau} = \delta \varepsilon_{TR} \tilde{h}(\mathrm{I}_0^d + \delta \varepsilon_{TR})$.

Con $\Delta h_{TR} < 0$, la expresión (74) implica que $T_R < \mathcal{T}$. Al igual que en el caso sin redescuentos, la crisis ocurre antes de que las reservas lleguen a cero.

Hemos demostrado que, cuando se otorgan redescuentos, la crisis se anticipa. Por otro lado, al no variar el spread activo, se evita la caída del crédito, el empleo y el nivel de actividad:

Combinando $\Delta \mathrm{I}^{l}_{TR} = 0$ con $w_t = \frac{1}{1+\mathrm{I}^{l}_{t}\phi}$ y $x_t = \left(\frac{1}{\zeta\nu(1+\mathrm{I}^{l}_{t}\phi)}\right)^{\frac{1}{\nu-1}}$, obtenemos:

$$\Delta w_{TR} = 0$$

$$\Delta x_{TR} = 0$$

Luego, $n_t = \theta w_t x_t$ implica:

$$\Delta n_{TR} = 0$$

lo que confirma que no hay efecto sobre los préstamos bancarios.

A partir de $y_t = x_t$, sabemos que $\Delta y_{TR} = 0$. Finalmente, $c_t = \lambda^{-\sigma} + \zeta x_t^{\nu}$ implica que $\Delta c_{TR} = 0$. Es decir, vemos que ni el producto ni el consumo se ven afectados.

5- <u>Comparación de la Temporalidad de la Crisis</u>

Ya sabemos que la crisis en ambos escenarios ocurre antes de que las reservas lleguen a cero ($\mathcal{T}$). Resta demostrar cuál de las dos crisis ocurre primero: en el escenario sin redescuentos (T) o con redescuentos (T_R). Argumentaremos que $T_R < T$: la crisis ocurre antes cuando hay redescuentos.

Sabemos que ε_{TR} satisface la expresión (71):

$$\bar{\tau} = \delta\varepsilon_{TR}\tilde{h}(\mathrm{I}^{d}_{0} + \delta\varepsilon_{TR}) \qquad (75)$$

Sin redescuentos, se cumple (53): $\bar{\tau} = \delta\varepsilon_{T}\tilde{h}(\mathrm{I}^{d}_{T}) \Rightarrow \bar{\tau} = \delta\varepsilon_{T}\tilde{h}(\mathrm{I}^{d}_{T-} + \Delta\mathrm{I}^{d}_{T}) \Rightarrow$

$$\bar{\tau} = \delta\varepsilon_{T}\tilde{h}(\mathrm{I}^{d}_{0} + \Delta\mathrm{I}^{d}_{T}) \qquad (76)$$

Sabemos que $\Delta\mathrm{I}^{d}_{T} = \Delta i_T - \Delta i^{d}_{T}$, con $1 - \delta < \frac{\Delta i^{d}_{T}}{\Delta i_T} < 1$. Usando $\Delta i_T = \varepsilon_T > 0$, obtenemos:$(1-\delta)\varepsilon_T < \Delta i^{d}_{T} < \varepsilon_T$ luego: $0 < \Delta\mathrm{I}^{d}_{T} = \Delta i_T - \Delta i^{d}_{T} = \varepsilon_T - \Delta i^{d}_{T} < \varepsilon_T - (1-\delta)\varepsilon_T = \delta\varepsilon_T$ .Es decir: $0 < \Delta\mathrm{I}^{d}_{T} < \delta\varepsilon_T$. Luego, podemos escribir:

$$\Delta\mathrm{I}^{d}_{T} = \eta\varepsilon_T \qquad (77)$$

Para algún valor de $\eta \,\epsilon (0, \delta)$

Combinando las expresiones (76) y (77), obtenemos:

$$\bar{\tau} = \delta\varepsilon_T\tilde{h}(\mathrm{I}_0^d + \eta\varepsilon_T)$$

Por lo tanto, tenemos una expresión de señoreaje para cada escenario:

$$\bar{\tau} = \delta\varepsilon_{TR}\tilde{h}(\mathrm{I}_0^d + \delta\varepsilon_{TR}) \text{ con redescuentos}$$

$$\bar{\tau} = \delta\varepsilon_T\tilde{h}(\mathrm{I}_0^d + \eta\varepsilon_T) \text{ sin redescuentos}$$

La determinación de ε_T y ε_{TR} puede representarse en forma gráfica. En el eje horizontal ubicamos la tasa de depreciación ε, mientras que en el eje vertical representamos separadamente el lado izquierdo y derecho de las expresiones de señoreaje de cada escenario. El lado izquierdo de ambas ecuaciones ($\bar{\tau}$) es independiente de ε. En cambio, el lado derecho de la primera igualdad es $\delta\varepsilon\tilde{h}(\mathrm{I}_0^d + \delta\varepsilon)$, que es una función de ε (que suponemos creciente = "lado bueno" de la curva de laffer para el señoreaje); el lado derecho de la segunda igualdad es $\delta\varepsilon\tilde{h}(\mathrm{I}_0^d + \eta\varepsilon)$. Como $\eta < \delta$ y $\tilde{h}$ es decreciente, la función valuada con $\mathrm{I}_0^d + \eta\varepsilon_T$ (sin redescuentos) resulta más alta que aquella con argumento $\mathrm{I}_0^d + \delta\varepsilon$ (con redescuentos) para todo $\varepsilon > 0$. Es por esto que la curva del caso sin redescuentos se ubica por encima en el gráfico.

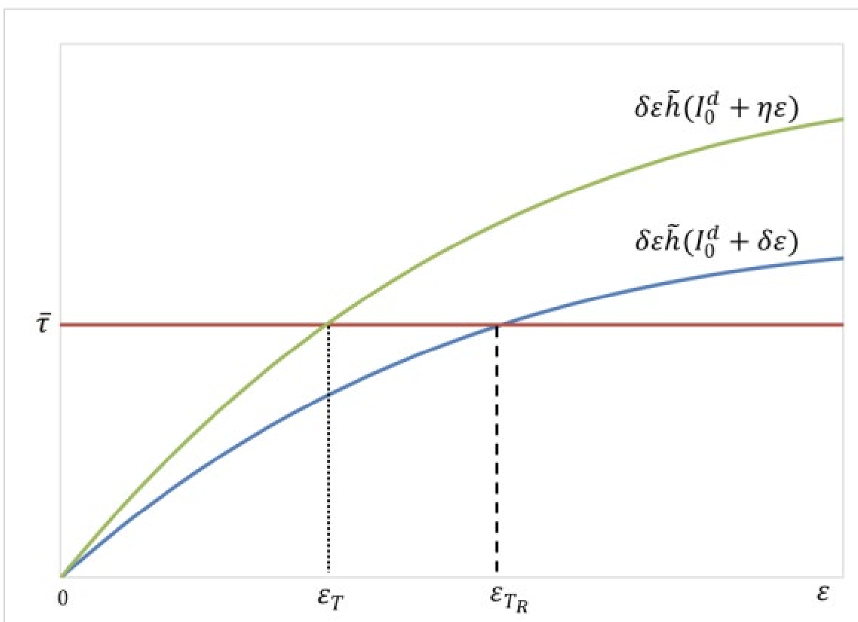

Figura 1: Comparativo señoreaje de ambos escenarios

La intersección de cada curva con el nivel de déficit ($\bar{\tau}$) determina el valor de ε requerido para financiarlo bajo cada estrategia. Como puede verse, para alcanzar el mismo nivel de señoreaje, se necesita una tasa de depreciación más alta en el caso con redescuentos: $\varepsilon_{TR} > \varepsilon_T$.

Luego:

$$\Delta \mathrm{I}_{TR}^{d} = \delta \varepsilon_{TR} > \eta \varepsilon_{T} = \Delta \mathrm{I}_{T}^{d}$$

El spread pasivo del escenario con redescuentos es mayor puesto que $\varepsilon_{TR} > \varepsilon_{T} > 0$ y $\delta > \eta > 0$

Luego:

$$|\Delta h_{TR}| > |\Delta h_{T}|$$

Como el spread sube más cuando hay redescuentos, los depósitos caen más en términos absolutos.

Luego:

$$T_R = \mathcal{T} + \frac{1}{\bar{\tau}} \Delta h_{TR} < \mathcal{T} + \frac{1}{\bar{\tau}} \Delta h_{T} = T$$

La crisis ocurre antes cuando el banco central otorga redescuentos y la caída de las reservas es mayor:

$$|\Delta f_{TR}| = |\Delta h_{TR}| > \delta |\Delta h_{T}| = |\Delta f_{T}|$$

La caída de reservas es potencialmente mucho mayor cuando hay redescuentos, no solamente porque $|\Delta h_{TR}| > |\Delta h_{T}|$, sino porque la tasa de encajes legales puede ser muy inferior a la unidad. Cuando no hay redescuentos, la caída de reservas es igual a la caída de la base monetaria, que en nuestro modelo coincide con los encajes legales; en cambio, cuando hay redescuentos, la caída de reservas es igual a la caída total de depósitos.

6- Conclusión

La presente tesis abordó una extensión del modelo clásico de crisis de balanza de pagos de Krugman (1979), incorporando un sistema bancario que permite explorar nuevas dimensiones en la dinámica de crisis bajo un régimen de tipo de cambio fijo. En particular, se modelaron explícitamente las decisiones de intermediación financiera por parte de los bancos, las restricciones de crédito de las empresas y las decisiones de los hogares respecto a sus tenencias de depósitos y bonos internacionales. Este enfoque permitió analizar de forma rigurosa dos estrategias alternativas ante un shock de confianza: el corte de crédito y la obtención de redescuentos por parte de los bancos comerciales.

Se logró demostrar que ambas respuestas implican costos. El escenario sin redescuentos provoca una contracción de la actividad real al aumentar el spread activo (I^l), limitando la capacidad de las firmas para contratar factor trabajo, es decir, haciendo caer el crédito, también el empleo, el salario real, el nivel de actividad y, por lo tanto, el consumo. También se ha demostrado que los redescuentos permiten mantener el crédito constante y, por lo tanto, el empleo, el salario real, la actividad y el consumo. Pero esto lleva a una caída de reservas internacionales equivalente a la caída del total de depósitos, mientras que en el escenario sin redescuentos la caída es igual a la base monetaria. Se ha demostrado que este motivo es el que genera que la crisis se anticipe en el escenario con redescuentos dado que los agentes son racionales y hay previsión perfecta.

Estos resultados destacan un trade-off fundamental entre estabilidad nominal y actividad real, que no está presente en el modelo original de Krugman. Mientras que aquel predecía un colapso ineludible del tipo de cambio como consecuencia de la monetización del déficit, aquí las decisiones de los intermediarios financieros —y las condiciones impuestas por el banco central— modifican sustancialmente la dinámica hacia la crisis. Así, el modelo propuesto permite recuperar aspectos clave del enfoque de Lahiri y Végh (2007), aunque adaptado a un entorno sin bonos públicos y con decisiones más restrictivas para los bancos comerciales.

Como toda abstracción teórica, el modelo aquí presentado deja fuera elementos relevantes del mundo real. En particular, no se considera la posibilidad de que el gobierno ajuste su política fiscal en respuesta a la presión cambiaria, ni se modelan fenómenos de señalización o coordinación entre agentes. Sin embargo, es precisamente esa simplificación la que permite identificar con claridad los mecanismos centrales en juego y resaltar los efectos diferenciales de cada estrategia de defensa ante una corrida.

7- Bibliografía

Krugman, Paul (1979). "A Model of Balance-of-Payments Crises". *Journal of Money, Credit and Banking*, Vol. 11, No. 3 (August).

Lahiri, Amartya and Végh, Carlos A (2007). "Output Costs, Currency Crises and Interest Rate Defense of a Peg". *The economic Journal.* Vol. 117, Issue 516 (January), pp. 216-239.

Végh, Carlos A. (2013). *Open Economy Macroeconomics in Developing Countries*. MIT Press.

Krugman, Paul and Obstfeld, Maurice (2015). *International Economics: Theory and Policy*. Pearson, 10th Edition.

Calvo, Guillermo A. and Mendoza, Enrique G. (1996). "Mexico's Balance-of-Payments Crisis: A Chronicle of a Death Foretold". *Journal of International Economics*, Vol. 41, No. 3–4.

Uribe, Martin and Schmitt-Grohé, Stephanie (2017). *Open Economy Macroeconomics*. Princeton University Press. Chapter 11.

Apéndice I

Recordemos que $h_t = \tilde{h}(I_t^d)$, con $\tilde{h}$ decreciente. Por lo tanto, $\Delta h_t < 0$ requiere $\Delta I_T^d > 0$. Recordemos también que el equilibrio en el mercado de depósitos requiere: $h^s = h^d \Rightarrow$

$$\frac{\emptyset}{1-\delta}\left(\frac{1}{\zeta\nu}\right)^{\frac{1}{\nu-1}}\left(\frac{1}{1+\emptyset I_t^l}\right)^{\frac{\nu}{\nu-1}} = \tilde{h}(I_t^d)$$

Pero: $I^l = i^l - i = \frac{i^d}{1-\delta} - i = \frac{i-I^d}{1-\delta} - i = \frac{i-I^d-(1-\delta)i}{1-\delta} = \frac{i-I^d-i+\delta i}{1-\delta} = \frac{-I^d+\delta i}{1-\delta}$. Luego:

$$\frac{\emptyset}{1-\delta}\left(\frac{1}{\zeta\nu}\right)^{\frac{1}{\nu-1}}\left(\frac{1}{1+\emptyset\dfrac{\delta i_t - I_t^d}{1-\delta}}\right)^{\frac{\nu}{\nu-1}} = \tilde{h}(I_t^d)$$

Un aumento de i_t reduce el lado izquierdo de la expresión anterior, haciendo que $h^s < h^d$. Para volver al equilibrio es necesario un cambio en I_t^d que reduzca h^d y aumente h^s. Como h es decreciente, para que caiga h^d es necesario que suba I_t^d. Además, la suba de I_t^d incrementa h^s. Por lo tanto, de la expresión anterior se sigue que hay una relación positiva entre i_t e I_t^d: $I_t^d = \widetilde{I^d}(\overset{+}{i_t})$

Notemos también que $\uparrow i \Rightarrow \uparrow I^d \Rightarrow \downarrow h^d$. Por lo tanto, el lado izquierdo de $h^s = h^d$ también debe caer. Esto requiere que I^l aumente. Luego: $I_t^l = \widetilde{I^l}(\overset{+}{i_t})$

Usando $I^l = i^l - i$, concluimos que i^l debe aumentar más que i. Luego:

$$i_t^l = \widetilde{\iota^l}(\overset{+}{i_t})$$

con $\frac{\partial \widetilde{\iota^l}}{\partial i} > 1$.

Finalmente, notemos que $i^l = \frac{i^d}{1-\delta}$ implica: $\frac{\partial i^l}{\partial i} = \frac{1}{1-\delta}\frac{\partial i^d}{\partial i}$. Luego, $\frac{\partial i^l}{\partial i} > 1$ implica $\frac{1}{1-\delta}\frac{\partial i^d}{\partial i} > 1$. Luego: $\frac{\partial i^d}{\partial i} > 1-\delta > 0$. Luego:

$$i_t^d = \widetilde{\iota^d}(\overset{+}{i_t})$$

Recordemos que $I^d = i - i^d$, con $\frac{\partial I^d}{\partial i} = 1 - \frac{\partial i^d}{\partial i} > 0$. Luego, $\frac{\partial i^d}{\partial i} < 1$. Luego:

$$1-\delta < \frac{\partial i^d}{\partial i} < 1$$