

Actividad económica y polución:

Un modelo teórico de la curva de Kuznets medioambiental.

Tesis de Licenciatura en Economía
Departamento de Economía
Universidad Torcuato Di Tella

Fecha de entrega: 3 de agosto 2018

Tutor: Manuel Macera

Pilar Allende

Camila Avalos

Pilar Barros

Martina Pueyrredón

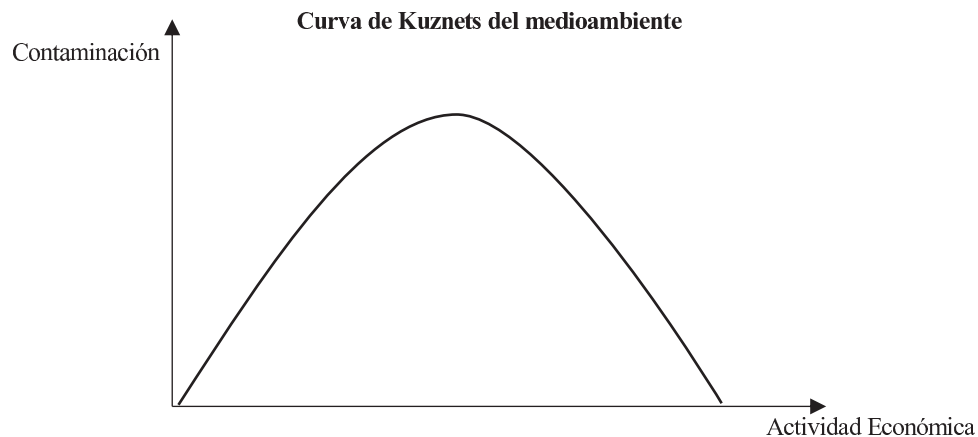
Josefina Serrano

Índice

1. Introducción.....	2
2. Índice de Contaminación.....	4
2.1. Datos.....	4
2.1. Procesamiento.....	5
2.3. Estudio empírico.....	5
3. El Modelo.....	8
3.1. Descripción del Entorno.....	9
3.2. Definición del equilibrio.....	12
3.3. Discusión del modelo.....	12
3.4. Caracterización.....	13
3.4.1. Problema de los productores del bien final.....	13
3.4.2. Problema de maximización de beneficios de los productores de insumos, yct e ydt	14
3.4.3. Problema de maximización de beneficios de los productores de máquinas.....	14
3.4.4. Problema de decisión de los científicos.....	15
4. Aplicación del modelo.....	16
4.1. Aplicación del modelo con cotas exógenas de contaminación.....	20
5. Conclusión.....	23
6. Apéndice.....	24
6.1 Desarrollo del modelo.....	24
6.2 Elección de los parámetros.....	26
6.3 Desarrollo del modelo con cotas de contaminación.....	28
7. Bibliografía.....	30

1. Introducción

El propósito de este trabajo es profundizar el análisis sobre la relación entre la contaminación y la actividad económica contribuyendo con evidencia empírica y teórica a la verificación de la *Curva de Kuznets Medioambiental*¹.



Argumentaremos que el factor principal que impulsa este fenómeno es el desarrollo tecnológico. Comprobaremos esta premisa a través del estudio de la interacción de los agentes de la economía. La utilización de tecnologías contaminantes en la etapa inicial del desarrollo permite un crecimiento de la actividad económica, al costo de comprometer la calidad medioambiental de un país. Alcanzado un grado de desarrollo económico -medible en un nivel determinado de PBI- se verifica una tendencia a la adopción de formas de producción no contaminantes sin afectar el progreso económico y reduciendo el impacto medioambiental.

En primer lugar, abordaremos nuestro análisis proveyendo evidencia actualizada sobre la relación entre la contaminación y el desarrollo de un país a partir de los estudios realizados por Gene M. Grossman y Alan B. Krueger (1995). Usaremos el Producto Bruto Interno (variable explicativa) como indicador del desarrollo económico y, a partir de datos del Banco Mundial y de las Naciones Unidas, generamos un índice de contaminación ambiental (variable explicada). A

¹ Kuznets suele ser más conocido por sus teorías sobre la desigualdad social: a medida que crece un país (que se mide a través del PBI), la desigualdad social crece hasta cierto nivel y luego empieza a decaer. Esta misma idea es aplicada por Kuznets a la relación del PBI con el medioambiente. A medida que un país crece, es decir aumenta su PBI, la cantidad de polución debe aumentar porque usa cada vez más recursos contaminantes.

través del índice que creamos vemos cómo los datos empíricos demuestran que la relación entre el crecimiento de un país y su contaminación atmosférica continúa siendo robusta, ampliando la evidencia que apoya la existencia de la *Curva de Kuznets*.

En segundo lugar, proporcionaremos una interpretación de este fenómeno inspirada en el trabajo de Daron Acemoglu et al. (2012) para registrar la existencia de la *Curva de Kuznets* medioambiental en un equilibrio competitivo. En su trabajo se expone un modelo que describe el viraje de tecnologías sucias a tecnologías limpias apalancado por la vocación de innovación de la comunidad científica, encargada de innovar en la producción de las máquinas utilizadas para la producción de bienes intermedios que luego se utilizan en la producción de los bienes finales.

Extenderemos este modelo incorporando el supuesto de congestión en la asignación de los científicos en ambos sectores. Cuantos más científicos se dediquen a la innovación en un sector, más difícil será tener éxito en él (debido al efecto congestión). Bajo esta línea argumentativa internalizamos la probabilidad de éxito de la innovación de cada tecnología.

Asimismo, señalamos que los insumos no contaminantes (“limpios”) reducen la degradación ambiental. Aun cuando la reducción es muy pequeña, sirve para demostrar que en equilibrio es posible lograr un nivel de contaminación sustentable. El modelo es capaz de reproducir la *Curva de Kuznets Medioambiental* como parte de un equilibrio competitivo sin intervención gubernamental. Se puede ver, tanto en el modelo como en los datos, la evolución cóncava de la polución per cápita con respecto al PBI. Finalmente, y para finalizar, haremos un breve análisis normativo de la imposición exógena de cotas a la contaminación y sus efectos en países con distintos niveles de PBI. Asumiendo que los países opten por implementar estas restricciones, constataremos si el modelo logra explicar el impacto de este tipo de políticas - fuertemente recomendadas por organizaciones como las Naciones Unidas- en el crecimiento de países en vías de desarrollo.

2. Índice de Contaminación.

Para documentar la relación entre desarrollo y polución, utilizamos información de la base de datos del Banco Mundial y de las Naciones Unidas. Tomamos como medida de la calidad del medioambiente las emisiones de gases de efecto invernadero per cápita de cada país. Y en representación del desarrollo de la actividad económica, consideramos el producto bruto interno anual. Posteriormente pasamos a describir ambos componentes, justificar de qué manera son un buen proxy y luego evaluaremos como estos datos reflejan una evidencia actualizada de la existencia de la *Curva de Kuznets* del medioambiente.

2.1. Datos.

Medimos el desarrollo utilizando como proxy el Producto Bruto Interno² (PBI) a precio de consumidor calculándolo sin hacer deducciones por depreciación de los activos fabricados o por el agotamiento de recursos naturales. Por otro lado, todos los valores fueron convertidos de las monedas locales utilizando las tasas de cambio oficial del dólar a precio constante del 2010. Estos datos fueron publicados por el Banco Mundial.

Los datos sobre emisiones de gases de efecto invernadero fueron extraídos de publicaciones de la ONU que incluyen la cantidad total de gases que contribuyen al calentamiento global, como por ejemplo el metano, el nitrógeno y el dióxido de carbono. Se toman en cuenta los efectos de gases invernaderos en kilo toneladas equivalentes.

² Consideramos que el PBI agregado se ajusta mejor a la hipótesis de Kuznets ya que el objetivo es analizar la relación entre la actividad económica y la contaminación de un país. No hay razón por la cual se debería utilizar el valor per cápita ya que no es intuitivo pensar que para dos países con el mismo PBI per cápita -pero con diferentes niveles de población- necesariamente, aquel que contamine más será el que tenga una población menor. Por ejemplo, si comparamos el PBI per cápita de Argentina con el de China, el del primero supera el segundo. Sin embargo, China es un país con un mayor nivel de industrialización y actividad económica.

2.1. Procesamiento.

La medida de contaminación del aire se realizó controlando la cantidad de gases de efecto invernadero (GHG) que emiten los países, medido en kilo tonelada de CO² equivalente. Esta medida traduce las características de las emisiones de los distintos gases a las correspondientes de CO², considerando el volumen, el tiempo de degradación y el calentamiento potencial de los distintos gases. La data extraída de las bases de datos de la ONU es traducida a data per cápita. La población total es obtenida de las bases de datos provistas por el Banco Mundial. Nuestro índice de polución lo calculamos anualmente estandarizando el logaritmo de las emisiones per cápita después de descartar valores extremos. Luego, promediamos estos resultados quinquenalmente desde 1990 hasta 2015 para cada país.

2.3. Estudio empírico

Analizamos la relación entre el crecimiento del PBI y la contaminación per cápita estandarizada con media cero y varianza igual a uno. Las figuras sugieren que existe una relación cóncava. Con el propósito de caracterizar formalmente lo que sugieren los gráficos, estimamos los coeficientes de la siguiente ecuación cuadrática:

$$A_j = \beta_0 + \beta_1 * \ln(GDP_j) + \beta_2 * \ln(GDP_j)^2$$

Los gráficos resultantes del análisis de la contaminación en relación con el PBI, validan la teoría de Kuznets ya que las estimaciones por Mínimos Cuadrados arrojan tendencias centrales en forma de U invertida. La hipótesis sostiene que el daño ambiental es una función creciente del nivel de actividad económica hasta un determinado nivel crítico de renta a partir del cual, mayores niveles de PBI se asocian a niveles progresivamente mayores de calidad ambiental.

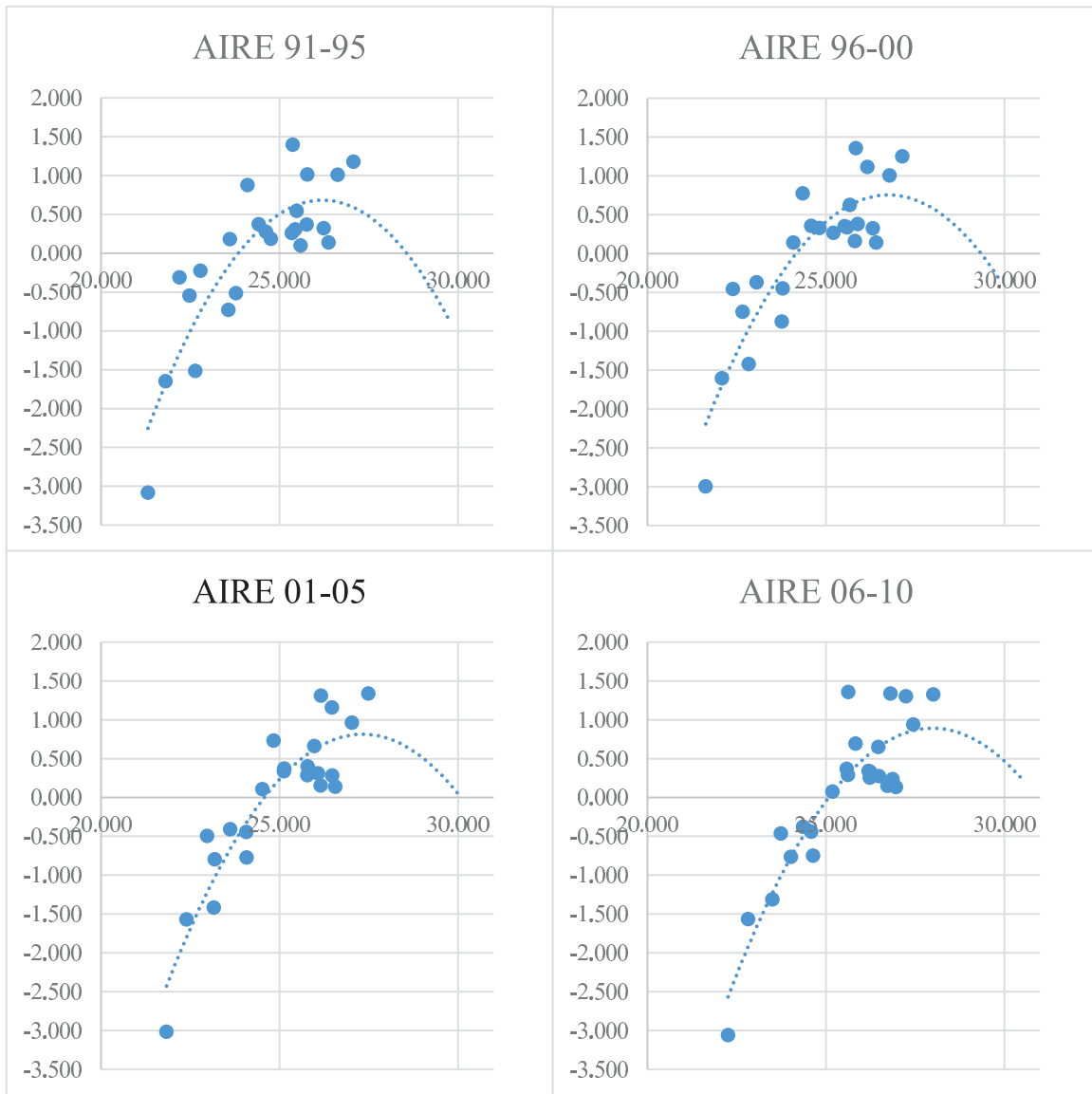
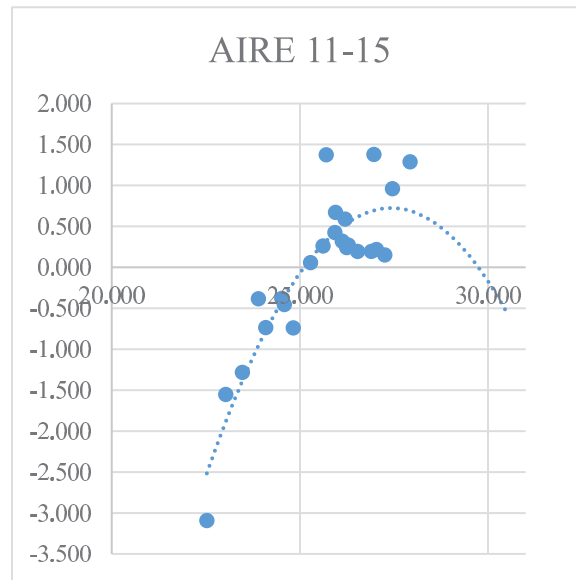


Ilustración 1: Representación gráfica de la relación quinquenal entre el logaritmo natural del PBI en dólares corrientes y el índice de contaminación porcentual de 24 países.



Efecto del PBI en la contaminación per cápita

	1990-1995 (1)	1996-2000 (2)	2001-2005 (3)	2006-2010 (4)	2011-2015 (5)	1990-2015 (6)	1990-2015 (7)	1990-2015 (8)
$\ln(GDP)$	6.4345*** (2.1913)	5.8684*** (1.9174)	6.0183** (2.1897)	5.8868*** (1.9111)	7.4105*** (2.1931)	4.363*** (0.399)	4.170*** (0.364)	-0.624*** (0.108)
$\ln(GDP)^2$	-0.1227*** (0.0452)	-0.1073** (0.0388)	-0.11248** (0.04486)	-0.1051** (0.03795)	-0.1351*** (0.0434)	-0.0783*** (0.00808)	-0.0735*** (0.00738)	0.0113*** (0.00220)
<i>intercept</i>	-83.622** (26.4386)	-79.377*** (23.6035)	-79.7476*** (26.6269)	-81.5017*** (23.9973)	-100.894*** (27.6401)	-59.93*** (4.915)	-57.70*** (4.482)	9.984*** (1.331)
R^2	0.7361	0.8363	0.7847	0.8121	0.7942	0.700	0.762	0.994
Obs	24	24	24	24	24	624	624	624
Efectos Fijos	NO	NO	NO	NO	NO	NO	En años	En países y años

Notas:

- (1) Las regresiones 1 a 5 presentan los coeficientes de una regresión cuadrática cross-section del promedio quinquenal del índice de contaminación contra el logaritmo del PBI.
- (2) La regresión 6 presenta los coeficientes de una regresión cuadrática cross-section de los datos pooled del índice de contaminación contra el logaritmo del PBI.
- (3) La regresión 7 presenta los coeficientes de una regresión cuadrática de panel, suponiendo efectos fijos en los años, de contaminación contra el logaritmo del PBI.
- (4) La regresión 8 presenta los coeficientes de una regresión cuadrática de panel, suponiendo efectos fijos en los años y en los países, de contaminación contra el logaritmo del PBI.
- (5) *significativo al 10%, ** significativo al 5%, *** significativo al 1%

Este estudio fue basado en las estimaciones realizadas por Gene M. Grossman y Alan B. Krueger en su trabajo *Economic Growth and the Environment*. Las regresiones realizadas exhiben un R^2 siempre mayor a 0.7. Todos los coeficientes son significativos con un nivel de confianza de al menos 95%. Estos resultados muestran que existe una relación cóncava entre la calidad del medioambiente y el desarrollo de un país. Es decir que, para niveles más bajos de crecimiento de PBI, la economía tiende a contaminar, hasta llegar al punto de inflexión en el cual viran hacia formas de producción diferentes que les permite continuar con su crecimiento, reduciendo el nivel de contaminación per cápita del aire.

Es lógico pensar que existen muchos factores que influyen en la conciencia ambiental de un país. En el modelo que se expondrá más adelante se incorporan más interacciones entre los agentes de la economía y los factores que influyen directamente al PBI, y por consiguiente indirectamente al nivel de contaminación que podrían explicar parte de la variabilidad del índice que no están siendo tomados en cuenta en la estimación realizada por la línea de tendencia graficadas anteriormente.

Si bien el contraste estadístico de datos históricos con la conjetura de Kuznets ha sido objeto de estudio en reiteradas ocasiones, la existencia de modelos económicos que describan esta dinámica es extremadamente escasa. A continuación, se expone un modelo de crecimiento económico determinístico simple que da sustento a la *Curva Medioambiental de Kuznets*.

3. El Modelo

El modelo estará basado en el paper *The environmental and directed technical change*, que explica la dinámica de la economía del medioambiente, haciendo referencia al proceso de las tecnologías (limpias y sucias), a los distintos sectores de la economía, a su interacción y el equilibrio resultante.

Incorporaremos la posibilidad de la congestión de científicos en ambos sectores de innovación de maquinaria limpia y sucia. Además, se incluirá el efecto de disminución de la contaminación que puede poseer el uso de tecnologías no contaminantes en una economía sin intervención del estado.

Estaremos considerando la evolución temporal de una economía individual porque entendemos que los hechos estilizados serán bien representados al igual que en un estudio cross-section de las economías locales siendo, sin embargo, mucho más directo su estudio.

3.1. Descripción del Entorno.

Nos proponemos analizar el modo en el cual se direcciona la innovación tecnológica a partir de los incentivos del mercado. Entendiendo que la dirección (limpio o sucio) que se elija para la innovación tendrá consecuencias directas sobre el grado de contaminación futuro.

Proponemos un modelo simple, que explica una economía determinística, donde los agentes que interactúan desde la innovación hasta el consumo del bien final son consumidores, trabajadores, científicos y emprendedores. Estos últimos producen competitivamente un solo bien final que toma dos insumos: uno limpio (y_c) y uno sucio (y_d). Los dos son altamente sustituibles y se combinan según la siguiente ecuación:

$$Y_t = \left(y_{ct}^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} + y_{dt}^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} \right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} \quad (1)$$

donde $\varepsilon \in (1; +\infty)$ representa la elasticidad de sustitución entre los dos insumos. Este parámetro debe cumplir con la condición $\varepsilon > 1$ para que los dos insumos sean sustitutos como estipulamos anteriormente. Creemos que esta característica es altamente más relevante empíricamente relativo al caso en el cual son complementarios. Discutiremos esto más adelante.

Se utiliza tecnología, maquinaria y trabajadores para producir ambos insumos. En cada instante del tiempo t y en cada sector $j \in (c, d)$ se utiliza una cantidad de dicha maquina x_{jit} con una calidad tecnológica manifestada por A_{jit} para producir y_j según la siguiente ecuación:

$$y_{c,t} = L_{ct}^{1-\alpha} \int_0^1 A_{cit}^{1-\alpha} x_{cit}^{\alpha} di \quad (2) \quad y_{d,t} = L_{dt}^{1-\alpha} \int_0^1 A_{dit}^{1-\alpha} x_{dit}^{\alpha} di \quad (3)$$

El vaciamiento del mercado de trabajo se rige por:

$$L_{ct} + L_{dt} \leq 1 \quad (4)$$

Los científicos son los que innovan en las tecnologías y maquinas utilizadas para la producción de los insumos. En caso de realizar un descubrimiento tecnológico se le otorga este

agente una patente de producción exclusiva convirtiéndolo en un monopolista. El costo de producción de una máquina independiente de a qué sector pertenece es $\Psi = \alpha^2$.

Asumimos que todos los hogares tienen una función de utilidad como la siguiente:

$$\sum_{t=0}^{\infty} \frac{1}{(1+\rho)^t} u(C_t, S_t) \quad (5)$$

donde C_t , es el consumo del único bien final en el período t , y S_t denota la calidad del ambiente en el período t , y ρ representa la tasa de descuento. La función de utilidad instantánea $u(C_t, S_t)$ es creciente tanto C_t como en S_t .

La condición de vaciamiento del bien final es:

$$C_t = Y_t - \Psi \left(\int_0^1 x_{cit} di + \int_0^1 x_{dit} di \right) \quad (6)$$

Al comienzo de cada período t , los científicos (s_t) eligen en cuál sector van a investigar para intentar innovar. Estos resultarán en descubrimientos exitoso con una probabilidad endógena $\eta_{jt} = \frac{1}{A_{j,t-1} \pi_j s_{jt}}$ (7) en el sector $j \in \{c, d\}$. El éxito viene acompañado por la patente que dura un solo período para que produzca las maquinas $\{x_t\}$. La innovación genera un aumento en la calidad de las máquinas en un $(1 + \gamma)$ con $\gamma > 0$, es decir que $A_{jt} = (1 + \gamma \eta_j s_{jt}) A_{jt-1}$ (8). No obstante, si no existe innovación, los derechos se distribuyen aleatoriamente entre los científicos. La existencia de una frontera de posibilidades de innovación y el hecho de que los científicos innovan en un sector les permite investigar sobre distintas tecnologías en un sector. De esta manera no se concentran los descubrimientos en un solo producto.

Definiremos A_j como una medida proxy de cuánto se ha inventado hasta el momento t para todas las máquinas i del sector j :

$$A_{j,t} \equiv \int_0^1 A_{jit} di \quad (9)$$

Los científicos deben crear sobre lo ya creado -“Building on the shoulder of giants”- reflejando que dentro de un mismo sector los avances tecnológicos generarán que la innovación sea cada vez más difícil. Esta dinámica es la razón por la cual se hace endógena la probabilidad de

éxito de la innovación (η_{jt}), y no la consideraremos una constante a través del tiempo. Definiremos a η_{jt} como una función de la cantidad de invenciones realizadas (m_t) y del total de científicos en el sector. La cantidad de invenciones se modela con una función de emparejamiento³ (m_t), que depende de la cantidad de invenciones aún no realizadas (v_t) en el período t . Profundizaremos las propiedades de la última mencionada en la discusión del modelo. Modelaremos a η_{jt} , entonces, como función de $A_{j,t-1}$ y de s_{jt} . Donde $v_t = \frac{1}{A_{j,t-1} \pi_j}$ puede interpretarse como las invenciones no realizadas hasta t . A su vez, π_j es la elasticidad de la probabilidad con respecto a A_j constante y exógena.

La probabilidad de éxito de la innovación como variable endógena implica una solución interior modificando el resultado alcanzado en el equilibrio del paper de Acemoglu et al. La cantidad total de científicos es normalizada a $s = 1$ para luego dividirlos entre los que se dedicarán en el tiempo t a investigar en el sector j como s_{jt} . De forma que la distribución de científicos debe cumplir:

$$s_{ct} + s_{dt} \leq 1 \quad (10)$$

Finalmente, la evolución del medioambiente está definida por tres factores. El primero es la degradación que se genera en el ambiente por la utilización de insumos sucios representada por el parámetro ξ . El segundo es la tasa δ a la cual el medioambiente se regenera por sí solo. El tercer factor influyente es β que captura la utilización de insumos limpios que genera una mejora del ambiente.⁴

$$S_{t+1} = -\xi y_{dt} + (1 + \delta)S_t + \beta y_{ct} \quad (11)$$

³ Matching function

⁴ Esta modificación, está inspirada en el paper en el cuál se afirma: “*In practice, clean innovation may also reduce the environmental degradation resulting from dirty technologies. In fact, our model implicitly allows for this possibility*”. (145, 2012).

3.2. Definición del equilibrio

Se definirá el equilibrio competitivo como una secuencia de salarios (w_t), precios para los insumos (p_{jt}), precios para las máquinas (p_{jit}), demandas de máquinas (x_{ijt}), demandas de inputs (y_{jt}), demandas de trabajo (L_{jt}) por los productores de insumos j ($j \in \{c, d\}$), locación de científicos (s_{ct}, s_{dt}) y calidad del ambiente (S_t), tal que en cada período t :

- 1- (p_{ijt}, x_{ijt}), maximiza el beneficio de los productores de máquinas i en el sector j
- 2- (L_{jt}) maximiza el beneficio de los productores de los insumos (y_{jt}),
- 3- (y_{jt}), maximiza el beneficio de los productores del bien final
- 4- (s_{ct}, s_{dt}) maximiza el beneficio esperado de un científico a tiempo t
- 5- los precios (w_t), y (p_{jt}), vacían los mercados de trabajo y de insumos, respectivamente

3.3. Discusión del modelo

La evidencia presentada en la sección 2.3 sugiere una relación entre polución y desarrollo que se cumple en el corte transversal. Si bien es cierto que las predicciones del modelo corresponden a la evolución de una economía a lo largo del tiempo, si suponemos que los parámetros subyacentes para cada país son iguales entre sí, entonces la única diferencia estaría en las condiciones iniciales (A_{c0}, A_{d0}). Si este fuera el caso, tomando una muestra de países con diferentes condiciones iniciales, entonces al graficar su PBI contra polución, se estaría obteniendo la misma *Curva de Kuznets* que si graficase la relación del PBI y la polución para un país, pero en corte temporal.

Se trabajará con una economía individual, en la cual la polución no es un bien público, por lo que no tenemos en cuenta las eventuales externalidades negativas que genera la polución de un país sobre sus países vecinos. Este último aspecto implica un análisis que podría hacerse, pero analizar el problema desde el punto de vista de la teoría de la provisión de un bien público excede los propósitos de este documento.

El modelo supone que los científicos eligen en qué sector innovar de acuerdo al ratio de beneficios esperados en cada sector. Los precios del mercado inducen la decisión y, además, no trabajan en relación de dependencia con los productores de los insumos. Esto nos permite que haya

libre movilidad de científicos entre sectores, y que a la vez, el equilibrio de la economía en el largo plazo no dependa de cuestiones filosóficas o culturales. Todo avance hacia la mejora del medioambiente viene dada por el avance tecnológico en los sectores limpios.

Expresamos la forma funcional de la probabilidad de éxito, de forma tal que dependa negativamente de la productividad pasada y de la cantidad de científicos en el sector. La función se expresa en términos de la congestión del mercado que se genera por la dificultad de generar avances tecnológicos en un mercado altamente desarrollado. Esta refleja la idea de que cada vez será más difícil generar nuevos conocimientos debido a la frontera de posibilidades de innovación. Que η_{jt} dependa negativamente de s_{jt} expresa la dificultad de ‘ocurrencia’ de una nueva invención exitosa. Podría analizarse como un modelo básico de congestión de factores. Se modela a través de una función de emparejamiento, que representa la cantidad de invenciones realizadas, $m_{jt} = m(A_{jt-1})$ que depende de la cantidad de científicos que están innovando y de la cantidad de invenciones aún no realizadas. Se asume que la función de emparejamiento es creciente en sus dos argumentos y, cumple con que no puede haber innovaciones en ausencia de científicos o de invenciones factibles. Luego, $\eta_{jt} = \frac{m(A_{jt-1})}{s_{jt}}$

Se asume también que la utilización de insumos limpios genera una mejora en la calidad del ambiente a una tasa β . Este parámetro refleja la idea de las “externalidades positivas” que se generan en el medio ambiente al utilizar medios limpios para la producción.

3.4. Caracterización

3.4.1. Problema de los productores del bien final

$$\text{Min}_{y_{dt}y_{ct}} y_{dt} + y_{ct} \frac{p_{ct}}{p_{dt}} \quad \text{st} \quad 1 = \left(y_{ct}^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} + y_{dt}^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} \right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}}$$

Al ser un problema de minimización de programación lineal con una restricción cóncava, sabemos que existe una solución y es interior. Luego, las condiciones de primer orden son necesarias, suficientes y caracterizan el óptimo.

De aquí llegamos a la relación de precios relativos:

$$\frac{p_{ct}}{p_{dt}} = \left(\frac{y_{ct}}{y_{dt}} \right)^{\frac{1}{\varepsilon}} \quad (12)$$

Esta ecuación nos indica el ratio, $\left(\frac{y_{ct}}{y_{dt}} \right)^{\frac{1}{\varepsilon}}$, que deberá ser usado en equilibrio dado que $\frac{p_{ct}}{p_{dt}}$ es exógeno para minimizar costos.

3.4.2. Problema de maximización de beneficios de los productores de insumos, y_{ct} e y_{dt}

$$\max_{x_{jit} L_{jt}} p_{jt} L_{jt}^{1-\alpha} \int_0^1 A_{jit}^{1-\alpha} x_{jit}^{\alpha} di - w_t L_{jt} - \int_0^1 p_{jit} x_{jit} di$$

Nuevamente, sabemos que existe una solución y es única por ser un problema de programación cóncava.

Maximizando contra x_{jit} y L_{jt} , encontramos la demanda por máquinas para producir insumos, de cada sector, en términos de L_{jt} :

$$x_{jit} = \left(\frac{\alpha p_{jt}}{p_{jit}} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} L_{jt} A_{jit} \quad (13)$$

3.4.3. Problema de maximización de beneficios de los productores de máquinas

La innovación vendrá dada por las máquinas creadas para cada sector. Los científicos monopolistas determinarán la cantidad de máquinas de equilibrio maximizando sus beneficios, tomando la demanda (de máquinas) como dada y eligiendo precios:

$$\max_{p_{jit}} \pi_{jit} = (p_{jit} - \psi) x_{jit} \quad st \quad x_{jit} = \left(\frac{\alpha p_j}{p_{ji}} \right)$$

El equilibrio del mercado de máquinas i en sector j estará determinado por

$$x_{jit} = p_{jt}^{\frac{1}{1-\alpha}} L_{jt} A_{jit} \quad (14)$$

Luego, los beneficios de equilibrio, asumiendo que la innovación es exitosa, serán

$$\pi_{jit} = (1 - \alpha)\alpha p_{jt}^{\frac{1}{1-\alpha}} L_{jt} A_{jit}$$

Los beneficios esperados de cada sector serán:

$$\Pi_{jit} = \eta_{jt}(1 + \gamma)(1 - \alpha)\alpha p_{jt}^{\frac{1}{1-\alpha}} L_{jt} A_{jit} \quad (15)$$

Donde η_{jt} es la probabilidad de éxito de la innovación en el sector j . Es decir, la probabilidad de que, dada esa innovación, la máquina x_{jit} sea más eficiente y baje los costos de producir el insumo y_{jt} . γ , el tamaño de innovación que, sin pérdida de generalidad, normalizamos a 1.

3.4.4. Problema de decisión de los científicos

Representando todas las variables endógenas en términos de la productividad (ver apéndice):

$$A_{jt} = (1 + \gamma\eta_{jt}S_{jt})A_{jt-1} \quad (16)$$

$$\frac{p_{ct}}{p_{dt}} = \left(\frac{A_{ct}}{A_{dt}}\right)^{-(1-\alpha)} \quad (17)$$

$$y_{jt} = L_{jt}A_{jt}p_{jt}^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \quad (18)$$

$$\frac{L_{ct}}{L_{dt}} = \left(\frac{A_{ct}}{A_{dt}}\right)^{(1-\alpha)\left(\varepsilon - \frac{\alpha}{1-\alpha}\right)} \frac{A_{dt}}{A_{ct}} \quad (19)$$

Combinando (10) (16) (17) y (19) para ambos sectores llegamos al ratio de los beneficios relativos:

$$\frac{\Pi_{Cit}}{\Pi_{dit}} = \frac{\eta_{ct}}{\eta_{dt}} \left(\frac{(1+\gamma\eta_{ct}S_{ct})}{(1+\gamma\eta_{dt}S_{dt})}\right)^{-1-\varphi} \left(\frac{A_{ct-1}}{A_{dt-1}}\right)^{-\varphi} \quad (20)$$

Donde $\varphi \equiv (1 - \alpha)(1 - \varepsilon)$

En los beneficios esperados incluimos tres fuerzas: el efecto directo de la productividad, capturado por el cociente de las productividades en $t - 1$ de ambos sectores, el cual incentiva la

innovación en el sector con mayor productividad. El efecto precio, dirige la innovación en el sector con mayores precios. Por último, el efecto del tamaño del mercado reflejado por el cociente de trabajadores asignando a cada sector, fomenta el desarrollo tecnológico en el sector con mayor empleo ya que estos tendrán mayor demanda de máquinas.

En equilibrio, para que exista una solución interior, el ratio de beneficios entre los dos sectores (limpios y sucios) **(20)** se debe igualar a 1. Entonces:

$$\frac{\Pi_{cit}}{\Pi_{dit}} = \frac{\eta_{ct}}{\eta_{dt}} \left(\frac{(1 + \gamma\eta_{ct}s_{ct})}{(1 + \gamma\eta_{dt}s_{dt})} \right)^{-1-\varphi} \left(\frac{A_{ct-1}}{A_{dt-1}} \right)^{-\varphi} = 1$$

Y usando la condición de equilibrio $s_{dt} + s_{ct} = 1$.⁵

Luego,

$$\frac{B}{1+B} = s^*_{jt} \quad \forall j, k \in \{c, d\} \quad \mathbf{(21)}$$

$$\text{Donde } B = \left(\frac{\left(\frac{1 + \gamma \frac{1}{A_{j,t-1}^{\pi_j}}}{\left(\frac{1 + \gamma \frac{1}{A_{k,t-1}^{\pi_k}} \right)} \right)^{-1-\varphi}}{\left(\frac{A_{jt-1}^{(-\varphi-\pi_j)}}{A_{kt-1}^{(-\varphi-\pi_k)}} \right)} \right)$$

Hasta acá hemos resuelto el equilibrio de esta economía. En particular, nos interesa analizar cómo los científicos se asignan en el equilibrio.

A continuación, analizaremos cómo evoluciona la calidad ambiental, S_t , respecto a los insumos limpios y sucios.

Suponemos que la utilización de insumos limpios genera una mejora en la calidad del ambiente **(11)**:

$$S_t = -\xi y_{dt} + (1 + \delta)S_{t-1} + \beta y_{ct}$$

4. Aplicación del modelo

En esta sección, mostraremos los resultados de un simple ejemplo realizado numéricamente con el objetivo de entender la evolución de las distintas variables a través del tiempo en el cual se

⁵ Ver apéndice.

transita de una economía que usa primordialmente insumos sucios, a una que produce casi únicamente con insumos limpios.

Tomamos períodos de 5 años y un $\alpha = 1/3$ para que la participación del ingreso destinado a máquinas sea aproximadamente igual a la participación del capital, junto con un $\gamma = 1$. Los valores iniciales para y_{d0} e y_{c0} fueron calculados tal que sean coherentes con la producción de energías fósiles y no fósiles de acuerdo con la información provista por la *Energy Information Administration* en 2009⁶.

Asimismo, el valor de ξ fue estimado a partir de los valores observados de los niveles de energías fósiles y la concentración de CO_2 de la atmósfera. Tomamos un valor de $\varepsilon = 10$ ya que, si bien estimar la elasticidad de sustitución de los insumos excede este estudio, es lógico pensar que éstos son altamente sustitutos ($\varepsilon > 1$).⁷

El valor de la tasa de descuento, $\rho = 0.001$ se adopta de los estudios realizados por Nicholas Stern (2008), y el valor de $\sigma = 2$ es obtenido al encontrar un paralelismo con modelo descripto con los resultados obtenidos por Nordhaus.

Por nuestra parte, asumiremos que la descontaminación de los insumos limpios no puede ser particularmente grande ni tampoco despreciable, de ahí que $\beta = 0.0012$. Si bien el valor de β es arbitrario, lo importante es mantener la relación entre este y ξ . Se puede ver a simple vista que

$\beta \cong \frac{\xi}{10}$. Intuitivamente, decimos que la velocidad de limpieza de los insumos limpios es apenas un 10% de aquella a la que ensucian los sucios. Si suponemos que la capacidad de limpieza es mayor, la velocidad con la que caerá la contaminación luego de hacer el viraje a insumos limpios aumentará drásticamente, contradiciendo los datos observados⁸.

Si asumimos $\beta = 0$ vemos que la *Curva de Kuznets* no se cumple. La relación entre el PBI y la polución puede ser siempre creciente, llevando a una situación de crisis ambiental irrecuperable. Aún con una tasa de regeneración tan pequeña como $\beta = 0,001$ observamos que la evolución de la contaminación del medioambiente y el producto es cóncava.

⁶ Los valores fueron extraídos del paper *The environment and Directed Technical Change*

⁷ *Ibidem*

⁸ Ver apéndice

Por último, los valores con los que fueron calibrados los π_j son:

$$\pi_c = 0.4 \quad \text{Y} \quad \pi_d = 0.5$$

Al ser π_j la elasticidad de la probabilidad con respecto a A_j , siendo A_j una medida proxy de cuánto se ha inventado, si consideramos la inversa de π_j , estamos viendo cuánto queda por inventar, es decir, la dificultad de lograr nuevos descubrimientos.

Pese a que se podría hacer endógeno este parámetro decidimos dejarlo exógeno: primero, por la simplificación del análisis sin pérdida de rigurosidad. Segundo, al asumir distintas π_j exógenas y constantes le estamos imponiendo a las probabilidades de éxito una restricción independiente del mercado y del accionar de los científicos. Es, quizás, tecnológica. $\pi_c < \pi_d \forall t, A_j$ implica que, independientemente del valor de A_j siempre será más “sencillo”⁹ innovar en el sector limpio.

Que la elasticidad del sector sucio sea la más grande en valor absoluto, nos indica que frente a pequeños cambios en A_d , la probabilidad de éxito, η_{dt} , cae más que η_{ct} cuando el cambio es en A_c . Mecánicamente, lo que ocurre es que para un mismo valor de A_j la probabilidad de éxito de en el sector limpio será más alta que en el sector sucio. Se podría pensar que el universo de posibles invenciones es mayor en el sector limpio que en el sucio. Eso conllevaría a una menor elasticidad en el sector sucio y $\eta_{dt} < \eta_{ct}$. Si asociamos la idea de empresa tradicional con energía sucia y empresas disruptivas con energía limpia, es bastante directo ver que a las empresas tradicionales les cuesta mucho más adaptarse frente a cambios en A_d , llevando entonces a una caída en η_{dt} . No hay motivos para eliminar como justificativo subyacente las características inherentes de cada tipo de empresa.

La curvatura de la “U invertida” dependerá de los parámetros π_c , π_d y β y solo para algunas combinaciones de esos parámetros la evolución de S_t refleja la *Curva de Kuznets* del medio ambiente.

Necesitaremos π_j suficientemente altos para mantener la probabilidad, η_{jt} , menor a uno, pero no tan altos sino η_j tiende a valores despreciables. Además, es necesaria la incorporación de

⁹ Entendiendo “sencillo” como la probabilidad alta de obtener una patente de un período por haber creado una innovación exitosa.

β en la función de S_t para que su evolución resulte en una U invertida a lo largo del tiempo. β determinará la concavidad de S_t y su signo.

Para β suficientemente bajos S_t será siempre creciente y para β suficientemente altos encontramos que S_t se vuelve negativa rápidamente, perdiendo toda intuición económica de fondo. De estas dos relaciones descubrimos que el valor de β debe mantenerse entre (0.0005, 0.0015) aproximadamente¹⁰.

Tomando estos valores de los parámetros, y realizando una simulación, obtuvimos la siguiente evolución de la contaminación en relación con el PBI:

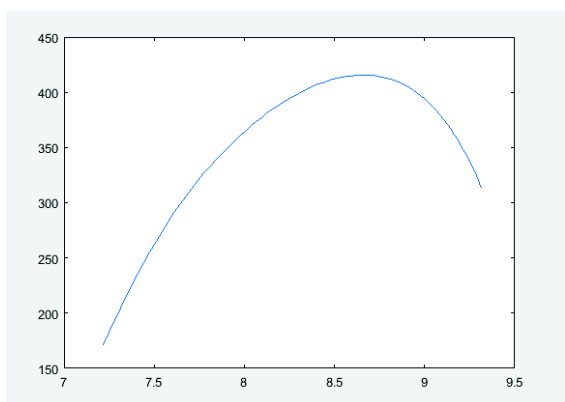


Ilustración 2: Evolución de la contaminación en relación con el PBI.

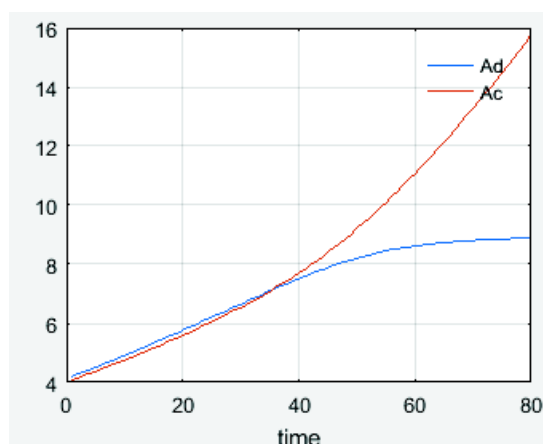


Ilustración 4: Evolución de la productividad de las tecnologías sucias y limpias a lo largo del tiempo

Vemos que el modelo replica la dinámica que describen los datos expuestos anteriormente, esto es, una relación en forma de “U” invertida. Esta dinámica, se explica a través de la evolución de las tecnologías de producción. Como podemos ver en la ilustración de la derecha, en un inicio la tecnología sucia es más productiva que la limpia, tomando como valores iniciales los descritos anteriormente. Ambas comienzan con un crecimiento exponencial y a medida que avanzan los períodos, la tecnología limpia continúa con esa trayectoria mientras que la tecnología sucia se detiene asintóticamente, generando que al final de la simulación las tecnologías limpias sean ampliamente más productivas.

Una consecuencia directa de la evolución de las distintas tecnologías y el viraje hacia la utilización de energías limpias es la asignación de los trabajadores. Estos serán parte importante de

¹⁰ Ver apéndice

la transformación de la economía, ya que a medida que pasa el tiempo, más trabajadores serán destinados a la fabricación de insumo limpio, como se puede apreciar en el siguiente gráfico:

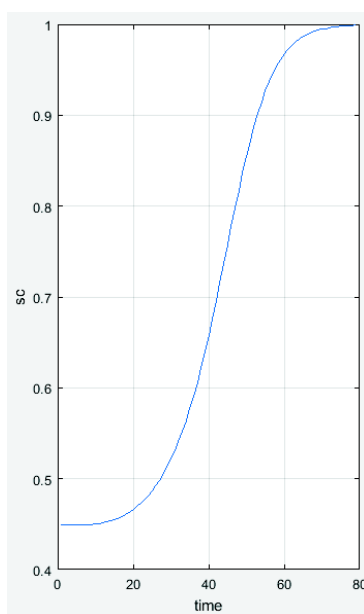


Ilustración 5: Asignación proporcional de científicos en el sector limpio.

4.1. Aplicación del modelo con cotas exógenas de contaminación

La incógnita restante es si la Tierra es capaz de tolerar la contaminación necesaria para que todos los países adquieran un alto nivel de desarrollo sin llegar a un punto de no retorno del deterioro del planeta. Probablemente este equilibrio no sea eficiente ya que existen congestiones de búsqueda y externalidades que sugieren que una intervención podría ser conveniente. En esta sección presentaremos un ejemplo de intervención exógena en un país donde se implementa una cota máxima de contaminación permitida para observar las repercusiones.

En este contexto, los países pueden dividirse en dos grupos: aquellos desarrollados y aquellos que están en vías de desarrollo. Cada uno puede debatirse entre las opciones de contaminar y no contaminar, en donde no contaminar implica un menor crecimiento del PBI. De esta interacción surgen tres posibles resultados.

El primero es que ambos grupos de países contaminen, pero dado que la contaminación es un desacomodo que afecta a todos los países por igual, este resultado no puede ser óptimo, pues ocasiona la acelerada destrucción del planeta.

Otro posible resultado es que tan sólo un grupo de países contamine, pero es claramente una estrategia dominada, pues siempre que el otro elija ser más cuidadoso respecto a su grado de contaminación, para el otro grupo de países, el desvío es bastante tentador, pues supone la posibilidad de un mundo con menos contaminación, y más crecimiento en su PBI.

La tercera opción supondría que ninguno de los dos grupos de países contamine, que para el estado ambiental actual constituye el mejor de los equilibrios, pero complica el crecimiento de los países, en particular, en donde la innovación en el sector sucio es altamente más rentable. Para lograr este equilibrio, es interesante abordar la idea de cotas superiores al nivel de insumo sucio que puede ser utilizado, siguiendo el espíritu de acuerdos internacionales como el protocolo de Kyoto.

Pese a que los países están en distintas etapas de desarrollo, la *Curva de Kuznets* a nivel global se cumple en promedio, por lo que podemos aplicar la restricción y estudiar lo que ocurriría desde un modelo contra fáctico.

Modelaremos la cuota de contaminación a través de una cota superior impuesta para la utilización del insumo sucio (y_{dt}), que denominaremos en adelante como \bar{y}_{dt} . La existencia de esta cota nos obliga a que todo $y_{dt} > \bar{y}_{dt}$, que hubiese sido el equilibrio sin restricción, tomará el valor $y_{dt} = \bar{y}_{dt}$.

Yendo un paso atrás y recordando que $y_{dt} = A_d L_d p_d^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$ decidimos establecer la restricción a través de \bar{L}_{dt} por lo que, de ahora en más

$$\tilde{L}_{dt} = \min \left\{ \bar{L}_{dt}; \frac{\left(\frac{A_{ct}}{A_{dt}}\right)^h}{1 + \left(\frac{A_{ct}}{A_{dt}}\right)^h} \right\}$$

Donde $h = (1 - \alpha)\varepsilon - \alpha + 1$

Bajo esta condición adicional, la decisión de los científicos se ve modificada. Del equilibrio se desprenden nuevos valores para el insumo sucio en término de los trabajadores, del insumo

limpio y del bien final producido. Asimismo, en este contexto, la nueva evolución de la calidad ambiental estará determinada por:

$$S_t = -\xi \tilde{y}_{dt} + (1 + \delta)S_{t-1} + \beta y_{ct}$$

Los resultados de hacer una simulación bajo estos nuevos supuestos son los siguientes:

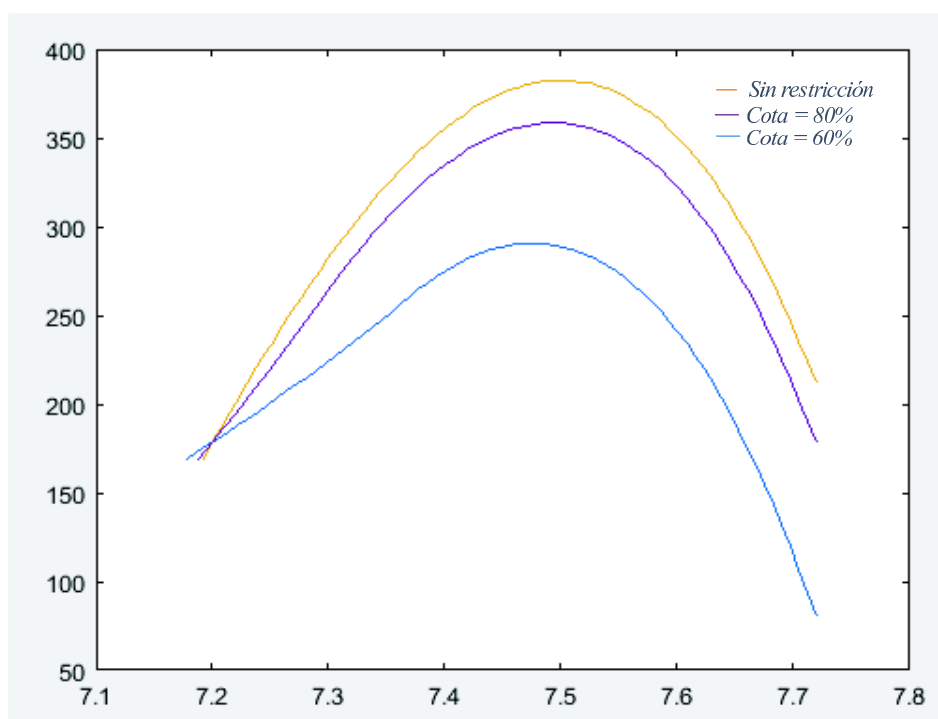


Ilustración 6: Evolución de la contaminación con respecto al crecimiento del PBI aplicando cotas exógenas de contaminación máxima

Una vez que se aplica una cota superior a la economía, se puede ver que el crecimiento del país se ralentiza, pero no se detiene. Solo en los primeros períodos la restricción está activa, dado que cuando el país ya se ha desarrollado, es más propenso a aceptar un nivel de contaminación bajo debido a que se encuentra en la parte decreciente de la curva.

Se puede observar en las curvas con la restricción implementada, el producto para cada nivel de contaminación es más alto mientras menor sea la cota. Se puede concluir que se produce un retraso en el crecimiento del PBI en el corto plazo, pero no necesariamente en el largo plazo. Estudiando períodos más largos, se podrían alcanzar los mismos niveles de PBI que en el caso sin implementación de cotas. Al no estar permitida la utilización de tecnologías sucias (i.e. $\tilde{s}_{ct} > s^*_{ct}$) a pesar de ser menos productivas.

Por otro lado, las cotas de contaminación cumplen el objetivo de disminuir el daño al ambiente. Podemos apreciar en los gráficos que mientras más restrictiva es la cota, menor será la contaminación asociada a la economía, y mayor el retraso del PBI.

En conclusión, poner una cota de utilización de recursos sucios podría parecer una medida eficiente y ecológicamente conveniente, pero este es un análisis positivo. El análisis normativo quedará pendiente dado que habría que evaluar el efecto inequitativo de ponerle la misma cota a un país ya desarrollado y a un país que está en vías de desarrollo.

5. Conclusión

En etapas iniciales del desarrollo, los países son demasiado dependientes de las tecnologías sucias, pero hay un punto a partir del cual, el mercado de innovación de tecnologías contaminantes se satura, y se comienzan a hacer mayores inversiones en la innovación de tecnologías verdes, sin perder el ritmo de crecimiento.

El objetivo a lo largo del trabajo fue intentar proveer sustento teórico para explicar la dinámica entre el nivel de desarrollo económico y la contaminación. En particular, describir teóricamente y empíricamente de qué manera, a medida que se va desarrollando un país, va aumentando su nivel de polución ambiental hasta alcanzar un punto máximo, en el cual mayor crecimiento va acompañado de una disminución de su contaminación.

Realizamos un estudio de la evolución de la relación entre la contaminación del aire y el PBI de distintos países desde 1990 hasta 2015. Encontramos que la relación cóncava que propone la *Curva de Kuznets* está presente en los datos y es robusta.

Además, construimos un modelo teórico que presenta a la innovación tecnológica como causa principal del viraje a tecnologías limpias. Internaliza la probabilidad de éxito en la innovación de tecnologías sucias y limpias, incorporando la posibilidad de congestión de los científicos. El sector más avanzado en términos de innovación previa será más rentable ya que se dificultará realizar un descubrimiento nuevo. Dado que los inventores tienen menor probabilidad de crear algo nuevo en el sector sucio, se vuelcan al sector limpio maximizando sus beneficios esperados.

Proseguimos a explorar las posibles aplicaciones del modelo expuesto, en particular, el análisis de la implementación de cotas de contaminación. El establecimiento de un máximo de contaminación hace que los países se desarrollen más lentamente. Es decir, disminuye la contaminación ambiental, pero en detrimento del nivel de desarrollo a corto plazo.

El modelo presentado en este trabajo analiza a los países como economías cerradas que no influyen a sus vecinos. Una posible extensión sería incorporar las externalidades globales que tiene la contaminación que emite un país. El medio ambiente debería ser considerado como un bien público, estudiando así el efecto de la contaminación como externalidad negativa global.

6. Apéndice

6.1 Desarrollo del modelo

Decisión de los científicos:

Representamos todas las variables endógenas en términos de la productividad

$$A_{jt} = (1 + \gamma\eta_{jt}S_{jt})A_{jt-1} \quad (\text{A.12})$$

$$\frac{p_{ct}}{p_{dt}} = \left(\frac{A_{ct}}{A_{dt}}\right)^{-(1-\alpha)} \quad (\text{A.6})$$

$$y_{jt} = L_{jt}A_{jt}p_{jt}^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \quad (\text{A.9})$$

$$\frac{L_{ct}}{L_{dt}} = \left(\frac{A_{ct}}{A_{dt}}\right)^{(1-\alpha)\left(\varepsilon - \frac{\alpha}{1-\alpha}\right)} \frac{A_{dt}}{A_{ct}} \quad (\text{A.10})$$

Combinando estas ecuaciones para ambos sectores llegamos al ratio de los beneficios relativos:

$$\frac{\Pi_{Cit}}{\Pi_{dit}} = \frac{\eta_{ct}}{\eta_{dt}} \left(\frac{(1+\gamma\eta_{ct}S_{ct})}{(1+\gamma\eta_{dt}S_{dt})}\right)^{-1-\varphi} \left(\frac{A_{ct-1}}{A_{dt-1}}\right)^{-\varphi} \quad (\text{A.14})$$

Donde $\varphi \equiv (1 - \alpha)(1 - \varepsilon)$

La probabilidad de éxito de innovación se define:

$$\eta_{jt} = \frac{1}{A_{j,t-1} \pi_j s_{jt}} \quad (\text{A.15})$$

En equilibrio, para que exista una solución interior, el ratio de beneficios entre los dos sectores (limpios y sucios) (A.14) se debe igualar a 1. Entonces:

$$\frac{\Pi_{cit}}{\Pi_{dit}} = \frac{\eta_{ct}}{\eta_{dt}} \left(\frac{(1 + \gamma \eta_{ct} s_{ct})}{(1 + \gamma \eta_{dt} s_{dt})} \right)^{-1-\varphi} \left(\frac{A_{ct-1}}{A_{dt-1}} \right)^{-\varphi} = 1$$

Combinando con (A.15)

$$\frac{\frac{1}{s_{ct} * A_{c,t-1} \pi_c}}{\frac{1}{s_{dt} * A_{d,t-1} \pi_d}} \left(\frac{\left(1 + \gamma \frac{1}{s_{ct} * A_{c,t-1} \pi_c} s_{ct} \right)}{\left(1 + \gamma \frac{1}{s_{dt} * A_{d,t-1} \pi_d} s_{dt} \right)} \right)^{-1-\varphi} \left(\frac{A_{c,t-1}}{A_{d,t-1}} \right)^{-\varphi} = 1$$

Cancelando los s_{jt} en el paréntesis

$$\frac{\frac{1}{s_{ct} * A_{c,t-1} \pi_c}}{\frac{1}{s_{dt} * A_{d,t-1} \pi_d}} \left(\frac{\left(1 + \gamma \frac{1}{A_{c,t-1} \pi_c} \right)}{\left(1 + \gamma \frac{1}{A_{d,t-1} \pi_d} \right)} \right)^{-1-\varphi} \left(\frac{A_{c,t-1}}{A_{d,t-1}} \right)^{-\varphi} = 1$$

Y reagrupando, $\left(\frac{\left(1 + \gamma \frac{1}{A_{c,t-1} \pi_c} \right)}{\left(1 + \gamma \frac{1}{A_{d,t-1} \pi_d} \right)} \right)^{-1-\varphi} \left(\frac{A_{c,t-1}^{(-\varphi-\pi_c)}}{A_{d,t-1}^{(-\varphi-\pi_d)}} \right) \frac{s_{dt}}{s_{ct}} = 1$

Bajo la condición de equilibrio, $s_{dt} + s_{ct} = 1$

$$\left(\frac{\left(1 + \gamma \frac{1}{A_{c,t-1} \pi_c} \right)}{\left(1 + \gamma \frac{1}{A_{d,t-1} \pi_d} \right)} \right)^{-1-\varphi} \left(\frac{A_{c,t-1}^{(-\varphi-\pi_c)}}{A_{d,t-1}^{(-\varphi-\pi_d)}} \right) \frac{(1 - s_{ct})}{s_{ct}} = 1$$

$$\left(\frac{\left(1 + \gamma \frac{1}{A_{c,t-1}^{\pi_c}}\right)}{\left(1 + \gamma \frac{1}{A_{d,t-1}^{\pi_d}}\right)} \right)^{-1-\varphi} \left(\frac{A_{ct-1}^{(-\varphi-\pi_c)}}{A_{dt-1}^{(-\varphi-\pi_d)}} \right) = \frac{S_{ct}}{(1 - S_{ct})}$$

Luego

$$\frac{\left(\frac{\left(1 + \gamma \frac{1}{A_{c,t-1}^{\pi_c}}\right)}{\left(1 + \gamma \frac{1}{A_{d,t-1}^{\pi_d}}\right)} \right)^{-1-\varphi} \left(\frac{A_{ct-1}^{(-\varphi-\pi_c)}}{A_{dt-1}^{(-\varphi-\pi_d)}} \right)}{1 + \left(\frac{\left(1 + \gamma \frac{1}{A_{c,t-1}^{\pi_c}}\right)}{\left(1 + \gamma \frac{1}{A_{d,t-1}^{\pi_d}}\right)} \right)^{-1-\varphi} \left(\frac{A_{ct-1}^{(-\varphi-\pi_c)}}{A_{dt-1}^{(-\varphi-\pi_d)}} \right)} = S_{ct}^* \quad (\mathbf{A.16})$$

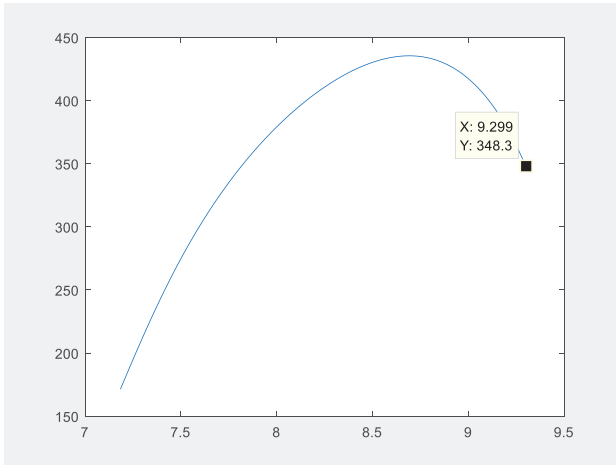
La evolución de la calidad ambiental, S_t , respecto a los insumos limpios y sucios, se caracteriza por el supuesto de que la utilización de insumos limpios genera una mejora en la calidad del ambiente. Por lo tanto,

$$S_t = -\xi Y_{dt} + (1 + \delta)S_{t-1} + \beta Y_{ct} \quad (\mathbf{A.17})$$

Será la ecuación que caracteriza la evolución del medio ambiente en función de los insumos.

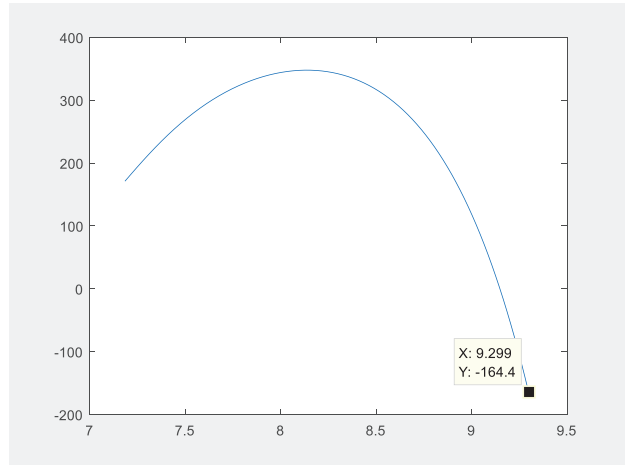
6.2 Elección de los parámetros

En el apartado 3.5 se discutió la importancia de los valores de β , ξ y π_j . Aquí demostraremos, gráficamente, cómo reacciona S_t para distintos valores de los parámetros.



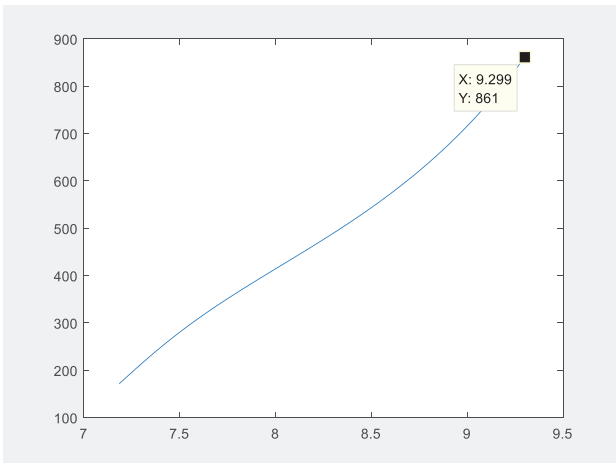
$$\beta = 0.001 \quad \pi_c = 0.04 \quad \pi_d = 0.05$$

$$\ln(GDP) = 9.299 \quad S = 994$$



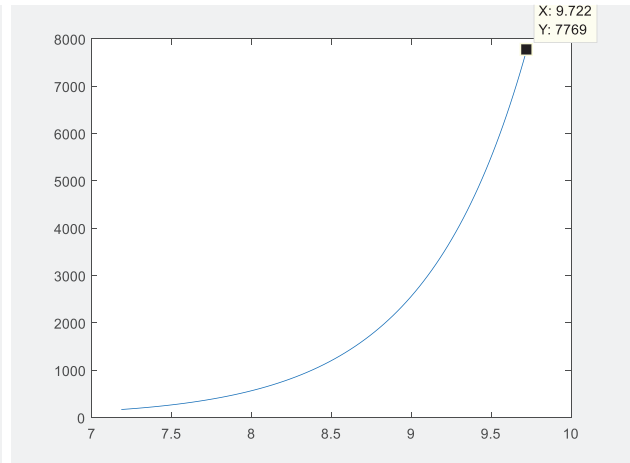
$$\beta = 0.002 \quad \pi_c = 0.04 \quad \pi_d = 0.05$$

$$\ln(GDP) = 9.722 \quad S = -1944$$



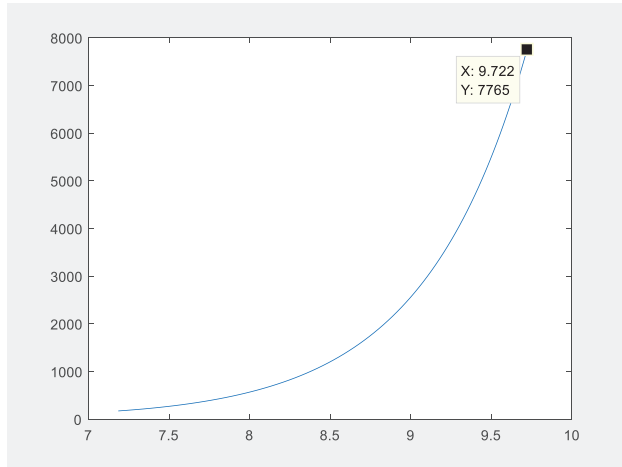
$$\beta = 0 \quad \pi_c = 0.04 \quad \pi_d = 0.05$$

$$\ln(GDP) = 9.299 \quad S = 991$$



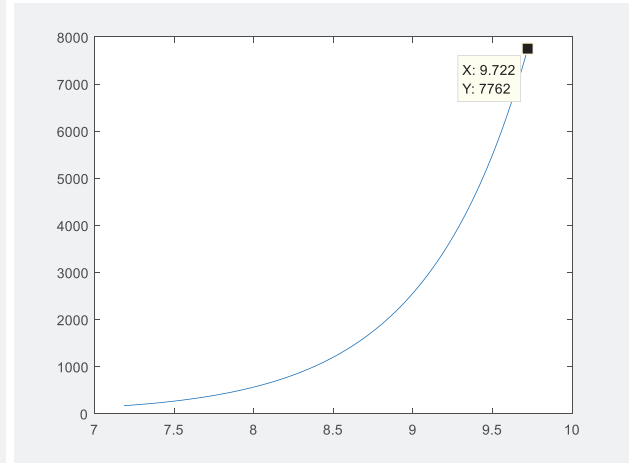
$$\beta = 0 \quad \pi_c = 0.06 \quad \pi_d = 0.04$$

$$\ln(GDP) = 9.722 \quad S = 7799$$



$$\beta = 0.001 \quad \pi_c = 0.06 \quad \pi_d = 0.04$$

$$\ln(GDP) = 9.722 \quad S = 7765$$



$$\beta = 0.002 \quad \pi_c = 0.06 \quad \pi_d = 0.04$$

$$\ln(GDP) = 9.722 \quad S = 779$$

6.3 Desarrollo del modelo con cotas de contaminación.

De la ecuación que limita la cantidad de trabajadores en el sector sucio por una cota determinada:

$$\tilde{L}_d = \min \left\{ \bar{L}_d; \frac{\left(\frac{A_{ct}}{A_{dt}}\right)^h}{1 + \left(\frac{A_{ct}}{A_{dt}}\right)^h} \right\}$$

Donde $h = (1 - \alpha)\varepsilon - \alpha + 1$

La decisión de los científicos (direccionamiento tecnológico) se verá modificada puesto que los nuevos beneficios de equilibrio serán:

$$\frac{\tilde{\Pi}_{Cit}}{\tilde{\Pi}_{dit}} = \frac{1 - s_{ct}}{s_{ct}} \left(\frac{A_{dt-1} + \gamma A_{dt-1}^{1-\pi}}{A_{ct-1} + \gamma A_{ct-1}^{1-\pi}} \right) \left(\frac{A_{dt-1}}{A_{vt-1}} \right)^\pi \frac{(A_{ct-1} + \gamma A_{ct-1}^{1-\pi})^h}{\bar{L}_{dt}}$$

La nueva solución para la asignación de científicos será

$$\tilde{s}_{ct} = \frac{B}{1 + B}$$

Donde

$$B = \frac{\bar{L}_d}{(A_{ct-1} + \gamma A_{ct-1}^{1-\pi})^{h-1} (A_{dt-1} + \gamma A_{dt-1}^{1-\pi})} \frac{A_{ct-1}}{A_{dt-1}}$$

De este equilibrio se desprenden los nuevos valores para:

Insumo sucio en términos de trabajo

$$\tilde{y}_{dt} = \min \left\{ A_d \bar{L}_d p_d^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} ; \frac{A_{ct}^h A_{dt}}{A_{dt}^h + A_{ct}} p_d^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \right\}$$

Y bien final

$$\tilde{y}_t = \min \left\{ \left(y_{ct}^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} + y_{dt}^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} \right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} ; \left(y_{ct}^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} + \bar{y}_{dt}^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} \right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} \right\}$$

En este contexto, la nueva evolución de la calidad ambiental estará determinada por:

$$S_t = -\xi \tilde{y}_{dt} + (1 + \delta) S_{t-1} + \beta y_{ct}$$

7. Bibliografía

World Bank national accounts data, and OECD National Accounts data files.

Acemoglu, D., Aghion, P., Bursztyn, L., & Hémous, D. (2012). The Environment and Directed Technical Change. *The American Economic Review*, 102(1), 131-166. Retrieved from <http://www.jstor.org/stable/41408771>

Bovenberg, A. L., & Smulders, J. A. (1995). Environmental quality and pollution-augmenting technological change in a two-sector endogenous growth model. *Journal of Public Economics*, 57(3), 369-391. Retrieved from https://pure.uvt.nl/ws/files/653383/26946_7275.pdf

Grossman, G., & Krueger, A. (1995). Economic Growth and the Environment. *The Quarterly Journal of Economics*, 110(2), 353-377. Retrieved from <http://www.jstor.org/stable/2118443>

Stern, Nicholas. (2008). The economics of climate change. *American Economic Review* 98:2, 1-37. Retrieved from <http://www.aeaweb.org/articles.php?doi=10.1257/aer.98.2>