

Universidad Torcuato Di Tella

Departamento de Economía

Licenciatura en Economía

El Rol de los Controles de Capital ante Restricciones al Crédito y Sudden Stop

Leandro Gomez, Agustín Lo Prete, Juan Pablo Pascual, Ignacio Romero, Santiago Sticca

Tutor: Emilio Espino

Ciudad Autónoma de Buenos Aires, Argentina

AGOSTO 2019



UNIVERSIDAD
TORCUATO DI TELLA

RESUMEN

Los países emergentes que se endeudan en el exterior están expuestos a riesgos de paradas repentinas en los ingresos de capital, más conocidos como Sudden Stops. Este fenómeno genera un cambio en los precios de los bienes No Transables de estos países y, dados los precios de los bienes Transables, una depreciación real del tipo de cambio que retroalimenta el ciclo negativo del Sudden Stop, haciendo que las deudas en bienes Transables se vuelvan más costosas de repagar. Por lo tanto, las decisiones de los agentes se verán alteradas ante estos eventos.

Al igual que en la literatura consultada, mediante un modelo estilizado con agentes heterogéneos e incertidumbre en sus dotaciones, trataremos de imitar el efecto de un Sudden Stop y computar cómo afecta a la optimización de los agentes.

Dado este escenario adverso para economías pequeñas, nos preguntaremos y analizaremos si es posible y eficiente en términos de bienestar intervenir con algún tipo de Control de Capitales.

Índice

RESUMEN	2
1. Introducción	5
2. Modelo	7
3. Equilibrio Descentralizado	9
3.1. Definición	9
3.2. Maximización de la Utilidad del Agente	9
3.3. Ecuaciones Características	10
4. Caso Unconstrained	11
4.1. Consumos	11
4.2. Precios relativos	12
4.3. Calibración	12
4.3.1. Resultados	13
5. Caso Constrained	18
5.1. Restricción Financiera	18
5.2. Consumos	19
5.3. Precios relativos	20
5.4. Condiciones de suficiencia	20
5.5. Resultados	21
6. Restricción Financiera	25
7. Estática Comparativa	29
8. Bienestar	30
8.1. Caso Constrained y Unconstrained	30
9. Intervención con Control de Capitales	32
9.1. Caso Constrained y Control de Capitales	35
9.2. Efectos del Control de Capitales	36
10. Conclusiones	37
Apéndice	39
A. Maximización de la utilidad de los agentes	39
A.1. Planteo del Lagrangeano	39
A.2. C.P.O.:	39

A.3. Utilizando las C.P.O.	41
A.4. Restricciones Presupuestarias Según el Estado de la Naturaleza	42
A.5. Restricciones Financieras	43
A.6. Vaciamiento de Mercados NT	43
A.7. Caso Unconstrained	43
A.7.1. Despejamos los Consumos	43
A.7.2. Obtenemos los Precios relativos	45
A.8. Caso Constrained	46
A.8.1. Despejamos los Consumos	46
A.8.2. Obtenemos los Precios relativos	48
A.8.3. Condición de suficiencia	50

1. Introducción

La diversificación de un portafolio internacional es un medio por el cual las personas logran suavizar consumos e invertir en activos riesgosos que de otro modo serían poco atractivos. No obstante, estos flujos internacionales de capital también son un componente importante a la hora de explicar cómo las perturbaciones económicas se extienden a través de las países, o de qué manera los inversores pueden generar un Sudden Stop a través de una repentina detención de las inversiones.

Este rango de resultados positivos y negativos que son generados por el intercambio internacional de capitales ha provocado diferentes actitudes hacia los controles de capitales. Se define a un control de capital como cualquier política que limite o restrinja el movimiento de los flujos de capital. Los controles pueden adoptar varias formas, desde un impuesto o subsidio a una prohibición directa sobre el comercio internacional de activos.

Durante el Acuerdo de Bretton Woods, los controles fueron herramientas que se generalizaron; sin embargo, estos controles se fueron eliminando o reduciendo a fines de los años setentas y, más aún, en los años 80's y 90's. La crisis de fines de los 90's provocó, otra vez, un viraje en los controles de capitales. Países con grandes diferencias como Brasil o Suiza consideraron (y en el caso de Brasil, implementaron) controles sobre las entradas de capitales ante la apreciación de la moneda, mientras que países como Islandia introdujeron controles sobre las salidas. Estudios recientes avalados por el FMI han aceptado el uso de control de capitales como parte del conjunto de herramientas de un país bajo ciertas circunstancias.

El objetivo de este trabajo es estudiar las decisiones de consumo y deuda ante restricciones en los flujos de capital. La principal restricción de este modelo establece en qué porcentaje del ingreso se puede endeudar el agente en términos de bienes Transables. Cuando el modelo se resuelva con la restricción, lo llamaremos caso Constrained; mientras que cuando se resuelva sin ella, nombraremos al caso como Unconstrained. Buscamos que la única diferencia entre ambos casos sea el límite al porcentaje de deuda que puedan tomar los agentes. Por lo tanto, se mantiene todo lo demás constante.

Por otro lado, los agentes deciden con un período de rezago cuánto endeudarse/ahorrar. Es decir, en el período 1 deciden cuánta deuda tendrán en el período 2. Al ocurrir esto, los agentes se endeudan dados los precios y no internalizan que sus decisiones óptimas influyen en los precios relativos, y por lo tanto en sus ingresos. Nuestra predicción es que el agente, al suavizar su consumo, en períodos donde su ingreso sea bajo, utilizará el mercado de créditos. Como hay riesgo de Sudden Stop, limitará su capacidad de endeudarse, y por ende su sendero de consumo óptimo.

Los controles de capitales podrían ser una opción para cambiar los incentivos de los individuos ante un posible Sudden Stop, ya que puedan internalizar sus decisiones de deuda sobre los precios. Con esta política buscamos que el individuo, al pedir un préstamo en términos Transables, tenga un porcentaje del bono gravado. A la vez, se le devuelve como transferencia directa el monto gravado. De este modo, sólo hay efecto sustitución por el cambio del precio relativo, debido a que el ingreso no se modifica.

En el siguiente trabajo analizamos los niveles de consumos, deuda y precios de bienes definidos en el modelo para los casos Unconstrained, Constrained y de Control de Capitales.

En este paper se empieza por definir el modelo. En particular definimos cómo se conforman las utilidades de los agentes, sus restricciones presupuestarias y sus restricciones financieras en cada período. Luego, continuamos a describir el equilibrio descentralizado de la economía, el problema que resuelven los agentes y las ecuaciones características que se desprenden de éste.

En una primera sección, se analiza el caso Unconstrained. Primero se desarrollan ecuaciones para los consumos y precios relativos óptimos, con el objetivo de entender cómo los agentes toman sus decisiones de consumo y ahorro. Luego, se explica la calibración del modelo y los resultados obtenidos con la ayuda de gráficos. El caso Constrained es lo siguiente a desarrollar. El enfoque que le damos a este caso es similar al Unconstrained. Además, se le suman condiciones de suficiencia para asegurar que realmente se trate de un caso con restricciones financieras activas. Con los dos modelos explicados, se comparan ambos casos para analizar el efecto de las restricciones financieras sobre el consumo y la composición de los portafolios de los Borrowers. Para una mayor comprensión de estos últimos, desarrollamos un análisis de estática comparativa para ver como fluctúan los bonos y los precios ante cambios en el collateral margin . El último caso que analizamos es aquel que, dado que hay Sudden Stop, presente un control de capital en forma de impuesto que grave a la deuda expresada en bienes Transables. En especial, se analiza el cambio en los consumos, precios y portafolios.

Por último, se lleva a cabo una comparación entre el bienestar de los tres diferentes casos. Para esto se calculan, para cada caso, las utilidades y el consumo compuesto, el cual sirve para calcular la pérdida de bienestar en términos de bienes entre un caso y el otro.

2. Modelo

En el modelo que desarrollamos en este trabajo, se considera una economía pequeña y abierta con un horizonte temporal de tres periodos: $t = \{0, 1, 2\}$. Tenemos un conjunto de agentes heterogéneos domésticos (unos que ahorran -Savers(S)- y otros que se endeudan -Borrowers(B)-). Además, existe un grupo de agentes foráneos que pueden comprar o vender bonos Transables. Estos pueden ser tanto acreedores como deudores, dependiendo de la decisión de los agentes domésticos.

Los dos agentes domésticos derivan su utilidad de consumir tanto bienes Transables c_T^i como bienes No Transables c_N^i y tienen una tasa de impaciencia β . Por simplicidad, sólo consumen bienes No Transables en $t = \{1, 2\}$. Por lo tanto, su función de utilidad descontada es la siguiente:

$$U^i = u(c_{T,0}^i) + \beta \mathbb{E}[u(c_1^i)] + \beta^2 \mathbb{E}[u(c_2^i)]$$

1

donde asumimos la siguiente forma funcional de utilidad por periodo: $u(c) = \ln(c)$, con $c_t^i = (c_{T,t}^i)^\alpha (c_{N,t}^i)^{1-\alpha} \forall t = \{1, 2\}$ & $\forall i = \{B, S\}$. Como nos encontramos en una economía pequeña, los agentes domésticos toman la tasa de interés internacional (r) como dada.

Definimos las dotaciones para los Savers y Borrowers de tal forma que tanto en bienes Transables como No Transables, en promedio, el Borrower siempre tiene un ingreso menor que el Saver y, por lo tanto, se endeuda en todos los periodos en bienes Transables, y que el Saver ahorra en el mismo tipo de bien.

En el primer periodo ($t = 0$), cada agente doméstico tiene una dotación de ingreso de bien transable $y_{T,0}^i$ e inician con un stock de bonos Transables, $b_{T,0}^i$, dado. En este periodo, los agentes deciden cuánto consumir en bienes Transables y cuántos bonos Transables $b_{T,1}^i$ y No Transables $b_{N,1}^i$ llevan al siguiente periodo. Notar que $b < 0$ significa endeudamiento.

$$c_{T,0}^i + q_{T,0}^* b_{T,1}^i + q_{N,0} b_{N,1}^i = y_{T,0}^i + b_{T,0}^i \quad \forall i = \{B, S\}$$

2

Tanto en el periodo $t = 1$ como $t = 2$, los agentes reciben una dotación de bienes Transables y No Transables que es estocástica para el caso de los Borrowers y determinística para los Savers. La estructura es la siguiente: tenemos dos estados de la naturaleza, uno High y otro Low, $s = \{s_H, s_L\}$, con probabilidad de ocurrencia π y $1 - \pi$.³ Los Savers siempre tiene un ingreso fijo: $y_{h,t}^S(s_H) \forall t = \{1, 2\}$ & $h = \{N, T\}$. En cambio, los Borrowers, tienen incertidumbre en ambas dotaciones. Para bienes Transables: si $s = s_H$, entonces $y_{T,t}^B(s_H) = y_{T,t}^S(s_H)$ y si $s = s_L$, entonces $y_{T,t}^B(s_L) \equiv y_{T,t}^S(s_H) - \sigma_T$. Para bienes No Transables:

¹ Asumimos que $\beta = \frac{1}{1+r^*}$. Esto nos garantiza que la tasa de interés de mercado es igual a la tasa de preferencia temporal.

² $q_{j,t}$ es el precio de comprar una unidad del bono j en el periodo t para consumo en el periodo $t + 1$, $\forall t = (0, 1)$ y $j = (T, N)$

³ Asumiremos $\pi = 0,5$

si $s = s_H$, entonces $y_{N,t}^B(s_H) = y_{N,t}^S(s_H) + \sigma_N$ y si $s = s_L$, entonces $y_{N,t}^B(s_L) \equiv y_{N,t}^S(s_H) - \sigma_N$.

Definiremos a $\rho(s) = \frac{P_N}{P_T}$ como el precio relativo entre bienes No Transables y Transables.⁴ En estos dos periodos, cada agente decide cuánto de su ingreso gasta en bienes Transables y No Transables y cuánto destina a comprar bonos, tanto Transables como No Transables. Sin embargo, debemos destacar que imponemos que $b_3 = 0$, ya que no contamos con otro período para pagar la deuda. Por lo tanto por condición de NO-PONZI, obligamos a que $b_3 \geq 0$ y, a su vez, como los agentes optimizan en el tiempo, no van a querer ahorrar parte de su ingreso para llevarlo a un período inexistente. Esto último se lo conoce como condición de transversabilidad. De ambas condiciones llegamos a que $b_3 = 0$. Las restricciones presupuestarias para estos periodos son las siguientes:

t=1:

$$c_{T,1}^i(s_1) + \rho_1(s_1)c_{N,1}^i(s_1) + q_{T,1}^*b_{T,2}^i(s_1) + q_{N,1}b_{N,2}^i(s_1) = y_{T,1}^i(s_1) + \rho_1(s_1)y_{N,1}^i(s_1) + b_{T,1}^i + \rho_1(s_1)b_{N,1}^i$$

5

t=2:

$$c_{T,2}^i(s_1, s_2) + \rho_2(s_1, s_2)c_{N,2}^i(s_1, s_2) = y_{T,2}^i(s_2) + \rho_2(s_1, s_2)y_{N,2}^i(s_2) + b_{T,2}^i(s_1) + \rho_2(s_1, s_2)b_{N,2}^i(s_1) \quad \forall i = \{B, S\}$$

En cuanto a las restricciones financieras, introducimos dos restricciones sobre el endeudamiento para los Borrowers para simular el efecto de un Sudden Stop externo. El mismo se ve reflejado a través de un parámetro ϕ_t , que expresa el porcentaje sobre el ingreso por el cual los Borrowers van a poder endeudarse. Tendremos una restricción financiera en cada período en los cuales se toman decisiones de endeudamiento:

t=0:

$$-b_{T,1}^B \leq \phi_1(y_{T,0}^B)$$

t=1:

$$-b_{T,2}^B(s_1) \leq \phi_2(y_{T,1}^B(s_1) + \rho_1(s_1)y_{N,1}^B(s_1))$$

6

Estas restricciones son típicas en la literatura que hemos consultado sobre crisis de economías emergentes. La clave de la propuesta de nuestra intervención está en ver cómo evolucionan los precios relativos de esta economía, ya que los agentes no internalizan los efectos secundarios que tiene el sobreendeudamiento sobre los precios. Finalmente, notar que mientras más chico es ϕ_t , mayor es el sudden stop al cual se enfrentará nuestra economía.

⁴Asumiremos que $P_T = 1$

⁵ $\lambda_t^i(s)$ es el lagrange multiplier que utilizamos para las restricciones presupuestarias

⁶ γ_t^B es el lagrange multiplier que utilizamos para las restricciones de financiamiento de los Borrowers

En conclusión, los agentes maximizan su utilidad descontada sujeto a sus restricciones presupuestarias y a las restricciones financieras, eligiendo los niveles de consumo de cada bien en cada período, y en los períodos $t = \{0, 1\}$ deciden comprar bonos tanto de bienes Transables como no transables para poder trasladar ingreso de un período al otro.

3. Equilibrio Descentralizado

3.1. Definición

Un equilibrio competitivo en esta economía, dadas las dotaciones $\{b_0^i; y_{N,1}^i(s_1); y_{N,2}^i(s_2); y_{T,0}^i; y_{T,1}^i(s_1); y_{T,2}^i(s_2)\} \forall i = \{B, S\}, t = \{1, 2\}, j = \{H, L\}$ y la tasa de interés r , es un conjunto de asignaciones $(c_{T,0}^i; c_{T,1}^i(s_1); c_{N,1}^i(s_1); c_{T,2}^i(s_1, s_2); c_{N,2}^i(s_1, s_2); b_{T,1}^i; b_{N,1}^i; b_{T,2}^i(s_1), b_{N,2}^i(s_1)) \forall i = \{B, S\}$ y precios $(\rho_1(s_1); \rho_2(s_1, s_2))$, para los cuales cada tipo de agente $i \in \{B, S\}$ maximiza su utilidad sujeta a las restricciones presupuestarias y financieras, y los mercados de Bienes y de Bonos No Transables se vacían:

$$\sum_i (C_{N,1}^i(s_1) - y_{N,1}^i(s_1)) = 0$$

$$\sum_i (C_{N,2}^i(s_1, s_2) - y_{N,2}^i(s_2)) = 0$$

$$b_{N,1}^S + b_{N,1}^B = 0$$

$$b_{N,2}^S(s_1) + b_{N,2}^B(s_1) = 0$$

En esta definición, como para el resto del paper, denotamos a las variables individuales con letras minúsculas y a las variables agregadas con letras mayúsculas.

3.2. Maximización de la Utilidad del Agente

$$\max U^i = u(c_{T,0}^i) + \beta \mathbb{E}[u(c_1^i)] + \beta^2 \mathbb{E}[u(c_2^i)]$$

Sujeto a

$$c_{T,0}^i + q_{T,0}^* b_{T,1}^i + q_{N,0} b_{N,1}^i = y_{T,0}^i + b_{T,0}^i$$

$$c_{T,1}^i(s_1) + \rho_1(s_1) c_{N,1}^i(s_1) + q_{T,1}^* b_{T,2}^i(s_1) + q_{N,1} b_{N,2}^i(s_1) = y_{T,1}^i(s_1) + \rho_1(s_1) y_{N,1}^i(s_1) + b_{T,1}^i + \rho_1(s_1) b_{N,1}^i$$

$$c_{T,2}^i(s_1, s_2) + \rho_2(s_1, s_2) c_{N,2}^i(s_1, s_2) = y_{T,2}^i(s_2) + \rho_2(s_1, s_2) y_{N,2}^i(s_2) + b_{T,2}^i(s_1) + \rho_2(s_1, s_2) b_{N,2}^i(s_1)$$

$$-b_{T,1}^B \leq \phi_1(y_{T,0}^B)$$

$$-b_{T,2}^B(s_1) \leq \phi_2(y_{T,1}^B(s_1) + \rho_1(s_1)y_{N,1}^B(s_1))$$

3.3. Ecuaciones Características

En esta sección describimos las ecuaciones características que nos ayudan a comprender nuestro modelo.

Definiendo $u_{h,t}^i(s) \equiv \frac{\partial u(c_{h,t}^i)}{\partial c_{h,t}^i(s)} \quad \forall s = \{s_H, s_L\} \quad , t = \{0, 1, 2\} \quad \& \quad h = \{N, T\}$,

Podemos escribir las siguientes condiciones:

■ Condiciones INTRA temporales:

- $t = 1$:

$$\frac{u_{N,1}^i(s_1)}{u_{T,1}^i(s_1)} = \rho_1(s_1)$$

- $t = 2$:

$$\frac{u_{N,2}^i(s_1, s_2)}{u_{T,2}^i(s_1, s_2)} = \rho_2(s_1, s_2)$$

Estas condiciones intratemporales nos ayudan a comprender la optimización de los individuos, ya que estos toman sus decisiones de consumo entre bienes Transables y No Transables igualando el cociente de utilidades marginales al cociente de precios relativos. Entonces, por ejemplo, si hay una suba en el precio de los bienes No Transables, reflejada en una suba de $\rho_t(s)$, o bien la utilidad marginal de los bienes No Transables aumenta relativa a los Transables, o la utilidad marginal de los bienes Transables cae en relación a la de los No Transables. Si ocurre lo primero, como la utilidad marginal es decreciente para la función de utilidad que elegimos, entonces el consumo de bienes No Transables caerá. En cambio, si ocurre la segunda opción, el consumo de los bienes transable aumentará. A su vez, pueden ocurrir ambos efectos a la vez y potenciarse.

■ Condiciones INTER temporales:

- Entre consumos del período $t = 0$ y $t = 1$

$$u_{T,0}^i q_{T,0} = \mathbb{E} \left[\beta(u_{T,1}^i(s_1)) \right] + \gamma_0^B$$

$$u_{T,0}^i q_{N,0} = \mathbb{E} \left[\beta(u_{N,1}^i(s_1)) \right]$$

- Entre consumos del período $t = 1$ y $t = 2$

$$u_{T,1}^i(s_1) q_{T,1} = \mathbb{E} \left[\beta(u_{T,2}^i(s_1, s_2)) \right] + \gamma_1(s_1)^B$$

$$u_{T,1}^i(s_1) q_{N,1} = \mathbb{E} \left[\beta(u_{N,2}^i(s_1, s_2)) \right]$$

Estas Condiciones Intertemporales, más conocidas como: Ecuaciones de Euler, vinculan las decisiones de los agentes de cuanto consumir de cada bien en cada período. De hecho, esta decisión de cuanto consumir en un período u otro, se ve canalizada a través del mercado de bonos y en cuanto deciden endeudarse o ahorrar en determinado tipo de bien, contingente a los diferentes escenarios de la naturaleza.

Notar que los γ_t^B solo aparecen en las condiciones intertemporales del Borrower cuando esté Constrained y para su decisión intertemporal de consumo transable, ya que solo para este agente imponemos una restricción financiera sobre su elección de deuda transable.

4. Caso Unconstrained

En esta sección nos focalizamos en el caso en el que la restricción financiera no está activa para los Borrowers, que es el caso en el que el valor neto del ingreso es lo suficientemente alto. A continuación exponemos los principales resultados obtenidos para ambos agentes:

4.1. Consumos

$t = 0 :$

$$c_{T,0}^i = y_{T,0}^i + b_{T,0}^i - q_{T,0}b_{T,1}^i - q_{N,0}b_{N,1}^i$$

$t = 1 :$

$$c_{T,1}^i(s_1) = \alpha w_1^i(s_1)$$

Para $t = 0$, el consumo es una función de dotaciones que están dadas y del valor de la deuda que decido en ese período.

$$c_{N,1}^i(s_1) = \frac{1 - \alpha}{\rho_1(s_1)} w_1^i(s_1)$$

$t = 2 :$

$$c_{T,2}^i(s_1, s_2) = \alpha w_2^i(s_1, s_2)$$

$$c_{N,2}^i(s_1, s_2) = \frac{1 - \alpha}{\rho_2(s_1, s_2)} w_2^i(s_1, s_2)$$

Para $t = \{1, 2\}$, el consumo es una participación fija α^7 de la riqueza estocástica que la definimos como $w_t^i(s)$ dividida por el precio del bien. Más sobre esto en el apéndice.

⁷Viene de la forma funcional que asumimos para la función de utilidad: una Cobb-Douglas

4.2. Precios relativos

Despejando, obtenemos el valor de los precios relativos en función de las dotaciones y la tasa de interés internacional.

$t = 1 :$

$$\rho_1(s_1) = \frac{1 - \alpha}{1 - (1 - \alpha)Y_{N,1}(s_1)} [Y_{T,1}(s_1) - q_{T,1}B_{T,2}(s_1) + B_{T,1}]$$

La condición de suficiencia para que $\rho_1(s_1) > 0$ es:

$$Y_{T,1}(s_1) > q_{T,1}B_{T,2}(s_1) - B_{T,1} \quad \& \quad Y_{N,1}(s_1) < \frac{1}{1 - \alpha}$$

Esto nos dice que la dotación agregada de bienes Transables para el período $t = 1$, debe ser mayor que el valor de los bonos agregados que decidieron los agentes para este período neto del bono agregado que se eligió en $t = 0$ y que necesitamos una cota superior para $Y_{N,1}(s_1)$. $t = 2 :$

$$\rho_2(s_1, s_2) = \frac{1 - \alpha}{1 - (1 - \alpha)Y_{N,2}(s_2)} [Y_{T,2}(s_2) + B_{T,2}(s_1)]$$

La condición de suficiencia para que $\rho_2(s_1, s_2) > 0$ es:

$$Y_{T,2}(s_2) > -B_{T,2}(s_1) \quad \& \quad Y_{N,2}(s_2) < \frac{1}{1 - \alpha}$$

Esto nos dice que la dotación agregada de bienes Transables para el período $t = 2$, debe ser mayor que el valor de los bonos agregados que decidieron los agentes para el período anterior y que se necesita una cota superior para $Y_{N,2}(s_2)$.

4.3. Calibración

El modelo se calibró imponiendo valores para los parámetros. Luego se resolvió usando el programa MatLab y se obtuvieron resultados numéricos. Se concluye que independientemente del estado de naturaleza, los Savers eligen ahorrar en Transables y endeudarse en No Transables. Por el lado de los Borrowers, independientemente del estado de naturaleza, eligen ahorrar en No Transables y endeudarse en Transables.

Utilizamos dotaciones de Transables y No Transables de forma tal que los Borrowers en promedio son siempre menos o iguales de ricos que los Savers y, de esta manera, eligen endeudarse en bienes Transables y ahorrar en No Transables, al contrario de los Savers.

$\alpha = 0,5$	$\beta = \frac{1}{1+r}$	$\pi = 0,5$	$y_{T,0}^B = 1$
$y_{T,1}^{B,H} = 2$	$y_{T,1}^{B,L} = 1$	$y_{T,2}^{B,H} = 2$	$y_{T,2}^{B,L} = 1$
$y_{T,0}^S = 2$	$y_{T,1}^S = 2$	$y_{T,2}^S = 2$	$y_{N,1}^{B,L} = 0,2$
$y_{N,1}^{B,H} = 0,8$	$y_{N,2}^{B,L} = 0,2$	$y_{N,2}^{B,H} = 0,8$	$y_{N,1}^S = 0,5$
$y_{N,2}^S = 0,5$	$qT_0 = \frac{1}{1+r}$	$qT_1^H = \frac{1}{1+r}$	$qT_1^L = \frac{1}{1+r}$
$bT_0^B = -0,8$	$bT_0^S = 0$	$r \in [0; 0,15]$	

4.3.1. Resultados

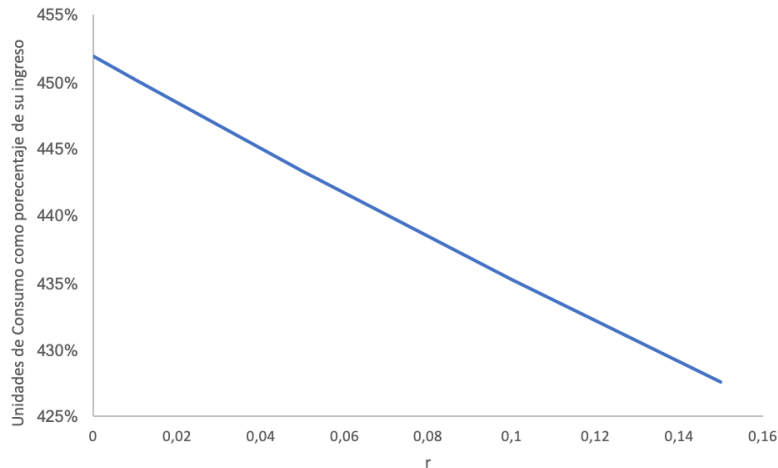


Figura 1: Consumo Transable del Borrower como porcentaje de su ingreso en $t=0$: $c_{T,0}^B$

A partir de las figura 1 podemos ver como el consumo de Transables en $t = 0$ ($c_{T,0}^B$) depende negativamente de la tasa de interés internacional. Esto se debe a que, como se puede observar en la figura 2, a medida que sube la tasa de interés internacional se vuelve mas costoso endeudarse para los borrowers entonces se cuenta con menos recursos en el primer período para poder consumir. Notar que el valor de la deuda agregada cae por dos efectos, por un lado, la deuda de los Borrowers se reduce y el ahorro de los Savers, incrementa.

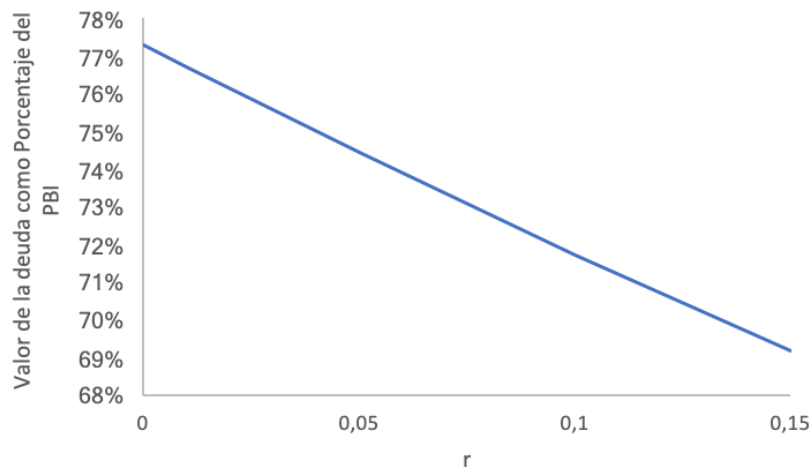


Figura 2: Valor de la Deuda Agregada $B_{T,1}$ como porcentaje del PBI en $t=0$

Al igual que como ocurre en $t=0$, en $t=1$ el consumo de Transables depende negativamente de la tasa de interés internacional. Sin embargo, como se puede observar la figura 3, la caída del consumo es mas leve para ambos estados de la naturaleza. Esto se debe a que, si bien se va a endeudar menos hoy, lo que

hace que pueda consumir menos y también aumenta la deuda del período anterior, la proporción del ingreso que se destina a consumir bienes transables es mucho menor que en $t=0$ lo que atenúa el efecto de la caída del consumo. Además se puede observar que el consumo para el estado de la naturaleza de ingreso alto (High) es menor que para el caso de ingreso bajo (Low) independientemente de la tasa de interés. Esto se debe a que como hay relativamente más bienes No Transables en el caso High que en el escenario Low, el precio de los bienes No Transables es mayor para el estado Low que para el High y, por lo tanto, los borrowers prefieren consumir más del bien transable en el estado Low que en el estado High.

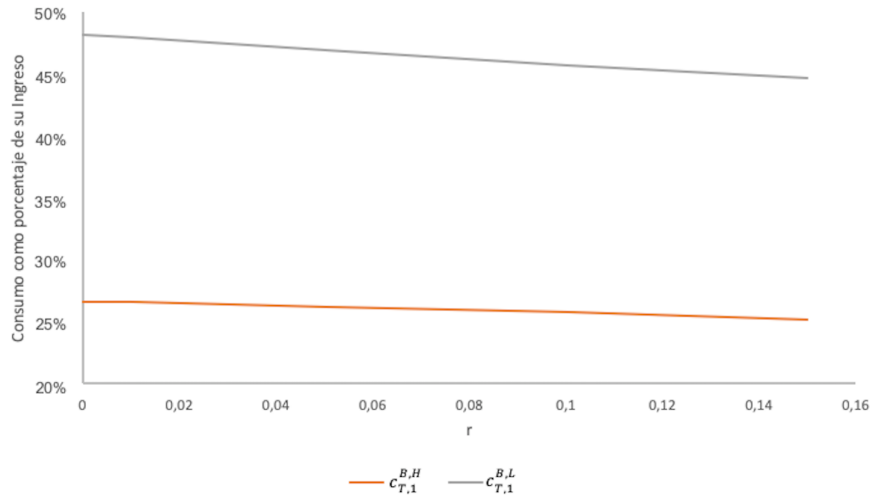


Figura 3: Consumo Transable del Borrower como porcentaje de su ingreso en $t=1$ $c_{T,1}^B(s_1)$

En la siguiente figura se expone el valor de la deuda que se decide en $t = 1$. De la misma forma que en $t=0$, la deuda va a depender negativamente del r , ya que un aumento de la misma hace menos atractivo endeudarse en todos los estados de la naturaleza.

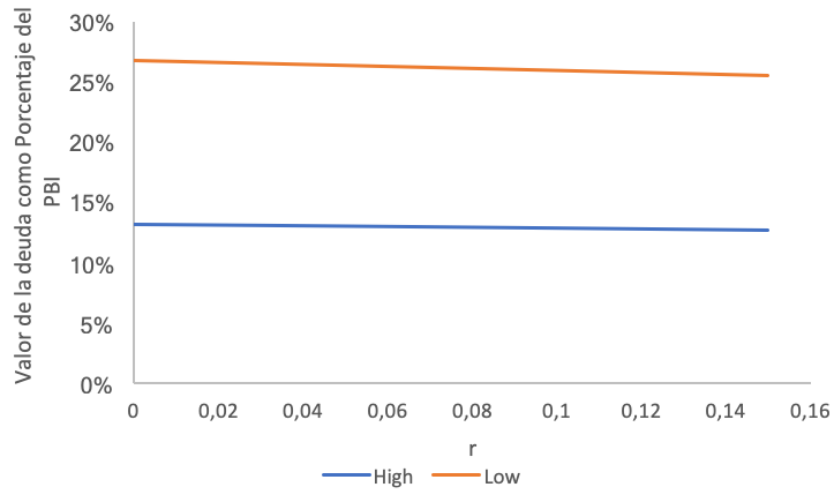


Figura 4: Valor de la Deuda Agregada como porcentaje del PBI en $t=1$ dependiendo del estado de la naturaleza $B_{T,2}(s_1)$

El valor de la deuda cae nuevamente debido a la suba en la tasa de interés, ocurre que a medida que sube el r el costo que va a tener que pagar por esta deuda es cada vez mas grande. Es por esto que, como se puede ver en la figura 5, el consumo para todos los estados de la naturaleza va a depender negativamente de la tasa de interés.

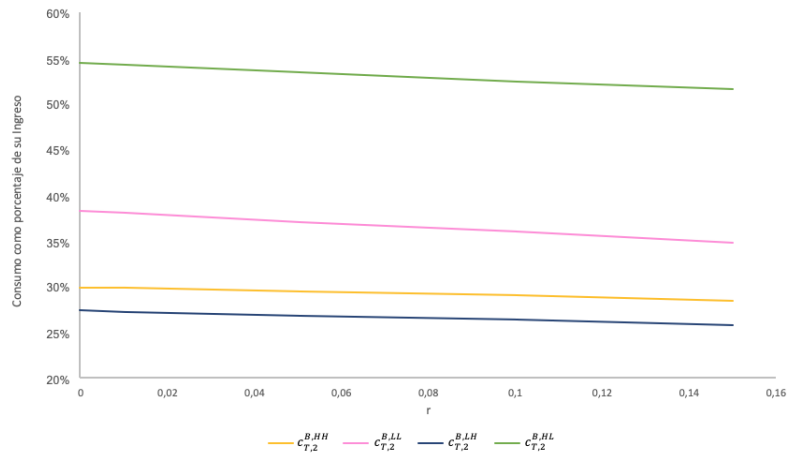


Figura 5: Consumo Transable del Borrower como porcentaje de su ingreso en $t=2$

Debido a la caída del valor de la deuda agregada que los agentes toman en $t=1$ y el aumento del costo de repagar la deuda tomada en $t=0$, cae el consumo agregado de ambos bienes en $t = 1$, por lo que esto lleva a una caída del precio relativo del bien no transable, como se puede observar en la figura 6.

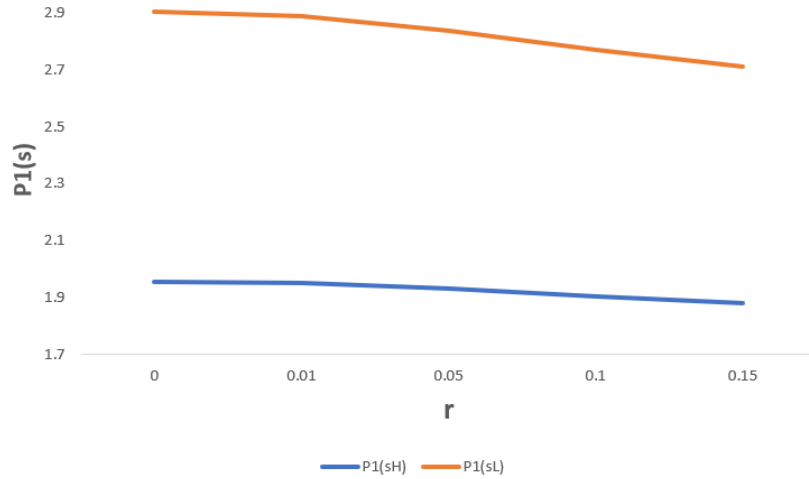


Figura 6: $\rho_1(s)$ en función de la tasa de interés internacional r

Como se explicó anteriormente, el aumento de r lleva a un aumento en el costo de repagar la deuda en $t=2$, por lo que en este período cae el consumo de ambos bienes y el precio relativo del bien no transable para incentivar el consumo de No Transables. Se puede observar en la figura 7 que esta caída se atenúa si se encuentran en el estado de la naturaleza $s_2 = s_H$ (especialmente si $s_1 = s_H$ también). Esto se debe a que si se encuentran en el estado de la naturaleza de ingresos altos, la proporción del ingreso que deben destinar a repagar la deuda va a ser menor, entonces la caída de los consumos va a ser menor y por ende la caída en el precio de los No Transables va a ser mas moderada.

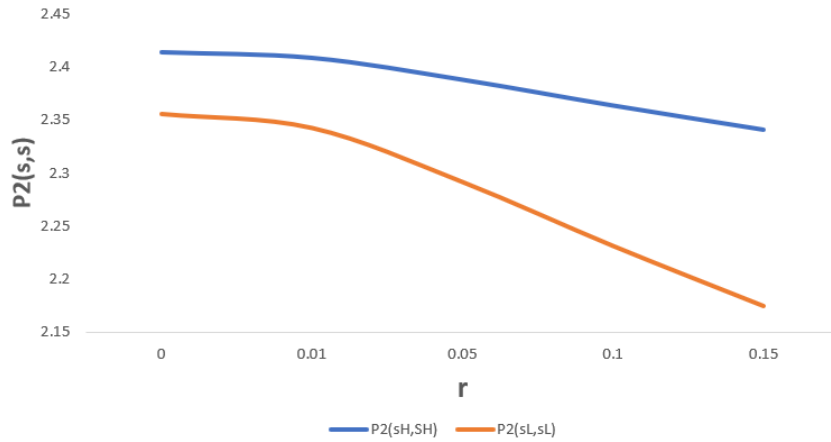


Figura 7: $\rho_2(s,s)$ en función de la tasa de interés internacional r

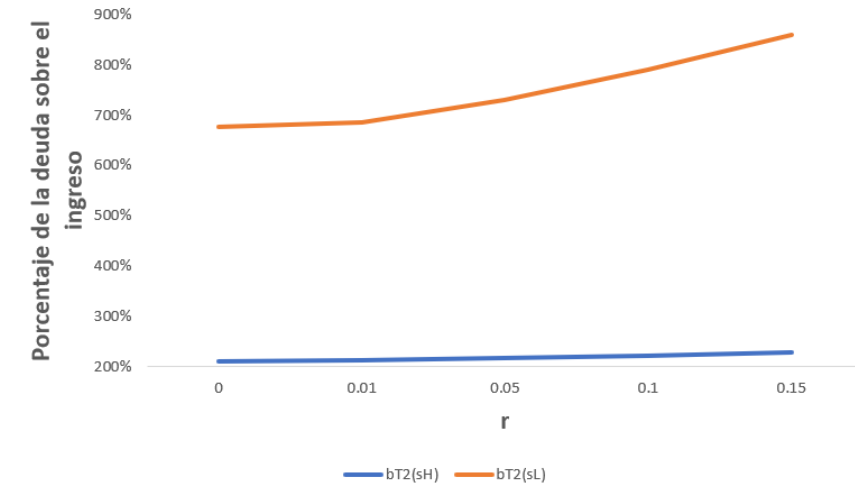


Figura 8: $b_{T2}^B(s_1)$ en función del ingreso contingente a cada estado de la naturaleza en $t = 10$

En la figura 8 se puede ver claramente que cuando hay un shock negativo al ingreso (es decir nos encontramos en el estado de la naturaleza Low), el Borrower quiere endeudarse en un porcentaje alto del PBI. Esto es, quiere un sendero de consumo suavizado entonces cuando tiene shock negativo se endeuda.

A modo de conclusión en este caso, podemos decir que el bienestar de ambos agentes es el más alto que vamos a tener en esta economía, ya que no se está imponiendo ninguna condición sobre las decisiones de los agentes y los mismos están eligiendo sus portafolios sin limitaciones. Como el índice de precios de esta economía tiene la siguiente forma:

$$P_t = \left[\frac{p_N}{1 - \alpha} \right]^{1 - \alpha} \left[\frac{1}{\alpha} \right]^\alpha$$

Las subas en el tipo de cambio real van a ser producto proporcional de la suba en el precio de los bienes No Transables p_N : $\ln(RER) = -(1 - \alpha) \ln(p_N)$. Esto es muy importante a la hora de analizar el efecto de un Sudden Stop, ya que como se ve más adelante la caída en el precio de los No Transables hace que caiga el índice de precios y empuja hacia arriba en la proporción que detallamos al tipo de cambio real (RER).

5. Caso Constrained

5.1. Restricción Financiera

En esta sección incorporamos la restricción financiera para la deuda transable de los Borrowers. De esta manera simulamos el efecto que tiene un Sudden Stop sobre una economía emergente. El parámetro ϕ representa el porcentaje del ingreso en el que el individuo puede endeudarse en unidades de bienes Transables. En esta sección analizamos las decisiones óptimas de los individuos cuando se encuentran restringidos y luego verificamos que se cumplen las condiciones de suficiencia para estar Constrained. Para lograrlo, primero necesitamos calibrar un valor de ϕ . Entonces, a partir de la resolución del caso Unconstrained, buscamos los valores de los ϕ de las restricciones financieras, tales que las mismas se encuentren siempre activas. Luego, dados los valores del bono transable en el período hallado en el caso Unconstrained y la forma de la restricción financiera,

$$-b_{T,1}^B \leq \phi_1(y_{T,0}^B)$$

Obtenemos los valores para que la restricción se encuentre siempre activa:

r	$b_{T,1}^B$	Valor Límite de ϕ_1
0	-5,3482	5,3482
0,01	-5,369	5,369
0,05	-5,4534	5,4534
0,5	-5,561	5,561
0,15	-5,671	5,671

Una vez encontrados estos valores y verificado que el límite superior es alto, decidimos utilizar $\Phi_1 = 0,3$ para la restricción financiera del primer período, ya que en la literatura que estudia este tipo de problemas se suelen elegir valores de Φ que se encuentran en el intervalo entre 0,3 y 0,4. Utilizando este valor y la restricción financiera del período 2:

$$-b_{T,2}^B(s_1) \leq \phi_2(y_{T,1}^B(s_1) + \rho_1(s_1)y_{N,1}^B(s_1))$$

Se resuelve un modelo en el cual solo el primer período tenía restricción financiera con el objetivo de encontrar el valor de ϕ_2 tal que esta se encuentre activa tanto en el estado de la naturaleza High como en el Low. Los resultados que obtuvimos fueron los siguientes:

r	bT1	Φ_1	Valor Límite de Φ_2 en H	Valor Límite de Φ_2 en L
0	-5,3482	0,3	1,6020	7,0509
0,15	-5,671	0,3	1,6762	8,4486

Bajo el mismo argumento del primer período y teniendo en cuenta que el ϕ no debe superar esas cotas superiores, decidimos que el valor de ϕ_2 será de 0,4.

En cuanto a las condiciones intra e intertemporales podemos decir lo siguiente:

Como los Savers no tienen restricción alguna sobre sus portafolios de bienes Transables, sus condiciones de optimalidad son las mismas que para el caso Unconstrained, por lo tanto, solo resolvemos el modelo para los Borrowers como si estuviesen Constrained y luego verificamos las condiciones de suficiencia para que esto ocurra. Notar que las condiciones intratemporales para los Borrowers son las mismas que antes, pero ahora en las condiciones intertemporales van a tener una cuña proveniente de la restricción financiera que van a internalizar ($\gamma_t^B(s_1)$).

5.2. Consumos

Como mencionamos anteriormente, resolvemos el modelo asumiendo que nos encontramos en el caso Constrained y luego, chequearemos que efectivamente nos encontramos en el mismo.

Procederemos entonces como si las 3 restricciones estuviesen activas:

$$b_{T,1}^B = -\phi_1 y_{T,0}^B$$

$$b_{T,2}^B(s_1) = -\phi_2 (y_{T,1}^B(s_1) + \rho_1(s_1) y_{N,1}^B(s_1))$$

t = 0:

$$c_{T,0}^B = y_{T,0}^B + b_{T,0}^B + q_{T,0} \phi_1 y_{T,0}^B - q_{N,0} b_{N,1}^B$$

Para que $c_{T,0}^B > 0$ necesitamos que:

$$\phi_1 > \hat{\phi}_1 = \frac{-y_{T,0}^B - b_{T,0}^B + q_{N,0} b_{N,1}^B}{q_{T,0} y_{T,0}^B}$$

t = 1:

$$c_{T,1}^B(s_1) = \alpha [y_{T,1}^B(s_1)(1 + q_{T,1} \phi_2) + \rho_1(s_1)(y_{N,1}^B(s_1) + b_{N,1}^B + q_{T,1} \phi_2 y_{N,1}^B(s_1)) - q_{N,1}(s_1) b_{N,2}^B(s_1) - \phi_1 y_{T,0}^B]$$

$$c_{N,1}^B(s_1) = \frac{1 - \alpha}{\rho_1(s_1)} [y_{T,1}^B(s_1)(1 + q_{T,1}(s_1) \phi_2) + \rho_1(s_1)(y_{N,1}^B(s_1) + b_{N,1}^B + q_{T,1} \phi_2 y_{N,1}^B(s_1)) - q_{N,1}(s_1) b_{N,2}^B(s_1) - \phi_1 y_{T,0}^B]$$

Para que estos consumos sean positivos necesitamos:

$$\phi_2 > \hat{\phi}_2 = \frac{-y_{T,1}^B(s_1) - \rho_1(s_1)(y_{N,1}^B(s_1) + b_{N,1}^B) + q_{N,1}(s_1) b_{N,2}^B(s_1) + \phi_1 y_{T,0}^B}{q_{T,1}(s_1) y_{T,1}^B(s_1) + \rho_1(s_1) y_{N,1}^B(s_1)}$$

t = 2:

$$c_{T,2}^B(s_1, s_2) = \alpha[y_{T,2}^B(s_2) + \rho_2(s_1, s_2)y_{N,2}^B(s_2) + \rho_2(s_1, s_2)b_{N,2}^B(s_1) - \phi_2((y_{T,1}^B(s_1) + \rho_1(s_1)y_{N,1}^B(s_1)))]$$

$$c_{N,2}^B(s_1, s_2) = \frac{(1-\alpha)}{\rho_2(s_1, s_2)}[y_{T,2}^B(s_2) + \rho_2(s_1, s_2)y_{N,2}^B(s_2) + \rho_2(s_1, s_2)b_{N,2}^B(s_1) - \phi_2((y_{T,1}^B(s_1) + \rho_1(s_1)y_{N,1}^B(s_1)))]$$

Para que los consumos sean positivos necesitamos que: $y_{T,2}^B(s_2) + \rho_2(s_1, s_2)y_{N,2}^B(s_2) + \rho_2(s_1, s_2)b_{N,2}^B(s_1) - \phi_2(y_{T,1}^B(s_1) + \rho_1(s_1)y_{N,1}^B(s_1)) > 0$ ⁸

5.3. Precios relativos

A través de las condiciones de vaciamiento de mercado para los bienes No Transables, hallamos el precio de los No Transables p_N para el caso restringido:

En t = 1:

Utilizando esto:

$$\rho_1(s_1) = (1-\alpha) \frac{[Y_{T,1}(s_1) + b_{T,1}^S - \phi_1 y_{T,0}^B - q_{T,1}[b_{T,2}^S(s_1) - \phi_2 y_{T,1}^B(s_1)]]}{\alpha(Y_{N,1}(s_1) - (1-\alpha)q_{T,1}\phi_2 y_{N,1}(s_1))}$$

En t = 2:

$$\rho_2(s_1, s_2) = \frac{(1-\alpha)}{\alpha(Y_{N,2}(s_2))} \left[Y_{T,2}(s_2) + b_{T,2}^S(s_1) - \phi_2 y_{T,1}^B(s_1) - \phi_2 y_{N,1}^B(s_1)(1-\alpha)\rho_1(s_1) \right]^{10}$$

5.4. Condiciones de suficiencia

A continuación describimos las condiciones de suficiencia tales que el Borrower se encuentra restringido para su financiamiento en Transables:

$$\gamma_0 > 0$$

$$\frac{q_{T,0}}{c_{T,0}^B} - \frac{\alpha}{2}\beta \left[\frac{1}{c_{T,1}^B(s_L)} + \frac{1}{c_{T,1}^B(s_H)} \right] > 0$$

$$\gamma_1(s_1) > 0$$

$$\frac{q_{T,1}\beta\alpha}{2c_{T,1}^B(s_1)} - \frac{\alpha}{4}\beta^2 \left[\frac{1}{c_{T,2}^B(s_1, s_1)} + \frac{1}{c_{T,2}^B(s_1, s_2)} \right] > 0$$

⁸ $\phi_2 < \phi_2^*$ Ver Apéndice

⁹ para que $\rho_1(s_1) > 0$ necesitamos que $\phi_2 \in (\hat{\phi}_2, \hat{\hat{\phi}}_2)$ o que $\phi_2 \in (\hat{\hat{\phi}}_2, \hat{\phi}_2)$. Ver apéndice.

¹⁰ Aquí para que $\rho_2(s_1, s_2) > 0$ necesitamos que $\phi_2 < \phi_2^*$. Ver apéndice.

5.5. Resultados

A partir de lo obtenido, para poder resolver el modelo, reemplazamos las expresiones de los precios y los consumos (como función de los bonos y los parámetros) en las expresiones halladas para las condiciones intertemporales. Luego, como nos enfrentamos con un sistema no lineal de 61 ecuaciones y 61 incógnitas, decidimos utilizar el programa Matlab para hallar una solución numérica a este setting.

En primer lugar, el modelo se calibró imponiendo valores para los parámetros siguiendo la lógica que explicamos en la sección de calibración. Finalmente, se corrió el código en el programa y obtuvimos resultados numéricos.

Como principal resultado se concluye que independientemente del estado de naturaleza los Savers eligen ahorrar en Transables y endeudarse en No Transables. En cambio, los Borrowers, eligen lo inverso

Análisis

Al igual que en el caso Unconstrained, el consumo de bienes Transables del borrower va a depender de manera negativa de la tasa de interés internacional. De hecho, cuando se observa y se compara la senda temporal del consumo transable, comprobamos que el Borrower cuando está Constrained va a elegir un nivel de consumo en $t = 0$ menor que si no estuviese restringido.

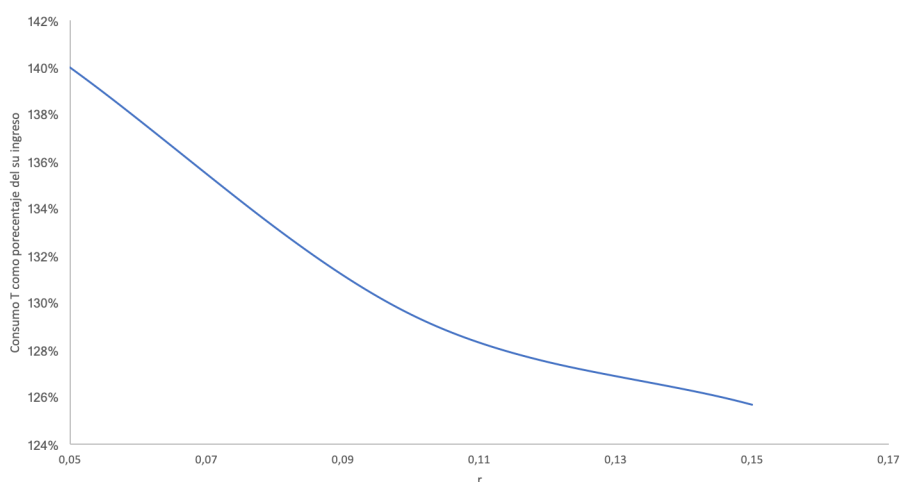


Figura 9: Consumo Transable del Borrower como porcentaje de su ingreso en $t=0$ $c_{T,0}^B$

El comportamiento de la deuda agregada es diferente a lo que ocurre en el caso Unconstrained. Como el borrower se encuentra restringido, su nivel de deuda queda constante, pero como el valor de la deuda depende negativamente de r , el valor de la deuda del borrower cae. Por el lado del Saver, al aumentar el r , este quiere ahorrar cada vez mas. Por lo que la deuda agregada cae en función de r .

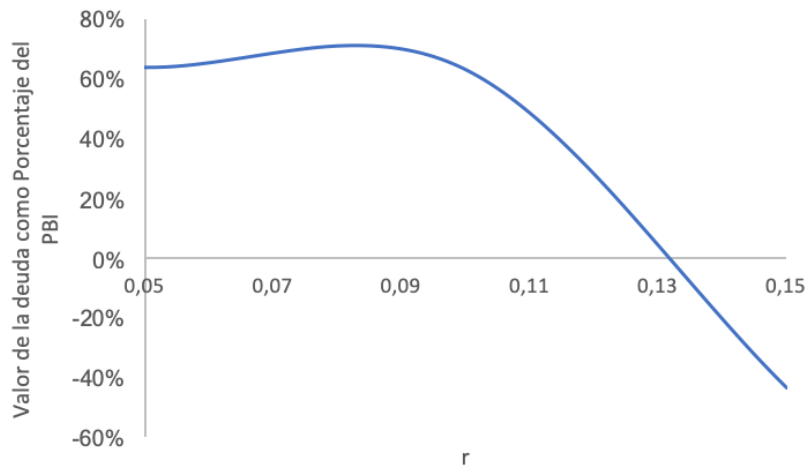


Figura 10: Valor de la Deuda Agregada ($B_{T,1}$ como porcentaje del PBI en $t=0$)

Para poder analizar el nivel de consumo transable en $t=2$ del borrower, distinguimos entre los dos estados de la naturaleza.

Si nos encontramos en el estado Low, se puede ver que el consumo depende negativamente de r de manera muy pronunciada. Esto se debe a que a medida que sube r , la deuda del período anterior se vuelve cada vez mayor. Además como el precio de los No Transables depende negativamente de r , y la restricción financiera se vuelve mayor a medida que cae el precio de los No Transables (ya que la restricción financiera es una proporción del ingreso medido en bienes Transables) el agente puede endeudarse menos y por ende cae mas el nivel de consumo. Se puede notar que para r muy grande la pendiente se vuelve mas plana, esto se debe a que el efecto en la restricción financiera de la caída del precio no transable es cada vez menor. Si se está en el caso High, la pendiente sigue siendo negativa, pero es mucho mas plana. Esto se debe a que, el repago de la deuda se vuelve proporcionalmente menor y la restricción financiera es mas holgada, aunque va a seguir ocurriendo lo mismo que en el caso Low con respecto a la influencia del precio de los bienes No Transables

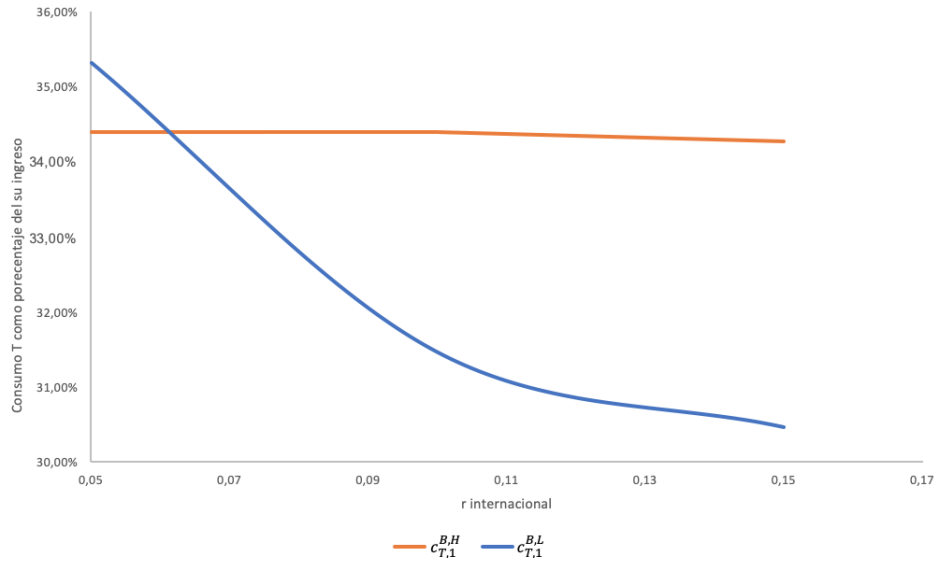


Figura 11: Consumo Transable del Borrower como porcentaje de su ingreso en $t=1$ $c_{T,1}^B(s_1)$

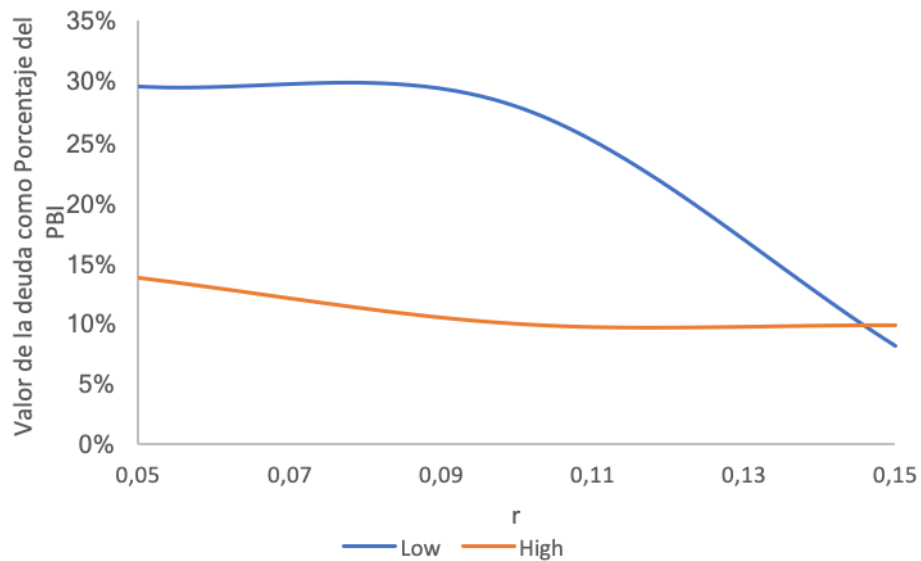


Figura 12: Valor de la Deuda Agregada $B_{T,2}(s_1)$ como porcentaje del PBI en $t=1$ dependiendo del estado de la naturaleza

Como se puede ver en la figura 12, la deuda depende negativamente de r para ambos estados de la naturaleza. Sin embargo, la pendiente varía según en que estado nos encontremos. Si se está en el caso Low, se puede notar que la pendiente incrementa a medida que sube r . Esto se debe a que, por un lado, a medida que sube r , el Borrower esta cada vez mas restringido (por la relación explicada anteriormente de la restricción y r) y el Saver quiere ahorra cada vez mas, lo que lleva a que la pendiente vaya incrementando. En el estado de la naturaleza High, el Borrower puede endeudarse mas y debido

a precios relativos mas alto de los No Transables, el Saver ahorra proporcionalmente menos. Es por esto que los efecto explicados anteriormente se ven reducidos. Además, como el valor de los No Transables arranca mas alto, su caída también afecta la decisión de ahorro del Saver, ya que el mismo tiene también parte de su ingreso en este bien y esto puede generar que el aumento de su ahorro sea menor a lo que ocurre en el estado de la naturaleza Low.

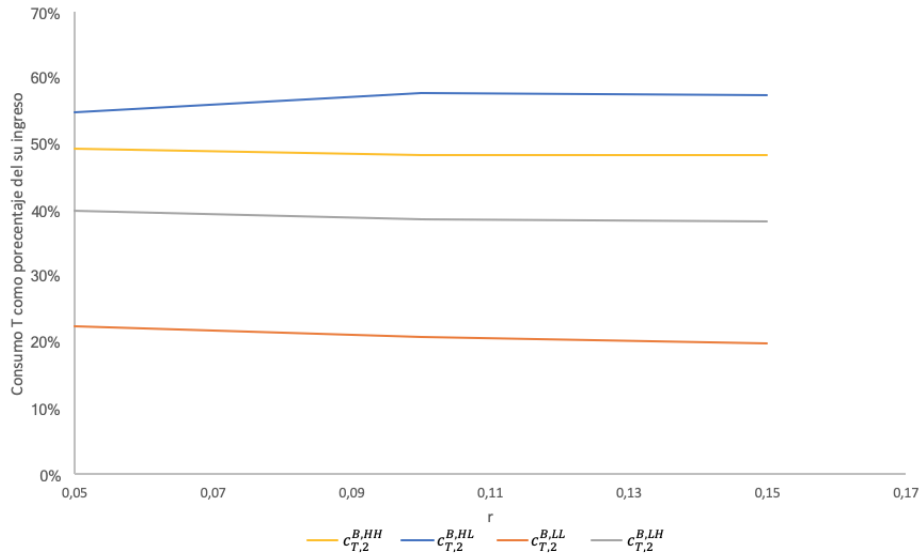


Figura 13: Consumo Transable del Borrower ($C_{T,2}^B(s_1, s_1)$) como porcentaje de su ingreso en $t=2$

A medida que sube la tasa de interés internacional, cae el porcentaje del ingreso que pueden destinar al consumo de bienes No Transables en todos los estados de la naturaleza. Esto se debe a que, como la deuda que traen del período anterior esta dada, la decisión de cuanto porcentaje de su ingreso va a destinar al consumo de cada bien va a depender solamente del precio de los No Transables. Como se explicó anteriormente, a medida que aumenta el r cae el precio de los No Transables y por ende el agente va a querer destinar una mayor proporción de su ingreso al consumo de estos bienes. Además el costo de repagar la deuda va a subir, por lo que el ingreso que los agentes destinan a esto va a incrementar. Estos dos efectos hacen que a medida que sube el r caiga el porcentaje del ingreso destinado al consumo de bienes Transables. Notar que el consumo en estado High es más alto que en el estado Low ya que el porcentaje que destinan los Borrowers a repagar la deuda es menor dado que cuentan con un mayor ingreso en el período final.

6. Restricción Financiera

Analizamos el efecto de la restricción financiera sobre las decisiones óptimas de los individuos, especialmente la de los Borrowers. Realizamos, a continuación, la estática comparativa de las principales decisiones de estos. Notar que la línea punteada representa el caso Unconstrained, mientras que la sólida la de Constrained.

En el caso $t=0$, el consumo de bienes Transables es mas alto para el caso Unconstrained relativo al caso Constrained debido a que no hay restricción al endeudamiento y por lo tanto el agente tiene mayor ingreso neto disponible.

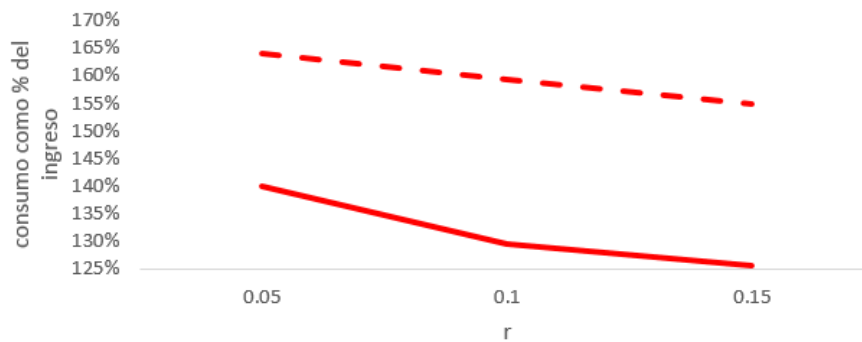


Figura 14: Consumo del borrower ($c_{T,0}^B$) como porcentaje del ingreso en $t=0$

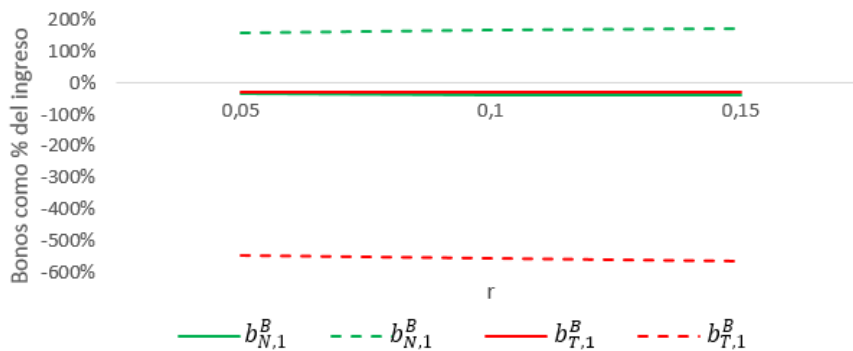


Figura 15: Bonos de borrowers como porcentaje del ingreso en $t=0$

En la figura 15 se observa que, como el Borrower tiene una restricción a endeudarse en bienes Transables en el caso Constrained, decide dejar de ahorrar en bienes no transables y comienza a endeudarse también en este tipo de bienes. Esto se debe a que es la forma que el agente tiene de suavizar más el efecto de la restricción y evitar que la caída del consumo en $t=1$ sea más pronunciada.

Al igual que lo que ocurre en $t=0$, en $t=1$ el agente al tener el nivel de deuda en bienes Transables restringido, decide disminuir su ahorro en bienes No Transables, con el objetivo de evitar que la caída del ingreso disponible que tiene en este período caiga de manera muy pronunciada.

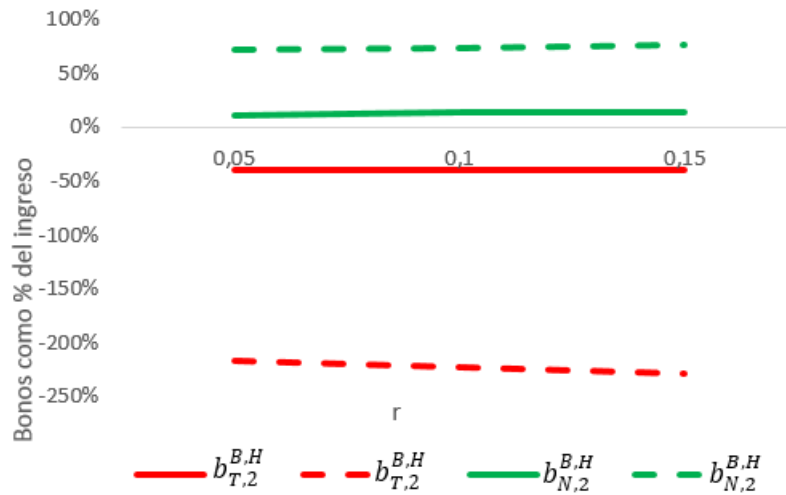


Figura 16: Bonos del Borrower como porcentaje de su ingreso en t=1

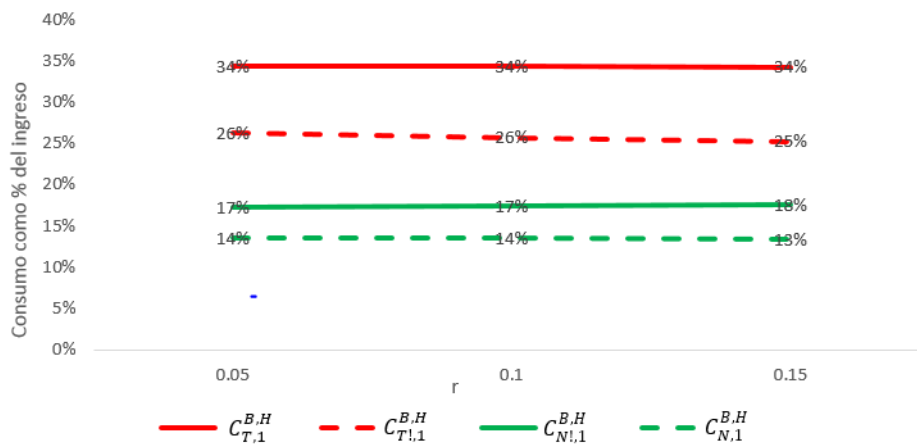


Figura 17: Consumo del Borrower como porcentaje de su ingreso en t=1

El consumo de ambos tipos de bienes en t=1 es mayor para el caso Constrained que el Unconstrained en el estado de la naturaleza High. Esto se debe a que, si bien el agente se puede endeudar menos, también tiene menos deuda que repagar debido a que en el periodo anterior también se tuvo que endeudar menos por lo que, en este estado de la naturaleza, el Borrower tiene mas ingreso disponible en el caso en el cual la restrcción esta activa. Además, debido a que tengo mas ingreso disponible, los bienes No Transables se vuelven mas costosos relativo al caso sin restricción financiera, lo que genera que el aumento del consumo de bienes Transables se relativamente mayor al aumento del consumo de bienes No Transables.

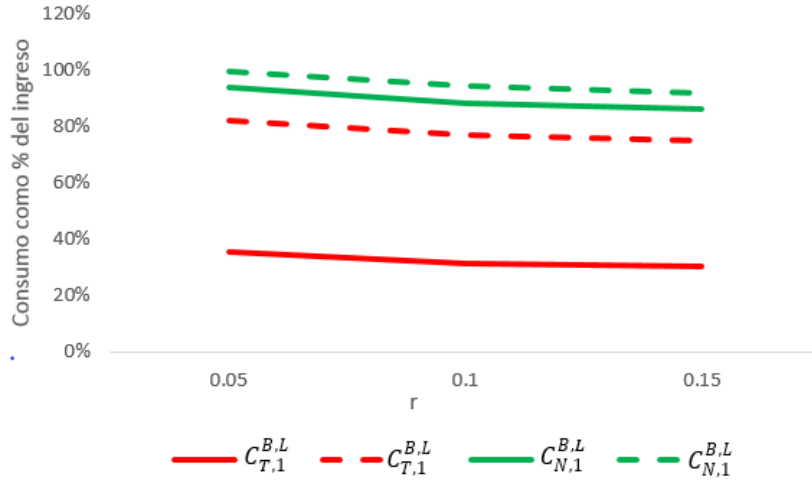


Figura 18: Consumo de borrowers ($c_{T,1}^B(s_L)$) como porcentaje del ingreso en $t=1$

En el caso Low sucede lo contrario al caso High. Ocurre que ambos tipos de consumos caen en el caso Constrained con respecto al caso Unconstrained. Esto se debe a que, si bien el porcentaje del ingreso que tienen que destinar a pagar la deuda que tomó en $t=0$ es mayor en el estado de la naturaleza Low con respecto al High porque el borrower es relativamente más pobre (lo que haría que en el caso Unconstrained consuma menos de ambos bienes), en este estado de la naturaleza al agente le gustaría endeudarse más en Transables por lo que la restricción se vuelve mas fuerte, lo que genera que el agente se vea obligado a consumir menos de ambos tipos de bienes en el caso con restricción que en el caso sin restricción. Además, por el lado del consumo no transable, este se ve menos reducido en el caso Constrained porque el precio de los No Transables cae cuando el Borrower se encuentra restringido.

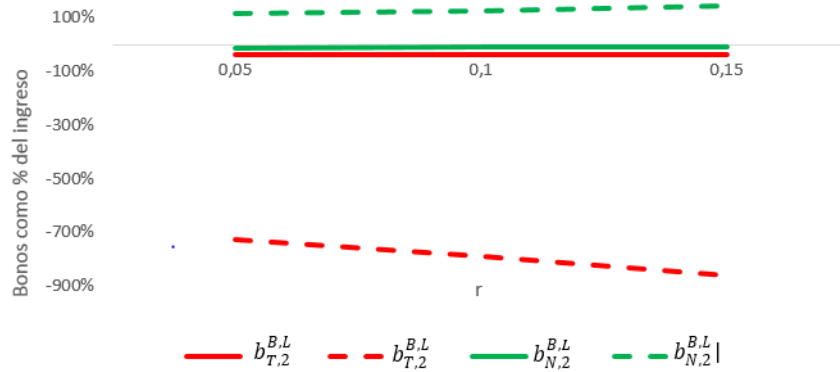


Figura 19: Bonos de Borrowers ($b^B(s_L)$) como porcentaje del ingreso en $t=2$

Se ve un cambio en la elección del portafolio del Borrower. Dado que la restricción financiera esta activa independientemente del estado de la naturaleza en el que se encuentre, decide pasar de ser un acreedor neto en No Transables, a ser un deudor neto. En Transables sigue siendo deudor, pero se ve obligado a endeudarse menos.

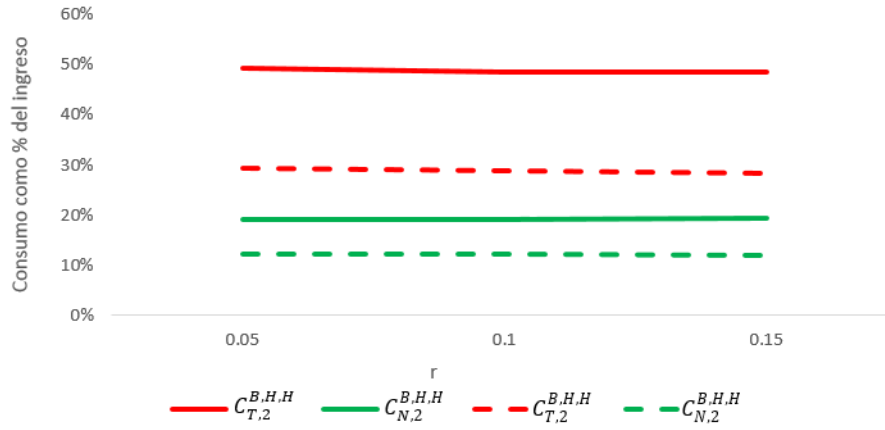


Figura 20: Consumo de Borrowers ($c_{T,2}^B(s_H, s_H)$) como porcentaje del ingreso en $t=2$

Para el período 2 en el estado de la naturaleza High vuelve a suceder que, dado que en el último período el Borrower tiene que repagar menos deuda, puede consumir más de ambos bienes. Por la misma razón explicada anteriormente, el aumento en el consumo de No Transables es proporcionalmente menor al aumento del consumo Transable.

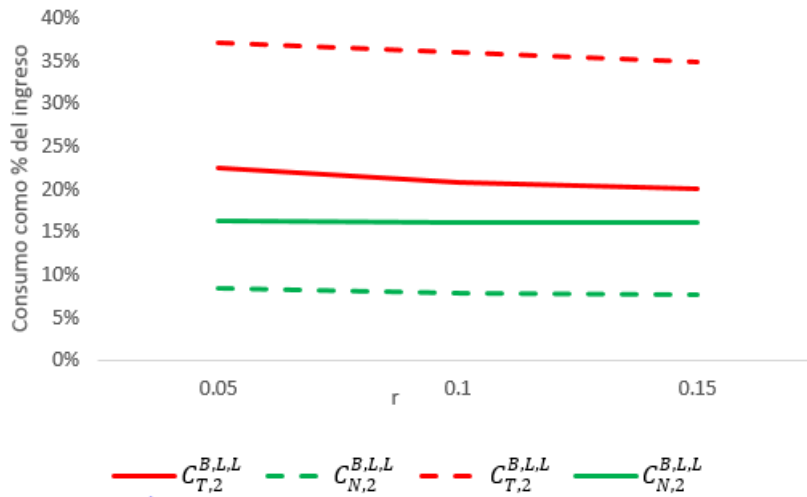


Figura 21: Consumo de borrowers ($c_{T,2}^B(s_L, s_L)$) como porcentaje del ingreso en $t=2$

En el estado de la naturaleza Low Low sucede que en $t=1$ el Borrower ahora en bienes No Transables si se encuentra en el caso Unconstrained, caso contrario sucede en el Constrained. Esto genera que el ingreso esperado en $t=2$ sea mayor en el caso Low Low Unconstrained porque el ahorro en bienes No Transables en $t=1$ le proporciona un mayor ingreso de lo que debe repagar por la deuda en bienes Transables tomada en $t=1$. En cambio, en el caso Constrained el Borrower se endeuda en ambos bienes (aunque menos en bienes Transables en comparación al Unconstrained).

7. Estática Comparativa

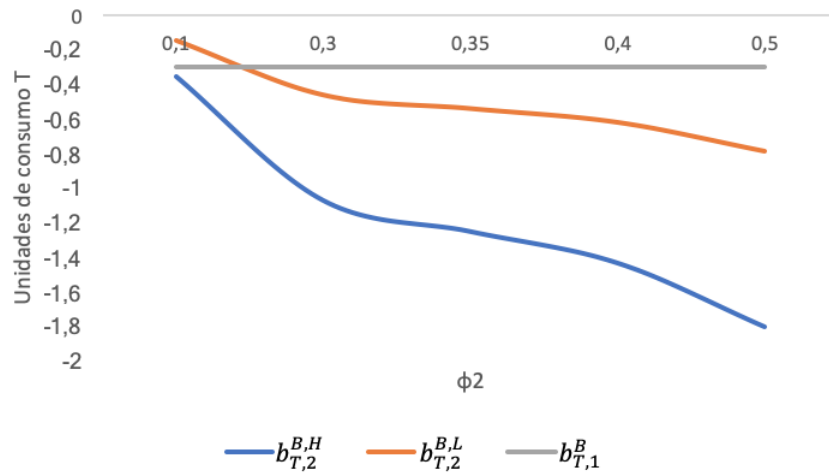


Figura 22: Bonos Transables en función de ϕ_2

Este gráfico es uno de los más relevantes. Ayuda a responder las preguntas que generan las incorporación de la restricciones financieras sobre las decisiones de deuda de los agentes: ¿Qué impacto tiene la intensidad de los Sudden Stop en las decisiones de los agentes? Esto lo podemos ver partiendo de un ϕ_2 bajo (igual a 10 %), en donde se le permite al Borrower endeudarse en un -0.1 unidades de consumo transable, y luego subiendo este límite hasta el 50 % ($\phi_2 = 0,5$). Los resultados muestran cuando hay un Sudden Stop (baja el ϕ), se paraliza la llegada de capitales a un país emergente, lo que hace que convergan los niveles de deuda que elige el Borrower en bienes Transables.¹¹

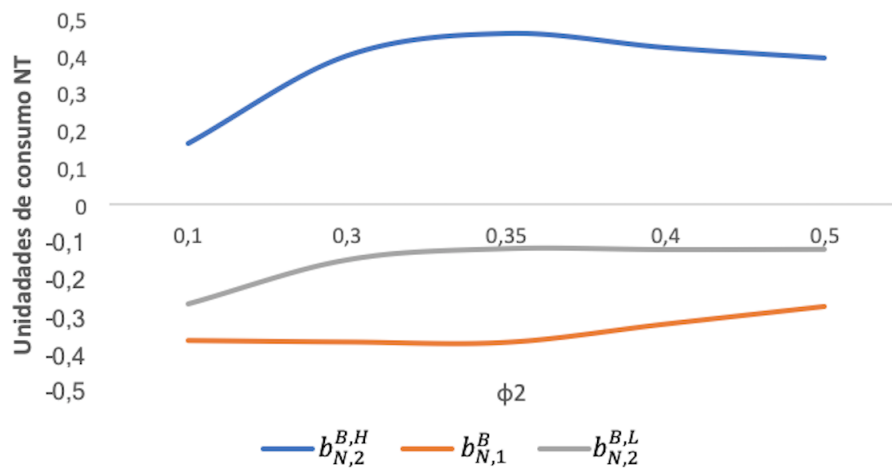


Figura 23: Bonos No Transables en función de ϕ_2

A medida que baja el ϕ_2 , es decir, los efectos del sudden stop son más pronunciados, los Borrowers deciden endeudarse cada vez más en bienes No Transables ya que la deuda que pueden tomar en bienes

¹¹Notar que $b_{T,1}$ representa siempre -0.3 unidades de consumo transable ya que no alteramos el $\phi_1 = 0,3$

Transables se ve cada vez más restringida. Además, contingente a los estados de la naturaleza, cuando se encuentre con menores dotaciones de su ingreso va a elegir aún más en bienes No Transables.

8. Bienestar

8.1. Caso Constrained y Unconstrained

Se realiza un análisis de como cambia la utilidad indirecta de los agentes según si se encuentran en una economía con restricción financiera o sin. En términos de utilidad, ambos agentes están mejor en el caso Unconstrained. Esto ocurre porque al no tener restricciones al crédito, ambos agentes poseen un mejor acceso al mercado de deuda u ahorro para suavizar los consumos. Para una mayor comprensión de porque ocurre esto, estudiamos el costo en bienestar de cada individuo en el caso Constrained y Unconstrained.

Los resultados muestran que cuando se está en el peor estado de la naturaleza posible ($s_1 = L, s_2 = L$), el Borrower consume una canasta mas grande en todos los períodos en el caso Unconstrained. Mientras que en el mejor estado de la naturaleza posible ($s_1 = H, s_2 = H$), consume una canasta mas grande en el caso Constrained. Esto se debe a la composición de su portafolio, que varia según el estado de la naturaleza. En $t = 0$ Unconstrained el Borrower se endeuda mas por lo que tiene mas ingresos para consumir. En $t = 1$ para el estado High consume mas en el caso Constrained porque el repago de la deuda es menor ya que en $t = 0$ se endeuda menos que el Unconstrained. Para el estado Low sucede que en el caso Unconstrained se endeuda significativamente mas que en el Constrained (el nivel de deuda que puede tomar es limitado) porque desea suavizar consumos, esto genera que el consumo sea mayor para el caso unconstrained. Para $t = 2$ caso ($s_1 = L, s_2 = L$) el consumo de Constrained es menor porque en el caso Unconstrained en $t = 1$. El Borrower ahorra en bienes No Transables lo suficiente para que su ingreso esperado sea mayor que en el caso Constrained (donde se endeuda en ambos bienes).

En la siguiente tabla se observan las utilidades a nivel agente para cada caso.

Borrower					
ϕ_1	ϕ_2	r	Utilidad Constrained	Utilidad Unconstrained	
0,3	0,4	0,05	-0,73	-0,64	
0,3	0,4	0,10	-0,79	-0,63	
0,3	0,4	0,15	-0,78	-0,62	

Saver					
ϕ_1	ϕ_2	r	Utilidad Constrained	Utilidad Unconstrained	
0,3	0,4	0,05	0,63	0,88	
0,3	0,4	0,10	0,83	0,87	
0,3	0,3	0,15	0,82	0,86	

Ahora vemos la composición de la canasta de consumo y el costo en bienestar medido en unidades de canasta de consumo. En algunos casos el consumo es mayor en el Unconstrained y en otros viceversa. Esto depende del estado de la naturaleza y el periodo en el que se encuentran. Esto se midió para $\phi_1 = 0,3$, $\phi_2 = 0,4$ y $r = 0,05$.

Borrower					
Caso	T	Consumo Constrained	Consumo Unonstrained	Costo en Bienestar	
-	0	1,40	1,64	17 %	
High	1	0,88	0,33	-62 %	
Low	1	0,32	0,44	37 %	
High	2	0,74	0,74	0 %	
Low	2	0,30	0,41	36 %	

Saver					
Caso	T	Consumo Constrained	Consumo Unonstrained	Costo en Bienestar	
-	0	2,9	2,8	-3 %	
High	1	0,97	1,14	17 %	
Low	1	0,55	0,74	27 %	
High	2	1,27	1,27	0 %	
Low	2	0,85	0,67	-21 %	

El costo en bienestar significa cuantas unidades de consumo son necesarias para que los casos Constrained y Unconstrained sean iguales en términos de consumo y bienestar. Es decir, es el valor (x) tal que se cumple lo siguiente:

$$(1 + x_i)(cT(s))^{\alpha} * (cN(s))^{(1-\alpha)} = (cT(s))^{\alpha} * (cN(s))^{(1-\alpha)}$$

Donde el lado izquierdo es el caso Constrained y el derecho, el caso Unconstrained.

Cuando el costo es negativo, significa que el Constrained tiene un consumo mayor que el Unconstrained. Por ejemplo, notemos que en el caso Low saver para $t=1$, el consumo Constrained es menor. Por lo tanto, se necesitan 27 % de unidades de consumo para que el bienestar sea igual al caso Unconstrained (Para el caso $T=0$, se ve un gui3n porque no hay caso Low y High).

9. Intervenci3n con Control de Capitales

El eje central de la intervenci3n v3a Control de Capitales es estudiar qu3 ocurre dado que la econom3a se encuentra bajo los efectos de un Sudden Stop; es decir, ¿Es preferible en t3rminos de bienestar que se realice una intervenci3n sobre las decisiones de los individuos cuando eligen sobre sus portafolios? Se vera que imponiendo una combinaci3n de impuestos y subsidios sobre las decisiones de los agentes respecto a sus portafolios, se puede mejorar en t3rminos de Pareto respecto a si se dejara al libre albedr3o las decisiones de los agentes. La clave est3 en afectar las decisiones intertemporales de consumo para ambos agentes. Esto va ser canalizado a trav3s del mercado de bonos Transables, que es el punto que se quiere intervenir. Al cambiar las decisiones de consumo de los agentes, vemos que cambian los precios relativos de la econom3a, lo que va a ayudar a atenuar las consecuencias de un Sudden Stop sobre el repago de las deudas con los agentes for3neos.

Espec3ficamente, asumimos que existen interventores que tienen la habilidad de imponer un τ_t para $t = \{0, 1\}$ en la compra de los bonos y devolverles lo que le sacan a los agentes como suma fija T_t en ambos per3odos para $i = \{B, S\}$.

Las restricciones presupuestarias pasan a ser de la siguiente manera:

$t = 0$

$$c_{T,0}^i + q_{T,0}^* b_{T,1}^i (1 - \tau_1^i) + q_{N,0} b_{N,1}^i + T_1^i = y_{T,0}^i + b_{T,0}^i$$

$t = 1$

$$c_{T,1}^i(s_1) + \rho_1(s_1) c_{N,1}^i(s_1) + q_{T,1}^* b_{T,2}^i(s_1) (1 - \tau_2^i) + q_{N,1} b_{N,2}^i(s_1) + T_2^i = y_{T,1}^i(s_1) + \rho_1(s_1) y_{N,1}^i(s_1) + b_{T,1}^i + \rho_1(s_1) b_{N,1}^i$$

De hecho, cuando $b_t^i > 0$ (el agente es Saver) y $\tau_t > 0$, este 3ltimo representará un subsidio al ahorro. En cambio, cuando $b_t^i < 0$ (el agente es Borrower), el $\tau_t > 0$ representa un impuesto al endeudamiento de bienes Transables. Lo que est3 generando de esta manera es cambiar el costo de oportunidad que tiene cada agente entre comprar bonos y consumir. Para aquellos que elijan ahorrar, estaremos incentiv3ndolos a3n m3s a hacerlo, y para aquellos que decidan lo contrario, a que se endeuden menos. Con el τ , se induce a que los agentes internalicen que sus decisiones de consumo alteran los precios relativos y la deuda que toman. Esto ocurre ya que en el Sudden Stop, su deuda esta limitada por su ingreso en bienes Transables. Precisamente, este ingreso en bienes Transables depende del precio de los bienes No Transables, que no internalizan su cambio. El τ se financia con una transferencia de suma fija, de modo que los agentes no cambien su riqueza con la medida. Por lo tanto, solo hay un efecto sustituci3n

producto del cambio en los precios relativos.

En los siguientes gráficos podemos ver como evoluciona el precio de los bienes No Transables cuando utilizamos un control de capitales. El problema que se genera bajo el Sudden Stop es que el precio de los bienes No Transables cae respecto al caso sin restricciones y por lo tanto esto generaba una caída en el índice de precios de nuestra economía, lo que terminaba generando una depreciación real del tipo de cambio vía la canalización sobre el RER que explicamos con anterioridad. La suba en el tipo de cambio real genera una amplificación de los efectos del Sudden Stop incrementando el valor de la deuda que se debe pagar en bienes Transables y retroalimentando el sistema,

En los siguientes dos gráficos se puede ver como con la introducción del Control de Capitales evita la caída brusca en el precio de los bienes No Transables, lo que amortigua la depreciación real que se genera tras un Sudden Stop.

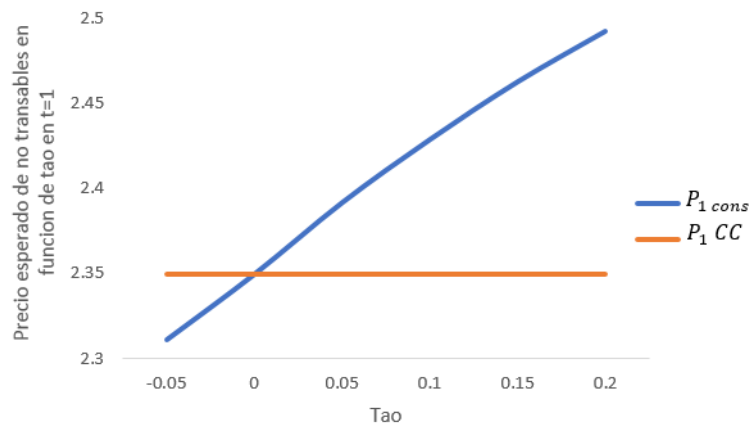


Figura 24: Evolución del precio de los bienes No Transables en $t = 1$ utilizando control de capitales

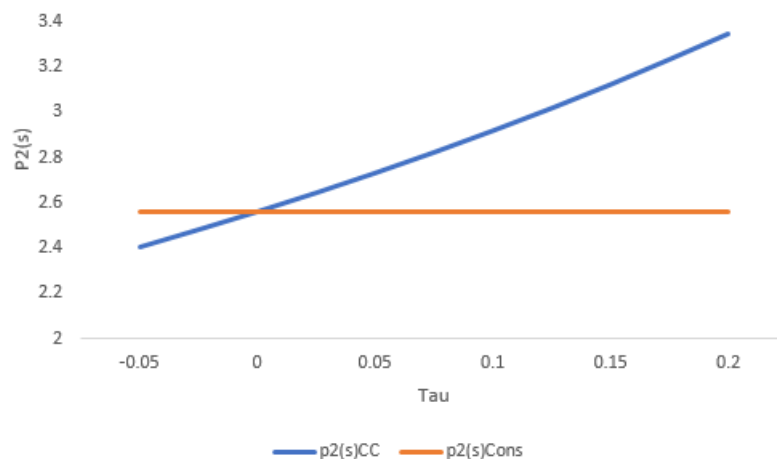


Figura 25: Evolución del precio de los bienes No Transables en $t = 2$ utilizando control de capitales

Ahora las condiciones intertemporales quedarán de la siguiente manera:

$$u_{T,0}^i q_{T,0} (1 - \tau_1) = \mathbb{E} \left[\beta(u_{T,1}^i(s_1)) \right] + \gamma_0^B$$

$$u_{T,1}^i(s_1) q_{T,1} (1 - \tau_2) = \mathbb{E} \left[\beta(u_{T,2}^i(s_1, s_2)) \right] + \gamma_1(s_1)^B$$

De las condiciones intertemporales nuevas vemos que el individuo va a elegir consumir menos en el primer período ($t = 0$) y más en $t = \{1, 2\}$ para volver al equilibrio y suavizar consumo. Esta suavización se canalizará endeudándose menos en ambos períodos. Las condiciones intra-temporales son las mismas de siempre pero nos servirán para analizar la transmisión de la suba en el consumo de bienes Transables en el precio de los No Transables.

$$\frac{u_{N,1}^i(s_1)}{u_{T,1}^i(s_1)} = \rho_1(s_1)$$

$$\frac{u_{N,2}^i(s_1, s_2)}{u_{T,2}^i(s_1, s_2)} = \rho_2(s_1, s_2)$$

Como la introducción de control de capitales nos induce a consumir más bienes Transables en $t = \{1, 2\}$ (en $t = 0$ consume menos), para que esto se de y los individuos tengan incentivos a consumir más bienes Transables en relación a los No Transables, se puede ver de las condiciones intratemporales que se necesita que el precio de los No Transables aumente en relación a los Transables. En el siguiente gráfico se puede apreciar el sendero del consumo cuando introducimos Control de Capitales y lo comparamos con el caso sin Control de Capitales.

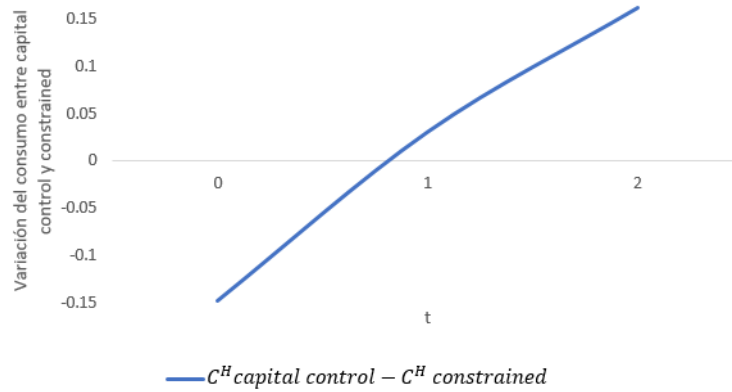


Figura 26: Estática comparativa de la evolución del consumo Transables de capital control en función del consumo transable Constrained

9.1. Caso Constrained y Control de Capitales

Por ultimo, comparamos el bienestar entre el caso Constrained, Unconstrained y el control de capitales. Recordemos que el impuesto en el control de capitales es compensado con una transferencia de suma fija, de modo que no hay efecto ingreso ya que el ingreso final no se ve alterado, y solo efecto sustitución en los precios relativos.

Borrower					
ϕ_1	ϕ_2	r	Utilidad Constrained	Utilidad con CC para $\tau=0,05$	
0,3	0,4	0,15	-0,78	-0,76	

Savers					
ϕ_1	ϕ_2	r	Utilidad Constrained	Utilidad con CC para $\tau = 0,05$	
0,3	0,4	0,15	0,82	0,83	

Podemos concluir que cuando hay control de capitales, con un $\tau = 0,05$ y las calibraciones impuestas de los ϕ sobre cada unidad del bono transable que el agente elija, el borrower puede internalizar que su decisión de consumo altera los precios relativos y el nivel de deuda elegido. Por lo tanto, la deuda en bienes Transables caerá y los precios en unidades No Transables subirán. Por otro lado, a modo de argumentar la elección del $\tau = 0,05$, comparamos el $P_{N,1} \tau = 0,05$ y si usamos $\tau = 0$, es decir, volvemos al caso Constrained sin control de capitales. Se puede ver en el siguiente gráfico que para una suavización del Sudden Stop, ya no es óptimo imponer control de capitales porque no caen tanto el precio de los bienes No Transables:

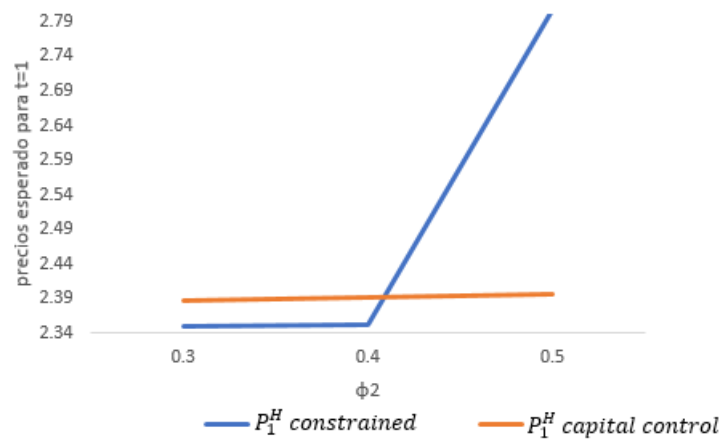


Figura 27: Efecto de un $\tau = 0,05$ para distintos valores de ϕ_2 . Usamos $r = 0,15$,

También vemos el análisis micro para cada consumo con el control de capitales. Calculamos el costo en bienestar como arriba. Es decir, cuantas unidades de consumo necesita el agente en el caso Constrained para que su consumo total sea igual al caso de control de capitales.

Borrower				
Caso	T	Consumo Constrained	Consumo CC con $\tau = 0,05$	Costo en Bienestar
-	0	1,25	1,20	-4,3 %
High	1	0,87	0,88	0,7 %
Low	1	0,28	0,28	0 %
High	2	1,23	1,24	1,5 %
Low	2	1,18	1,20	3,7 %

Saver				
Caso	T	Consumo Constrained	Consumo CC con $\tau = 0,05$	Costo en Bienestar
-	0	2,76	2,67	-3,4 %
High	1	0,94	0,95	0,4 %
Low	1	0,88	0,89	1,4 %
High	2	0,83	0,87	3,8 %
Low	2	0,94	0,98	4,1 %

Al gravar con un impuesto, el consumo transable aumenta en los periodos 1 y 2, y para que ello ocurra debe aumentar el precio de los bienes No Transables relativo al de los bienes Transables. Por lo tanto, hay una apreciación del tipo de cambio real.

9.2. Efectos del Control de Capitales

Con el impuesto a tomar deuda en unidades de bienes Transables, el agente deudor tiene menos incentivos a realizarlo y por ende hay una baja en la deuda transable. Por ende, al tener menos unidades de consumo que repagar como deuda, podrá destinar mas ingreso al consumo de ambos bienes en el futuro. Por lo tanto, relativo al caso Constrained, aumenta el consumo de bienes Transables. Al subir, hay un aumento en el precio de los bienes No Transables, relativo al de los bienes Transables, generando un apreciación del tipo de cambio real. De este modo, se puede mitigar el efecto negativo de la depreciación del tipo de cambio real en un Sudden Stop.

10. Conclusiones

Efectivamente podemos ver que cuando cae el ϕ_2 , el agente borrower se puede endeudar menos de lo que desearía en transables, no permitiéndole que suavice el consumo como en el caso Unconstrained. Por lo tanto, consume menos bienes Transables generando una caída del precio de los bienes No Transables. En consecuencia, se produciría una depreciación real del tipo de cambio. A su vez, dado el mismo ingreso, con la caída del ϕ_2 , el agente deudor se endeudará mas en bienes No Transables.

Por otro lado, los gráficos del caso comparativo entre Constrained y Unconstrained, nos muestran que el consumo agregado en el período 0 es mayor en el Unconstrained. Esto es debido a que el agente puede endeudarse mas y por ende consumir mas.

Lo opuesto ocurre en el período 1. Como en el Unconstrained el agente pudo endeudarse mas, debe repagar mas en el siguiente período y eso le da menos ingreso para consumir. En el caso Low, nominalmente se consume menos bienes Transables que en el High. Sin embargo, si lo vemos como proporción del ingreso, esta relación se invierte. Esto es porque en el Low hay escasez de No Transables relativo a los Transables, haciendo caer el precio de los Transables y por ende sube mas el consumo transable como proporción del ingreso.

Para el período 2, el consumo Constrained es más alto que el Unconstrained debido a que el agente se endeudó menos en los períodos anteriores y por ende deberá repagar menos deuda y habrá mas ingreso para el consumo.

Con respecto al IPC, al subir la tasa de interés, hay una caída mucho mas pronunciada en Unconstrained que en el caso Constrained. Al subir la tasa, sube el costo de endeudarse y por lo tanto cae el endeudamiento. En consecuencia cae el consumo transable, generando una baja del precio no transable, principal componente del IPC. Esto genera una depreciación del tipo de cambio real.

Si esto ocurre producto de una caída mas fuerte en el Unconstrained, hay una depreciación mayor del tipo de cambio real que en el caso Constrained y el control de capitales. Por lo tanto, se genera una caída mayor en términos reales de los ingresos.

En términos de bienestar, para ambos agentes la utilidad en el caso Unconstrained es mayor que en los demás casos. Pues, se trata del caso con menores restricciones y permite a los agentes endeudarse y suavizar el consumo. Dado un sudden stop, un control de capitales, gravando un impuesto de $\tau = 0,05$ sobre cada unidad de deuda transable que el agente elija, permite aumentar la utilidad sobre una situación en la que no se intervenga.

Referencias

Anton Korinek and Damiano Sandri, 2015, IMF Working Paper: *Capital Controls or Macroprudential Regulation?*

Javier Binachi y Enrique Mendoza, 2011, IMF Working Paper: *Overborrowing, Financial Crises and 'Macro-Prudential' Policy**

Mendoza, E.G., and M. E. Terrones, 2008, NBER Working Paper 14049: *An Anatomy Of Credit Booms: Evidence From Macro Aggregates And Micro Data*

Andres Fernandez, Michael W. Klein, Alessandro Rebucci, Martin Schindler, Martin Uribe, 2015, NBER Working Papers: *Capital Control Measures: A New Dataset*

Anton Korinek and Enrique G. Mendoza, 2013, NBER working Paper 19362: *From Sudden Stops to Fisherian Deflation: Quantitative Theory and Policy Implications*

Carlos A. Vegh, 2013, MIT, *Open Economy Macroeconomics in Developing Countries*

Apéndice

A. Maximización de la utilidad de los agentes

A.1. Planteo del Lagrangeano

Para simplificar las cuentas, tomamos:

$$\pi = 1/2 \quad \forall [i = (B, S) ; t = (1, 2)]$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \ln(c_{T,0}^i) + \beta \left\{ \frac{1}{2} [\alpha \ln(c_{T,1}^{H,i}) + (1-\alpha) \ln(c_{N,1}^{H,i}) + \alpha \ln(c_{T,1}^{L,i}) + (1-\alpha) \ln(c_{N,1}^{L,i})] \right\} \\ & + \beta^2 \left\{ \frac{1}{4} [\alpha (\ln(c_{T,2}^{H,H,i}) + \ln(c_{T,2}^{L,H,i}) + \ln(c_{T,2}^{L,L,i}) + \ln(c_{T,2}^{H,L,i})) + (1-\alpha) (\ln(c_{N,2}^{H,H,i}) + \ln(c_{N,2}^{H,L,i}) + \ln(c_{N,2}^{L,L,i}) + \ln(c_{N,2}^{L,H,i}))] \right\} \\ & - \lambda_0^i (c_{T,0}^i + q_{T,0}^* b_{T,1}^i + q_{N,0} b_{N,1}^i - y_{T,0}^i - b_{T,0}^i) \\ & - \lambda_1^{H,i} (c_{T,1}^{H,i} + \rho_1^H c_{N,1}^{H,i} + q_{T,1}^* b_{T,2}^{H,i} + q_{N,1}^H b_{N,2}^{H,i} - y_{T,1}^{H,i} - \rho_1^H y_{N,1}^{H,i} - b_{T,1}^i - \rho_1^H b_{N,1}^i) \\ & - \lambda_1^{L,i} (c_{T,1}^{L,i} + \rho_1^L c_{N,1}^{L,i} + q_{T,1}^* b_{T,2}^{L,i} + q_{N,1}^L b_{N,2}^{L,i} - y_{T,1}^{L,i} - \rho_1^L y_{N,1}^{L,i} - b_{T,1}^i - \rho_1^L b_{N,1}^i) \\ & - \lambda_2^{H,H,i} (c_{T,2}^{H,H,i} + \rho_2^{H,H} c_{N,2}^{H,H,i} - y_{T,2}^{H,i} - \rho_2^{H,H} y_{N,2}^{H,i} - b_{T,2}^{H,i} - \rho_2^{H,H} b_{N,2}^{H,i}) \\ & - \lambda_2^{H,L,i} (c_{T,2}^{H,L,i} + \rho_2^{H,L} c_{N,2}^{H,L,i} - y_{T,2}^{L,i} - \rho_2^{H,L} y_{N,2}^{L,i} - b_{T,2}^{H,i} - \rho_2^{H,L} b_{N,2}^{H,i}) \\ & - \lambda_2^{L,H,i} (c_{T,2}^{L,H,i} + \rho_2^{L,H} c_{N,2}^{L,H,i} - y_{T,2}^{H,i} - \rho_2^{L,H} y_{N,2}^{H,i} - b_{T,2}^{L,i} - \rho_2^{L,H} b_{N,2}^{L,i}) \\ & - \lambda_2^{L,L,i} (c_{T,2}^{L,L,i} + \rho_2^{L,L} c_{N,2}^{L,L,i} - y_{T,2}^{L,i} - \rho_2^{L,L} y_{N,2}^{L,i} - b_{T,2}^{L,i} - \rho_2^{L,L} b_{N,2}^{L,i}) \\ & + \gamma_0 [b_{T,1}^B + \phi_1 y_{T,0}^B] \\ & + \gamma_1^H (b_{T,2}^{H,B} + \phi_2 (y_{T,1}^{H,B} + \rho_1^H y_{N,1}^{B,H})) \\ & + \gamma_1^L (b_{T,2}^{L,B} + \phi_2 (y_{T,1}^{L,B} + \rho_1^L y_{N,1}^{B,L})) \end{aligned}$$

Donde $\gamma_t^j = 0 \quad \forall t = [0, 1] ; j = [H, L]$, lo que nos dice que nos encontramos en el caso Unconstrained.

A.2. C.P.O.:

$$\begin{aligned} \blacksquare (c_{T,0}^i) : \quad & \frac{1}{c_{T,0}^i} = \lambda_0^i \end{aligned} \tag{A.1}$$

$$\begin{aligned} \blacksquare (c_{T,1}^{L,i}) : \quad & \frac{1}{2} \frac{\beta \alpha}{c_{T,1}^{L,i}} = \lambda_1^{L,i} \end{aligned} \tag{A.2}$$

$$\begin{aligned} \blacksquare (c_{N,1}^{L,i}) : \quad & \frac{1}{2} \frac{\beta(1-\alpha)}{c_{N,1}^{L,i}} = \lambda_1^{L,i} \rho_1^L \end{aligned} \tag{A.3}$$

$$\blacksquare (c_{T,1}^{H,i}) :$$

$$\frac{1}{2} \frac{\beta \alpha}{c_{T,1}^{H,i}} = \lambda_1^{H,i} \quad (\text{A.4})$$

$$\blacksquare (c_{N,1}^{H,i}) :$$

$$\frac{1}{2} \frac{\beta(1-\alpha)}{c_{N,1}^{H,i}} = \lambda_1^{H,i} \rho_1^H \quad (\text{A.5})$$

$$\blacksquare (c_{T,2}^{L,L,i}) :$$

$$\frac{\beta^2}{4} \frac{\alpha}{c_{T,2}^{L,L,i}} = \lambda_2^{L,L,i} \quad (\text{A.6})$$

$$\blacksquare (c_{N,2}^{L,L,i}) :$$

$$\frac{\beta^2}{4} \frac{(1-\alpha)}{c_{T,2}^{L,L,i}} = \lambda_2^{L,L,i} \rho_2^{L,L} \quad (\text{A.7})$$

$$\blacksquare (c_{T,2}^{H,H,i}) :$$

$$\frac{\beta^2}{4} \frac{\alpha}{c_{T,2}^{H,H,i}} = \lambda_2^{H,H,i} \quad (\text{A.8})$$

$$\blacksquare (c_{N,2}^{H,H,i}) :$$

$$\frac{\beta^2}{4} \frac{(1-\alpha)}{c_{N,2}^{H,H,i}} = \lambda_2^{H,H,i} \rho_2^{H,H} \quad (\text{A.9})$$

$$\blacksquare (c_{T,2}^{H,L,i}) :$$

$$\frac{\beta^2}{4} \frac{\alpha}{c_{T,2}^{H,L,i}} = \lambda_2^{H,L,i} \quad (\text{A.10})$$

$$\blacksquare (c_{N,2}^{H,L,i}) :$$

$$\frac{\beta^2}{4} \frac{(1-\alpha)}{c_{N,2}^{H,L,i}} = \lambda_2^{H,L,i} \rho_2^{H,L} \quad (\text{A.11})$$

$$\blacksquare (c_{T,2}^{L,H,i}) :$$

$$\frac{\beta^2}{4} \frac{\alpha}{c_{T,2}^{L,H,i}} = \lambda_2^{L,H,i} \quad (\text{A.12})$$

$$\blacksquare (c_{N,2}^{L,H,i}) :$$

$$\frac{\beta^2}{4} \frac{(1-\alpha)}{c_{N,2}^{L,H,i}} = \lambda_2^{L,H,i} \rho_2^{L,H} \quad (\text{A.13})$$

$$\blacksquare (b_{T,1}^i) :$$

$$\lambda_0^i q_{T,0}^* = \lambda_1^{H,i} + \lambda_1^{L,i} + \gamma_0 \quad (\text{A.14})$$

$$\blacksquare (b_{N,1}^i) :$$

$$\lambda_0^i q_{N,0}^* = \lambda_1^{H,i} \rho_1^H + \lambda_1^{L,i} \rho_1^L \quad (\text{A.15})$$

$$\blacksquare (b_{T,2}^{H,i}) :$$

$$\lambda_1^{H,i} q_{T,1}^H = \lambda_2^{H,H,i} + \lambda_2^{H,L,i} + \gamma_1^H \quad (\text{A.16})$$

▪ $(b_{T,2}^{L,i}) :$

$$\lambda_1^{L,i} q_{T,1}^L = \lambda_2^{L,H,i} + \lambda_2^{L,L,i} + \gamma_1^L \quad (\text{A.17})$$

▪ $(b_{N,2}^{H,i}) :$

$$\lambda_1^{H,i} q_{N,1}^H = \lambda_2^{H,H,i} \rho_2^{H,H} + \lambda_2^{H,L,i} \rho_2^{H,L} \quad (\text{A.18})$$

▪ $(b_{N,2}^{L,i}) :$

$$\lambda_1^{L,i} q_{N,1}^L = \lambda_2^{L,H,i} \rho_2^{L,H} + \lambda_2^{L,L,i} \rho_2^{L,L} \quad (\text{A.19})$$

A.3. Utilizando las C.P.O.

De (A.2) y (A.3) ó (A.4) y (A.5):

$$\rho_1^j = \frac{1-\alpha}{\alpha} \frac{c_{T,1}^{j,i}}{c_{N,1}^{j,i}} \quad \text{con} \quad j = H, L \quad i = B, S \quad (\text{A.20})$$

De (A.6) y (A.7) ó (A.8) y (A.9) ó (A.10) y (A.11) ó (A.12) y (A.13):

$$\rho_2^{jj} = \frac{1-\alpha}{\alpha} \frac{c_{T,2}^{j,j,i}}{c_{N,2}^{j,j,i}} \quad \text{con} \quad j = H, L \quad i = B, S \quad (\text{A.21})$$

$$\rho_2^{j,k} = \frac{1-\alpha}{\alpha} \frac{c_{T,2}^{j,k,i}}{c_{N,2}^{j,k,i}} \quad \text{con} \quad j, k = H, L \quad y \quad k \neq j \quad i = B, S \quad (\text{A.22})$$

Aquí tenemos las condiciones intratemporales, en las que se iguala tasa marginal de sustitucion a los precios relativos.

Resolución

Las ecuaciones que figuran a continuación son las condiciones intertemporales para el caso Constrained; para obtener las condiciones en el caso Unconstrained hay que igualar $\gamma_0 y \gamma_1^j$ a cero.

De (A.1) , (A.2) y (A.4) en (A.14):

Para Transables:

$$\frac{q_{T,0}}{c_{T,0}^i} = \frac{1}{2} \beta \alpha \left[\frac{1}{c_{T,1}^{i,L}} + \frac{1}{c_{T,1}^{i,H}} \right] + \gamma_0 \quad (\text{A.23})$$

Para No Transables:

$$\frac{q_{N,0}}{c_{T,0}^i} = \frac{1}{2}\beta(1-\alpha) \left[\frac{1}{c_{N,1}^{i,L}} + \frac{1}{c_{N,1}^{i,H}} \right] \quad (\text{A.24})$$

De (A.4) , (A.8) y (A.10) en (A.16):

Para Transables:

$$\frac{q_{T,1}^j}{c_{T,1}^{i,j}} = \frac{1}{2}\beta \left[\frac{1}{c_{T,2}^{i,jj}} + \frac{1}{c_{T,1}^{i,jk}} \right] + \frac{2\gamma_1^j}{\beta\alpha} \quad (\text{A.25})$$

Para No Transables:

$$\frac{q_{N,1}^j}{c_{T,1}^{i,j}} = \frac{1}{2}\beta \frac{1-\alpha}{\alpha} \left[\frac{1}{c_{N,2}^{i,jj}} + \frac{1}{c_{N,1}^{i,jk}} \right] \quad (\text{A.26})$$

con $j=(H,L)$, $k=(H,L)$ y $j \neq k$

Por ser un país chico sabemos que $q_{T,t} = \frac{1}{1+r^*}$ esta dado $\forall t$

A.4. Restricciones Presupuestarias Según el Estado de la Naturaleza

▪ $(\lambda_0^i) :$

$$c_{T,0}^i + q_{T,0}^* b_{T,1}^i + q_{N,0} b_{N,1}^i = y_{T,0}^i + b_{T,0}^i \quad (\text{A.27})$$

▪ $(\lambda_1^{H,i}) :$

$$c_{T,1}^{H,i} + \rho_1^H c_{N,1}^{H,i} + q_{T,1}^{*,H} b_{T,2}^{H,i} + q_{N,1}^H b_{N,2}^{H,i} = y_{T,1}^{H,i} + \rho_1^H y_{N,1}^{H,i} + b_{T,1}^i + \rho_1^H b_{N,1}^i \quad (\text{A.28})$$

▪ $(\lambda_1^{L,i}) :$

$$c_{T,1}^{L,i} + \rho_1^L c_{N,1}^{L,i} + q_{T,1}^{*,L} b_{T,2}^{L,i} + q_{N,1}^L b_{N,2}^{L,i} = y_{T,1}^{L,i} + \rho_1^L y_{N,1}^{L,i} + b_{T,1}^i + \rho_1^L b_{N,1}^i \quad (\text{A.29})$$

▪ $(\lambda_2^{H,H,i}) :$

$$c_{T,2}^{H,H,i} + \rho_2^{H,H} c_{N,2}^{H,H,i} = y_{T,2}^{H,i} + \rho_2^{H,H} y_{N,2}^{H,i} + b_{T,2}^{H,i} + \rho_2^{H,H} b_{N,2}^{H,i} \quad (\text{A.30})$$

▪ $(\lambda_2^{H,L,i}) :$

$$c_{T,2}^{H,L,i} + \rho_2^{H,L} c_{N,2}^{H,L,i} = y_{T,2}^{L,i} + \rho_2^{H,L} y_{N,2}^{L,i} + b_{T,2}^{H,i} + \rho_2^{H,L} b_{N,2}^{H,i} \quad (\text{A.31})$$

▪ $(\lambda_2^{L,H,i}) :$

$$c_{T,2}^{L,H,i} + \rho_2^{L,H} c_{N,2}^{L,H,i} = y_{T,2}^{H,i} + \rho_2^{L,H} y_{N,2}^{H,i} + b_{T,2}^{L,i} + \rho_2^{L,H} b_{N,2}^{L,i} \quad (\text{A.32})$$

- $(\lambda_2^{L,L,i}) :$

$$c_{T,2}^{L,L,i} + \rho_2^{L,L} c_{N,2}^{L,L,i} = y_{T,2}^{L,i} + \rho_2^{L,L} y_{N,2}^{L,i} + b_{T,2}^{L,i} + \rho_2^{L,L} b_{N,2}^{L,i} \quad (\text{A.33})$$

A.5. Restricciones Financieras

- $(\gamma_0) :$

$$-b_{T,1}^B \leq \phi_1(y_{T,0}^B) \quad (\text{A.34})$$

- $(\gamma_1^H) :$

$$-b_{T,2}^{B,H} \leq \phi_2(y_{T,1}^{B,H} + \rho_H y_{N,1}^{B,H}) \quad (\text{A.35})$$

- $(\gamma_1^L) :$

$$-b_{T,2}^{B,L} \leq \phi_2(y_{T,1}^{B,L} + \rho_L y_{N,1}^{B,L}) \quad (\text{A.36})$$

A.6. Vaciamiento de Mercados NT

Los mercados que se vacían en este modelo son los de Bienes y Bonos No Transables en los períodos 1 y 2

t=1

- Bienes:

$$c_{N,1}^B(s_H) + c_{N,1}^S(s_H) = Y_{N,1}(s_H) \quad (\text{A.37})$$

$$c_{N,1}^B(s_L) + c_{N,1}^S(s_L) = Y_{N,1}(s_L) \quad (\text{A.38})$$

- Bonos:

$$b_{N,1}^B + b_{N,1}^S = 0 \quad (\text{A.39})$$

t=2

- Bienes:

$$c_{N,2}^B(s_j, s_H) + c_{N,2}^S(s_j, s_H) = Y_{N,2}(s_H) \quad (\text{A.40})$$

$$c_{N,2}^B(s_j, s_L) + c_{N,2}^S(s_j, s_L) = Y_{N,2}(s_L) \quad (\text{A.41})$$

- Bonos:

$$b_{N,2}^B(s_j) + b_{N,1}^S(s_j) = 0 \quad (\text{A.42})$$

$\forall [j=(H,L)]$

A.7. Caso Unconstrained

A.7.1. Despejamos los Consumos

t = 0:

$$c_{T,0}^i = y_{T,0}^i + b_{T,0}^i - q_{T,0} b_{T,1}^i - q_{N,0} b_{N,1}^i \quad (\text{A.43})$$

t = 1:

$$c_{T,1}^{j,i} + \rho_1^j c_{N,1}^{j,i} + q_{T,1}^j b_{T,2}^{j,i} + q_{N,1}^j b_{N,2}^{j,i} = y_{T,1}^{j,i} + \rho_1^j y_{N,1}^{j,i} + b_{T,1}^i + \rho_1^j b_{N,1}^i$$

Con (A.20):

$$c_{T,1}^{j,i} = \alpha \underbrace{[-q_{T,1}^j b_{T,2}^{j,i} + y_{T,1}^{j,i} + \rho_1^j y_{N,1}^{j,i} - q_{N,1}^j b_{N,2}^{j,i} + b_{T,1}^i + \rho_1^j b_{N,1}^i]}_{w_1^j}$$

$$c_{T,1}^{j,i} = \alpha w_1^j \quad (\text{A.44})$$

$$c_{N,1}^{j,i} = \frac{1 - \alpha}{\rho_1^j} w_1^j \quad (\text{A.45})$$

Con j = H,L ; i = B,S

t = 2:

$$c_{T,2}^{j,k,i} + \rho_2^{j,k} c_{N,2}^{j,k,i} = \underbrace{y_{T,2}^{k,i} + \rho_2^{j,k} y_{N,2}^{k,i} + b_{T,2}^{j,i} + \rho_2^{j,k} b_{N,2}^{j,i}}_{w_2^{j,k}}$$

Con (A.28)

$$c_{T,2}^{j,j,i} = \alpha w_2^{j,j} \quad (\text{A.46})$$

$$c_{N,2}^{j,j,i} = \frac{1 - \alpha}{\rho_2^{j,j}} w_2^{j,j} \quad (\text{A.47})$$

$$c_{T,2}^{j,k,i} + \rho_2^{j,k} c_{N,2}^{j,k,i} = \underbrace{y_{T,2}^{k,i} + \rho_2^{j,k} y_{N,2}^{k,i} + b_{T,2}^{j,i} + \rho_2^{j,k} b_{N,2}^{j,i}}_{w_2^{j,k}} y_{N,2}^{k,i}$$

Con (A.22):

$$c_{T,2}^{j,k,i} = \alpha w_2^{j,k} \quad (\text{A.48})$$

$$c_{N,2}^{j,k,i} = \frac{1-\alpha}{\rho_2^{j,k}} w_2^{j,k} \quad (\text{A.49})$$

Con $j,k = H,L$ y $k \neq j$; $i = B,S$

A.7.2. Obtenemos los Precios relativos

En $t = 1$:

$$c_{N,1}^{H,B} + c_{N,1}^{H,S} = (y_{N,1}^{j,B} + y_{N,1}^S)$$

$$(1-\alpha) \left[y_{T,1}^{j,B} + y_{T,1}^{j,S} + \rho_1^j (y_{N,1}^{j,B} + y_{N,1}^S) - q_{T,1}^j (b_{T,2}^{j,B} + b_{T,2}^{j,S}) - q_{N,1}^j \underbrace{(b_{N,2}^{j,B} + b_{N,2}^{j,S})}_{=0} + b_{T,1}^B + b_{T,1}^S \right] = \rho_1^j$$

Y definiendo:

$$Y_{T,1}^j \equiv y_{T,1}^{j,B} + y_{T,1}^S$$

$$B_{T,1} \equiv b_{T,1}^S + b_{T,1}^B$$

$$B_{T,2}^j \equiv b_{T,2}^{j,S} + b_{T,2}^{j,B}$$

$$Y_{N,1}^j \equiv y_{N,1}^{B,j} + y_{N,1}^S$$

$$\rho_1^j = \frac{1-\alpha}{1-(1-\alpha)Y_{N,1}^j} [Y_{T,1}^j - q_{T,1}^j B_{T,2}^j + B_{T,1}] \quad (\text{A.50})$$

Y podemos ver que:

$$\rho_1^j > 0 \Leftrightarrow Y_{T,1}^j + B_{T,1} > q_{T,1}^j B_{T,2}^j$$

$t = 2$:

$$c_{N,2}^{j,k,B} + c_{N,2}^{j,k,S} = (y_{N,2}^{k,B} + y_{N,2}^S)$$

$$(1 - \alpha) \left[y_{T,2}^{k,B} + y_{T,2}^{k,B} + \rho_2^{j,k} (y_{N,2}^{k,B} + y_{N,2}^S) + b_{T,2}^{j,B} + b_{T,2}^{j,S} + \rho_2^{j,k} \underbrace{(b_{N,2}^{j,B} + b_{N,2}^{j,S})}_{=0} \right] = \rho_2^{j,k}$$

Definiendo:

$$Y_{T,2}^k \equiv y_{T,2}^{k,B} + y_{T,2}^S$$

$$Y_{N,2}^k \equiv y_{N,2}^{k,B} + y_{N,2}^S$$

$$\frac{1 - \alpha}{1 - (1 - \alpha)Y_N^k} [Y_{T,2}^k + B_{T,2}^j] = \rho_2^{j,k} \quad (\text{A.51})$$

Análogamente:

$$c_{N,2}^{jj,B} + c_{N,2}^{jj,S} = y_{N,2}^{j,B} + y_{N,2}^S$$

$$(1 - \alpha) \left(Y_{T,2}^{k,B} + Y_{T,2}^{k,S} + \rho_2^{j,j} (y_{N,2}^{j,B} + y_{N,2}^S) + B_{T,2}^j \right) = \rho_2^{j,j}$$

$$\frac{1 - \alpha}{1 - (1 - \alpha)Y_N^j} [Y_{T,2}^j + B_{T,2}^j] = \rho_2^{j,j} \quad (\text{A.52})$$

Con $j, k = H, L$ y $k \neq j$; $i = B, S$

A.8. Caso Constrained

A.8.1. Despejamos los Consumos

Resolveremos el modelo asumiendo que nos encontramos en el caso Constrained y luego, chequearemos que efectivamente nos encontramos en el mismo. En el caso de los Savers, sus consumos serán iguales que en el caso Unconstrained, por lo tanto solo resolveremos los consumos para los Borrowers. Procederemos entonces como si las 3 restricciones estuviesen activas:

$$b_{T,1}^B = -\phi_1 y_{T,0}^B$$

$$b_{T,2}^{B,j} = -\phi_2 (y_{T,1}^{B,j} + \rho_1^j y_{N,1}^{B,j}) \quad \forall j = H, L$$

$t = 0$:

$$c_{T,0}^B = y_{T,0}^B + b_{T,0}^B - q_{T,0} b_{T,1}^B - q_{N,0} b_{N,1}^B \quad (\text{A.53})$$

Luego, utilizando la restricción financiera del primer periodo:

$$c_{T,0}^B = y_{T,0}^B + b_{T,0}^B + q_{T,0}\phi_1 y_{T,0}^B - q_{N,0}b_{N,1}^B \quad (\text{A.54})$$

Para que $c_{T,0}^B$ sea > 0 necesitamos que: $\phi_1 > \hat{\phi}_1 = \frac{-y_{T,0}^B - b_{T,0}^B + q_{N,0}b_{N,1}^B}{q_{T,0}y_{T,0}^B}$

t = 1:

$$c_{T,1}^{j,B} + \rho_1^j c_{N,1}^{j,B} + q_{T,1}^j b_{T,2}^{j,B} + q_{N,1}^j b_{N,2}^{j,B} = y_{T,1}^{j,B} + \rho_1^j y_{N,1}^{j,B} + b_{T,1}^B + \rho_1^j b_{N,1}^B$$

Con (A.20) y las restricciones financieras:

$$c_{T,1}^{j,B} = \alpha[y_{T,1}^{B,j}(1 + q_{T,1}^j \phi_2) + \rho_1^j(y_{N,1}^{j,B} + b_{N,1}^B + q_{T,1}^j \phi_2 y_{N,1}^{j,B}) - q_{N,1}^j b_{N,2}^{j,B} - \phi_1 y_{T,0}^B]$$

$$c_{N,1}^{B,j} = \frac{1 - \alpha}{\rho_1^j} [y_{T,1}^{B,j}(1 + q_{T,1}^j \phi_2) + \rho_1^j(y_{N,1}^{j,B} + b_{N,1}^B + q_{T,1}^j \phi_2 y_{N,1}^{j,B}) - q_{N,1}^j b_{N,2}^{j,B} - \phi_1 y_{T,0}^B]$$

Con j = H,L

Para que estos consumos sean positivos necesitamos:

$$\phi_2 > \hat{\phi}_2 = \frac{-y_{T,1}^{B,j} - \rho_1^j(y_{N,1}^{j,B} + b_{N,1}^B) + q_{N,1}^j b_{N,2}^{j,B} + \phi_1 y_{T,0}^B}{q_{T,1}^j(y_{T,1}^{B,j} + \rho_1^j y_{N,1}^{j,B})}$$

t = 2:

$$c_{T,2}^{j,j,B} + \rho_2^{j,j} c_{N,2}^{j,j,B} = y_{T,2}^{j,j,B} + \rho_2^{j,j} y_{N,2}^{j,j,B} + b_{T,2}^{j,j,B} + \rho_2^{j,j} b_{N,2}^{j,j,B}$$

Con (A.21) y la restricción financiera para $t = 2$:

$$c_{T,2}^{j,j,B} = \alpha[y_{T,2}^{j,j,B} + \rho_2^{j,j} y_{N,2}^{j,j,B} + \rho_2^{j,j} b_{N,2}^{j,j,B} - \phi_2(y_{T,1}^{j,j,B} + \rho_1^j y_{N,1}^{j,j,B})]$$

$$c_{N,2}^{j,j,B} = \frac{(1 - \alpha)}{\rho_2^{j,j}} [y_{T,2}^{j,j,B} + \rho_2^{j,j} y_{N,2}^{j,j,B} + \rho_2^{j,j} b_{N,2}^{j,j,B} - \phi_2(y_{T,1}^{j,j,B} + \rho_1^j y_{N,1}^{j,j,B})]$$

y:

$$c_{T,2}^{j,k,B} + \rho_2^{j,k} c_{N,2}^{j,k,B} = y_{T,2}^{j,k,B} + \rho_2^{j,k} y_{N,2}^{j,k,B} + b_{T,2}^{j,k,B} + \rho_2^{j,k} b_{N,2}^{j,k,B}$$

Con (A.28) y la restricción financiera para $t = 2$:

$$c_{T,2}^{j,k,B} + \frac{(1 - \alpha)}{\alpha} c_{T,2}^{j,k,B} = y_{T,2}^{j,k,B} + \rho_2^{j,k} y_{N,2}^{j,k,B} + \rho_2^{j,k} b_{N,2}^{j,k,B} - \phi_2(y_{T,1}^{j,k,B} + \rho_1^j y_{N,1}^{j,k,B})$$

$$c_{T,2}^{j,k,B} = \alpha[y_{T,2}^{k,B} + \rho_2^{j,k} y_{N,2}^{k,B} + \rho_2^{j,k} b_{N,2}^{j,B} - \phi_2(y_{T,1}^{j,B} + \rho_1^j y_{N,1}^{j,B})]$$

$$c_{N,2}^{j,k,B} = \frac{(1-\alpha)}{\rho_2^{j,k}} [y_{T,2}^{k,B} + \rho_2^{j,k} y_{N,2}^{k,B} + \rho_2^{j,k} b_{N,2}^{j,B} - \phi_2(y_{T,1}^{j,B} + \rho_1^j y_{N,1}^{j,B})]$$

Con j,k = H,L y k ≠ j

Para que los consumos sean positivos necesitamos que:

$$y_{T,2}^{k,B} + \rho_2^{j,k} y_{N,2}^{k,B} + \rho_2^{j,k} b_{N,2}^{j,B} - \phi_2(y_{T,1}^{j,B} + \rho_1^j y_{N,1}^{j,B}) > 0$$

Entonces necesitamos que

$$\phi_2 < \phi_2^@ = \frac{y_{T,2}^{k,B} + \rho_2^{j,k} y_{N,2}^{k,B} + \rho_2^{j,k} b_{N,2}^{j,B}}{y_{T,1}^{j,B} + \rho_1^j y_{N,1}^{j,B}}$$

Con j,k = H,L y k ≠ j

A.8.2. Obtenemos los Precios relativos

En t = 1:

$$c_{N,1}^{H,B} + c_{N,1}^{H,S} = (y_{N,1}^{H,B} + y_{N,1}^{H,S}) = 1,3$$

$$(1-\alpha)\{y_{T,1}^{H,B} + y_{T,1}^{H,S} + \rho_1^H(y_{N,1}^{H,B} + y_{N,1}^{H,S} + \underbrace{b_{N,1}^B + b_{N,1}^S}_{=0}) + b_{T,1}^S - \phi_1 y_{T,0}^B - q_{T,1}^{*,H}[b_{T,2}^{H,S} - \phi_2(y_{T,1}^{B,H} + \rho_1^H y_{N,1}^{H,B})] \\ - q_{N,1}^H(\underbrace{b_{N,2}^{H,B} + b_{N,2}^{H,S}}_{=0})\} = (y_{N,1}^{H,B} + y_{N,1}^{H,S})\rho_1^H$$

$$\frac{\rho_1^H(Y_{N,1}^H)}{(1-\alpha)} - \rho_1^H(Y_{N,1}^H) - q_{T,1}^{*,H}\phi_2\rho_1^H y_{N,1}^{B,H} = Y_{T,1}^H + b_{T,1}^S - \phi_1 y_{T,0}^B - q_{T,1}^{*,H}[b_{T,2}^{H,S} - \phi_2 y_{T,1}^{B,H}]$$

Utilizando esto:

$$\rho_1^H = (1-\alpha) \frac{[Y_{T,1}^H + b_{T,1}^S - \phi_1 y_{T,0}^B - q_{T,1}^{*,H}[b_{T,2}^{H,S} - \phi_2 y_{T,1}^{B,H}]]}{\alpha(Y_{N,1}^H) - (1-\alpha)q_{T,1}^{*,H}\phi_2 y_{N,1}^{B,H}}$$

$$\text{Con } Y_{T,1}^j = y_{T,1}^{S,j} + y_{T,1}^{B,j} \quad \& \quad Y_{N,1}^j = y_{N,1}^{S,j} + y_{N,1}^{B,j}$$

Análogamente para j = L:

$$c_{N,1}^{H,B} + c_{N,1}^{H,S} = (y_{N,1}^{H,B} + y_{N,1}^{H,S}) = 0,7$$

$$\rho_1^L = (1 - \alpha) \frac{[Y_{T,1}^L + b_{T,1}^S - \phi_1 y_{T,0}^B - q_{T,1}^{*,L} [b_{T,2}^{L,S} - \phi_2 y_{T,1}^{B,L}]]}{\alpha(Y_{N,1}^L) - (1 - \alpha) q_{T,1}^{*,L} \phi_2 y_{N,1}^{B,L}}$$

Vamos a tener dos opciones:

▪ i)

$$Y_{T,1}^j + b_{T,1}^S - \phi_1 y_{T,0}^B + q_{T,1}^j \phi_2 y_{T,1}^{B,j} - q_{T,1}^j b_{T,2}^{S,j} > 0$$

$$\hat{\phi}_2 = \frac{-Y_{T,1}^j - b_{T,1}^S + \phi_1 y_{T,0}^B + q_{T,1}^j b_{T,2}^{S,j}}{q_{T,1}^j y_{T,1}^{B,j}} < \phi_2$$

▪ ii)

$$\alpha - (1 - \alpha) q_{T,1}^j y_{N,1}^B \phi_2 > 0$$

$$\phi_2 < \hat{\hat{\phi}}_2 = \frac{\alpha}{(1 - \alpha) q_{T,1}^j y_{N,1}^B}$$

Entonces, necesitamos que:

▪ i)

$$\phi_2 \in (\hat{\phi}_2, \hat{\hat{\phi}}_2)$$

ó

▪ ii)

$$\phi_2 \in (\hat{\hat{\phi}}_2, \hat{\phi}_2)$$

En t = 2:

$$c_{N,2}^{j,j,B} + c_{N,2}^{j,j,S} = Y_{N,2}^j$$

$$\frac{\rho_2^{j,j} (y_{N,2}^{j,B} + y_{j,2}^{j,S})}{(1 - \alpha)} = Y_{T,2}^j + \rho_2^{j,j} ((y_{N,2}^{j,B} + y_{N,2}^{j,S}) + \underbrace{b_{N,2}^{j,S} + b_{N,2}^{j,B}}_{=0}) + b_{T,2}^{j,S} - \phi_2 (y_{T,1}^{j,B} + \rho_1^j y_{N,1}^{B,j})$$

$$\text{Con } Y_{T,2}^j = y_{T,2}^{S,j} + y_{T,2}^{B,j} \quad \& \quad Y_{N,2}^j = y_{N,2}^{B,j} + y_{N,2}^{S,j}$$

$$\rho_2^{j,j} \frac{\alpha (y_{N,2}^{j,B} + y_{N,2}^{j,S})}{(1 - \alpha)} = Y_{T,2}^j + b_{T,2}^{j,S} - \phi_2 y_{T,1}^{j,B} - \rho_1^j \phi_2 y_{N,1}^{B,j}$$

Reemplazando ρ_1^j :

$$\rho_2^{j,j} = \frac{(1-\alpha)}{\alpha(Y_{N,2}^j)} \left[Y_{T,2}^j + b_{T,2}^{j,S} - \phi_2 y_{T,1}^{j,B} - \phi_2 y_{N,1}^{B,j} (1-\alpha) \left(\frac{Y_{T,1}^j + b_{T,1}^S - \phi_1 y_{T,0}^B - q_{T,1}^{*,j} [b_{T,2}^{j,S} - \phi_2 y_{T,1}^{B,j}]}{\alpha(Y_{N,1}^j) - (1-\alpha)q_{T,1}^{*,j}\phi_2 y_{N,2}^{j,B}} \right) \right]$$

Análogamente:

$$\rho_2^{j,k} = \frac{(1-\alpha)}{\alpha(Y_{N,2}^k)} \left[Y_{T,2}^k + b_{T,2}^{j,S} - \phi_2 y_{T,1}^{j,B} - \phi_2 y_{N,1}^{B,j} (1-\alpha) \left(\frac{Y_{T,1}^j + b_{T,1}^S - \phi_1 y_{T,0}^B - q_{T,1}^{*,j} [b_{T,2}^{j,S} - \phi_2 y_{T,1}^{B,j}]}{\alpha(Y_{N,1}^j) - (1-\alpha)q_{T,1}^{*,j}\phi_2 y_{N,2}^{j,B}} \right) \right]$$

Con J,K = H,L y J $\neq$ K

$$\rho_2 > 0 \Leftrightarrow Y_{T,2}^k + b_{T,2}^{j,S} - \phi_2 y_{T,1}^{j,B} - \phi_2 y_{N,1}^{B,j} \rho_1^j > 0$$

$$\underbrace{\left(\frac{Y_{T,2}^k + b_{T,2}^{j,S}}{y_{T,1}^{j,B} + \rho_1^j y_{N,1}^{j,B}} \right)}_{\equiv \phi_2^*} > \phi_2$$

Entonces, necesitamos que $\phi_2 < \phi_2^*$

A.8.3. Condición de suficiencia

Condición de suficiencia para estar en el caso Constrained:

$$\gamma_0 > 0$$

$$\gamma_1^j > 0 \quad \forall j = H, L$$

de(A.23)

$$\frac{q_{T,0}^B}{c_{T,0}^B} - \frac{\alpha}{2}\beta \left[\frac{1}{c_{T,1}^{B,L}} + \frac{1}{c_{T,1}^{B,H}} \right] > 0$$

De (A.25):

$$\frac{q_{T,1}^j \beta \alpha}{2c_{T,1}^{B,j}} - \frac{\alpha}{4}\beta^2 \left[\frac{1}{c_{T,2}^{B,jj}} + \frac{1}{c_{T,2}^{B,jk}} \right] > 0$$

Con J,K = H,L y J $\neq$ K