



Modelo de Elección Discreta

Un análisis sobre la demanda de transporte público en Buenos Aires, Argentina

Tesis de Grado

Departamento de Economía
Licenciatura en Economía

Candelaria Duhau
Felicitas Etchegoyen
Franco Fiorioli
Gloria Ichaso
Matías Lev

Tutora: Marzia Raybaudi

Agosto de 2017

Abstract

In recent years, there has been a significant increase in the congestion of the Buenos Aires Metropolitan Area transportation network. In this paper, we will seek to understand which factors determine urban transport mode choice. Through a discrete multinomial logit choice model, the demand of urban transport in Buenos Aires will be characterized by estimating different parameters. The results obtained will be used to calculate the impact of a potential expansion and reduction of travel times in the subway network, and the implementation of a public policy that restricts the use of private car in downtown.

Key words: transportation economics, mode choice, discrete choice, transportation demand, public policy.

Resumen

En los últimos años se observó un gran crecimiento en la congestión de la red de transporte del Área Metropolitana de Buenos Aires. En el presente trabajo se buscará entender cuáles son los factores que determinan la elección de un modo de transporte. A través de un modelo de elección discreta logit multinomial se estimarán diferentes parámetros que permitirán caracterizar la demanda de transporte urbano en Buenos Aires. Se utilizarán los resultados obtenidos para calcular el impacto de una potencial expansión y reducción de tiempos de viaje en la red de subterráneos, y la aplicación de una política pública que restrinja el uso del automóvil en el microcentro de la Ciudad.

Palabras clave: economía del transporte, selección modal, elección discreta, demanda de transporte, políticas públicas.

JEL C51 C53 L92 L98 R41 R48

Tabla de Contenidos

1. Introducción	4
1.1. Objetivo	4
1.2. Contexto	5
1.3. Literatura	6
2. Metodología	9
2.1. Introducción	9
2.2. Marco teórico	10
3. Estimación	16
3.1. Datos	16
3.2. Estimación del modelo	27
4. Aplicación práctica	53
5. Conclusión	61
6. Bibliografía	53

1 Introducción

1.1 Objetivo

El transporte urbano cumple un rol esencial en las perspectivas de desarrollo social y económico en las ciudades. La capacidad de proveer movilidad a personas y bienes genera un impacto directo en la competitividad, la cohesión y la integración de un territorio. En las últimas décadas, dados los avances tecnológicos en la industria automotriz y el desarrollo económico de las grandes urbes, se ha producido a nivel mundial un aumento exponencial en la tasa de motorización, es decir, en la cantidad de automóviles per cápita. Sumado al aumento en la población urbana, se generó un problema de congestión en la infraestructura de transporte, de la cual la mayoría de las ciudades no han podido escapar. El aumento continuo en la congestión de tráfico resulta en tiempos de viaje más largos, pérdida de la productividad y deterioro sobre el medio ambiente, generando frustración por parte de la población.

Tomando en cuenta los problemas que apareja la congestión de tráfico, en los últimos años muchas ciudades han comenzado a implementar políticas de transporte que apuntan a mejorar la movilidad de las personas. Modelos de elección del modo de transporte por parte de los habitantes de una ciudad pueden ser utilizados para analizar y predecir la elección de una alternativa y, por ende, predecir el comportamiento de un grupo de individuos. Es por esta razón que son usados para evaluar cuán efectivas son estas políticas en transferir usuarios de vehículos privados a vehículos de alta ocupación, como los que forman parte de las redes de transporte público.

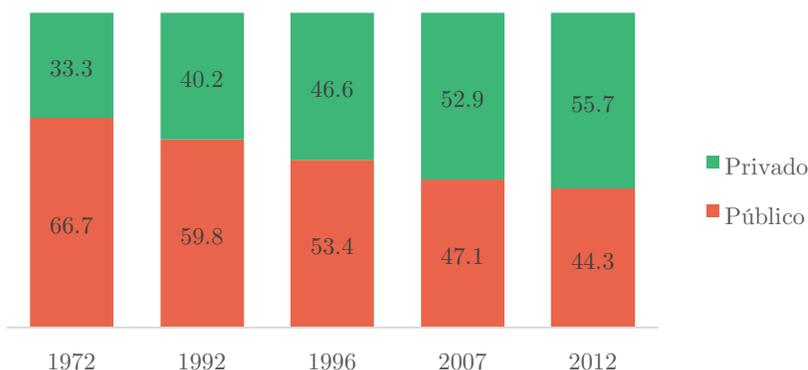
En el presente trabajo nos concentraremos en la decisión de la elección del modo de transporte por parte de los residentes de una ciudad. La elección del modo de transporte es el principal determinante de la cantidad de vehículos que circularán por la ciudad, y dado que los vehículos utilizados por los sistemas de transporte público llevan a un uso más eficiente de la infraestructura urbana, el análisis de las características de la demanda de transporte permitirá evaluar el efecto de distintas medidas de política pública. De esta manera, se podrá analizar qué impacto genera en la demanda de los modos de transporte modificaciones en las variables que están relacionadas con los usuarios, como el ingreso de los individuos, y variables que están relacionadas con el modo de transporte, como el tiempo o el costo del viaje. Con el fin de poder cuantificar este impacto, se buscarán analizar las elasticidades de los determinantes de la demanda de transporte público en diferentes situaciones y así develar qué factores determinan la elección modal.

Con el fin de llevar a cabo esta investigación, el trabajo fue dividido en tres partes. En primera instancia se buscará adaptar al contexto de la elección del modo de transporte la teoría de elección discreta con énfasis en el modelo logit multinomial y los aspectos conceptuales de la elección del modelo. En segunda instancia se presentará una estimación empírica del modelo desarrollado, donde se analizarán los datos utilizados y los resultados obtenidos. Por último, y en tercera instancia, se aplicarán las conclusiones obtenidas a determinadas políticas públicas con el fin de determinar su conveniencia.

1.2 Contexto

En los últimos años se observó un gran crecimiento en la congestión de la red de transporte del Área Metropolitana de Buenos Aires (AMBA). Según datos del Centro de Implementación de Políticas Públicas para la Equidad y el Crecimiento (CIPPEC), como resultado del proceso de motorización del transporte y el peso de la Ciudad como origen y destino de los viajes en el AMBA, el tráfico en los accesos a la Ciudad de Buenos Aires creció más de 80% entre 2003 y 2013, pasando de 214 millones de vehículos a 394 millones. La importancia relativa del transporte privado en los viajes realizados en el AMBA prácticamente se duplicó desde la década de los setenta. El transporte privado pasó de explicar el 33% de los viajes del AMBA en 1972, al 56% en 2012. En contraste, la participación del transporte público cayó de cerca del 67% a poco más del 44% en el mismo período.

GRÁFICO 1 – Proporción de modos de transporte público y privado

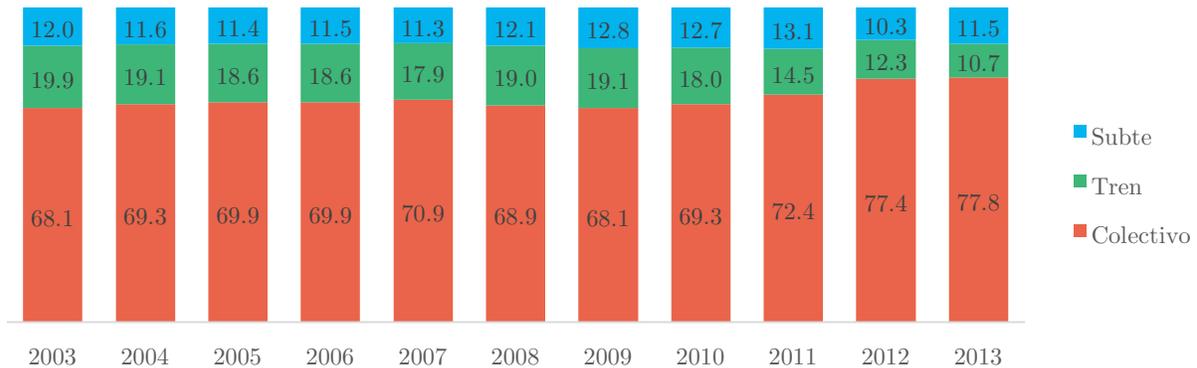


Fuente: CIPPEC, sobre la base de Brennan (2013) y estimaciones propias.

En este contexto, los ferrocarriles metropolitanos experimentaron un declive cercano al 40% en la cantidad de pasajeros pagados transportados, impulsado por deficiencias en la

seguridad y la calidad del servicio experimentados en la última década (Barbero, 2012). En contraste, el uso del colectivo creció más de un 30%, al igual que la red de subtes, que absorbió un 10% más de pasajeros.

GRÁFICO 2 – Modos de transporte público por proporción de viajes



Fuente: CIPPEC sobre la base de CNRT (2014)

1.3 Literatura empírica

Existe una amplia bibliografía abocada a la estimación de la demanda de transporte de pasajeros. A través de modelos de elección del modo de transporte, se busca entender cuáles son los factores que afectan la toma de decisiones por parte de los individuos, como el costo o el tiempo total de viaje.

En 1975 McFadden y Domencich discuten el uso de modelos de elección discreta para aplicar al análisis de políticas públicas, desarrollando un método de análisis de bienestar a través del modelo logit multinomial como una alternativa a modelos de estimación lineal. Si bien este modelo implica relativa sencillez en su aplicación, asume inexistencia de correlación entre las variables, por lo que se ha planteado el modelo probit multinomial como alternativa en caso de existir una correlación (Ortúzar y Román 2003; Daganzo 1979).

En 1976, McFadden, junto con Train y Manski, llevaron a cabo un estudio en el que utilizaron el modelo logit multinomial para estudiar el posible impacto de un nuevo sistema ferroviario rápido en el área de San Francisco, el Distrito de Transporte Rápido del área de la Bahía de San Francisco (BART por sus siglas en inglés). Luego de lograr una comparación de las estimaciones con datos reales una vez instalado el sistema BART, el estudio concluye que: (1) el comportamiento en la demanda de transporte está

explicado por una corta lista de atributos tradicionales del sistema de transporte, como el costo y el tiempo de viaje. (2) Las variables socioeconómicas y la inclusión de variables relacionadas a la “disponibilidad” de las alternativas mejoran la estimación en gran medida. (3) El modelo Logit Multinomial provee una forma funcional para aplicaciones en el área de transporte. (4) Se desarrollaron tests empíricos para la propiedad de Independencia de Alternativas Irrelevantes y no fueron rechazados por el comportamiento de la demanda de transporte observado en el proyecto.¹

En el 2001, Lara Da Ricci llevó a cabo un análisis del servicio de transporte urbano para Gran Mendoza² haciendo uso de datos recolectados por encuestas de movilidad realizadas entre 1992 y 2000. Utilizando las variables *edad*, *género*, *educación*, *tiempo de espera*, *tiempo de viaje* y *tamaño del hogar*, y tomando en consideración cuatro modos de transporte, *automóvil*, *bicicleta*, *motocicleta* y *transporte público*, se realizó la estimación a través del modelo probit. Dentro de las conclusiones más relevantes, se encuentra que, para la ciudad de Mendoza, los medios de transporte no motorizados son bienes inferiores mientras que los motorizados aparecen como bienes normales. Más aún, un incremento de un 1% en la variable *tiempo de viaje* parece reducir la probabilidad de viajar en transporte público en un 6% mientras que la variable *tiempo de espera* presenta un coeficiente negativo y significativo, lo cual implica que la probabilidad de viajar en transporte público disminuiría a medida que este aumenta. Finalmente, los resultados implican que la elección del medio de transporte es muy sensible al ingreso para el caso de Gran Mendoza.

En 2005, Cinthia Reta actualizó el estudio de Lara Da Ricci haciendo uso de un modelo logit multinomial para el Gran Mendoza³. Dentro de las conclusiones más relevantes, se encuentra que al igual que para el año 2000, el *trolebús*, el *taxi* y el *remise* son preferidos sobre el *ómnibus* para la población económicamente activa. No obstante, a diferencia del estudio anterior, los resultados sugieren que ante un aumento en el tiempo de viaje de *taxi* o *remise* aumenta la probabilidad de viajar en transporte público. Finalmente, la evidencia sugiere elasticidades precio del combustible extremadamente bajas y elasticidades cruzadas del precio del auto respecto a otros medios significativamente bajas, tanto que aunque el transporte público sea gratuito, la gente seguiría eligiendo el

¹ MCFADDEN, Daniel; TALVITIE, Antti, and Associates (1997). “Demand Model Estimation and Validation”. The Institute of Transportation Studies, University of California.

² LARA, María Inés (2003). “Un enfoque microeconómico de los determinantes de la elección del modo de transporte: el caso del Gran Mendoza”. Revista de la Facultad de Ciencias Económicas, UNC, año LV, número 124.

³ RETA, Cintia. “Determinantes Socioeconómicos de la Demanda de Transporte Urbano en el Gran Mendoza. Encuesta Origen Destino 2005”. FCE-UNCuyo. Publicación en la Asociación Argentina de Economía Política.

auto. Reta sugiere que la única forma de desincentivar el uso del auto en Mendoza sería a través de mejoras en el servicio de transporte público.

El estudio de García (2000)⁴, por otro lado, pretende analizar la reacción de los consumidores del servicio de transporte ante modificaciones en los precios relativos para la Ciudad de Buenos Aires (CABA). Para hacerlo, elige un modelo logit multinomial con datos de corte transversal de 1998 y toma en cuenta cuatro modos de transporte, automóvil, colectivo, subterráneo y tren. Como variables explicativas del modelo utiliza el ingreso, el costo de viaje y el tiempo de viaje y controla por variables dummy la distancia del viaje y la accesibilidad a los distintos modos de transporte. Dentro de las conclusiones del estudio, se destaca que la sustitución de auto por transporte público es poco sensible a alteraciones en las variables ingreso, costo y tiempo de viaje para CABA, por lo que es muy difícil cambiar la elección de los usuarios del automóvil. Por otro lado, el autor resalta que resultan significativas las variables que explican la sustitución entre los servicios públicos de transporte masivo, como el caso del subte, que es sensible a cambios marginales en el ingreso y en el tiempo, dado que un pequeño cambio en estas variables incrementaría la probabilidad de optar por colectivo entre 0.99% y 0.86% respectivamente.

Finalmente, en “Determinantes de la elección de los transportes públicos y privados para la Ciudad de Salta” (2010), Sanchez, Pagani y Carrazán⁵ proponen ajustar un modelo probabilístico de elección binaria o múltiple, tomando una variable dependiente categórica (indicando las distintas alternativas de transporte propuestas) y, por medio de un procedimiento logit (binomial y multinomial), intentan estimar la sensibilidad de cada uno de aquellos determinantes descriptos en la probabilidad de elegir una u otra categoría de transporte. Obtienen que los resultados son más robustos en la opción multinomial que en la dicotómica, mientras que sobre los determinantes de elección de modo concluyen que, a una escala adicional del nivel educación, se eleva en un 40% la probabilidad de elegir auto respecto a la probabilidad de elegir colectivo, y que, a mayor duración de viaje, mayor probabilidad de elegir colectivo al auto.

⁴ GARCÍA, Pablo Marcelo. “A Microeconomic Approach to the Determinants of Travel Mode Choice”.

⁵ SÁNCHEZ, Daniel; PAGANI, Pablo; CARRAZÁN, Gastón (2010). “Determinantes de la elección de los transportes públicos y privados en la ciudad de Salta”. Instituto de Investigaciones Económicas.

2 Metodología

2.1 Introducción

El análisis económico del sistema de transporte cobra especial relevancia a la hora de evaluar la distribución intermodal del tráfico y cualquier evento que la pueda alterar. El presente trabajo se introduce en este sistema para analizar las determinantes de la demanda de transporte. Cabe señalar una serie de particularidades propias de este servicio a tener en cuenta a la hora de abordar el objetivo.

En primer lugar, debe notarse que se trata de una demanda derivada, es decir, que no existe per se. La demanda de transporte está motivada por la satisfacción de necesidades o deseos y, por ende, está asociada a las actividades y bienes de consumo disponibles para el individuo y su distribución en el espacio. Por otro lado, su carácter altamente cualitativo y diferenciado, ya sea, por ejemplo, por horario del día, motivo del viaje o día de la semana, genera diferentes demandas específicas que rápidamente complejizan el análisis y dificultan cualquier intento por predecir la demanda por estos servicios. Aquí se trabajará puntualmente con los traslados al lugar de trabajo.

Existen distintos modelos para representar la demanda de transporte a partir de diversos enfoques y en función de cuál sea el objeto de estudio. En particular, se distinguen los modelos de primera generación, constituidos por variables de naturaleza agregada y empleados para estimar el comportamiento conjunto de un determinado grupo de individuos, y los modelos de segunda generación. Este segundo enfoque, también llamado enfoque desagregado, es el empleado en el presente trabajo y se basa en la construcción del comportamiento agregado como resultado de múltiples decisiones individuales. Estas son modeladas como una función de las características de las alternativas y de los atributos sociodemográficos de los individuos.

Domencich y McFadden (1975) los denominan modelos de comportamiento porque representan la decisión que toman los consumidores al enfrentarse a un conjunto de alternativas y no se basan en una visión descriptiva de la demanda. Una de las ventajas que presentan los modelos de elección modal surge de su intención por describir la relación causal entre las características socioeconómicas y del sistema de transporte con el viaje realizado. Esto permite estudiar los determinantes de la elección del modo de viaje y se transforma en una herramienta para el análisis y predicción de cambios en comportamientos ante alteraciones en las condiciones iniciales en que se tomó la decisión de viaje.

Al tratarse de una demanda derivada, cobra especial relevancia la relación entre la decisión de demanda de transporte y la teoría del consumidor subyacente. Esta provee el marco para la modelación de la demanda, guiando la selección de variables a incluir en el análisis empírico y delinea los supuestos y restricciones en la función de demanda a ser estimada.

Los modelos de elección del consumidor parten de la premisa de que los consumidores son racionales y poseen información perfecta, por lo que se deduce que la decisión refleja la preferencia por esa canasta por sobre el resto, dadas las restricciones que enfrenta. La teoría de la preferencia revelada nos permite estudiar las preferencias de los consumidores, que no son directamente observables, a partir de la información sobre la demanda. La alternativa elegida es aquella que maximiza su utilidad neta. A su vez, el nivel de utilidad que deriva un individuo de la elección, proviene de los servicios asociados a los bienes, y estos se describen en función de un conjunto de atributos.

Se debe establecer un vínculo entre la teoría del comportamiento individual y los datos agregados obtenidos de la muestra sobre una población urbana. McFadden y Domencich (1975) plantean que, si se expresa la demanda agregada de un viaje como una frecuencia dividiéndola por el tamaño de la población, se puede interpretar la frecuencia de ese viaje como la probabilidad de que un individuo escogido de forma aleatoria de la población, elija realizar ese viaje. A su vez, las observaciones de las elecciones de transporte en la muestra, pueden ser interpretadas como datos provenientes de una distribución estadística, haciendo posible la inferencia estadística de la forma funcional en que depende la probabilidad de las variables del transporte.

2.2 Marco teórico

Si en el marco de la teoría de maximización de la utilidad individual bajo racionalidad económica incorporamos características no observadas que varían a lo largo de la población, estas inducirán variaciones en las elecciones observadas de individuos que enfrentan un mismo conjunto identificado de alternativas. Manski (1977) postula cuatro posibles fuentes de aleatoriedad en la función de utilidad: atributos no observados por el investigador que el individuo considera en su elección, variaciones en los gustos de los individuos, errores en la medición de los atributos y el empleo de variables proxy para medir algunos atributos. En este contexto, la teoría de la utilidad aleatoria de McFadden (1975) proporciona el fundamento teórico y la herramienta para modelar el proceso de elección discreta entre un conjunto finito de alternativas mutuamente excluyentes.

Se retoma el modelo económico del comportamiento del consumidor que maximiza su función de utilidad $u = U(x, s, \varepsilon)$ donde x es el vector de atributos observados de una alternativa, el vector s resume las características socioeconómicas observadas y ε es un vector de factores no observados que contiene los atributos de las alternativas y preferencias idiosincráticas que no pueden medirse. El individuo n enfrenta J alternativas, indexadas por $j = 1, 2, \dots, J$, y a cada alternativa le corresponde un vector de atributos observados x^j , por lo que su restricción es $B = \{x^1, x^2, \dots, x^j\}$.

Dado el componente aleatorio ε , los valores de la función de utilidad serán estocásticos. El individuo n elegirá la alternativa i si $U_{in} > U_{jn} \forall j \neq i$ y, al ser una variable estocástica, este evento está asociado a una probabilidad de ocurrencia $P_i = H(B, s, i) = \text{Prob}[U_{in} > U_{jn} \forall j \neq i]$. El modelo de utilidad aleatoria propuesto por McFadden (1973) provee el marco teórico más extendido para este tipo de problemas. Se postula la siguiente función de utilidad a maximizar

$$U_{jn} = V(x_{jn}, s_n) + \varepsilon_{jn}$$

Donde V es la utilidad sistemática en la elección de j y ε es el componente estocástico. Con esta especificación, la probabilidad de elección de la alternativa j es

$$P_{jn} = \text{Prob}[\varepsilon_{in} - \varepsilon_{jn} < V_{in} - V_{jn} \forall j \neq i]$$

$$P_{jn} = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_j(\varepsilon_{jn} + V_{jn} - V_{1n}, \dots, \varepsilon_{jn} + V_{jn} - V_{jn}) d\varepsilon_{jn} \quad (*)$$

Donde $\psi(\varepsilon_{1n}, \dots, \varepsilon_{jn})$ es la función de distribución conjunta de los componentes estocásticos, ψ_j es la derivada de ψ contra el argumento j y $V_{jn} = V(x_{jn}, s_n)$. Dada una función de distribución, (*) provee la fórmula para obtener una forma funcional específica para las funciones de probabilidad.

Para la completa especificación del modelo, resta definir la función de distribución de la diferencia de los componentes aleatorios, $G(\cdot)$, y la forma funcional de la parte no estocástica de la función de utilidad. Siguiendo la formulación de McFadden y Domencich (1974) se supone la siguiente forma funcional para V , lineal en el vector de parámetros

$$V_{jn} = Z_{1jn}\beta_1 + \dots + Z_{kjn}\beta_k = \beta'Z_{jn}$$

Donde Z_{jn} es el vector de diferentes combinaciones de las variables originales (x_{jn}, s_n) que permiten transformaciones no lineales de los datos e incorporar interacciones entre las características del individuo y los atributos de las alternativas.

Cualquier función de distribución acumulada sin saltos cumple con las condiciones de función creciente que traduce el rango de V a una escala de probabilidad. En particular, suponemos que los componentes aleatorios de la utilidad son independientes e idénticamente distribuidos con distribución Weibull. Una propiedad de esta distribución es que la diferencia de dos variables aleatorias Weibull independientes sigue una distribución logística. Se puede demostrar que componentes estocásticos de la utilidad independientes y que sigan una distribución de Weibull, conducen a un modelo logit donde la probabilidad de elección de la alternativa i es⁶:

$$P_{jn} = \frac{e^{V_{jn}}}{\sum_{j=1}^J e^{V_{jn}}}$$

La función que relaciona a la probabilidad de elección de una alternativa i con la utilidad sistemática derivada de esa alternativa asumiendo el resto de las utilidades contantes, es una función sigmoide. De esta propiedad se deriva que el punto en el que una ΔV_{in} tiene el mayor efecto sobre la probabilidad de ocurrencia de esa elección, es cuando la utilidad representativa es muy similar a la del resto de las alternativas.

De este análisis se desprende que esta forma funcional para la función de probabilidad es consistente con la teoría subyacente de maximización de la utilidad individual, donde se introducen elementos aleatorios, producto de preferencias específicas de individuos que no pueden ser determinadas en su totalidad a partir de los datos disponibles.

Independencia de alternativas irrelevantes

La expresión obtenida tiene la propiedad de que el ratio de probabilidades de elección entre dos alternativas es independiente de cualquier otra alternativa del conjunto. Esta conclusión es consistente con el axioma de independencia de alternativas irrelevantes (Luce (1959)) y es el costo de suponer independencia de los componentes aleatorios.

⁶ La probabilidad de elección es $P_i = \frac{e^{V_i - \alpha_i}}{\sum_{j=1}^J e^{V_j - \alpha_j}}$ siendo α_i el parámetro de la distribución de Weibull. Siguiendo a McFadden y Domencich (1974), generalmente, este parámetro de locación puede ser “absorbido” dentro de la definición de $V(x^i, s)$ con α_j interpretado como un efecto específico a esta alternativa. Por lo que se puede asumir $\alpha_j = 0$ sin pérdida de generalidad.

Se desprende que, para una alternativa j dada, las elasticidades cruzadas son idénticas para toda $i \neq j$. Esto implica que, ante la incorporación de una nueva alternativa al conjunto, las dos probabilidades deben ajustarse a modo de preservar el ratio, es decir que, el cambio porcentual en cada probabilidad es igual. Este marco no permite diferentes patrones de sustitución y complementariedad entre modos: “al incorporarse una nueva alternativa, las elasticidades cruzadas de la demanda por cada modo con respecto a un atributo del nuevo modo, es uniforme entre los diferentes modos.”⁷

Train (1986), por su parte, cuestiona las limitantes reales del supuesto de IIA a partir de un resultado de McFadden (1975) que concluye que la especificación del modelo logit puede ser utilizado en situaciones en las que la independencia de alternativas irrelevantes no se cumple, ampliando tan solo la forma que puede tomar la utilidad sistemática.⁸ En particular, postula un caso donde se puede corregir el problema de IIA que surge de alternativas sustitutas para obtener estimaciones consistentes, incorporando un factor de ajuste a estimar por medio de la inclusión de una constante específica.

A su vez, en los casos en los que la propiedad de IIA es plausible, su uso presenta una serie de beneficios. Primero, esta propiedad hace posible la estimación consistente de parámetros del modelo para un subconjunto de alternativas para cada individuo de la muestra. Como las probabilidades relativas dentro de un subconjunto de alternativas no están afectadas por las alternativas no incluidas, la exclusión de alternativas en la estimación no afecta la consistencia de la misma. La IIA también permite al investigador predecir la demanda para alternativas por el momento inexistentes. Si el investigador cree apropiado el supuesto de IIA, puede estimar el modelo de elección con las alternativas disponibles y luego utilizar el modelo estimado para calcular las probabilidades de elección de la nueva alternativa. Este procedimiento es conceptualmente similar a la estimación a partir de subconjuntos ya que, si consideramos como el conjunto completo al original más la alternativa hipotética, la estimación del modelo con las alternativas vigentes es equivalente a estimar con un subconjunto, lo cual provee estimaciones consistentes.

⁷ McFadden, D. y Domencich, T. (1975). Urban Travel Demand. A behavioral analysis.

⁸ McFadden (1975) demuestra que cualquier modelo que especifica probabilidades de elección pueden ser expresados en la forma de los modelos logit: $P_{in} = \frac{e^{W_{in}}}{\sum_{j \in J_n} e^{W_{jn}}}$ donde W_{jn} es alguna función de los datos. Llamamos $P_{in}^* = f(Z_{in}; Z_{jn} \text{ para toda } j \neq i, S_n)$ a la probabilidad de elección, donde Z_{in} son datos observados de la alternativa i que enfrenta el individuo n y S_n es el vector de características del individuo. Si definimos $W_{in} = \log P_{in}^*$ entonces $P_{in} = \frac{e^{W_{in}}}{\sum_{j \in J_n} e^{W_{jn}}} = \frac{P_{in}^*}{\sum_{j \in J_n} P_{jn}^*} = P_{in}^*$. Cualquier modelo de elección puede formularse en la forma del modelo logit siempre que se especifique de forma correcta la W_{in} .

McFadden (2001) concluye que cuando son válidos los supuestos de componentes estocásticos de la utilidad con distribución Weibull y la utilidad estructural aditiva, la IIA permite simplificar significativamente la complejidad de la estimación de la demanda de transporte. La principal limitación del modelo surge del axioma de IIA que no es plausible para conjuntos de alternativas que son sustitutos muy cercanos ya que los factores no observados de una alternativa probablemente también afecten a la otra (Hoffman y Duncan (1988)).

Estimación – Máxima verosimilitud

Los parámetros β se estiman por el método de máxima verosimilitud. Los estimadores máximos verosímiles son aquellos que hacen que el modelo replique con probabilidad máxima la muestra observada. Para ello, debe desarrollarse una función de densidad de probabilidad conjunta de los datos observados y estimar los parámetros que la maximizan.

La función de verosimilitud con N individuos y J alternativas es

$$L(\beta) = \prod_{n \in N} \prod_{j \in J} (P_{jn}(\beta))^{\delta_{jn}} \quad \text{con} \quad \delta_{jn} = 1 \text{ si el individuo } n \text{ elige } j, \text{ sino } = 0.$$

El logaritmo de una función alcanza el máximo en el mismo punto.

$$LL(\beta) = \text{Log}(L(\beta)) = \sum_{n \in N} \sum_{j \in J} \delta_{jn} * \ln (P_{jn}(\beta)) \rightarrow \frac{\partial(LL)}{\partial \beta_k} = \sum_{n \in N} \sum_{j \in J} \delta_{jn} * \frac{1}{P_{jt}} * \frac{\partial P_{jn}(\beta)}{\partial \beta} \quad \forall k$$

La máxima verosimilitud se obtiene igualando a cero la ecuación. En la estimación se nota el atractivo del modelo logit dada la relativa simplicidad del logaritmo de la función de verosimilitud. A su vez, con V lineal en β , esta función es globalmente cóncava (matriz Hessiana $\frac{\partial^2 L}{\partial \beta \partial \beta'}$ es definida negativa) por lo que hallar un máximo local implica hallar el único máximo global.

Modelo Logit Multinomial

Alternativamente al modelo condicional logit (MNL), este estudio de elección discreta puede llevarse a cabo, sin mayores desviaciones en los resultados, utilizando una estructura de tipo probit (MNP). Este tipo de modelos utilizan a la función de densidad normal, en lugar de la función logística, para calcular las probabilidades estimadas. Debido a la gran similitud teórica entre ambos tipos de curvas, no se observan grandes

diferencias en cuanto a los efectos marginales y la bondad de ajuste de ambos modelos. Como se explica previamente, los modelos MNL poseen la particularidad de que asumen que se cumple el supuesto de independencia entre alternativas irrelevantes. Contrariamente, los modelos MNP, no toman como dado a este supuesto, lo cual suele tomarse en la literatura económica como un factor de priorización entre ambos tipos de modelos. No obstante, estudios recientes muestran, a través de simulaciones computacionales, que los modelos MNL proveen estimaciones más precisas que los modelos MNP, inclusive en casos en que se viola severamente el supuesto de IIA⁹. Asimismo, los modelos MNP implican una mayor dificultad y tiempo de cálculo de los parámetros, y la interpretación de los mismos es más compleja que en los modelos MNL.

⁹ KROPKO, Jonathan (2012). *“Choosing between multinomial logit and multinomial probit models for analysis of unordered choice data”*. A Thesis submitted to the faculty of The University of North Carolina at Chapel Hill.

3 Estimación

3.1 Datos

Con el fin de poder estimar el modelo descripto anteriormente, es necesario reunir datos sobre la elección del modo de transporte y las variables que influyen dicha elección, como el ingreso del usuario o el tiempo total de viaje. Los datos de usuarios y viajes necesarios son generalmente obtenidos al encuestar a una muestra de agentes de una población de interés. Nuestra interpretación de los resultados se hará en base a la aplicación de datos obtenidos de una encuesta de movilidad realizada en el Área Metropolitana de Buenos Aires.

Los datos elegidos para estimar el modelo fueron recolectados por la Secretaría de Transporte de la Nación en marco de la Encuesta de Movilidad Domiciliaria (ENMODO) en el año 2010. El objetivo general de la encuesta fue la caracterización, cuantitativa y cualitativa, de los patrones de movilidad de la población de la Región Metropolitana de Buenos Aires¹⁰. Para ello se buscó conocer los patrones de movilidad de los habitantes de un día hábil típico, y se encuestó a una muestra de hogares representativos del conjunto, a razón de un hogar cada 150. La encuesta indagó tanto sobre las características socioeconómicas de los hogares y de cada uno de sus integrantes, como sobre la movilidad. Para eso se encuestó a la totalidad de los habitantes de cada hogar que hubieran realizado viajes el día anterior al que fue encuestado, preguntando a cada uno las actividades realizadas, el origen y destino del viaje, el modo de transporte utilizado, las cuadras caminadas, el motivo y costo de cada viaje, entre otros.

Para las tareas de campo el estudio se acotó a un grupo de partidos, seleccionados en función de la continuidad de la trama urbana y de la cantidad de población. Los partidos seleccionados suman más del 90% de la población de la Región Metropolitana. El área definida abarca el territorio comprendido por la Ciudad de Buenos Aires y 27 partidos del Conurbano de la Provincia de Buenos Aires, presentando una población de 12.985.885 personas. La población de la Ciudad de Buenos Aires representa un 23% del total de la población, mientras que el resto de los distritos conforman el 77% del restante.

¹⁰ ENMODO, *movilidad en el Área Metropolitana de Buenos Aires. Resultados de la encuesta origen destino 2009-2010*. Secretaría de Transporte de la Nación.

La encuesta se realizó sobre una muestra total de 22.500 hogares representativos existentes en el área de estudio, y alcanzó un total de 22.170 hogares y 70.321 personas con encuestas efectivas. El diseño muestral se llevó a cabo con los datos del censo realizado en 2001, mientras que la calibración preliminar se efectuó sobre la base de la Encuesta Permanente de Hogares (EPH) del cuarto trimestre de 2009.

En la siguiente tabla se pueden observar los viajes realizados clasificados según la actividad de origen y destino del mismo.

TABLA 1 – Cantidad de viajes por actividad de origen y destino

Origen\Destino	Hogar	Trabajo	Estudios	Compras	Trámites	Otros	Total
Hogar	5	14.415	16.636	3.457	2.095	9.230	45.837
Trabajo	15.056	392	430	103	75	466	16.521
Estudios¹¹	16.309	382	128	32	30	368	17.248
Compras	3.681	34	16	48	20	103	3.901
Trámites	2.018	42	24	41	103	117	2.344
Otros	9.373	292	165	141	92	686	10.749
Total	46.441	15.556	17.398	3.821	2.415	10.969	96.601

A fin de poder contrastar los resultados obtenidos con otros estudios realizados y, con el objetivo de tener datos más homogéneos en cuanto al motivo de los viajes, el presente trabajo se limita a estudiar únicamente la población económicamente activa cuyos viajes realizados sean entre su hogar y sus respectivos lugares de trabajo. De esta manera, redujimos la muestra a 14.415 viajes que son realizados por 13.900 personas que viven en 10.676 hogares.

Datos de hogares

Se decidió dividir la población de la encuesta por quintiles de ingreso para poder analizarla según estratos socioeconómicos. Cada quintil de ingreso corresponde al 20 por ciento de los hogares del área estudiada, ordenados de acuerdo a su nivel de ingresos per cápita, siendo el primer quintil el que corresponde a la quinta parte de los hogares con los ingresos per cápita más bajos. A efectos prácticos se le asignó a cada quintil el promedio de ingresos de la población del AMBA en 2010 según datos obtenidos del Instituto Nacional de Estadísticas y Censos (INDEC).

¹¹ Incluye viajes para cursar estudios como para acompañar a miembros del hogar a centros educativos

TABLA 2 – Ingresos por quintil

Quintil	Promedio de Ingresos
1	\$1165
2	\$2155
3	\$3368
4	\$5085
5	\$10850

A continuación, se detalla la distribución de los viajes para otras características de los hogares, como el tipo de vivienda, la cantidad de habitantes en el hogar, y el número de autos disponibles.

GRÁFICO 3 – Distribución de viajes según el tipo de vivienda y cantidad de habitantes

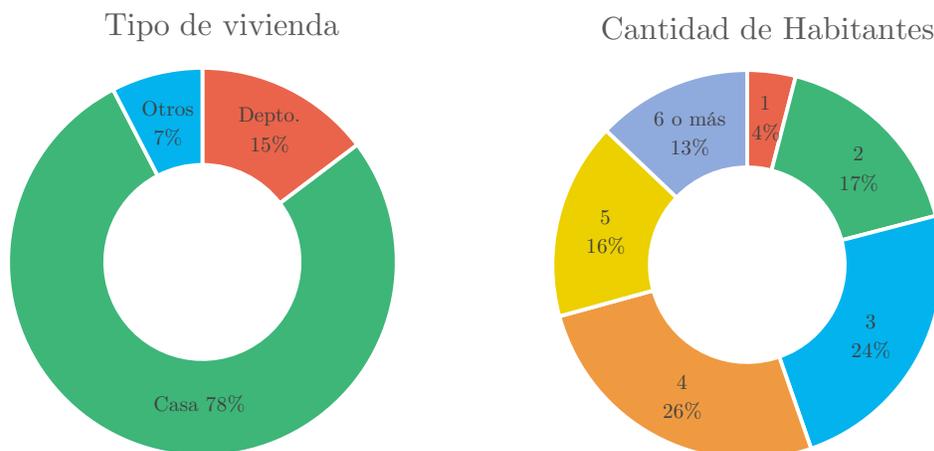
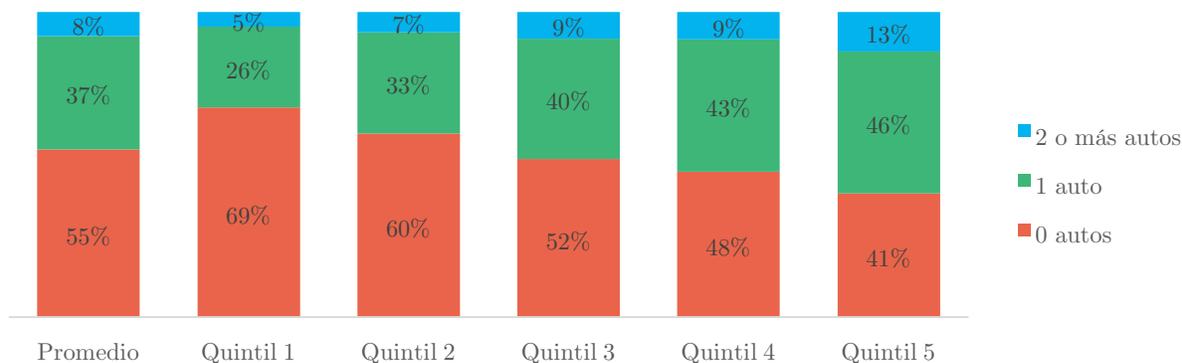


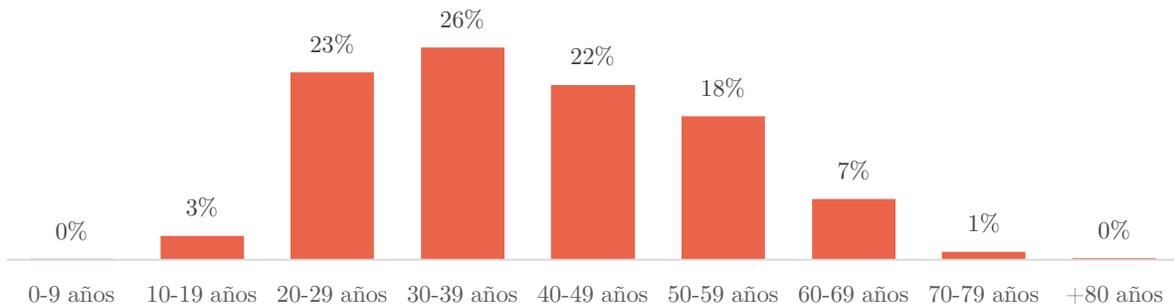
GRÁFICO 4 – Cantidad de autos por hogar según el percentil de ingreso



Datos de personas

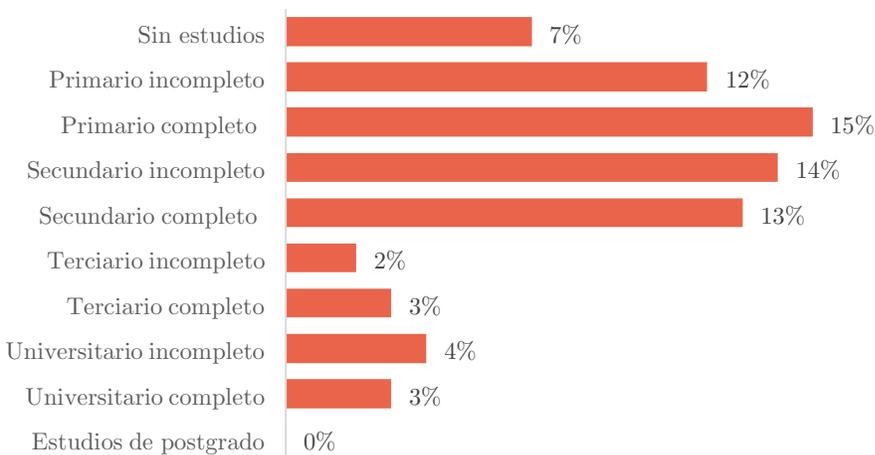
Además de indagar sobre las diferencias entre los hogares, la encuesta detalla información sobre las características de las personas. En cuanto a la distribución de la población por sexo, se identificó una mayor participación de la población de sexo femenino, representando un 52%, frente a un 48% de la población masculina. Por otra parte, el siguiente gráfico detalla la distribución de la población según rangos etarios, otra variable analizada en la muestra.

GRÁFICO 5 – Distribución de la población por rango etario



El nivel de estudios alcanzados por la población en la muestra se describe en la siguiente tabla. Cabe destacar que tan solo un 25% de la población tiene el secundario completo o estudios superiores.

GRÁFICO 6 – Distribución de la población por nivel de estudios alcanzado



Por otra parte, de la población que cursa estudios, un 66% lo hace en centros públicos, mientras que un 33% lo hace en establecimientos privados. Cabe recordar que la muestra está compuesta únicamente por las personas que realizan viajes desde sus

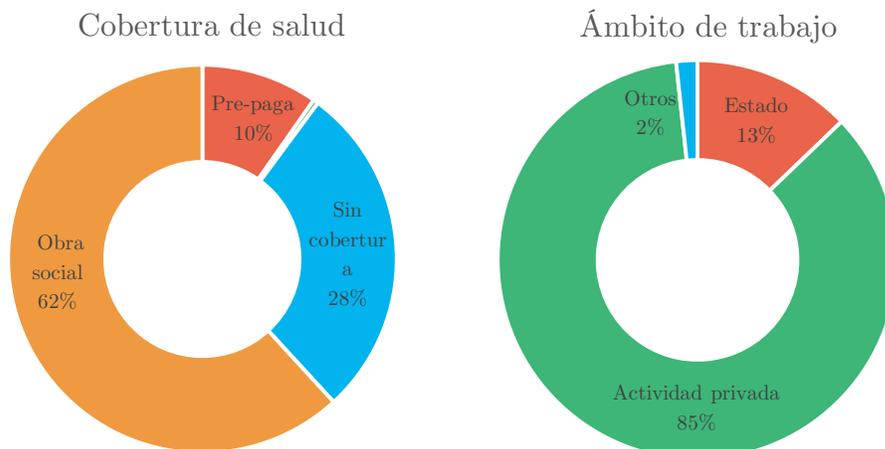
hogares a sus trabajos, por lo que la población total que cursa estudios es sustancialmente menor a la de la muestra original.

TABLA 3 – Ámbito de estudios

Ámbito de estudios	Cantidad de personas	
Público	952	7%
Privado	472	3%
No cursa	12.990	90%
Total	14.414	100%

A continuación, se detalla la distribución de los viajes para otras características de las personas, como el tipo de cobertura de salud y el ámbito de trabajo.

GRÁFICOS 7 – Población según tipo de cobertura de salud y ámbito de trabajo



Por último, destacamos que un 59% de las personas no tienen licencia de conducir, mientras que un 41% si lo hacen.

Datos de viajes

Se define viaje al desplazamiento entre un origen y un destino que se realiza para cumplir una función determinada. Una etapa de viaje corresponde al uso de alguno de los modos de transporte que las personas utilizan para realizar un viaje. Si el viaje utiliza sólo un modo, existe sólo una etapa y el viaje y la etapa coinciden. Si por el contrario el viaje se completa con más de un modo o más de un vehículo, por ejemplo,

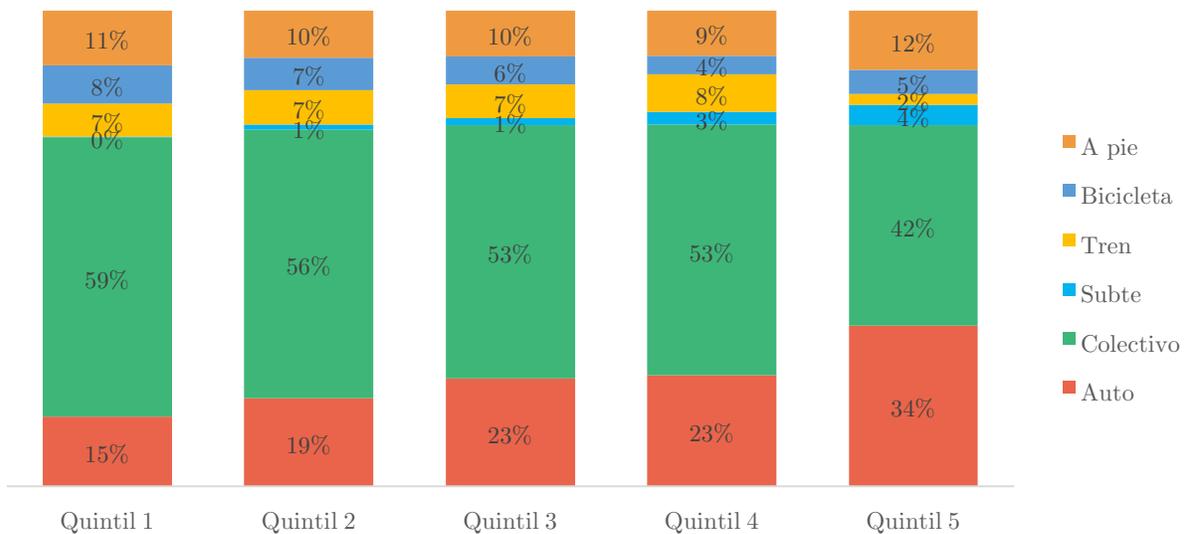
dos colectivos diferentes, hablamos de un viaje con trasbordo. De los viajes que se realizan en la región metropolitana, el 89% se realiza en una sola etapa, y los viajes de dos etapas o más representan solo el 11% del total. Esta situación evidencia que el número de trasbordos realizados en la región es bajo. Por esta razón, y para simplificar nuestro estudio, hemos decidido unificar las etapas de los diferentes viajes.

El reparto modal hace referencia a los modos de transporte que utilizan los pasajeros en sus desplazamientos. Mientras un 62% de los viajes realizados se llevan a cabo en modos públicos, un 38% lo realiza en modos privados. Existe un alto uso del transporte en colectivo, que se ve representado en un 53%. Le sigue en orden el automóvil particular, con un 22% de los viajes y a pie con un 10%¹².

TABLA 4 – Distribución modal

Modo de transporte	Cantidad de personas	
Automóvil	3.007	22%
Colectivo	7.296	53%
Subterráneo	251	2%
Tren	892	7%
Bicicleta	824	6%
A pie	1.426	10%
Total	13.696	100%

GRÁFICO 8 – Distribución modal por quintil de ingreso



¹² Se considera que alguien realiza un viaje a pie cuando hizo todo el trayecto del viaje a pie.

Con el fin de poder calcular el tiempo total de viaje, se tomaron las horas de salida y de llegada encuestadas y se calculó cuántos minutos habían transcurrido en ese lapso de tiempo. La siguiente tabla muestra cómo se calcularon los costos unitarios para cada modo de transporte.

TABLA 5 – Composición del costo de los distintos modos de transporte

Modo de transporte	Costos
Automóvil	Peaje + estacionamiento + comustible
Colectivo	Tarifa pagada
Subterráneo	Tarifa pagada
Tren	Tarifa pagada
Bicicleta	Sin costo
A pie	Sin costo

El costo del combustible fue computado por la encuesta como gasto mensual por persona. Para calcular el costo unitario del automóvil, se tomaron esos datos y se dividieron por la cantidad de viajes que hizo la persona en un mes. Por otra parte, en el año 2010 era posible comprar abonos de boletos en transporte público, ya sea como pasajes ida y vuelta, boletos mensuales u otros paquetes. Se calculó para cada tipo de boleto el costo unitario del mismo.

Un tratamiento más complejo requirió calcular las distancias recorridas para trasladarse entre los hogares y lugares de trabajo. La encuesta ENMODO no encuestó a sus entrevistados por las distancias de los trayectos, pero sí indagó sobre los partidos y localidades de origen y destino. A través de una tabla de elaboración propia que contiene las distancias entre todas las localidades y barrios del Área Metropolitana de Buenos Aires, se estimaron los kilómetros recorridos por cada viaje.

La siguiente tabla muestra el tiempo, costo y distancia promedio de los viajes segmentados por modo de transporte.

TABLA 6 – Promedios de tiempo costo y distancia por modo de transporte

Modo de transporte	Tiempo (min)	Costo (\$)	Distancia (km)
Automóvil	32	10.57	13.08
Colectivo	63	2.10	13.53
Subterráneo	39	1.31	6.93
Tren	70	1.76	20.95
Bicicleta	20	0.00	4.07
A pie	15	0.00	2.04
Total	49	3.58	12.03

Se crearon otras tres variables. La primera, una variable dummy, que toma el valor 1 si el viaje se realizó en hora pico, y 0 si transcurrió fuera de ese horario. Se consideró que un viaje transcurría en hora pico si su hora de salida era posterior a las 7 AM y su hora de llegada era anterior a las 10 AM. Un 57% de los viajes en la muestra fueron hechos en hora pico. En segundo lugar, se calculó para los modos de transporte público el tiempo total de espera que tienen los usuarios, que contabilizó un promedio de 5 minutos. Por último, se computó la distancia total que tienen que caminar las personas para llegar al modo de transporte elegido. Cabe destacar que este cálculo no fue estimado para los viajes que se realizan a pie, ya que todo el trayecto fue realizado a pie. El promedio caminado por viaje fue de 5 cuadras.

Teniendo los datos de las localidades de origen y destino de los viajes, se creó una variable dummy que indique si la persona vive en la Ciudad de Buenos Aires o en el Gran Buenos Aires, y otra que indique si la persona trabaja en alguna de las dos regiones. Esto permitirá segmentar el comportamiento de los usuarios según la región en la que habiten y trabajen. En particular, se diferenciarán los viajes que transcurren íntegramente en la Ciudad de Buenos Aires, único lugar donde funciona la red de subterráneos, y aquellos que implican un trayecto desde el Gran Buenos Aires hacia la Ciudad de Buenos Aires. La siguiente tabla muestra la distribución de viajes acorde a la división mencionada.

TABLA 7 – Distribución de viajes según lugar de origen y destino

Hogar\Trabajo	GBA	CABA	Total
GBA	7.890	3.690	11.580
CABA	655	1.461	2.116
Total	8.545	5.151	13.696

Por último, se decidió contabilizar cuántas alternativas de transporte tiene disponible cada usuario. Para ello, fue necesario establecer un criterio a través del cual se decidirá si un usuario puede acceder o no a determinado modo de transporte. La siguiente tabla resume los criterios establecidos.

TABLA 8 – Criterios elegidos para establecer la disponibilidad de un modo de transporte

Modo de transporte	Criterio elegido
Automóvil	Tener al menos un automóvil en el hogar
Colectivo	Trabajar a más de 0.3km del hogar
Subterráneo	Vivir en un barrio donde haya al menos una estación de subte
Tren	Vivir en un barrio donde haya al menos una estación de tren
Bicicleta	Tener al menos una bicicleta en el hogar y trabajar a menos de 7k del hogar
A pie	Trabajar a menos de 4km del hogar

Luego de generar una dummy para cada modo de transporte que describa la posibilidad de ese usuario de acceder o no a ese modo determinado de transporte, se contabilizó cuántas alternativas disponibles tiene esa persona. El promedio obtenido fue de 4 alternativas disponibles por usuario. La siguiente tabla detalla la cantidad de personas que pueden acceder a cada modo de transporte.

TABLA 9 – Cantidad de usuarios que tienen disponible cada modo de transporte

Modo de transporte	Usuarios
Automóvil	5.818
Colectivo	12.904
Subterráneo	1.469
Tren	9.815
Bicicleta	2.641
A pie	3.306
Total	13.005

Modelo condicional

Con el fin de poder estimar el modelo logit condicional es necesario completar la muestra con las alternativas disponibles no elegidas por los usuarios. Para ello se creó una nueva variable, alternativa elegida, que toma el valor 1 cuando se trata del modo elegido por el usuario, y 0 cuando se trata de una alternativa disponible pero no elegida por el usuario.

TABLA 10 – Ejemplo de la base construida para dos usuarios

ID Viaje	Alternativas disponibles	Modo de transporte	Modo elegido	Alternativa elegida
1224	3	Automóvil	Automóvil	1
1224	3	Colectivo	Automóvil	0
1224	3	Tren	Automóvil	0
4322	4	Colectivo	Tren	0
4322	4	Subterráneo	Tren	0
4322	4	Tren	Tren	1
4322	4	Bicicleta	Tren	0

A continuación, fue necesario estimar el tiempo y el costo para las alternativas no elegidas por los usuarios. En la siguiente tabla se detallan los criterios utilizados.

TABLA 11 – Estimación de las variables tiempo y costo para las alternativas no elegidas

Modo de transporte	Tiempo	Costo	
Automóvil	Se establecieron bandas de tiempo promedio por distancia y ubicación geográfica según los datos de las alternativas elegidas	Se establecieron bandas de costo promedio por distancia y ubicación geográfica según los datos de las alternativas elegidas	
Colectivo		\$2.10	costo promedio según la CNRT ¹³ en 2010
Subterráneo		\$1.10	
Tren		\$1.80	
Bicicleta	5 min / km	\$0 para todos los usuarios	
A pie	12 min / km		

La siguiente tabla muestra información sobre las alternativas disponibles y el uso de cada una de ellas.

¹³ Comisión Nacional de Regulación del Transporte

TABLA 12 – Muestra de estadísticos

Modo de transporte	Fracción de la muestra con el modo disponible	Fracción de la muestra que elige el modo	Tiempo promedio (min)	Costo promedio (\$)	Distancia promedio (km)
Automóvil	45%	22%	35	11.25	12.25
Colectivo	100%	53%	60	2.10	12.03
Subterráneo	11%	2%	45	1.13	7.02
Tren	77%	7%	44	1.79	12.26
Bicicleta	22%	6%	14	0.00	3.48
A pie	32%	10%	25	0.00	2.33

Modelo condicional con igual número de alternativas

En la cuarta sección del presente trabajo se analizará el impacto de una potencial expansión de la red de subterráneos en la Ciudad de Buenos Aires. Para ello, se construyó una tercera base de datos en la que todos los individuos tengan los seis modos de transporte disponibles. Para diferenciar las alternativas que los usuarios efectivamente pueden utilizar, se generó una variable dummy, *elegible*, que toma el valor 1 si la persona efectivamente puede hacer uso de ese modo de transporte y 0 si es un modo no disponible.

En resumen, las variables que utilizaremos en nuestro modelo son las siguientes.

- Variables relacionadas con los hogares (zona geográfica e ingreso del hogar, número de personas, trabajadores y niños en el hogar, cantidad de bicicletas y autos en el hogar)
- Variables relacionadas con las personas (sexo, edad, nivel de educación alcanzado, ámbito de estudios, cobertura médica, tipo de relación laboral, ámbito de trabajo, y disponibilidad de licencia de conducir)
- Variables relacionadas con el viaje (modo elegido, tiempo, costo, distancia, hora pico, tiempo de espera, distancia caminada)
- Interacción entre variables relacionadas con el hogar, los usuarios y el viaje (alternativas de viaje disponibles, origen y destino del viaje, costo y tiempo del viaje dividido los kilómetros recorridos, y costo del viaje dividido el ingreso del hogar)

3.2 Estimación del modelo

Al estudiar modelos de elección discreta, como es el caso de la demanda de transporte, la elección de un individuo se determina en base a cuál de las alternativas de movilidad disponibles maximiza su utilidad. De esta manera, el individuo elegirá el modo de transporte que le presente la mayor utilidad. Para estudiar la función de utilidad de los agentes se utilizaron, por un lado, variables específicas de las alternativas. Es decir, variables que se definen según las características de los modos de transporte, como tiempo y el costo total del viaje. Por otro lado, se tomó en cuenta variables que definen a los individuos, como el ingreso o la distancia de viaje.

A través de estas variables se puede definir la utilidad de los agentes y calcular la probabilidad de que un individuo i elija un modo q a través de la siguiente función:

$$P_{iq} = F(\sigma_{i1} + \sigma_{i2}Ingreso_q + \sigma_3Costo_{iq} + \sigma_4Tiempo_{iq} + \sigma_{i5}Distancia_q + \sigma_{i6}Edad_q + \sigma_{i7}Mujer_q + \sigma_{i8}Horario_q + \sigma_{i9}Automóviles_q)$$

Donde,

ingreso es el ingreso mensual del hogar donde vive el agente,

costo es el costo total del viaje,

tiempo es el tiempo total del viaje,

distancia es la distancia total del viaje,

automóviles es la cantidad de vehículos en el hogar,

edad es la edad del agente,

mujer es una dummy que toma el valor 1 si el agente es mujer,

horario es una dummy que toma el valor 1 si el viaje se realizó en hora pico,

σ_{ik} representa los coeficientes para las distintas variables, y

P_{iq} es la probabilidad de que el individuo i elija el modo q .

El siguiente cuadro presenta un resumen de las variables descritas anteriormente.

Cuadro I
Resumen de variables

Variable	Obs.	Media	Desv. Est.	Min	Max
<i>Ingreso</i>	39.229	4.333,407	3212,622	1.165	10.850
<i>Tiempo</i>	39.229	43,60136	35,84181	0	515,2
<i>Costo</i>	39.229	3,015049	5,276097	0	75,5
<i>Distancia</i>	39.229	10,19435	11,10630	0,6	130,6
<i>Edad</i>	39.229	40,60741	24,97098	3	99
<i>Mujer</i>	39.229	0,370466	0,482935	0	1
<i>Alternativas disponibles</i>	39.229	3,207219	0,988803	1	6
<i>Hora pico</i>	39.229	0,604910	0,488876	0	1

A continuación, se realizó una estimación del modelo logit condicional. Con el fin de solucionar un problema de identificación de los parámetros de interés, se debe tomar una de las alternativas por las que puede optar el individuo como referencia¹⁴. De esta manera, los resultados se interpretarán como la reacción del agente ante un cambio en la variable explicativa del modo de interés con respecto al de referencia. Se decidió utilizar el colectivo como modo de transporte de referencia ya que, al ser la alternativa más repetida a lo largo de nuestra muestra, y la de mayor cobertura en el AMBA, nos permite hacer un análisis más robusto.

El siguiente cuadro contiene los resultados obtenidos al correr la regresión multinomial. En la primera columna se detallan los distintos modos de transporte disponibles con las variables explicativas elegidas. En la segunda columna, se describen los coeficientes σ_{ik} estimados para cada variable, mientras que en la tercera columna se listan las razones de momios o razón de oportunidades (en inglés, odds ratio). Por otra parte, en las siguientes columnas se observan los errores estándar, los valores de los estadísticos de significatividad individual de los coeficientes, el p-valor asociado al estadístico del coeficiente, y los límites de los intervalos de confianza entre los que se encuentra el valor verdadero del parámetro estimado respectivamente.

¹⁴ GARCÍA, Pablo Marcelo. "A Microeconomic Approach to the Determinants of Travel Mode Choice".

Cuadro II
Modelo Logit Condicional

Alternativa	Coef.	Odds Ratio	Error Est.	Z	P> z 	[95% Int. de Conf.]	
MODO							
<i>Costo</i>	-0.031457	0.969033	0.005383	-5.84	0.000	-0.042007	-0.020907
<i>Tiempo</i>	-0.014607	0.985499	0.001060	-13.78	0.000	-0.016685	-0.012530
AUTO							
<i>Ingreso</i>	0.000047	1.000047	0.000011	4.25	0.000	0.000025	0.000068
<i>Distancia</i>	0.001710	1.001712	0.004464	0.38	0.702	-0.007039	0.010460
<i>Mujer</i>	-1.797092	0.165780	0.080357	-22.36	0.000	-1.954589	-1.639595
<i>Edad</i>	0.030157	1.030616	0.002542	11.86	0.000	0.025175	0.035139
<i>Horario</i>	0.635242	1.887479	0.071601	8.87	0.000	0.494907	0.775578
<i>Automóviles</i>	-0.000030	0.999970	0.000005	-5.91	0.000	-0.000040	-0.000020
<i>Cons</i>	-1.140658	0.319609	0.132707	-8.60	0.000	-1.400758	-0.880558
COLECTIVO <i>Alternativa Base</i>							
SUBTE							
<i>Ingreso</i>	0.000011	1.000011	0.000020	-1.52	0.128	-0.000053	0.000007
<i>Distancia</i>	0.024355	1.024653	0.013025	14.97	0.000	0.036717	0.044778
<i>Mujer</i>	-0.463302	0.629203	0.150053	-3.48	0.001	-0.476371	-0.132949
<i>Edad</i>	-0.001989	0.998013	0.002162	-1.18	0.237	-0.009466	0.002339
<i>Horario</i>	0.718395	2.051138	0.176549	4.07	0.000	0.183043	0.523860
<i>Automóviles</i>	0.123258	1.131176	0.105730	-5.35	0.000	-0.000040	-0.000019
<i>Cons</i>	-1.544406	0.213439	0.241645	-18.17	0.000	-2.978791	-2.398595
TREN							
<i>Ingreso</i>	-0.000023	0.999977	0.000015	-0.59	0.558	-0.000047	0.000025
<i>Distancia</i>	0.042248	1.043153	0.002822	-1.93	0.053	-0.048725	0.000355
<i>Mujer</i>	-0.304880	0.737374	0.087609	-13.20	0.000	-1.833837	-1.359513
<i>Edad</i>	-0.003563	0.996443	0.003012	3.90	0.000	0.008003	0.024147
<i>Horario</i>	0.353452	1.423974	0.086945	4.06	0.000	0.238327	0.682551
<i>Automóviles</i>	-0.000030	0.999971	0.000006	-3.98	0.000	-2.526703	-1.179371
<i>Cons</i>	-2.688693	0.679697	0.148012	-3.77	0.000	-1.160045	-0.366608
BICICLETA							
<i>Ingreso</i>	-0.000011	0.999989	0.000018	-0.59	0.558	-0.000047	0.000025
<i>Distancia</i>	-0.024185	0.976105	0.012521	-1.93	0.053	-0.048725	0.002550
<i>Mujer</i>	-1.596675	0.202569	0.121003	-13.20	0.000	-1.833837	-1.359513
<i>Edad</i>	0.016075	1.016205	0.004119	3.90	0.000	0.008003	0.241473
<i>Horario</i>	0.460439	1.584777	0.113325	4.06	0.000	0.238327	0.682551
<i>Automóviles</i>	-0.353037	0.702551	0.088607	-3.98	0.000	-0.526703	-0.179371
<i>Cons</i>	-0.763327	0.466113	0.202411	-3.77	0.000	-1.160045	-0.366608
A PIE							
<i>Ingreso</i>	0.000017	1.000017	0.000013	1.33	0.184	0.000008	0.000041
<i>Distancia</i>	-1.238824	0.289725	0.093800	-13.21	0.000	-1.422668	-1.054980
<i>Mujer</i>	-0.280503	0.755404	0.082018	-3.42	0.001	-0.422680	-0.119750
<i>Edad</i>	0.000940	1.000940	0.003083	0.30	0.761	-0.005103	0.006982
<i>Horario</i>	0.315676	1.371186	0.087165	3.62	0.000	0.144836	0.486516
<i>Automóviles</i>	-0.095771	0.908672	0.062319	-1.54	0.124	-0.217915	0.026373
<i>Cons</i>	2.453099	11.624320	0.245333	10.00	0.000	1.972256	2.933942

Número de observaciones = 38319 Número de casos = 12788

Alternativas por caso: min = 2 promedio = 3 max = 6

Wald chi2 (32) = 1638.90 Prob > chi2 = 0.0000 Log likelihood = -1879192.2

Con el fin de poder analizar el impacto que tienen las variables estudiadas sobre la elección discreta, se examinarán los coeficientes estimados en la tabla anterior. En primer lugar, se puede ver que el signo negativo y la significatividad de los coeficientes de las variables específicas de las alternativas sugieren que, ante un aumento en el tiempo o el costo de alguna alternativa, caerá la utilidad de elegir dicha alternativa. Este resultado es sumamente intuitivo, ya que, el tiempo y el costo son variables determinantes a la hora de elegir el modo de transporte.

Por otro lado, si se observan los coeficientes significativos de las variables específicas de los individuos, se puede ver que difieren entre los distintos modos. Si se miran los coeficientes del ingreso del hogar, en el caso del automóvil, frente a un aumento en el ingreso, aumentará la probabilidad de elegir el automóvil ante el colectivo. En el caso del tren, obtenemos el resultado contrario, ya que, frente a un aumento en el ingreso, caerá la probabilidad de elegir el tren a favor del uso del colectivo.

En el caso de los coeficientes de distancia, se puede observar que a medida que el trayecto de viaje se vuelve más largo, aumentará la probabilidad de elegir el modo de tren frente al ómnibus y disminuirán fuertemente las probabilidades de trasladarse a pie o en bicicleta frente al ómnibus. Estos resultados parecen estar alineados con la realidad, ya que el tren suele ser una alternativa más veloz que el ómnibus, y el ómnibus suele ser una alternativa más veloz que el traslado a pie o a bicicleta.

Por último, a través de un test de significatividad conjunta sobre nuestros estimadores se logró rechazar la hipótesis nula de irrelevancia de las variables ($\sigma_{ik} = 0$) con un nivel de significatividad del 99%.

La razón de momios, u *odds ratio*, es un cociente que permite comparar proporciones. Este indicador es generalmente utilizado para explorar de qué forma las variables afectan la elección de un resultado. Siendo el término Odd (Ω),

$$\Omega = \frac{\pi}{1 - \pi}$$

En el caso binario, con π siendo $\Pr(Y_i = 1|X)$, y $1 - \pi$ su complemento ($\Pr(Y_i = 0|X)$), el valor Ω muestra cuantas veces más probable es el suceso π que su complemento.

Para comparar proporciones se utiliza el cociente de ventajas, *odds ratio*, que se define como el cociente de *odds* de dos proporciones a comparar.

$$\theta = \frac{\Omega_1}{\Omega_2} = \frac{\pi_1/(1 - \pi_1)}{\pi_2/(1 - \pi_2)}$$

Una propiedad útil de los *Odds Ratio* es que, cuando las proporciones son chicas, tienden a los Riesgos Relativos que son fácilmente interpretables.

$$\lim_{\pi_1 \rightarrow 0} \theta = \lim_{\pi_1 \rightarrow 0} \frac{\Omega_1}{\Omega_2} = \lim_{\pi_1 \rightarrow 0} \frac{\pi_1/(1 - \pi_1)}{\pi_2/(1 - \pi_2)} \approx \frac{\pi_1}{\pi_2}$$

Siendo $RR = \frac{\pi_1}{\pi_2}$. El Riesgo Relativo (o RRR, *relative risk ratio*, por sus siglas en inglés), es un cociente de proporciones cuyo valor indica cuánto aumentan o decrecen los *odds* de una alternativa 1 versus los de la alternativa 2.

Para simplificar su interpretación, se tomará en principio el caso binario, que también será de utilidad para el caso de la especificación condicional del modelo.

$$\ln \Omega(X) = \ln \frac{\Pr(Y_i = 1|X)}{\Pr(Y_i = 0|X)} = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3$$

Transformando el logaritmo de los *odds*, considerando un incremento de δ para el valor x_3 y finalmente tomando el ratio de los *odds*:

$$\frac{\Omega(X, x_3 + \delta)}{\Omega(X, x_3)} = \frac{e^{\beta_0} e^{\beta_1 x_1} e^{\beta_2 x_2} e^{\beta_3 x_3} e^{\beta_3 x_3} e^{\beta_3 \delta}}{e^{\beta_0} e^{\beta_1 x_1} e^{\beta_2 x_2} e^{\beta_3 x_3} e^{\beta_3 x_3}} = e^{\beta_3 \delta}$$

Por lo que, un incremento de δ en x_k , cambia las *odds* por un factor de $e^{\beta_k \delta}$, manteniendo las demás variables constantes. Cuando $e^{\beta_k \delta} > 1$, se puede decir que las *odds* son “ $e^{\beta_k \delta}$ veces mayor”.

Una limitación relevante en la interpretación de los *odds ratio* es que un cambio en un factor constante en los *odds* no implica un cambio constante en la probabilidad, y la probabilidad es una métrica más relevante para la interpretación que los *odds*. Por ejemplo, si los *odds* son 1/50, la probabilidad es 0.020 ($p = \Omega/(1 + \Omega)$). Si los *odds* se duplican (2/50), la probabilidad incrementa en 0.038 para un cambio de 0.019. Este cambio puede ser trivial o puede ser importante, como en el caso de identificar un factor de riesgo que hace dos veces más probable que un sujeto contraiga una enfermedad terminal. Por otro lado, si los *odds* son 1/1 y se duplican 2/1, la probabilidad incrementa en 0.500 a 0.667 para un cambio de 0.167. Los *odds ratio* son los mismos pero el cambio en probabilidad es mayor.

En general, los coeficientes para el modelo Logit Multinomial no son sencillos de interpretar dado a que su forma no lineal. Medidas como *Odd Ratios* se encuentran íntimamente relacionadas con la interpretación de los parámetros de la regresión.

El MNL puede ser pensado como un modelo de “*log Odds*”, donde el log del ratio de dos probabilidades es una función de las variables independientes:

$$\ln \frac{\Pr(Y_i = j|X)}{\Pr(Y_i = j'|X)} = X(\tilde{\beta}_j - \tilde{\beta}_{j'})$$

Si fijamos los coeficientes de una alternativa iguales a 0, como se hace con la alternativa base

$$\ln \frac{\Pr(Y_i = j|X)}{\Pr(Y_i = j'|X)} = X\tilde{\beta}_j$$

Por ende, adaptándolo al caso anterior tenemos:

$$\frac{\Omega_{m|n}(X, x_k + \delta)}{\Omega_{m|n}(X, x_k)} = e^{\tilde{\beta}_{k,m|n}\delta}$$

Por lo tanto:

- Para ver el cambio de una unidad en X_k , los *odds* de observar la categoría j (vs la “baseline”) cambiarían en $e^{\tilde{\beta}_j}$.
- Para un cambio en un valor δ en X_k , los *odds* relativos del *outcome* j a la “baseline” sería un cambio en $e^{\tilde{\beta}_j\delta}$.

En cuanto al modelo condicional, el log de ratio de dos probabilidades sigue la forma

$$\ln \frac{\Pr(\widehat{Y}_i = 1|X)}{\Pr(\widehat{Y}_i = 0|X)} = X\widehat{\beta}_j$$

Lo que implica que los *odds ratio* asociados a cada cambio unitario en X_k es:

$$\widehat{\theta}_{\Delta X_k=1} = e^{\widehat{\beta}_k}$$

Y su interpretación es semejante a la del logit multinomial con $\delta = 1$.

Volviendo a los resultados obtenidos, pueden observarse las siguientes conclusiones. En cuanto a las variables referidas al ingreso, solo resultó significativa para la elección del automóvil. Esto parecería intuitivo dado que los usuarios de subte, tren, bicicleta y pie suelen ser heterogéneos en cuanto a niveles de ingreso. Respecto al auto, un incremento en el ingreso resulta en un aumento de las *odds* de optar por ese modo versus el colectivo. Es importante destacar que los *odds ratio*, como se mencionó previamente, muestran los cambios en los *odds* de un incremento unitario de la variable. De esta manera, sería más ilustrativo definir un factor de escala y ver un cambio porcentual producido por una variación de, digamos, \$1000 a precios del 2010 que una de \$1. Haciendo este ejercicio se puede concluir que un aumento de \$1000 generaría un incremento del 4,8% en los *odds* de elegir auto,

$$\hat{\theta}(x + 1000, x) = e^{1000\widehat{\beta}_k} = e^{1000*0.000047} = 1.048$$

Por otro lado, respecto a las variables de distancia, parecen no afectar el proceso de elección de los usuarios del automóvil, del tren y de la bicicleta. Por otro lado, resulta particularmente significativa en el subte y a pie. Esto resulta intuitivo dado a que el subte aparece como un sustituto del colectivo para los usuarios de ese medio cuando las distancias son mayores. Por otro lado, los individuos que van a pie parecen optar por el colectivo a medida que aumenta la distancia. De esta forma, un aumento de 1 km de distancia aumenta los *odds* de elegir subte por sobre el colectivo en un 2,5%, mientras que un aumento de 1 km de distancia reduce los *odds* de optar por ir a pie en un 71%.

La variable dummy referida al sexo de la persona parece significativa para todos los medios de transporte. En el caso del auto, ser mujer reduce las *odds* de elegir el auto en un 83,5% respecto al colectivo. Esto parecería razonable teniendo en cuenta resultados de estudios similares. Para Salta, en Sánchez (2010), por ejemplo, ser mujer aumenta la probabilidad de optar por el colectivo en un 40% por sobre el auto, mientras que para el estudio de Reta (2005) para Gran Mendoza la probabilidad aumenta en un 70%. En cuanto a los demás modos, al igual que para el auto, ser mujer reduce los *odds* de optar por esos modos frente al colectivo.

En cuanto a la variable edad, esta parece incidir solo en la elección de los modos auto, tren y bicicleta. Para los casos de auto y bicicleta, un incremento de un año de edad aumenta las *odds* de optar por esos medios de transporte frente al colectivo en un 3% y 1,6% respectivamente. Contrariamente, para el caso de tren, un incremento de un año de edad disminuye las *odds* de optar por esos medios de transporte frente al colectivo en un 0,01%.

Respecto a la variable referida al viaje en hora pico, esta resulta significativa para todos los modos de transporte y, en todos los casos viajar en hora pico aumenta los *odds* de elegir cualquier medio de transporte respecto al colectivo. Esta variable de restricción temporal es particularmente significativa para el auto. De esta forma podría interpretarse como un signo de preferencia por la comodidad de aquellos que optan por el automóvil. En cuanto al tren y el subte, el menor tiempo de viaje que implican estos medios respecto al colectivo puede explicar el mayor valor que se le otorga al tiempo durante las horas pico. Respecto a los medios no motorizados, el hecho de que opten por esos medios en hora pico es intuitivo dado que para distancias cortas el trayecto es más rápido que en colectivo.

Para el caso de esta última variable, vemos que un aumento en el confort del transporte público puede resultar relevante a la hora de escoger este medio por sobre el automóvil, por lo que una política pública dirigida a una mejora en las condiciones del transporte público podría contribuir a reducir la cantidad de usuarios de auto.

Por otro lado, para las variables específicas de las alternativas, costo y tiempo, los *odds ratio* son los efectos multiplicativos de un cambio unitario en una variable independiente dada en los *odds* de un modo de transporte dado. Por lo tanto, estas indican que, ante un aumento en el tiempo de viaje de un minuto para un modo de transporte dado, los *odds* de usar ese modo de transporte se reducen por un factor de 0.98 (2%), manteniendo todos los valores de las demás alternativas constantes. En el caso del costo, \$1 adicional en el costo total, reduce los *odds* de optar por ese modo en un 3%.

Test de Independencia de Alternativas Irrelevantes

Como se mencionó previamente, el supuesto de independencia de alternativas irrelevantes se desprende de la independencia de los errores y, por ende, está presente en todas las variantes de los modelos basados en la distribución logística y, a su vez, tiene gran incidencia en los resultados. Para evaluar la validez de este supuesto y la correcta especificación del modelo suele realizarse el test de Hausman y McFadden (HM) (1984) o el de Small y Hsiao (SH) (1985).

A raíz de la IIA, la estimación de estos modelos puede interpretarse como la estimación simultánea de modelos de logit binarios para todos los pares de alternativas posibles. HM y SH pertenecen al conjunto de tests que particionan los conjuntos de elección y que parten de un resultado de Begg y Gray (1984) quienes demuestran que se pueden calcular estimadores consistentes pero ineficientes realizando la estimación de logits

binarios, no simultáneos. En particular, estos tests comparan los resultados de la estimación del modelo que incluye todas las alternativas con los resultados de una estimación restringida a un subconjunto de alternativas¹⁵.

J. Scott y Jeremy Freese (2014) no recomiendan su uso y sugieren precaución en caso de emplearlos como medio de evaluación. En particular, cuestionan la amplia cantidad de veces que los modelos y sus diversas variantes a partir de las diversas versiones restringidas posibles reportan resultados contradictorios. Precisamente, ese fue el caso en el presente trabajo. Mientras que la mayoría de los test SH no rechazaron la hipótesis probabilidades independientes de otras alternativas, los HM sí lo hicieron.

No sorprende demasiado si se revisa el trabajo realizado por Cheng y Long (2007) que, bajo la impresión de que estos tests no presentaban una herramienta confiable para la evaluación, llevan a cabo una serie de simulaciones de Monte Carlo para ponerlos a prueba. La evaluación de estos tests estadísticos involucra el cálculo de sus size properties donde se comparan el nivel de significatividad nominal del test (.05, .10) con el nivel de significatividad empírica en una estructura de datos que no viola el supuesto bajo evaluación. El nivel de significatividad empírica es definido como la proporción de las veces que la hipótesis nula (válida) es rechazada tras un gran número de repeticiones.

Los resultados sugieren que las propiedades de los tests dependen fuertemente de la estructura de los datos y de la elección de la variable a excluir en la versión restringida. En particular, HM presenta distorsiones sustanciales en el size power ya que no convergen las proporciones incluso con muestras grandes. El SH tiene size properties más razonables pero la velocidad de convergencia está fuertemente afectada por el nivel de colinealidad de los datos y, a su vez, tiene severas distorsiones cuando hay variables independientes binarias, incluso con tamaños de muestra grandes.

Finalmente, a partir de las simulaciones y el análisis de estructuras de datos, los autores concluyen que los tests que evalúan este supuesto basándose en estimaciones de conjuntos de elección restringidos no son satisfactorios. Con esto en mente, continuamos con el trabajo.

¹⁵ Small y Hsiao: La muestra es aleatoriamente dividida en dos subgrupos A y B de igual tamaño. El modelo sin restricciones es estimado con las dos muestra y luego se realiza una estimación de un modelo restringido con el subgrupo B. $SH = -2[L_r(\hat{\beta}_{AB}^f) - L_r(\hat{\beta}_B^f)]$ donde $\hat{\beta}_{AB}^f = \frac{1}{\sqrt{2}}\hat{\beta}_A^f + \left[1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right]\hat{\beta}_B^f$. SH es asintóticamente distribuido chi-cuadrado con grados de libertad igual al número de parámetros en el conjunto de elección restringido.

Hausman y McFadden: $HM = (\hat{\beta}^r - \hat{\beta}^f)'[\widehat{Var}(\hat{\beta}^r) - \widehat{Var}(\hat{\beta}^f)]^{-1}(\hat{\beta}^r - \hat{\beta}^f)$ Si se cumple IIA, HM es asintóticamente distribuida chi-cuadrado con df (grados de libertad) igual a las filas en $\hat{\beta}^f$.

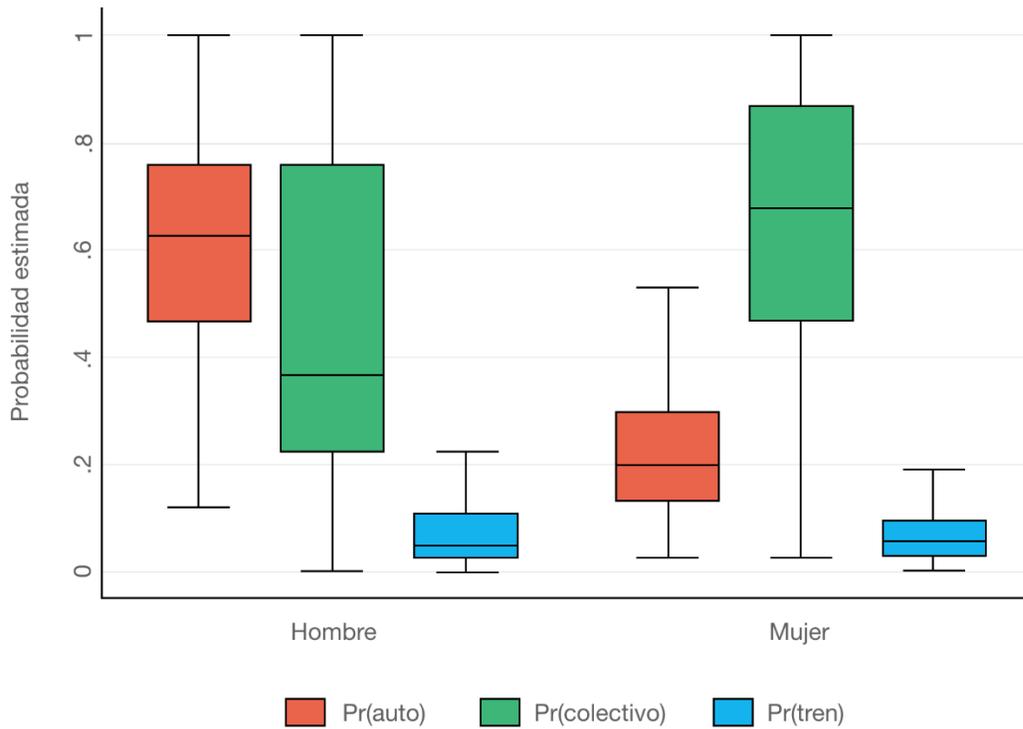
Probabilidades y elasticidades

Diferentes individuos, aunque enfrenten un mismo conjunto de alternativas, van a tener diferentes valores de utilidad sistemática para cada alternativa porque, tanto las características de las personas como las características de las alternativas, varían entre individuos. Las diferentes utilidades implican distintas probabilidades de elección y, dado que las derivadas y elasticidades dependen de la probabilidad, se estima una reacción diferenciada ante cambios en los factores que componen la utilidad.

Los modelos de elección discreta operan a nivel individual y derivan expresiones para la probabilidad de elección y la elasticidad estimada de cada individuo dadas las características. Una vez que los parámetros de un modelo de comportamiento de demanda de viaje fueron calibrados, este modelo puede ser utilizado para predecir directamente el comportamiento de un individuo seleccionado de forma aleatoria de la población.

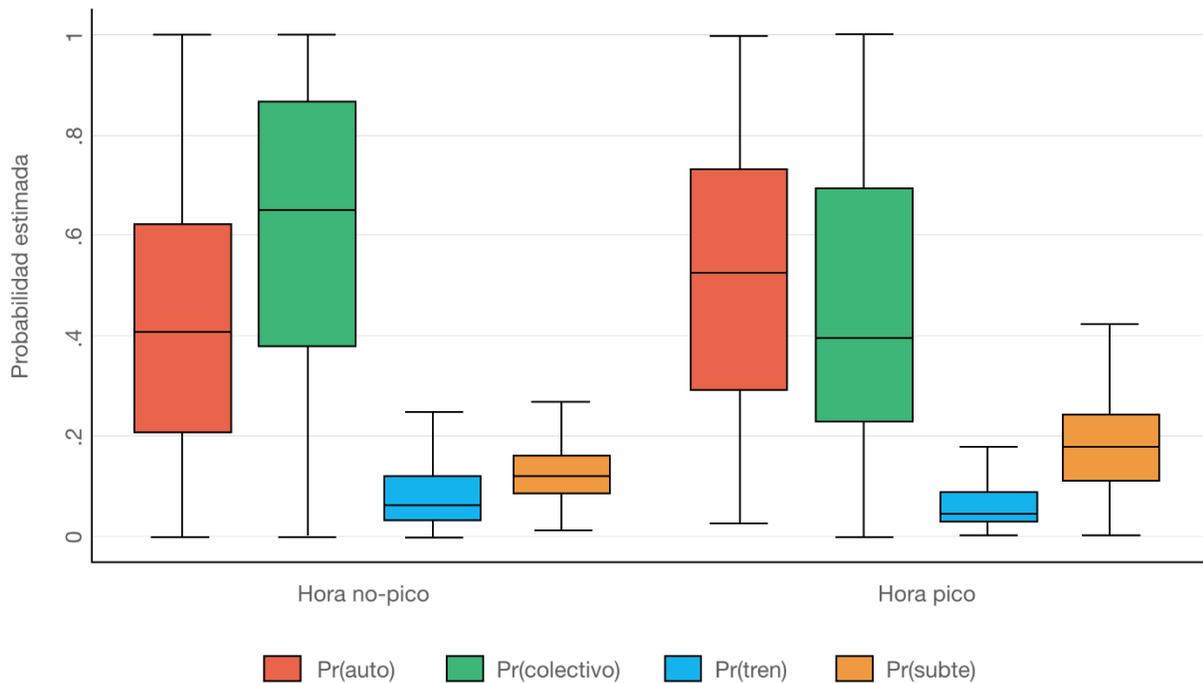
Nos detenemos en esta primera estimación de probabilidades individuales de elección una vez que el modelo fue calibrado y es aplicado sobre un conjunto de individuos con diferentes características tanto socioeconómicas como puntuales de su viaje a realizar. A continuación, se construirá, a partir de las probabilidades estimadas individuales, una representación gráfica donde se puede ver aislado el impacto de determinadas variables independientes sobre las probabilidades de ocurrencia manteniendo el resto de las variables constantes. Se aplicó el modelo calibrado tanto en la muestra utilizada para su estimación como en una población generada con distribuciones aleatorias para los valores de las variables independientes con resultados prácticamente equivalentes en cuanto a las tendencias generadas por los cambios en los valores de las co-variables.

GRÁFICO 9 – Probabilidad estimada según el género del usuario



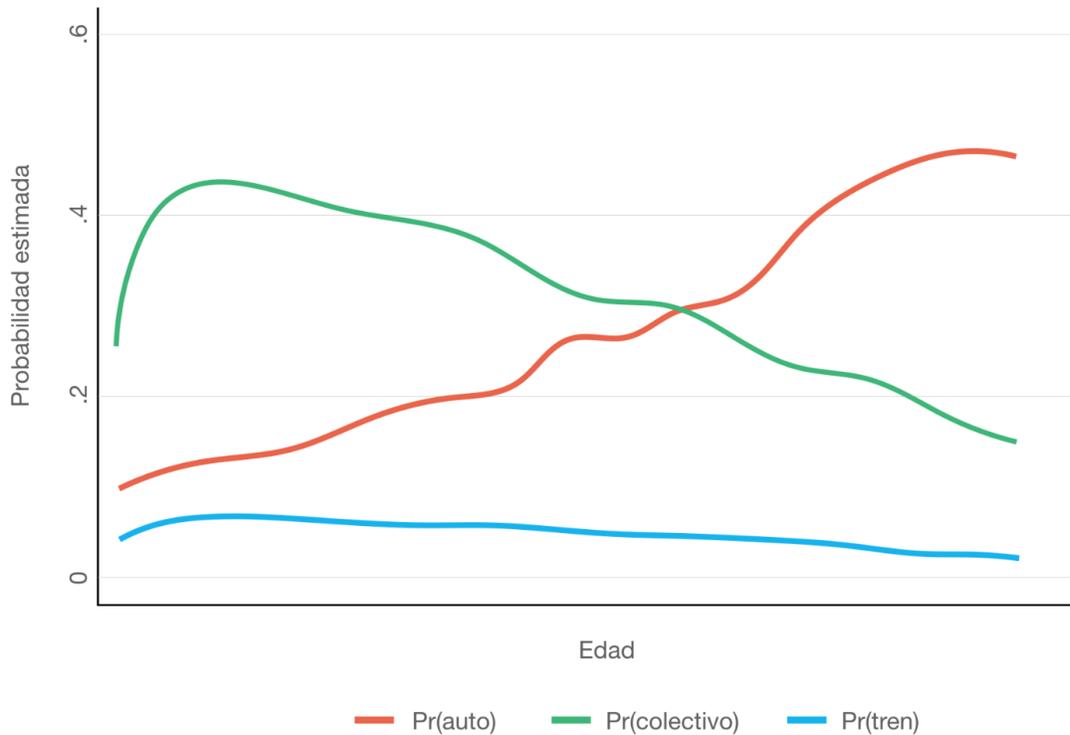
En este caso se puede observar lo anticipado por los resultados de los coeficientes que estiman el efecto relativo de un cambio discreto en la variable de género sobre la probabilidad de ocurrencia de cada uno de los eventos. Desagregando las probabilidades estimadas que provee el modelo calibrado entre hombres y mujeres manteniendo el resto de las variables constantes, este predice un cambio muy significativo en la probabilidad de viajar en auto dado que el individuo es hombre o mujer. El segundo resultado a destacar es el incremento en la probabilidad estimada de viajar en colectivo si el individuo es mujer. Aunque existe mayor dispersión para este caso, hay un salto marcado en las medianas de las distribuciones dado el género, en parte explicado por la asimetría en la distribución de la probabilidad de auto dentro de los hombres donde la cercanía de la mediana al valor mínimo, indica una gran concentración en los niveles más bajos de probabilidad.

GRÁFICO 10 – Probabilidad estimada según el horario del viaje



Se repite el análisis para otra de las co-variables del modelo; esta vez, el horario en que se realiza el viaje. En particular, se realiza una distinción entre la hora pico, definida como la franja horaria de 7 a 10 AM, y hora no-pico, su complemento. A primera vista, la representación de probabilidades individuales de cada evento distinguiendo por franja horaria presenta distribuciones relativamente simétricas comparadas al caso anterior. En cuanto a la posición de esta distribución, se destacan la estimación de una probabilidad menor de viajar en colectivo si el viaje se realiza en momentos de mayor tránsito y congestión. Contrariamente, la probabilidad de viajar en auto aumenta en la hora pico lo que sugiere preferencia por mayor comodidad en viajes previsiblemente más largos, dada la distancia. Por último, la alternativa del subte presenta mayor probabilidad de ocurrencia en horas de mayor congestión. De modo contrario al caso del auto, este resultado parecería sugerir preferencia de una fracción de la población por menor tiempo de viaje dada la distancia.

GRÁFICO 11 – Probabilidad estimada según la edad del usuario



Por último, se observa cómo varían las probabilidades estimadas con la edad de los usuarios. Las tendencias resultan claras e indican una probabilidad ascendente para el modo auto en la medida en la que aumenta la edad, pero este incremento se desacelera a medida que se acerca la vejez. En cuanto al colectivo, tal como sucede con la mayoría de las co-variables, reacciona mucho su probabilidad de elección ante cambios en la edad, aunque este caso la relación es negativa. Por último, se observa que el tren responde menos a esta característica, aunque la tendencia también es clara.

Para ir más allá de la predicción del comportamiento de un individuo en particular a la estimación de patrones de comportamiento de la población de interés para un *planner*, es necesario considerar el proceso de agregación. Train (1986) advierte contra un método erróneo y, llamativamente, no inusual para calcular las probabilidades y respuestas promedio por medio del cálculo de elasticidades y probabilidades de elección para el agente promedio. Esto conduce a serios problemas de agregación dada la no linealidad de la función de probabilidad y elasticidad que implica un valor promedio de la función

sobre un conjunto de datos, diferente al valor de la función evaluada en el promedio del conjunto. En vez, el autor propone el método de enumeración muestral que provee un estimador consistente de la cantidad de individuos que eligen determinada alternativa o simplemente la probabilidad promedio que, a su vez, es la participación estimada de los individuos que eligen esa alternativa.

Una población urbana consiste de un gran número de individuos que difieren en sus características socioeconómicas y el conjunto de alternativas que enfrentan. Para un subgrupo con un vector común de características socioeconómicas y conjunto de vectores de atributos, el modelo calibrado provee probabilidades numéricas P_{in} de que un individuo elegido aleatoriamente de este subconjunto elija la alternativa $j = 1, \dots, J_i$. La distribución esperada del subgrupo entre las alternativas está dada por estas probabilidades. La demanda poblacional esperada para la alternativa j es $D_j = \sum_{i=1}^I N_i P_j^i$ con $i = 1, \dots, I$ indexando por subgrupo que está caracterizado por sus características socioeconómicas y alternativas disponibles, y con N_i siendo el tamaño del subgrupo i .

De forma análoga, contamos con una observación de x^{ji} y s^i por cada individuo encuestado por lo que la probabilidad promedio de la muestra, ponderada por las dimensiones de la población, provee una buena estimación de la demanda agregada.

$$D_j = \sum_{i=1}^I P_j^i \theta_i$$

Donde $i = 1, \dots, I$ indexa a los individuos de la muestra, θ_i es la inversa de la probabilidad de que un individuo proveniente de ese estrato sea encuestado (aproximado por el factor de expansión de la muestra) y P_j^i es la probabilidad numérica calculada a partir de las x^{ji} y s^i observadas.

Cuadro III
Probabilidades

Alternativa	Auto	Colectivo	Subte	Tren	Bicicleta	A Pie	Total
<i>Probabilidad</i>	0.217000	0.535258	0.032935	0.057865	0.052682	0.106892	1

En el cuadro se presentan las probabilidades estimadas que resultan del proceso de agregación previamente desarrollado. Resulta más claro interpretar estos resultados como la participación de los usuarios que utilizan cada uno de los medios representando así la distribución intermodal estimada del tráfico. En línea con lo esperado, la alternativa ómnibus atrae la mayor cantidad de usuarios seguida por el automóvil particular y luego por el tren. Cabe señalar que la probabilidad promedio de viajar en auto, dado que es una alternativa disponible para el individuo, es relativamente alta pero el proceso de agregación implica una contribución menor en la probabilidad total puesto que solo una fracción de la población tiene una probabilidad de viajar en auto positiva (por disponibilidad). Como se verá en la agregación de elasticidades, la contribución de diferentes segmentos de la población, independientemente de cómo estén definidos, dependerá tanto del valor de las medidas individuales como del tamaño del subgrupo.

Se pueden utilizar estas estimaciones de la demanda agregada para analizar posibles efectos de las políticas de transporte. Algunos casos pueden analizarse considerando un cambio porcentual en una de las variables explicativas. Dado que estos cambios son incrementales, su impacto puede resumirse en las elasticidades de la demanda de mercado de las alternativas con respecto a cada variable afectada. Como se verá, estas elasticidades de la demanda de mercado surgen de un promedio ponderado de las elasticidades evaluadas en los valores de las variables explicativas para cada subgrupo homogéneo, en nuestro caso, aproximado por los factores de expansión. Si consideramos a los individuos de tipo “ i ” con características s^i que enfrentan alternativas indexadas por $1, \dots, J_i$ con atributos x^{ji} , la probabilidad de que un individuo de este tipo elija la alternativa j es:

$$P_j^i = \frac{e^{\beta' z^{ji}}}{\sum_{i=1}^{J_i} e^{\beta' z^{ji}}}$$

Donde $z^{ji} = Z(x^{ji}, s^i)$ es un K -vector de funciones de las observaciones y β el vector de parámetros. Con N_i individuos en la población de tipo i , la demanda esperada por la alternativa j de este grupo es $N_i P_j^i$. El cambio porcentual en esta demanda causado por un cambio unitario en el valor del componente k del vector de variables independientes para la alternativa j y del valor del componente k en el vector de variables independientes por una alternativa $l \neq j$ viene dado por las elasticidades:

$$\begin{aligned}
\text{Directa: } E_j^i(j, k) &\equiv \frac{z_k^{ji}}{N_i P_j^i} \frac{\partial(N_i P_j^i)}{\partial z_k^{ji}} = \beta_k z_k^{ji} (1 - P_j^i) \\
\text{Cruzada: } E_j^i(l, k) &\equiv \frac{z_k^{li}}{N_i P_j^i} \frac{\partial(N_i P_j^i)}{\partial z_k^{li}} = \beta_k z_k^{li} P_l^i
\end{aligned}$$

Siguiendo a McFadden y Domencich (1975), se comparan las elasticidades individuales con la elasticidad de la demanda de mercado de la población. La demanda por la alternativa j es:

$$D_j = \sum_i N_i P_j^i$$

Donde i indexa a los tipos que tienen la alternativa j disponible. Si \bar{z}_k^{li} denota el valor inicial de la variable z_k^{li} . Un cambio uniforme en esta variable para cada tipo i puede ser definido como $z_k^{li} = t \bar{z}_k^{li}$ con t siendo un escalar. Entonces, la elasticidad de la demanda de mercado con respecto a un cambio porcentual uniforme es definido como la elasticidad con respecto a t, evaluado en t=1. De esta definición se obtiene que la elasticidad de la demanda de mercado por la alternativa j con respecto a un cambio porcentual uniforme del uno por ciento en una de sus propias variables es:

$$\begin{aligned}
E_j(j, k) &\equiv \frac{t}{D_j} \frac{\partial D_j}{\partial t} \Big|_{t=1} = \left[\frac{t}{\sum_i N_i P_j^i} \sum_i \frac{\partial(N_i P_j^i)}{\partial(z_k^{li} t)} \frac{\partial(\bar{z}_k^{li} t)}{\partial t} \right] \Big|_{t=1} \\
&= \sum_i w_i \frac{\partial(N_i P_j^i)}{\partial(\bar{z}_k^{li} t)} \Big|_{t=1} \frac{\bar{z}_k^{li}}{N_i P_j^i} = \sum_i w_i E_j^i(j, k)
\end{aligned}$$

Donde $w_i = \frac{N_i P_j^i}{\sum_i N_i P_j^i}$ es la ponderación que provee la proporción de la demanda total por la alternativa j originada por individuos del tipo i. A continuación, se presentan los resultados de este cálculo construido con los datos de la muestra y los resultados de la estimación.

Cuadro IV
Elasticidades agregadas

Alternativa	Auto	Colectivo	Subte	Tren	Bicicleta	A Pie
<i>Costo</i>	-0.08245	-0.02932	-0.00526	-0.03837	0.00000	0.00000
<i>Tiempo</i>	-0.11333	-0.37831	-0.09545	-0.40597	-0.03132	-0.08839

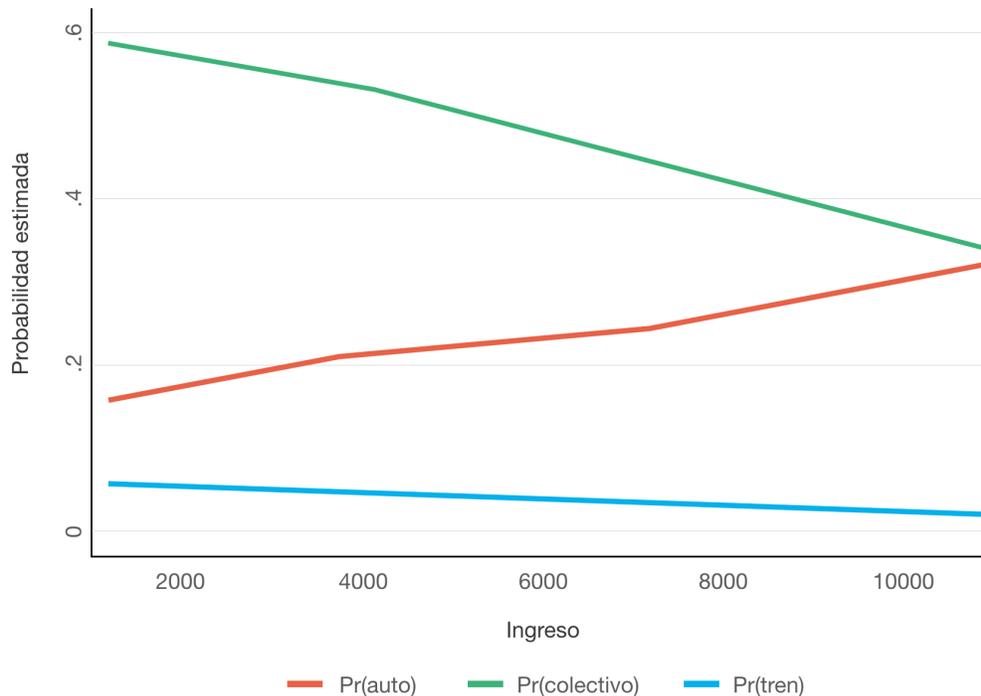
Si bien las elasticidades de la demanda de auto y tren contra el tiempo no resultan significativas, los valores para el colectivo y el subte indican que las demandas de mercado de estos modos son sensibles a políticas que puedan reducir el tiempo de viaje. En particular, la reacción de la demanda por el colectivo es mayor. Esto debería asociarse a lo mencionado previamente de la mayor participación relativa al resto de las alternativas de las elasticidades derivadas de la demanda por colectivo que existe para un porcentaje muy alto de la muestra al igual que de la población. Llama la atención la no significatividad generalizada de la elasticidad del costo, esa sugiere que esta variable no juega un rol muy significativo en la elección de los individuos. De todos modos, es propicio mencionar el contexto del que surgen los datos con tarifas del transporte público altamente reguladas que no proveen demasiada información acerca del costo real de las alternativas ni del costo relativo entre ellas. Dado esto, se entiende una mayor reacción de la demanda del auto ante cambios en el costo ya que el costo sí es el real.

Los cambios en las políticas afectan de modo diferenciado a cada segmento de la población y su impacto no va a estar determinado simplemente con la consideración las elasticidades de las demandas de mercado. Es necesario detenerse en las variaciones de los componentes relevantes de x^{ji} para cada tipo de individuo y cualquier modelo que busque pronosticar el impacto de políticas particulares en los comportamientos deberá tenerlo en cuenta. Naturalmente es un proceso costoso, pero en la siguiente sección, se buscará aproximar esta mayor precisión considerando las medidas distinguiendo por percentiles de la población, lo que proveerá información más valiosa para el análisis.

Resultados por quintil de ingreso

Dado que el comportamiento de los distintos estratos del AMBA en la elección del modo de transporte difiere según el nivel de ingreso, se buscó darle mayor atomicidad al análisis. Para hacerlo, se realizó una segmentación según percentil de ingreso agrupando a los percentiles más bajos y a los más altos. El *gráfico 12* muestra las tendencias en probabilidad de la elección de un modo para distintos niveles de ingreso. Como se puede ver, la correlación positiva de la probabilidad de la elección del auto y el ingreso implica que esta aumenta a medida que incrementa el ingreso del individuo. La tendencia es inversa para la probabilidad de la elección del colectivo, sugiriendo que, para ingresos mayores, la probabilidad de elegir ese modo disminuye. Un resultado interesante surge del gap que se da entre la probabilidad de elección del colectivo vs los otros modos para los ingresos más bajos. Esto se puede cuantificar en el *cuadro V*, donde se ve que la probabilidad de elegir colectivo por sobre el auto para ingresos menores es 3.6 veces mayor y por sobre el tren casi 10 veces mayor. Dado que el colectivo tiene mayor capilaridad y es en general menos costoso, su elección termina siendo más eficiente desde el punto de vista económico y del tiempo para los individuos de ingresos más bajos. La probabilidad de la elección del tren se mantiene baja y relativamente estable entre ingresos, sugiriendo heterogeneidad entre los usuarios del modo.

GRÁFICO 12 – Probabilidad estimada según el ingreso de los usuarios



Cuadro V
Probabilidades y elasticidades agregadas

Alternativa	Auto	Colectivo	Subte	Tren	Bicicleta	A Pie
Percentil 1 y 2						
<i>Probabilidad</i>	0.166447	0.581608	0.011318	0.063744	0.066645	0.110438
<i>Costo</i>	-0.138323	-0.050740	-0.004581	-0.073352	0.000000	0.000000
<i>Tiempo</i>	-0.058299	-0.192806	-0.022560	-0.258661	-0.018714	-0.047536
Percentil 4 y 5						
<i>Probabilidad</i>	0.262851	0.488365	0.052422	0.048417	0.038483	0.109463
<i>Costo</i>	-0.047116	-0.017933	-0.004719	-0.021488	0.000000	0.000000
<i>Tiempo</i>	-0.117184	-0.405642	-0.149058	-0.363533	-0.030972	-0.094979

Con el fin de complementar el análisis previo, el *cuadro V* muestra las variaciones de probabilidad entre modos de transporte para los diferentes percentiles y la sensibilidad de estos mismos ante variaciones de las variables *costo* y *tiempo*. En línea con el *gráfico 12*, se puede visualizar una mayor probabilidad de elegir auto para el estrato más rico del AMBA (0.26 vs 0.17) y que la probabilidad de elección del colectivo es 10 puntos porcentuales mayor para los percentiles más bajos. En cuanto al subte, la probabilidad de elección de este modo es relativamente baja comparado a los demás modos y mayor para los individuos con ingresos más altos. La baja probabilidad de elección de subte puede estar explicada por el hecho de que solo está disponible para los residentes de CABA. El segundo punto puede deberse a que este modo está ubicado, en general, en las zonas más prósperas (dado a que sigue un esquema radial donde las líneas principales confluyen en el microcentro de la ciudad). De este modo, ya que los individuos de menores ingresos son propensos a trabajar en las periferias, suelen optar por el colectivo que ofrece más capilaridad. En cuanto al tren, la probabilidad de elección de este modo es levemente mayor para los individuos de menores ingresos. Por otro lado, los medios no motorizados (bicicleta y a pie) presentan probabilidades similares para los distintos niveles de ingreso, implicando que su elección, probablemente, está más influenciada por la distancia que por las variables relacionadas al costo y tiempo.

Respecto a las elasticidades, se puede ver que los percentiles más bajos presentan mayor sensibilidad a cambios en los costos de todos los medios de transporte con excepción del subte. No obstante, los bajos valores de la elasticidad referidos al costo implican que esta variable no juega un rol significativo en la elección de los usuarios. Por ende, una

política dirigida a aumentar los mismos puede (1) no ser del todo eficiente en reducir o aumentar los usuarios de un modo por la baja sensibilidad de estos a cambios en el costo; o (2) en el corto plazo, los primeros en reaccionar a la política de costo aplicada a cualquier medio de transporte, serían los individuos con ingresos más bajos.

En cuanto a las elasticidades referidas a la variable tiempo, se puede ver que en todos los casos los individuos con los ingresos más altos son más sensibles a cambios en la misma. Esto puede estar asociado a que el valor que le asignan estos individuos al tiempo es mayor que los de ingresos más bajos (dado a que están dispuestos a resignar más ingreso por una mejora en el tiempo de viaje). Por otro lado, los individuos con ingresos más altos tienen una mayor sensibilidad a los cambios en el tiempo de viaje para los modos del colectivo y el tren en comparación al auto. Esto puede deberse a que la elección del automóvil parecería estar más influenciada por la comodidad para estos individuos dado que la sensibilidad al tiempo es menor para este modo que para los medios de transporte públicos.

Consideraciones teóricas

La teoría de la utilidad aleatoria permite modelar la toma de decisiones cuando la variable dependiente es categórica y permite derivar una serie de funciones de elección discreta diferentes compatibles con el individuo maximizador de utilidad. Train y McFadden (1978) parten del problema del consumidor que toma su decisión entre consumo y ocio para derivar diferentes especificaciones de la parte determinística de la función de utilidad en el problema de elección modal. Demuestran que el marco provee una justificación para la inclusión del salario y el costo en la utilidad del individuo (en la teoría del consumidor neoclásica ambos ingresan en el proceso de maximización mediante la restricción) y que diferentes supuestos sobre el mapa de indiferencia de los individuos entre ocio y consumo determinan la forma en que ingresan estas variables en la utilidad.

En particular, plantean la solución del problema en dos etapas. Primero, el individuo elige la cantidad de horas trabajadas (W) y este óptimo determina una función de utilidad cuyo valor dependerá del tiempo y el costo de la alternativa elegida para desplazarse al lugar de trabajo. Esta decisión corresponde a la segunda etapa del problema que es una optimización discreta donde se comparan las utilidades derivadas de diferentes modos de viaje en el conjunto de alternativas disponibles.

Primera etapa:
$$\begin{aligned} \text{Max } U(G, L) \quad \text{s.a} \quad & G + c_j = wW + I \\ & W + L + t_j = T \end{aligned}$$

Segunda etapa:
$$\text{Máx } U_j = U\{W^*(c_j, t_j)\} > U_i \quad \forall j = 1, \dots, M; j \neq i$$

Si se llama Y_j al valor esperado de $U\{W^*(c_j, t_j)\}$, esta es una función de c_j y t_j que asume valores Y_j , $j = 1, \dots, M$ (M alternativas) y es la parte sistemática de la utilidad en el problema de elección modal. La fuente de aleatoriedad que evita que se trate de un modelo determinístico surge del término de error en U_j que se incorpora como la diferencia entre los componentes no observados del costo y el tiempo y los *proxies* que incorpora el investigador para estas variables no observadas y, por ende, omitidas.

A modo de ejemplo, los autores postulan tres posibles funciones de utilidad. Si la utilidad toma la forma de $U = \alpha_1 \ln(G) + \alpha_2 L$ se está asumiendo que todo ingreso adicional es absorbido por el ocio ya que la derivada de la cantidad óptima de consumo contra el ingreso es cero. Siguiendo los pasos detallados previamente resulta $Y = \alpha_1 \ln\left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2} w\right) + \alpha_2 T - \alpha_1 + \alpha_2 \frac{V}{w} - \alpha_2 \left(\frac{c}{w} + t\right)$. Cuando se compara Y_j vs Y_i los términos relevantes que permanecen son $Y = -\alpha_2 \left(\frac{c}{w} + t\right)$. En este escenario y bajo estos supuestos, se justifica incorporar el costo dividido por el salario y esto refleja la hipótesis de que la importancia del costo disminuye a mayor ingreso.

De forma análoga, $U = \alpha_1 G + \alpha_2 \ln(L)$ asume que todo ingreso adicional se traduce en aumentos en la cantidad consumida. La parte relevante de la utilidad que se deriva tiene la siguiente forma $Y = -\alpha_1 (tw + c)$. En este escenario, queda justificada esta interacción entre las variables que refleja la suposición de que un trabajador con mayor salario es más afectado por la pérdida de tiempo que un trabajador con menor salario.

Por último, plantean una Cobb-Douglas con $\beta \in (0,1)$ donde, tanto la derivada del ocio como del consumo contra el ingreso, toman valores positivos y plantea un caso más general a los expuestos anteriormente. En este caso, la utilidad es $Y = -k(w^{-\beta}c + w^{1-\beta}t)$. Diferentes valores de β corresponden a diferentes supuestos sobre las preferencias de los individuos y, con $\beta = 1$ y $\beta = 0$, se recuperan los casos previos. En particular, los autores postulan diferentes valores entre cero y uno y repiten la estimación para, finalmente, optar por el valor de β que resulta en la estimación con mayor valor en la función de verosimilitud¹⁶.

¹⁶ Al necesitar una función lineal en los parámetros para la estimación, toman esta aproximación empírica ya que beta no ingresa de forma lineal.

Este marco nos permite concluir que el problema original planteado en el presente trabajo, asume la endogeneidad del ingreso (surge del proceso de elección) y la incorporación de variables socioeconómicas como proxies de las preferencias individuales. A su vez, es interesante el análisis de casos donde se relaja el supuesto de que los individuos pueden elegir la cantidad de horas trabajadas y, tanto el trabajo como el ingreso fijo, se elimina la relación entre el trade-off de consumo y ocio con la asignación de tiempo al trabajo.

Valor del tiempo

Con el objetivo de estudiar la importancia del supuesto de separabilidad del ingreso y siguiendo a Koppelman y Bhat (2006), abordamos otro camino para la evaluación empírica de medidas tales como el efecto ingreso o la valuación subjetiva del tiempo. Se repitió el proceso de estimación con diferentes variantes en la incorporación del ingreso para cada percentil, y se calculó el valor subjetivo del tiempo definido como:

$$VST = \frac{\frac{\partial V_{it}}{\partial \text{Tiempo}_t}}{\frac{\partial V_i}{\partial \text{Costo}_t}}$$

En el gráfico se muestran los resultados de esta medida cuando se considera $\frac{\text{costo}}{\text{ingreso}}$, $\frac{\text{costo}}{\ln(\text{ingreso})}$ y, por último, el costo y el ingreso por separado. Queda claro que la especificación más simplificada asume un valor del tiempo constante en el ingreso y no refleja el hecho de que se trata de una medida creciente en el ingreso y, más precisamente, creciente y cóncava. Queda claro que la especificación planteada en el presente trabajo en cuanto al ingreso, no es la que nos provee mayor precisión en cuanto al comportamiento de los individuos. Donde el valor del tiempo para cada uno de los casos no lineales es:

$$\text{Modelo 2: } VdelT = \frac{\frac{\partial V_i}{\partial \text{Tiempo}_i}}{\frac{\partial V_i}{\partial \text{Costo}_i}} = \frac{\beta_{\text{Tiempo}}}{\frac{\beta_{\text{CostoIng}}}{\text{Ingreso}_t(\frac{\$}{\text{año}})}} \text{ hora/minuto} \rightarrow VdelT = 60 * \frac{\beta_{\text{Tiempo}}}{\frac{\beta_{\text{CostoIng1}}}{\text{Ingreso}_t}} \text{ \$/hora}$$

$$\text{Modelo 3: } VdelT = 60 * \frac{\beta_{\text{Tiempo}}}{\frac{\beta_{\text{CostoIng2}}}{\ln(\text{Ingreso}_t)}} \text{ \$/hora}$$

GRÁFICO 13 – Valor del tiempo por ingreso

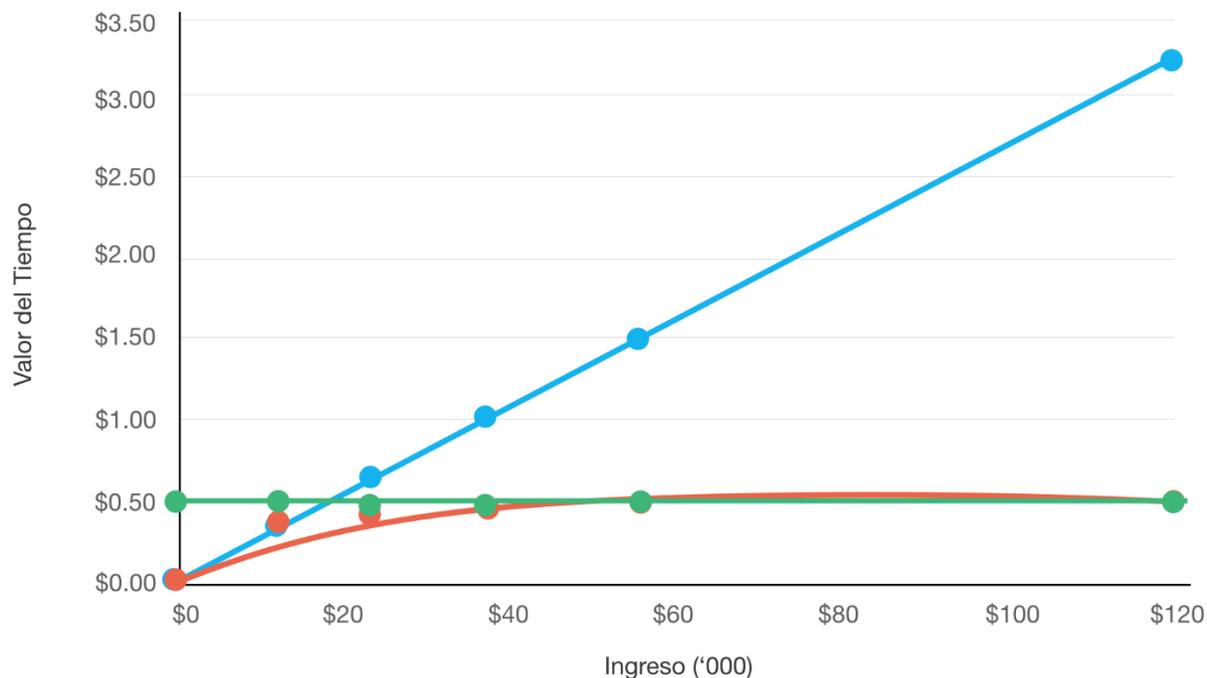


TABLA 12 – Valor del tiempo por ingreso

Ingreso anual promedio	Valor del Tiempo		
	tiempo/costo	Modelo 2	Modelo 3
\$0	\$0.46	\$0.00	\$0.00
\$15,145	\$0.46	\$0.35	\$0.38
\$28,015	\$0.46	\$0.64	\$0.42
\$43,784	\$0.46	\$1.00	\$0.44
\$66,105	\$0.46	\$1.51	\$0.46
\$141,050	\$0.46	\$3.23	\$0.50

A raíz de estos resultados, se propone segmentar la muestra por nivel de ingreso y estudiar el comportamiento de los parámetros de costo y tiempo entre los estratos. Para ello, se sigue el lineamiento propuesto por Jara-Díaz (1998) donde se representa una extensión sencilla de la versión lineal que permite detectar la presencia de efecto ingreso. Del problema del consumidor se deriva, de forma análoga a lo hecho anteriormente, la utilidad indirecta condicional al modo de elección: $V \equiv V(P, I - c_j, Q_j)$ donde Q_j es un

vector de características, c_j es el costo del modo j y P es el precio del bien i . Se desprende que la utilidad marginal del ingreso: $\frac{\partial V}{\partial I} = -\frac{\partial V}{\partial c_j}$

Si se supone una función aditiva tal como $U\{X, Q_j\} = U_1(X) + U_2(Q_j)$, se obtiene una función de utilidad indirecta condicional en j del modo:

$$V(P, I - c_j, Q_j) = V_1(P, I - c_j) + U_2(Q_j)$$

Dada esta función, el estudio del efecto ingreso involucra únicamente a la función V_1 y para ello el autor usa una expansión de Taylor alrededor de (P, Y) que, para niveles $n \geq 2$, la elección modal dependerá del ingreso. A partir de esto, Jara-Díaz propone la introducción de un término, el costo al cuadrado, en la estimación y, a partir del análisis de su significatividad, verificar la posibilidad de representar la utilidad con una función del tipo $V(c_j, t_j, I)$. Se estimó el siguiente modelo:

$$V_j = \beta_0 + \beta_1 c_j + 0.5\beta_2 c_j^2 + V_2(Q_j)$$

Donde Q_j , es un vector con características de las alternativas, tales como, el tiempo de viaje. En este caso, la utilidad marginal del ingreso es función del costo de viaje: $\lambda(c_j) = -\beta_1 - \beta_2 c_j$. Para la estimación se segmentó a la muestra en tres categorías ordenadas por ingreso y, para simplificar, se realizó únicamente con los individuos de la muestra que reportaron viajes en colectivo, subte, tren y auto. A continuación, se exponen los coeficientes obtenidos de la estimación:

TABLA 13 – Coeficientes por estrato de ingreso

Variable	Ingreso bajo	Ingreso medio	Ingreso alto
Auto	0,3388	0,1940	-0,0514
Tren	-2,7112	-3,1063	-2,9294
Subte	-1,9614	-1,5672	-1,2850
Distancia-auto	0,0356	-0,0065	0,0050
Distancia-tren	0,0328	0,0414	0,0456
Distancia-subte	-0,0424	0,0459	0,0409
Costo	-0,1088	-0,0665	-0,0131
Costo-sq	0,0014	0,0008	0,0001
Tiempo	-0,0107	-0,0249	-0,0271

Los coeficientes negativos y decrecientes con el ingreso en términos absolutos y el coeficiente del costo al cuadrado positivo y decreciente son evidencia, por un lado, de que individuos con diferentes niveles de ingreso valoran de diferente modo los atributos de costo y tiempo. Por otro lado, estos resultados dan lugar al cómputo de una utilidad marginal del ingreso decreciente en línea con lo que postula la teoría.

Otra rigidez del modelo que se buscó relajar en este apartado fue la de los coeficientes fijos siguiendo el método de Ortúzar y González (2002). En particular, luego de varias pruebas, lo más apropiado resultó ser estimar el modelo con coeficientes específicos en lugar de genéricos para el tiempo de viaje, es decir, diferentes entre alternativas. En este caso, el salario fue introducido en la función de utilidad dividiendo el costo de viaje.

```

Conditional (fixed-effects) logistic regression   Number of obs   =      25917
                                                Wald chi2(12)   =      2612.96
                                                Prob > chi2     =      0.0000
Log pseudolikelihood = -1176816.9                Pseudo R2       =      0.3484

```

(Std. Err. adjusted for clustering on tripid)

altchosen	Robust		z	P> z	[95% Conf. Interval]	
	Coef.	Std. Err.				
auto	-1.065341	.1025254	-10.39	0.000	-1.266287	-.8643945
subte	-1.250233	.1971754	-6.34	0.000	-1.63669	-.8637766
tren	-3.863387	.127687	-30.26	0.000	-4.113649	-3.613124
incauto	-.0000454	.0000155	-2.94	0.003	-.0000758	-.0000151
incsubte	.0000152	.0000214	0.71	0.476	-.0000266	.0000571
inctren	-5.48e-06	.0000153	-0.36	0.720	-.0000354	.0000244
costincome	-164.167	31.82593	-5.16	0.000	-226.5446	-101.7893
costkm	1.045951	.0618167	16.92	0.000	.9247924	1.167109
timeA	-.0230851	.0028137	-8.20	0.000	-.0285997	-.0175704
timeB	-.0291209	.0011707	-24.87	0.000	-.0314155	-.0268264
timeT	-.0061703	.0017213	-3.58	0.000	-.0095439	-.0027966
timeS	-.028783	.002456	-11.72	0.000	-.0335966	-.0239693

A continuación, se presentan los resultados del cálculo del valor del tiempo para estas dos variantes del modelo.

TABLA 13 – Valor subjetivo del tiempo

Variable	Valor del tiempo
Modo de viaje	
Auto	0,8008315
Subte	0,3983760
Tren	0,1113650
Colectivo	0,3920198
Por nivel de salario	
Bajo	0,0493554
Medio	0,4499723
Alto	0,5378258

Tal como se anticipó, la disposición a pagar por una reducción en el tiempo de viaje aumenta con el nivel de ingresos. En cuanto al modo de viaje, la relación entre las probabilidades de elección de cada modo y el ingreso parecieran explicar el orden de los valores que se presentan en la tabla. Cabe señalar que, para cada caso, el valor subjetivo del tiempo, es una función del ingreso y del costo, respectivamente, por lo que se utilizaron promedios ponderados para alcanzar una medida representativa en cada caso. Para lo que resta del trabajo, se retoma la versión original y más simplificada del problema.

4 Aplicación práctica

El marco provisto por este modelo permite la estimación del impacto tanto de cambios incrementales en políticas, como de grandes alteraciones, como puede ser la introducción de una nueva alternativa. A partir de la derivación de las probabilidades de elección desarrollada en secciones previas, es sencillo introducir una nueva alternativa para un individuo para el caso en el que las alternativas son representadas en términos de sus atributos genéricos y se cumplen los supuestos que subyacen el modelo logit. Este método puede ser aplicado con el modelo calibrado para las presentes alternativas y los atributos de aquellas incorporadas para cada individuo.

En esta sección se parte de los resultados obtenidos y se simulará la introducción de nuevas alternativas para individuos que antes no las tenían disponibles para luego comparar con el escenario base. También se utilizaron las simulaciones para plantear un escenario hipotético donde se restringe el uso del auto. Este ejercicio es equivalente a lo planteado previamente: se busca identificar el impacto de políticas hipotéticas en la distribución intermodal del tráfico. Antes de desarrollar estos experimentos, se debe advertir una serie de limitantes presentes en las que no se ahondará pero que deben mencionarse.

Se debe destacar que este es un estudio que representa un intento por modelar únicamente el lado de la demanda y esto tiene implicancias no menores para el análisis. En particular, hay que tener en cuenta que grandes cambios en el sistema de transporte pueden tener impactos significativos en las decisiones de los consumidores fuera del modo de viaje que, a su vez, pueden impactar en la demanda de transporte. A veces, grandes cambios generados por las políticas pueden inducir también a desplazamientos de la demanda que son lo suficientemente grandes como para alterar los atributos de las alternativas disponibles. Un modelo completo debería contemplar las interrelaciones entre las decisiones y, sobretodo, del proceso que conduce al equilibrio de un sistema incorporado de forma explícita estas relaciones. Pronosticar correctamente cambios en el equilibrio requiere de un modelo paralelo de la oferta de los servicios de transporte que determine los atributos como función de las variables del sistema y un método que conduzca el proceso de equilibrio.

Para la aplicación práctica, se decidió restringir el análisis a los viajes cuyo origen y destino sean dentro de la Ciudad de Buenos Aires. Antes de proceder se exponen algunos resultados. En el siguiente cuadro se pueden observar las diferencias en las

probabilidades y elasticidades estimadas para la población y en el subconjunto a analizar.

Cuadro VI
Probabilidades y elasticidades agregadas

Alternativa	Auto	Colectivo	Subte	Tren	Bicicleta	A Pie
Datos consolidados						
<i>Probabilidad</i>	0.217000	0.535258	0.032935	0.057865	0.052682	0.106892
<i>Costo</i>	-0.082454	-0.029325	-0.005266	-0.038376	0.000000	0.000000
<i>Tiempo</i>	-0.113336	-0.378310	-0.095459	-0.405976	-0.031323	-0.088391
Origen CABA - Destino CABA						
<i>Probabilidad</i>	0.186633	0.591395	0.076638	0.059703	0.015124	0.070507
<i>Costo</i>	-0.063392	-0.016845	-0.008331	-0.022954	0.000000	0.000000
<i>Tiempo</i>	-0.219008	-0.575731	-0.274295	-0.636635	-0.033661	-0.118735

Una vez más, no proveen demasiada información los datos de elasticidad de demandas asociado a costos por el contexto mencionado previamente. Todas las tarifas de servicios públicos están fuertemente intervenidas y presentan valores muy bajos por lo que no se anticipa prácticamente ninguna reacción ante cambios en estos montos. En esta sección se realiza un análisis donde queda expuesta esta limitante a la hora de utilizar el modelo para predecir el comportamiento de los usuarios.

En cuanto a la elasticidad de las demandas contra el tiempo, se nota un aumento generalizado en la sensibilidad que genera un cambio en el tiempo de viaje. Este punto podría asociarse al análisis del resultado de mayor participación del subte, que es una alternativa únicamente disponible en CABA, en los percentiles más altos de la población. Es decir, si se considera que en la Ciudad de Buenos Aires se concentra la mayoría de los viajes al trabajo de los percentiles más altos, resulta coincidente con los resultados de la sección previa un aumento generalizado en la elasticidad de la demanda de viajes hacia el trabajo contra el tiempo de viaje.

Por otro lado, la probabilidad de elegir al automóvil como medio de transporte muestra una leve caída cuando se considera los viajes dentro de capital, mientras que las probabilidades de elegir el colectivo, subte y tren incrementan.

Reducción en los tiempos de viaje

El Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires se comprometió en 2016 a reducir la frecuencia del subterráneo a menos de 3 minutos¹⁷. Esto permite preguntarse, ¿Cuánto están dispuestos a resignar los usuarios del subte por un menor tiempo de viaje?

En 2010, la frecuencia promedio de todas las líneas de subterráneo era de 6 minutos 30 segundos. Si se reduce este número a 3 minutos, aumentaría la proporción de personas que viajan en subte de 7.66% a 8.21%. Para mitigar el costo de esta medida, se podría pensar en financiarlo mediante un aumento en las tarifas. Para ello se busca calcular qué variación en la tarifa induciría un desplazamiento de usuarios tal que la proporción final sea la misma que en el escenario original. A su vez, interesa calcular qué monto recauda dicha variación y cuánto del costo que se debe incurrir para el aumento en la frecuencia puede ser financiado con él.

Se obtiene que el traslado de usuarios ante el aumento en la frecuencia, es exactamente compensado por el traslado generado por un aumento del 400% en la tarifa. Al pasar de \$1.1 a \$4.4, el gobierno recaudaría \$3.3 adicionales por viaje. En otras palabras, los usuarios de subte estarían dispuestos a resignar \$3.3 por trayecto por tres minutos menos de viaje. Multiplicando este aumento en la tarifa por los 296 millones de usuarios anuales del sistema en 2010, se obtendría una recaudación adicional de \$977 millones.

TABLA 13 – Cambios en las probabilidades tras la implementación de políticas

Modo de transporte	Datos originales	Reducción del tiempo	Aumento tarifas
Automóvil	18.66%	18.56%	18.64%
Colectivo	59.14%	58.74%	59.14%
Subterráneo	7.66%	8.21%	7.66%
Tren	5.97%	5.94%	5.95%
Bicicleta	1.51%	1.51%	1,53%
A pie	7.05%	7.03%	7.07%
Total	100%	100%	100%

¹⁷ Infobae, 28 de abril de 2016. “La Ciudad prometió llevar la frecuencia a 3 minutos antes de fin de año”. <http://www.infobae.com/2016/04/28/1807756-subtes-la-ciudad-prometio-llevar-la-frecuencia-3-minutos-antes-fin-ano/>

¿Permite lo que están dispuestos a pagar los usuarios por un menor tiempo de viaje financiar la mejora en la infraestructura? En 2012 el Gobierno de la Ciudad compró 120 nuevos coches por \$6.6 millones cada uno¹⁸. Dado que cada formación está compuesta por 9 coches, con el dinero recaudado se podrían comprar 16 formaciones.

En promedio, estas 16 formaciones podrían reducir el tiempo total de viaje en una determinada línea en 160 segundos. Si las formaciones son introducidas en la línea con mayor cantidad de usuarios, el tiempo promedio de viaje agregando todas las líneas bajaría en 48 segundos. Esto se contrapone con los 180 segundos que esperarían los usuarios que se reduzca su tiempo de viaje. De esta manera, una reducción en los tiempos de viaje no podrá financiarse únicamente a través de un aumento de tarifas sin lograr un cambio en las probabilidades que tienen los usuarios de elegir un determinado modo de transporte.

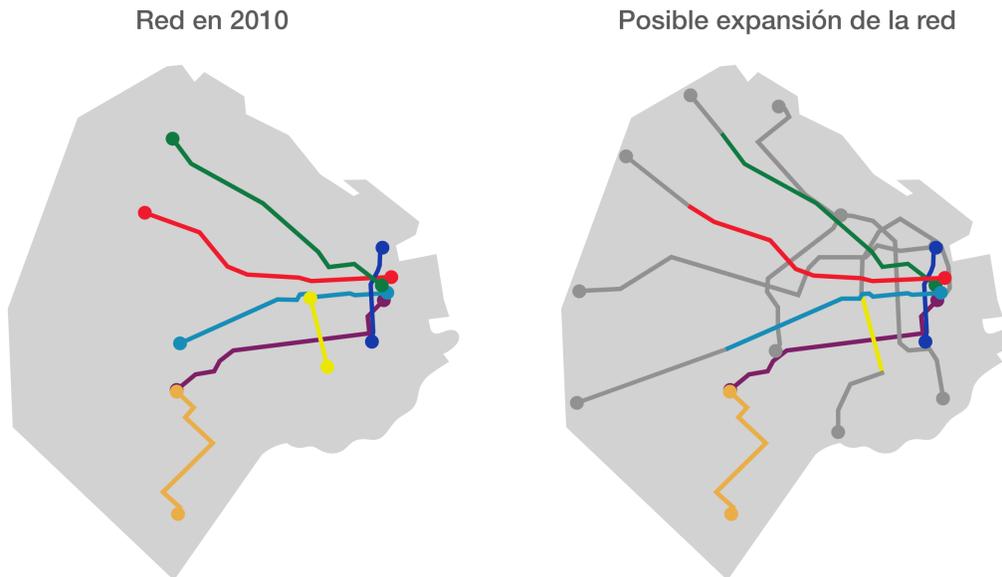
En este punto deben realizarse una serie de aclaraciones acerca de las limitantes del análisis. Como se mencionó al comienzo de la sección, las tarifas exageradamente bajas no representan el costo real de la alternativa y distorsionan las predicciones del modelo. En particular, al ser un modelo estático, no resultan confiables los valores expuestos del valor monetario que los usuarios le asignan al tiempo y no se pueden pronosticar cambios futuros en la sensibilidad de la demanda de estos. Esta sensibilidad, representada en las elasticidades, es muy baja y tampoco es significativa. Partiendo de este resultado, no es realista confiar en las predicciones del modelo ante cambios de hasta del 400% en la tarifa ya que, sea cual fuere el cambio en el importe, se evalúa el impacto a partir de medidas de sensibilidad calculadas con los datos de la base de 2010 que exhiben importantes distorsiones en este sentido.

Expansión de la red de subterráneos

En el año 2001, la Legislatura de la Ciudad de Buenos Aires sancionó la Ley 670 que propone la construcción de 3 nuevas líneas de subterráneos. En la siguiente imagen se detalla la red vigente en 2010 y la construcción de nuevas líneas junto con una posible expansión de las existentes.

¹⁸ Diario Clarín, 29 de abril de 2012. “La Nación pagó por los vagones de subte 48% más que Macri”. https://www.clarin.com/politica/nacion-vagones-subte-ciento-macri_0_BIN_fiV2Pme.html

IMAGEN 1 – Red de Subterráneos de la Ciudad de Buenos Aires



Este escenario motivó un experimento donde se buscará estimar el impacto de esta ampliación de las redes de subte en la distribución de usuarios y comparar con la situación actual. Para ello, la herramienta fue el modelo calibrado y realizamos un ejercicio de simulación. A partir de los coeficientes estimados con la muestra, es posible estimar la probabilidad de cualquier individuo de elegir, por ejemplo, subte dadas sus características sociodemográficas, las alternativas que tiene disponibles, las características del viaje al lugar de trabajo y que subte es una alternativa real.

En lugar de generar distribuciones de las variables independientes o aplicar el modelo a una población distinta a la utilizada para la estimación, se alteró la muestra existente para replicarla en un escenario futuro hipotético. Guiándose por las características del proyecto de ley, se generaron alternativas que antes no estaban disponibles a individuos que estarían dentro del alcance de esta expansión. En particular, se tomó la base de datos original y se les agregó a todos los individuos en un barrio en el que se sumará al menos una estación de subte, la posibilidad de viajar en este modo.

Con el modelo calibrado con la base original, aplicado a la nueva base con las observaciones *simuladas*, se agregaron las probabilidades individuales para cada alternativa sobre el número extendido de observaciones para analizar la nueva distribución producto de la ampliación. La probabilidad de elegir subte en este contexto se agrega sobre un número mayor de individuos que mantienen su factor de expansión.

Estos resultados fueron comparados con las participaciones vigentes en el 2010 de los viajes en cada medio de transporte.

La siguiente tabla detalla los resultados obtenidos. Se puede observar que, por un lado, la expansión de la red de subterráneos aumenta en 4.77 puntos porcentuales la probabilidad de viajar en subte. Esto es equivalente a un aumento del 62% en el *market share* del subte que tiene como contraparte la caída en el número de usuarios de los otros medios. En línea con los resultados expuestos, el colectivo presenta la mayor caída luego de la expansión. Este medio concentra la mayor proporción de los viajes mientras que representa un bien inferior que, a su vez, presenta una gran sensibilidad ante cambios en los valores de las co-variables. Es natural pensar que será la primera alternativa en presentar una reducción en su probabilidad de elección. La dimensión de las caídas sugiere una mayor sustitución entre el subterráneo y el colectivo que entre el subterráneo y el automóvil. Lo mismo ocurre con la bicicleta y a pie. Naturalmente, el mayor alcance de la bicicleta en términos de distancia justifica la mayor sustitución.

TABLA 14 – Cambios en la probabilidad de elección de los modos de transporte

Modo de transporte	Red al 2010	Expansión de Red	Diferencia
Automóvil	18.66%	17.66%	-1.00%
Colectivo	59.14%	55.96%	-3.18%
Subterráneo	7.66%	12.43%	4.77%
Tren	5.97%	5.59%	-0.38%
Bicicleta	1.51%	1.45%	-0.06%
A pie	7.05%	6.91%	-0.14%
Total	100%	100%	

Cambios en el Microcentro

En el año 2011, el Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires inició un proceso de peatonalización de la zona céntrica de la Ciudad¹⁹. El plan consistió en restringir el acceso de vehículos particulares en determinadas franjas horarias, dándole prioridad a los peatones y ciclistas. A fines del año 2010, el Gobierno lanzó un sistema público de alquiler de bicicletas y un plan de construcción de nuevas ciclovías con el fin de

¹⁹ Diario La Nación, 15 de octubre de 2011. “Proyectan más calles peatonales en la zona céntrica”. <http://www.lanacion.com.ar/1414897-proyectan-mas-calles-peatonales-en-la-zona-centrica>

aumentar la cantidad de viajes que se realizan con este modo de transporte en la ciudad²⁰.

A fin de evaluar el posible impacto de estas dos medidas, se elaboraron experimentos similares al realizado previamente en dos pasos, primero, la restricción del acceso a los automóviles y, segundo, le agregamos la opción de la bicicleta a los individuos. Para el primer caso, se calibró el modelo con la base original. Luego, aquellos que tenían como opción elegida la alternativa a eliminar, les asignamos como alternativa elegida aquella con probabilidad estimada más alta fuera del auto para no perderlos de la muestra. A continuación, se eliminó la alternativa de auto para todos aquellos viajes con destino al microcentro. Con esta nueva base, se volvió a calibrar el modelo y se obtuvo la nueva distribución entre las alternativas disponibles. Naturalmente, cayó la participación del auto y es interesante observar cómo se produjo la re-distribución de los usuarios. En este sentido, los cambios más significativos se vieron en el colectivo y en el subte con aumentos de 4 y 0.3 puntos porcentuales aproximadamente.

En el segundo paso, no se ahondará en detalles ya que el método fue equivalente al de la extensión de subte. Por medio de simulaciones y partiendo del escenario que resulta de la restricción anterior, se generó la alternativa bicicleta para todas las personas con desplazamientos dentro de la capital. Los resultados tanto de la primera medida como de las dos aplicadas en simultáneo se exponen en la siguiente tabla.

TABLA 15 – Cambios en la probabilidad de elección de los modos de transporte

Modo de transporte	Datos originales	Restricción vehicular	Restricción y sistema de bicicletas
Automóvil	18.66%	13.51%	13.29%
Colectivo	59.14%	63.88%	61.04%
Subterráneo	7.66%	7.93%	7.32%
Tren	5.97%	6.01%	5.90%
Bicicleta	1.51%	1.51%	6.36%
A pie	7.05%	7.13%	6.08%
Total	100%	100%	100%

²⁰ Diario Clarín, 15 de octubre de 2011. “Bicis gratis desde hoy para los vecinos en tres puntos del Bajo”. https://www.clarin.com/capital_federal/Bicis-gratis-hoy-vecinos-puntos_0_BklWfjK6vml.html

Se puede observar una caída en la probabilidad de elegir auto cuando se implementa la restricción vehicular. Mientras los modos de transporte público muestran incrementos en sus probabilidades, los modos en bicicleta y a pie se mantienen constantes. Esto se debe a que el auto es poco sustituible con estos dos modos. Por otra parte, cuando se implementa el sistema público de bicicletas, la probabilidad de elegir este modo aumenta en detrimento de todos los otros modos, sobre todo, del subte y colectivo. Cabe destacar que el modo a pie experimenta una mayor caída que en automóvil ya que este último es menos sustituible con la bicicleta.

Estos patrones de sustitución están en línea con lo que uno podría suponer de antemano. Una medida destinada a la promoción tanto de la bicicleta como del subte, no es una medida destinada a disminuir los desplazamientos en automóvil. Por otro lado, los resultados coinciden con los análisis previos donde se vio que la demanda por colectivo, es la más sensible a variaciones en los valores de las co-variables. En todas las aplicaciones que se desarrollaron, este medio fue el que mayores cambios exhibió. Por un lado, esto va en línea con el hecho de que es una alternativa con mayor nivel de sustitución tanto para distancias cortas como para distancias largas y, por el otro, al ser un bien inferior, la introducción de nuevas alternativas que suelen ser más deseables generan bajas en su enorme cantidad de usuarios.

5 Conclusión

En los últimos años se observó un gran crecimiento en la congestión de la red de transporte del Área Metropolitana de Buenos Aires. Como resultado del proceso de motorización del transporte y el peso de la Ciudad como origen y destino de los viajes en el AMBA, el tráfico en los accesos a la Ciudad de Buenos Aires creció más de 80% entre 2003 y 2013.

Por esta razón, se buscó entender cuáles son los factores que determinan la elección de un modo de transporte. A través de un modelo de elección discreta logit multinomial se estimaron diferentes parámetros que permitieron caracterizar la demanda de transporte urbano en Buenos Aires.

En primer lugar, las estimaciones sugieren que las variables adoptadas para explicar la elección modal en el caso del automóvil resultaron en su mayoría poco significativas. Esto indica que, según los datos de la obtenidos en la muestra, resultaría difícil lograr un cambio en la elección modal por parte de los usuarios de automóviles.

En segundo lugar, llama la atención la no significatividad de la elasticidad del costo para todos los medios de transporte, sugiriendo que esta variable no juega un rol relevante en la elección de los individuos. No obstante, es importante mencionar que en el contexto del que surgen los datos, las tarifas del transporte público estaban altamente reguladas por lo que no proveen información real del costo relativo de las alternativas, sobre todo aquellas referidas al transporte público.

Otro resultado interesante es el que surge de la segmentación de la muestra según percentil de ingreso. Partiendo del hecho de que el comportamiento de los distintos estratos del AMBA en la elección del modo de transporte difiere según el nivel de ingreso, el modelo sugiere que la probabilidad de la elección del colectivo para los ingresos más bajos es significativamente mayor comparándola con los demás modos de transporte. Esto resulta intuitivo dado a la mayor capilaridad y el bajo costo que provee el servicio que implica mayor eficiencia desde el punto de vista económico y de tiempo de viaje. Otro punto relevante está relacionado con la baja probabilidad de la elección del subte comparada a los demás modos y la mayor probabilidad de elección de este modo para los individuos de ingresos mayores. Este resultado puede estar explicado por la arquitectura de la red de subterráneos de la Ciudad de Buenos Aires, donde las líneas principales confluyen al microcentro y están ubicadas en las zonas más prósperas de la ciudad. Dado que los individuos de ingresos menores son más propensos a trabajar en la

periferia, suelen optar por el colectivo que les ofrece más capilaridad y menor costo. Esto sugiere que la implementación de expansiones del subterráneo puede ser fundamental para las zonas periféricas donde aún no hay acceso a este modo.

Este escenario motivó un experimento donde se buscará estimar el impacto de esta ampliación de las redes de subte en la distribución de usuarios y comparar con la situación actual. Por un lado, la expansión de la red de subterráneos aumenta en 4.77 puntos porcentuales la probabilidad de viajar en subte. Esto es equivalente a un aumento del 62% en el *market share* del subte que tiene como contraparte la caída en el número de usuarios de los otros medios. Por otro lado, en línea con los resultados expuestos, el colectivo presenta la mayor caída luego de la expansión, mientras que la probabilidad de elegir el automóvil como modo de transporte cae en un punto porcentual.

En cuanto a la elasticidad relacionada a la variable del tiempo, se concluye que en todos los casos los individuos con los ingresos más altos son más sensibles a cambios en la misma dado que están dispuestos a resignar más ingreso por una mejora en el tiempo de viaje. Esto también está respaldado por el cálculo que surge a partir de la *valoración subjetiva del tiempo*.

Si se reduce la frecuencia del subterráneo a 3 minutos, aumentaría la proporción de personas que viajan en subte de 7.66% a 8.21%. Para mitigar el costo de esta medida, se pensó en financiarlo mediante un aumento en las tarifas. Para ello se calculó qué variación en la tarifa induciría un desplazamiento de usuarios tal que la proporción final sea la misma que en el escenario original. Se obtiene que el traslado de usuarios ante el aumento en la frecuencia, es exactamente compensado por el traslado generado por un aumento del 400% en la tarifa. Al pasar de \$1.1 a \$4.4, el gobierno recaudaría \$3.3 adicionales por viaje, lo que implica una recaudación adicional de \$977 millones por año. Sin embargo, el tiempo promedio de viaje con dicha recaudación podría reducirse en 48 segundos. Esto se contrapone con los 180 segundos que esperarían los usuarios que se reduzca su tiempo de viaje.

6 Bibliografía

CHEN, Lin; YANG, Fei; CHENG, Yang; YAO, Zhenxing; ZHANG, Xu (2014). “Urban Public Transport Choice Behavior Analysis and Service Improvement. Policy-making: a case study from the metropolitan city, Chengdu, China”.

GARCÍA, Pablo Marcelo. “A Microeconomic Approach to the Determinants of Travel Mode Choice”.

KOPPELMAN, Frank; BHAT, Chandra (2006). “A Self Instructing COurse in Mode Choice Modeling: Multinomial and Nested Logit Models”.

KROPKO, Jonathan (2012). “Choosing between multinomial logit and multinomial probit models for analysis of unordered choice data”. A Thesis submitted to the faculty of The University of North Carolina at Chapel Hill.

LARA, María Inés (2003). “Un enfoque microeconómico de los determinantes de la elección del modo de transporte: el caso del Gran Mendoza”. Revista de la Facultad de Ciencias Económicas, UNC, año LV, número 124.

LESCANO, Patricia Nazarena. “Determinantes de la Demanda para el Transporte Público de Pasajeros y los servicios de Oferta Libre en el Corredor Sur de la Región Metropolitana de Buenos Aires”.

LONG, Scott; FREESE, Jeremy (2014) “Regression Models for Categorical Dependent Variables Using Stata”. Third Edition. Stata Press Publication.

MCFADDEN, Daniel; TALVITIE, Antti; and Associates (1997). “Demand Model Estimation and Validation”. The Institute of Transportation Studies. University of California.

MCFADDEN, Daniel (1974). “The Measurement of Urban Travel Demand”. Journal of Public Economics, Vol. 3, No. 4.

MCFADDEN, Daniel (1998). “Measuring Willingness-to-pay for transportation improvements”. Theoretical Foundations of Travel Choice Modeling. Elsevier Science. Amsterdam.

MCFADDEN, Daniel; DOMENCICH, Thomas (1975). "Urban Travel Demand. A behavioural analysis" University of California, Berkley.

MCFADDEN, Daniel (1973). "Conditional Logit Analysis of Qualitative Choice Behaviour" in P. Zarembka (ed.), FRONTIERS IN ECONOMETRICS, 105-142, Academic Press: New York.

ORTÚZAR, Juan de Dios (2000). "Modelos econométricos de elección discreta". Pontificia Universidad Católica de Chile.

ORTÚZAR, Juan de Dios (1994). "Modelling Transport". Second Edition. John Wiley & Sons, UK.

ORTÚZAR, Juan de Dios; ROMAN, Concepción (2003). "El problema de modelación de demanda desde una perspectiva desagregada: el caso del transporte". Pontificia Universidad Católica de Chile.

RETA, Cintia. "Determinantes Socioeconómicos de la Demanda de Transporte Urbano en el Gran Mendoza. Encuesta Origen Destino 2005". FCE-UNCuyo. Publicación en la Asociación Argentina de Economía Política.

SECRETARÍA DE TRANSPORTE DE LA NACIÓN (2010). "ENMODO, movilidad en el Área Metropolitana de Buenos Aires. Resultados de la encuesta origen destino 2009-2010". Argentina.

SÁNCHEZ, Daniel; PAGANI, Pablo; CARRAZÁN, Gastón (2010). "Determinantes de la elección de los transportes públicos y privados en la ciudad de Salta". Instituto de Investigaciones Económicas.

SMALL, Kenneth (1992). "Urban Transportation Economics". Fundamentals of Pure and Applied Economics Series. Vol 51.

SMALL, Kenneth (2005). "Fundamentals of Economic Demand Modelling: Lessons from Travel Demand Analysis" in: Wei Chen, Kemper Lewis, and Linda C. Schmidt, eds., Decision Making in Engineering Design, ASME Press, American Society of Mechanical Engineers, New York, pp. 75-88.

TRAIN, Kenneth (1986). "Qualitative Choice Analysis: Theory, Econometrics, and an Application to Automobile Demand". Cambridge: The MIT Press 1986.