

Estudio de la curva de rendimientos de los bonos de Estados Unidos

Tesis de Licenciatura en Economía 2017
Tutor: Martín Solá

Ana Rocha

Julio Cobos

Marcial Sánchez Elia

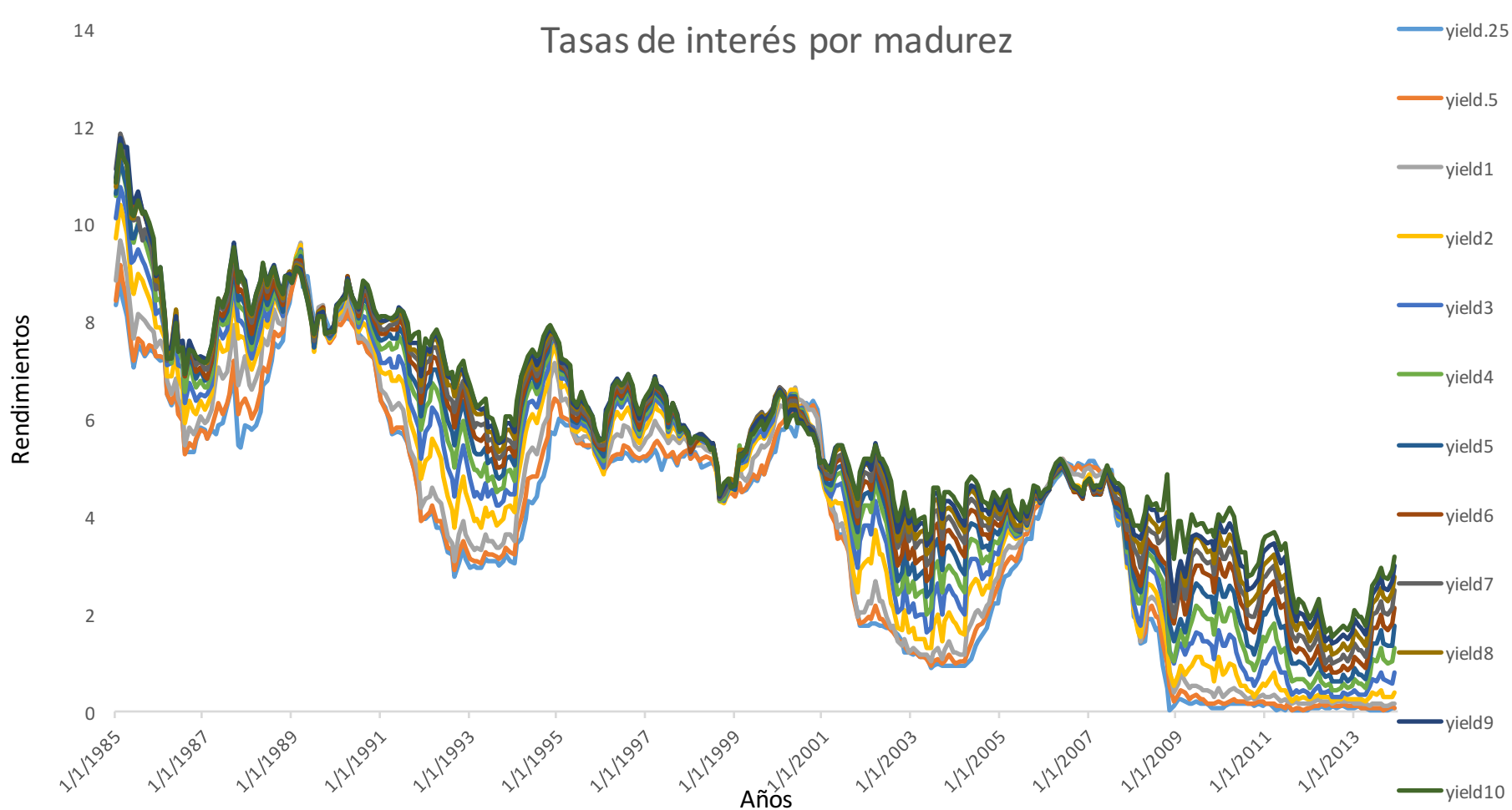
Índice

- Introducción
- Datos
- Metodología
- Estimación del Modelo
- Ajuste del modelo y dinámica de los errores de medición
- Conclusión

Introducción

- Se utiliza un modelo típico *affine* en tiempo discreto, donde las variables de estado son distintas tasas de interés. Notamos que dichas tasas tienen una dinámica distinta de la comúnmente usada, por lo que preguntamos cómo hay que modificar la solución del modelo *affine* si la variable de estado sigue un VAR(2).
- Los modelos típicos *affine* que actualmente son utilizados, dejan sin explicar varios hechos estilizados.
- En particular, se asume que la solución del modelo admite errores de medición que deberían ser ruido blanco. Sin embargo estos tienen correlación serial, lo que sugiere que el modelo no explica adecuadamente los datos
- En este trabajo analizaremos que modificaciones se pueden realizar para que el modelo explique de una mejor manera la curva de rendimiento y las primas de riesgo. Se determina que las variables de estado siguen un proceso de segundo orden, por lo cual la forma reducida del modelo cambia. Por último, se encontrará cual es la solución y se analizará como cambian las primas de riesgo evaluadas en este nuevo modelo.

Datos



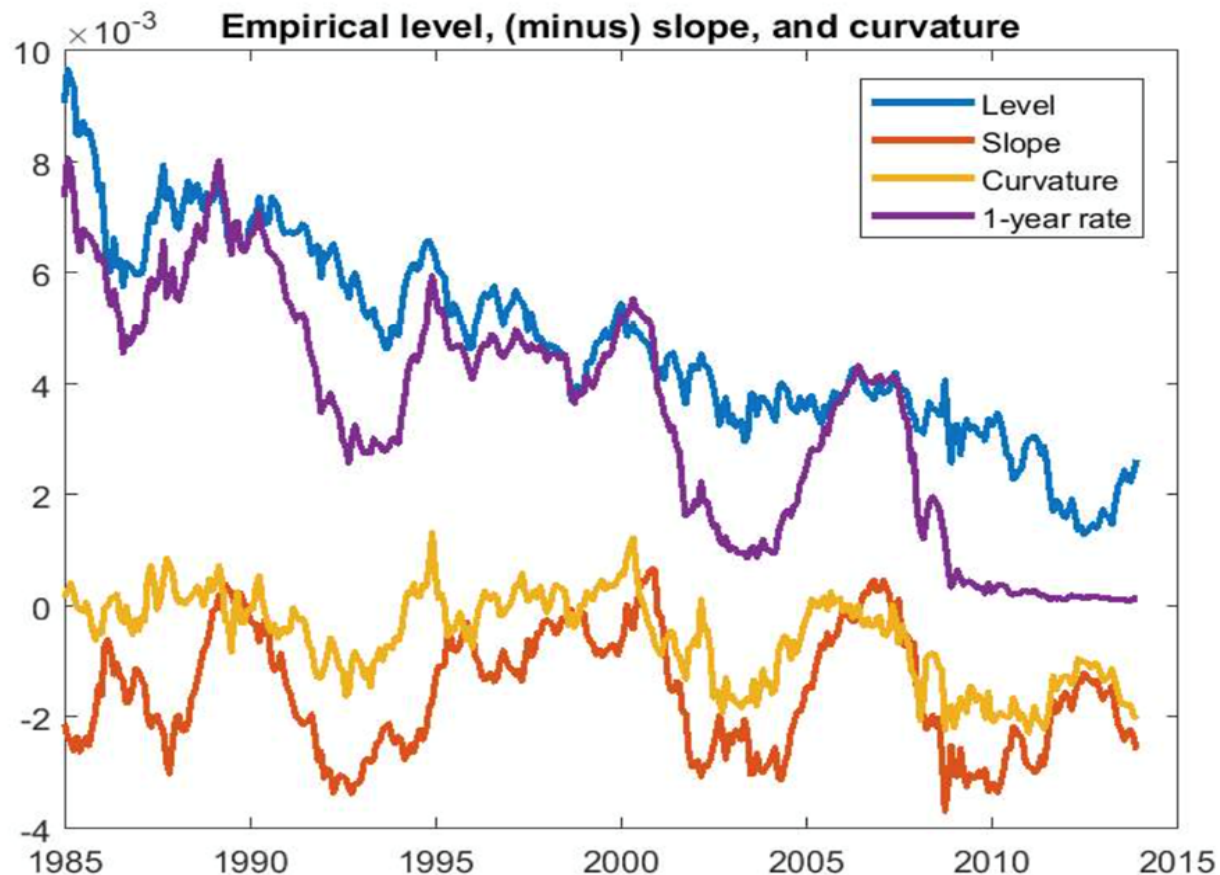
- Se utilizan bonos de cero cupón con madureces de las tasas de interés entre 3 meses y 120 meses de la reserva federal de Estados Unidos
- Las fechas que abarca van desde 1 de enero de 1985 hasta el 31 de diciembre de 2013.
- Es posible de observar una relación positiva entre la madurez y los rendimientos, es decir que ante un aumento del tiempo de madurez aumenta el rendimiento.

Metodología

- Nuestro trabajo está parcialmente basado en el modelo planteado por Andrew Ang y Monika Piazzesi, en el paper “*A no-arbitrage vector autoregression of term structure dynamics with macroeconomic and latent variables*”. En el mismo los autores encuentran, en tiempo discreto, las condiciones para que no existan posibilidades de arbitraje.
- Utilizamos un *Affine Term Structure Model*, ya que asegura la ausencia de oportunidades de arbitraje. Los modelos *affine* toman como dada la evolución de la variable de estado X_t que en general se asume son un VAR(1).
- Preguntamos si a evolución de X_t esta mejor caracterizada por un VAR(1) o por un VAR(2), realizando tests de especificación, encontramos (utilizando tasas de 10 años, 24 meses y 3 meses, tomadas como el *Level, Slope* y *Curvature*), que la dinámica de X_t esta mejor representada en un VAR(2).

Metodología

Comparación entre los factores level, slope, curvature y la tasa de interés de un año



Los factores observables, que utilizamos están definidos como $X_t = (L_t, S_t, C_t)$ llamados *Level*, *Slope* y *Curvature* respectivamente.

- Definimos a L_t como un factor de largo plazo asociado con el nivel (level) de las tasas de interés. En este modelo es $y_t^{(120)}$, lo que quiere decir que es la tasa de interés de un bono a 120 meses (10 años)
- Definimos a S_t como el asociado con la pendiente (slope) de la curva de rendimiento. En este modelo vamos a usar $y_t^{(120)} - y_t^{(3)}$, lo cual sería el L_t restado a la tasa de interés de un bono a tres meses.
- Finalmente, definimos a C_t como el factor asociado con la curvatura (curvature) de la tasa de rendimiento. En este modelo la curvatura está definida como un factor observable equivalente a $2y_t^{(24)} - y_t^{(120)} - y_t^{(3)}$, donde $y_t^{(24)}$ es la tasa de interés de un bono a un año (24 meses). Notar que en esta variable también se incorpora una tasa de interés de mediano plazo.

Modelo *Affine* de cotizaciones de bonos cuando el precio de los factores sigue un proceso VAR(2)

- Considere X_t , un vector ($k \times 1$) de factores de riesgo que resumen la información de los de los inversores,

$$X_{t+1} = \mu + \phi_1 X_t + \phi_2 X_{t-1} + \Gamma \varepsilon_{t+1}, (1)$$

Los flujos nominales, la tasa corta y el precio del riesgo se valúan de la forma

$$\ln(M_{t+1}) = -r_t - \frac{1}{2} \Lambda'_t \Lambda_t - \Lambda'_t \varepsilon_{t+1} (2)$$

$$r_t = \delta_0 + \delta'_1 X_t + \delta'_2 X_{t-1}. (3)$$

$$\Lambda_t = \lambda_0 + \lambda_1 X_t + \lambda_2 X_{t-1} (4)$$

El principio de no arbitraje implica que el precio de los bonos satisface la recursión

$$P_t^{(\tau)} = E_t \left\{ M_{t+1} P_{t+1}^{(\tau-1)} \right\} (5)$$

Modelo *affine* de cotizaciones de bonos cuando el precio de los factores sigue un proceso VAR(2)

- Definimos al precio de los bonos:

$$P_t^{(\tau)} = A_\tau + B'_\tau X_t + C'_\tau X_{t-1}. \quad (6)$$

- Los coeficientes A_τ , B_τ y C_τ satisfacen las recursiones en un rezago

$$A_\tau = A_{\tau-1} + (\mu^*)' B_{\tau-1} + \frac{1}{2} B'_{\tau-1} \Gamma \Gamma' B_{\tau-1} - \delta_0, \quad (7)$$

$$B_\tau = (\phi_1^*)' B_{\tau-1} + (\phi_2^*)' B_{\tau-2} - (\delta_1 + \delta_2). \quad (8)$$

$$C_\tau = (\phi_2^*)' B_{\tau-1} - \delta_2 \quad (9)$$

Donde μ^* y ϕ^* están definidas como:

$$\mu^* = \mu - \Gamma \lambda_0 \quad \phi_1^* = \phi_1 - \Gamma \lambda_1 \quad \phi_2^* = \phi_2 - \Gamma \lambda_2.$$

- El retorno continuo compuesto de un periodo n de bonos descontado es

$$y_t^{(\tau)} = -\frac{p_\tau}{\tau} = a_\tau + b'_\tau X_t + c'_\tau X_{t-1}, \quad (10) \quad \text{Con } a_\tau = -\frac{A_\tau}{\tau}, b_\tau = -\frac{B_\tau}{\tau} \text{ y } c_\tau = -\frac{C_\tau}{\tau}$$

- Con $\phi_2 = 0$, $\lambda_2 = 0$, $\delta_2 = 0$ obtenemos el modelo cuando los precios siguen VAR(1)

Comparación entre los modelos

- *Comparación de medidas de calidad de ajuste*

Coeficiente	Modelo 1 (M1)	Modelo 2 (M2)
Máxima verosimilitud	30142	30456
Número de parámetros	29	35
<i>Akaike</i>	-60772,3	-60852
<i>Hannan Quinn</i>	-60700	-60799
<i>Schwarz</i>	-60672,2	-60741

- *Test de especificación para determinar que modelo resulta optimo*

$$2(\loglik(M_2) - \loglik(M_1)) \sim \chi^2(g)$$

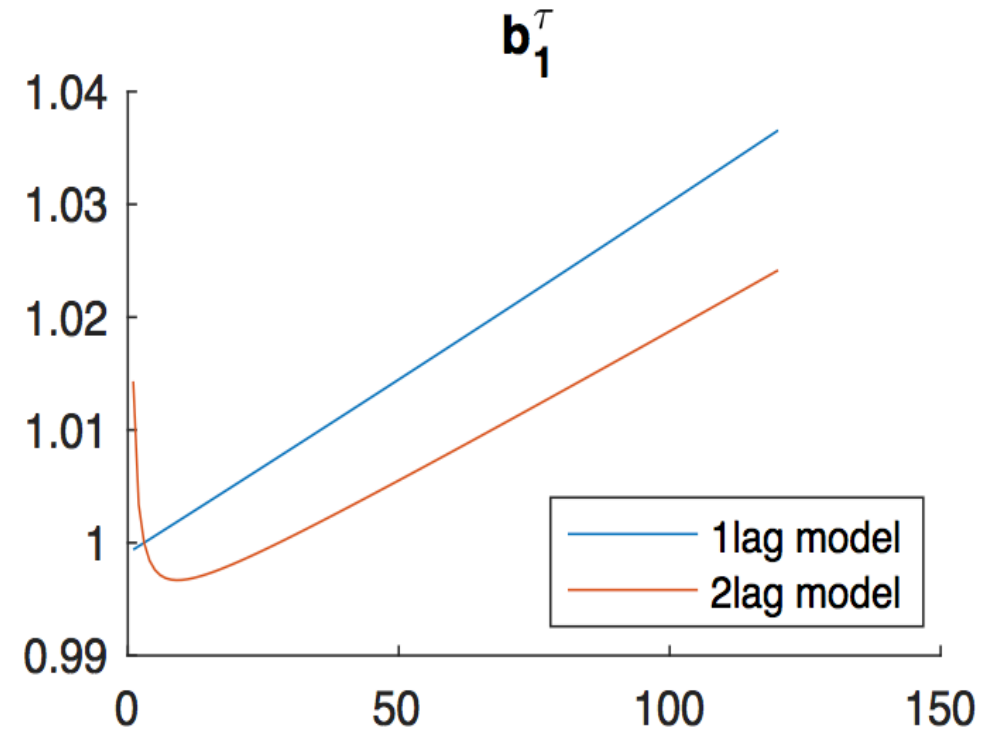
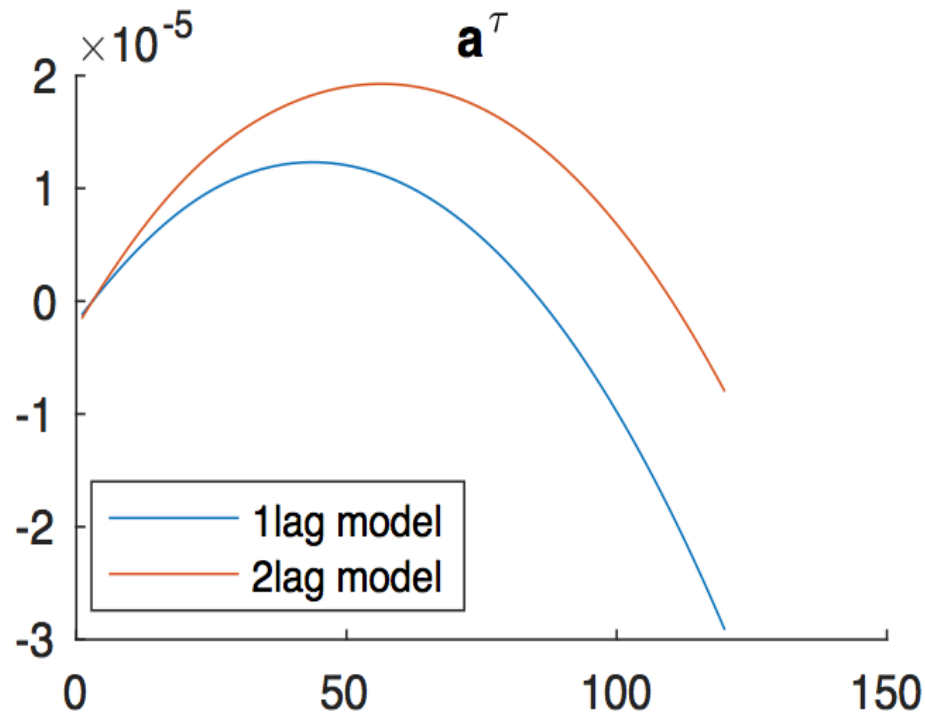
$$2(30456 - 30142) \sim \chi^2(6)$$

$$628 > 22,4577$$

Bajo un intervalo de 99% de confianza, rechazamos el primer modelo.

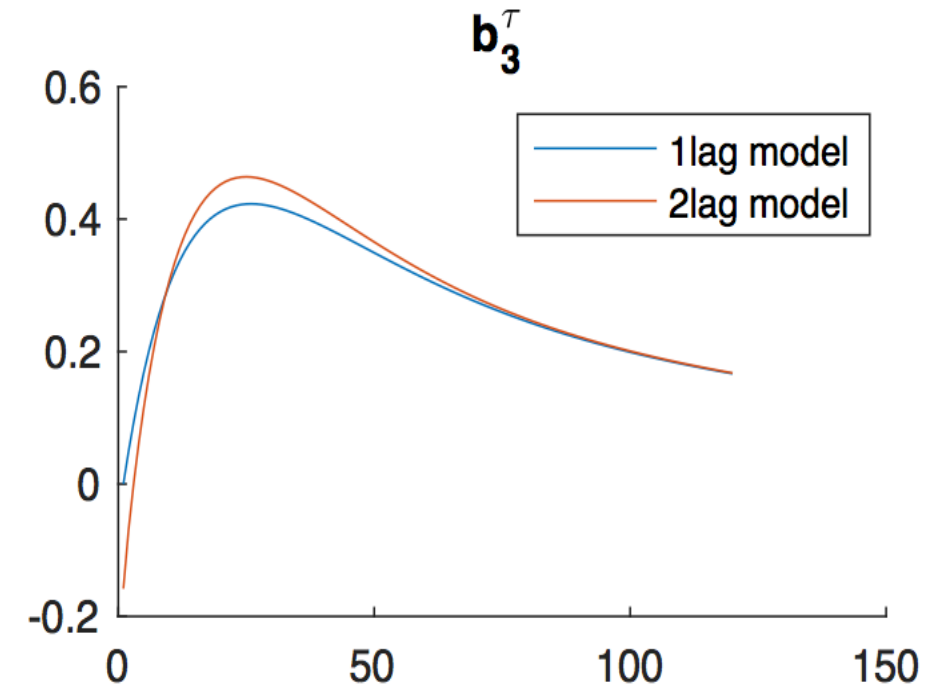
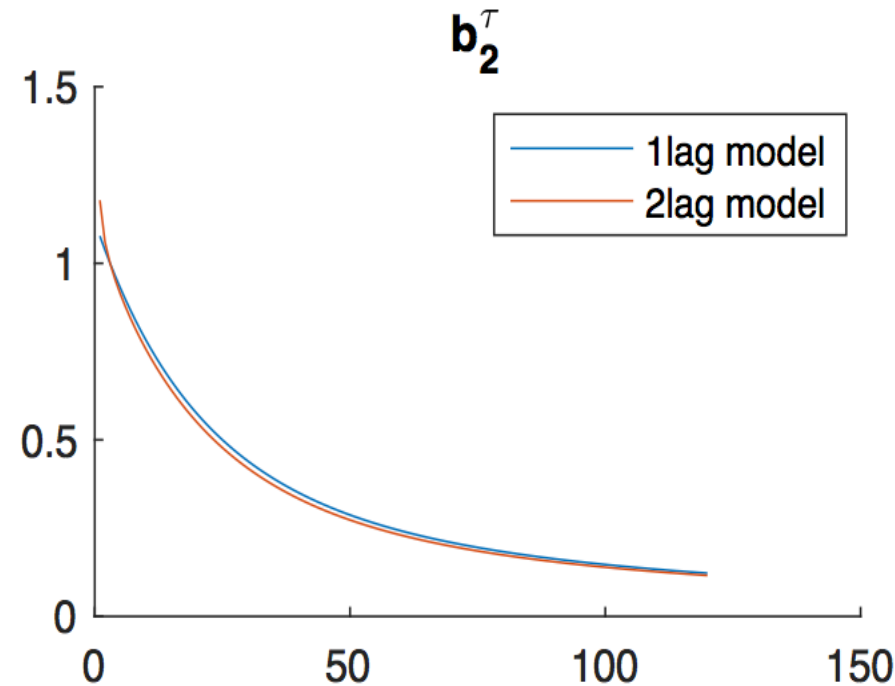
Resultados de coeficientes de curva de rendimiento

Comparación de la evolución de los coeficientes de la curva estimada de rendimientos de uno y dos rezagos de la constante y *level*



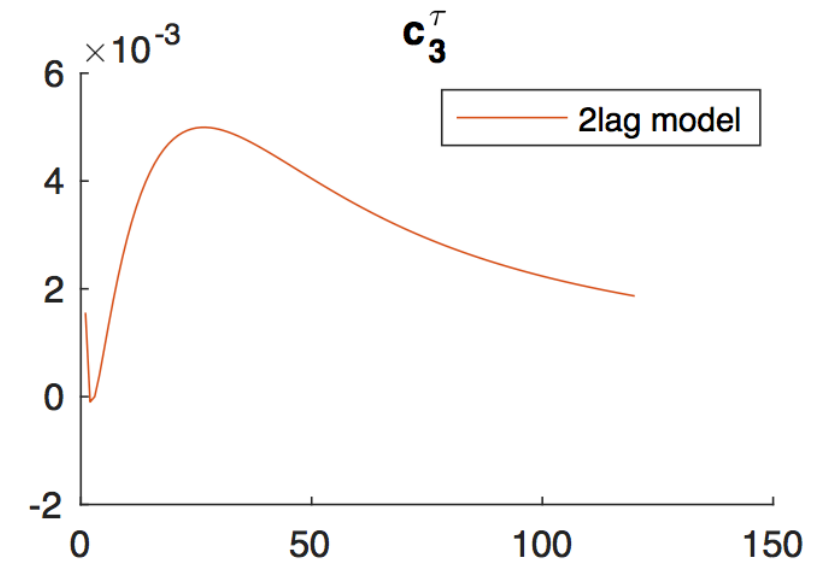
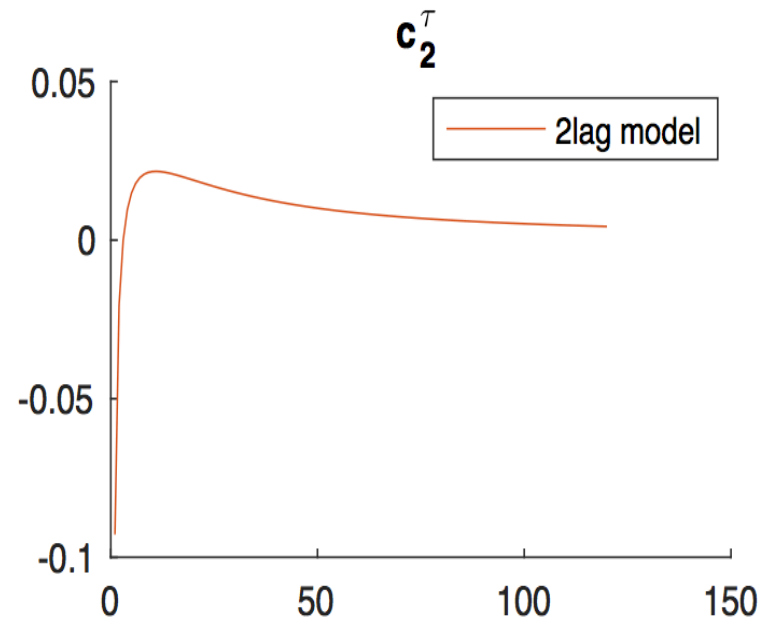
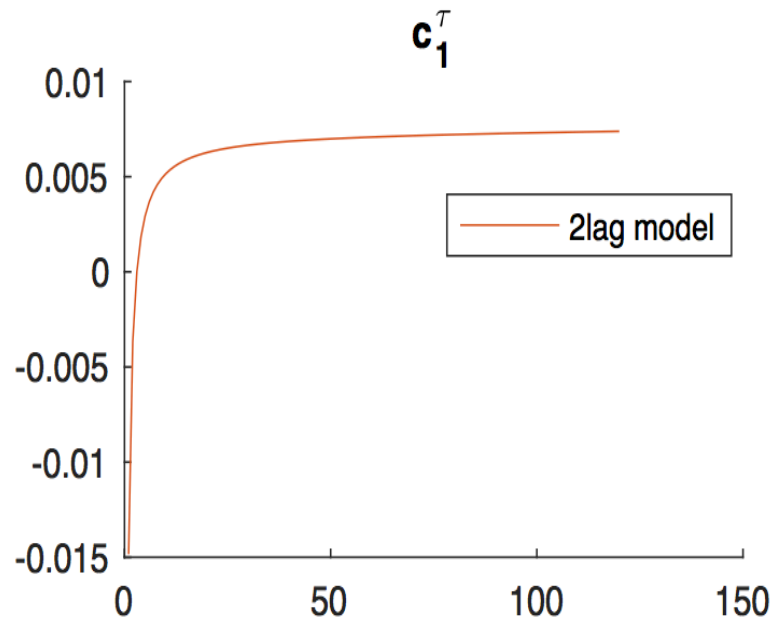
Resultados de coeficientes de curva de rendimiento

- Comparación de la evolución de los coeficientes de la curva de rendimiento estimada de uno y dos rezagos de *slope* y *curvature* en:



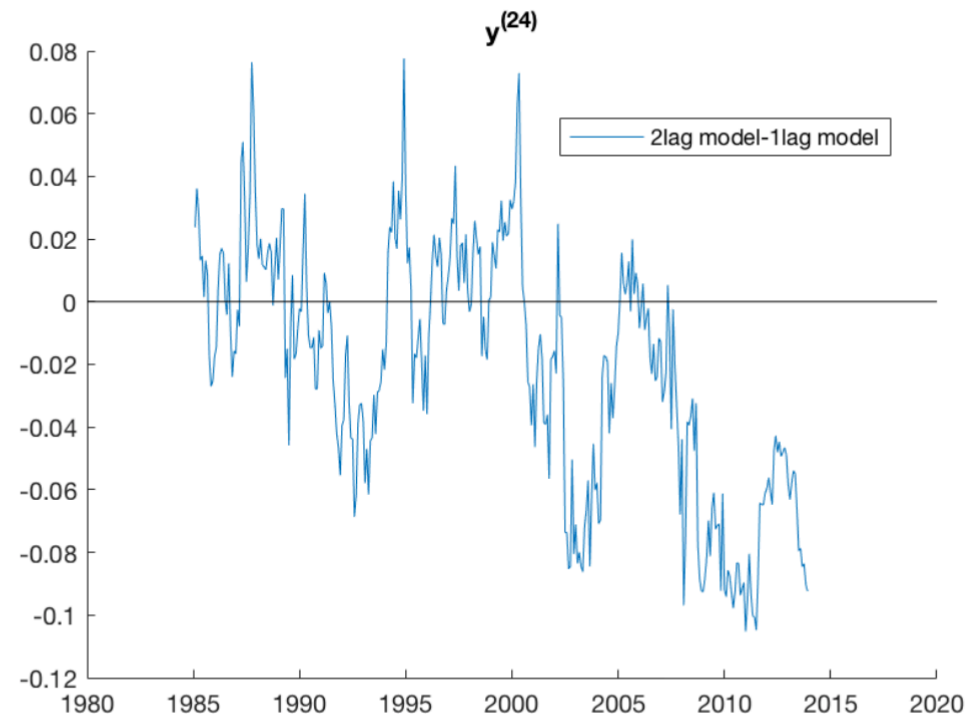
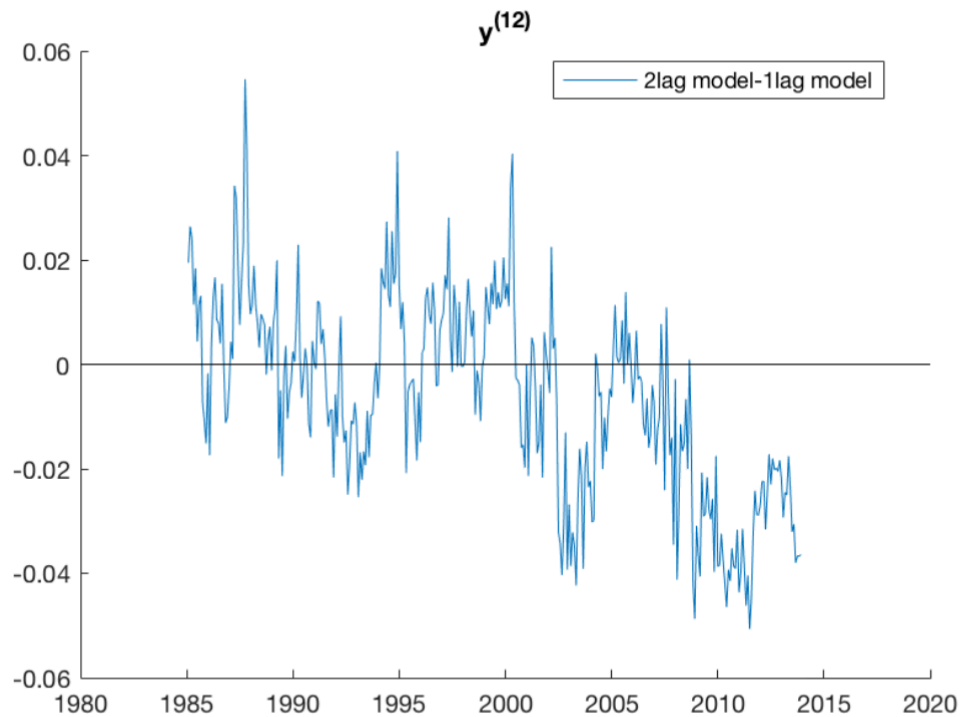
Resultados de coeficientes de curva de rendimiento

- Comparación de la evolución de los coeficientes de la curva estimada de uno y dos rezagos de level, slope y curvature:



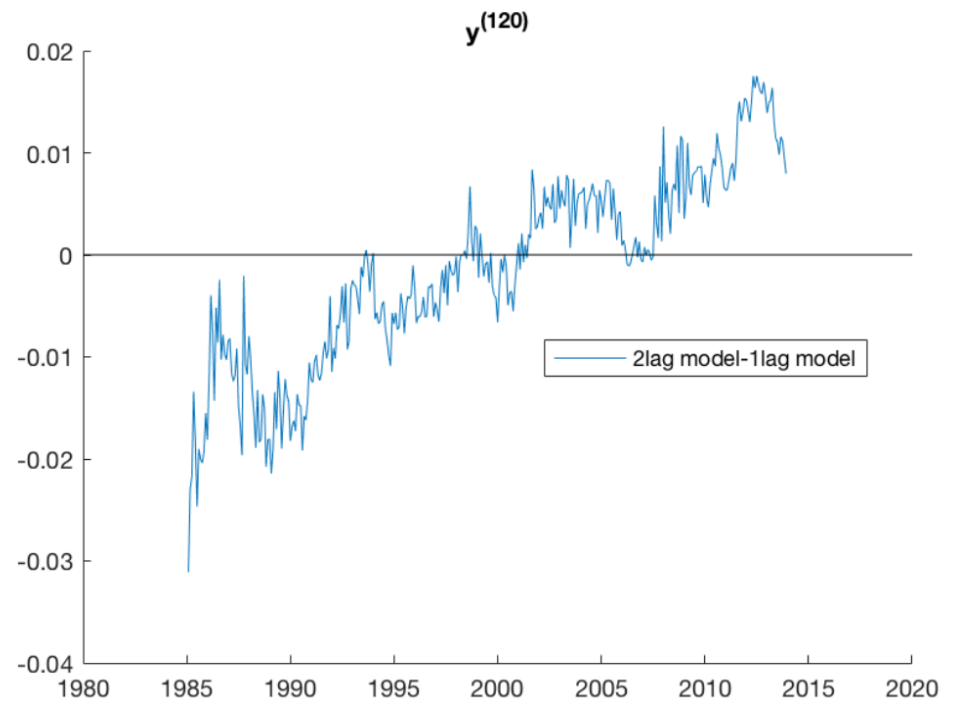
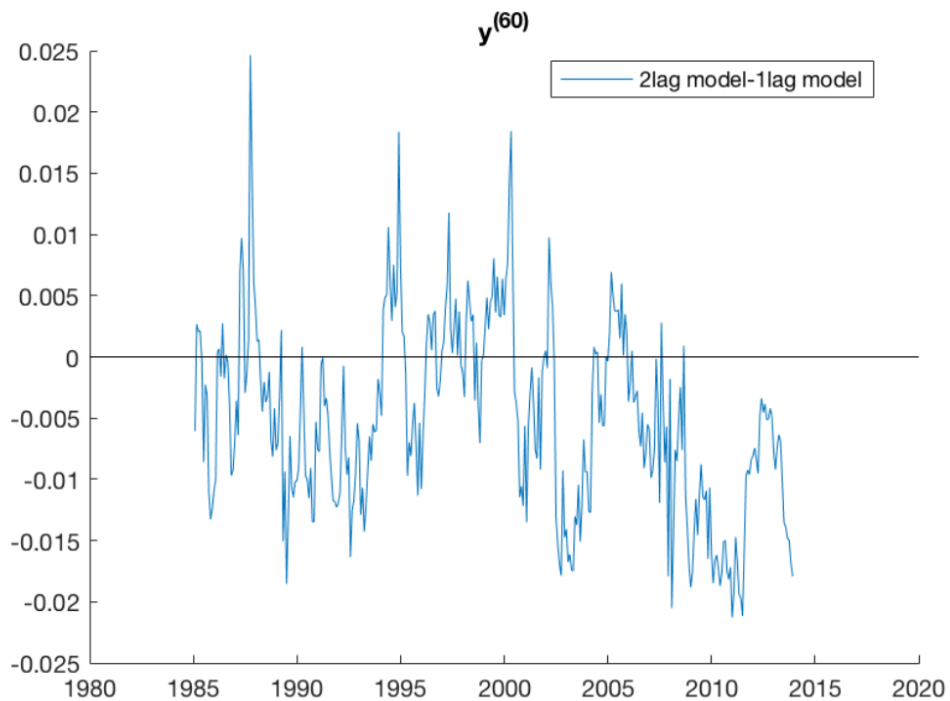
Resultados de las tasas de interés

- Diferencia entre las tasas de interés predichas por los distintos modelos



Resultados de las tasas de interés

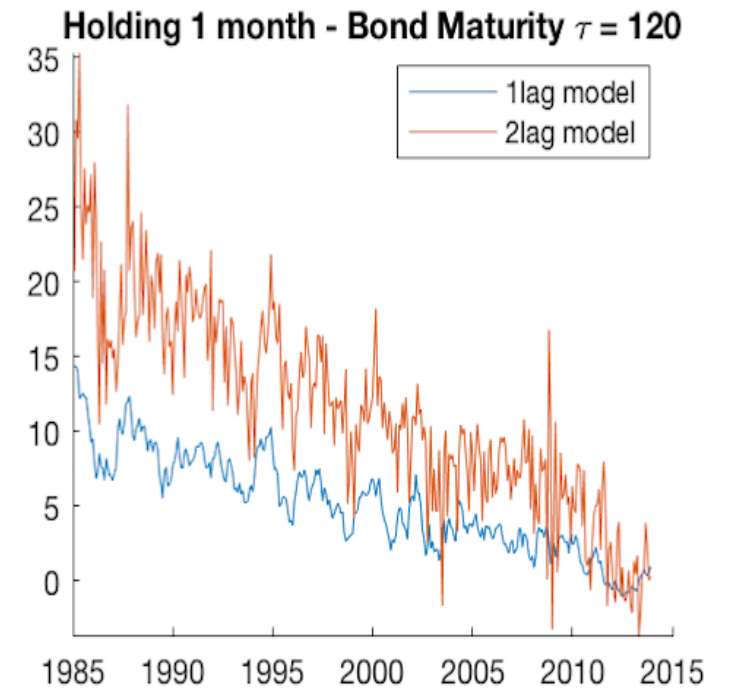
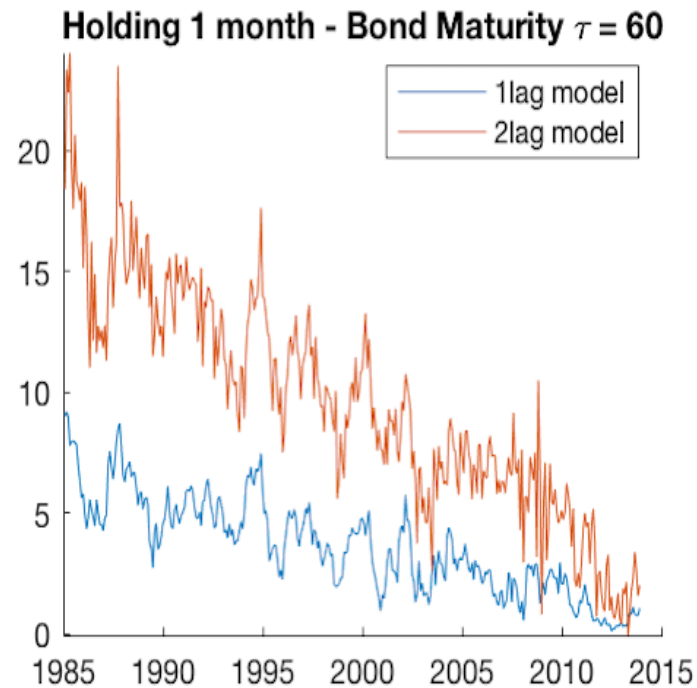
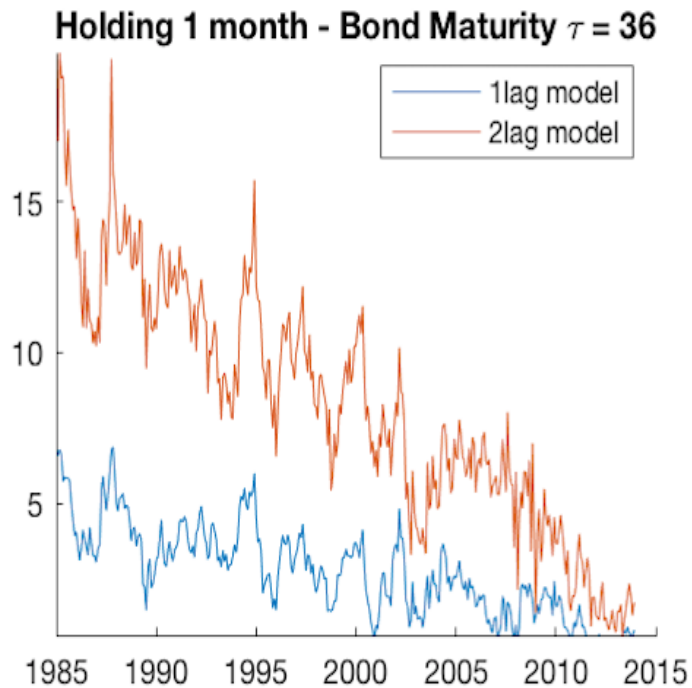
- Diferencia entre las tasas de interés predichas por los distintos modelos



Resultados de *Excess Holding Returns*

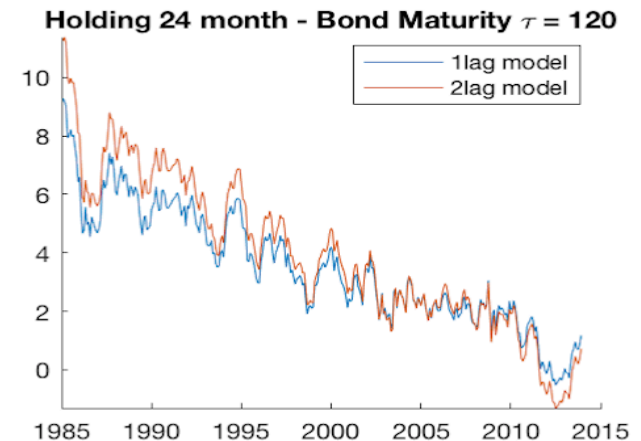
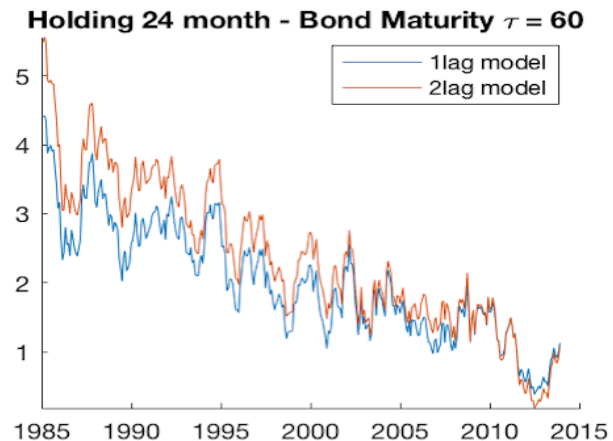
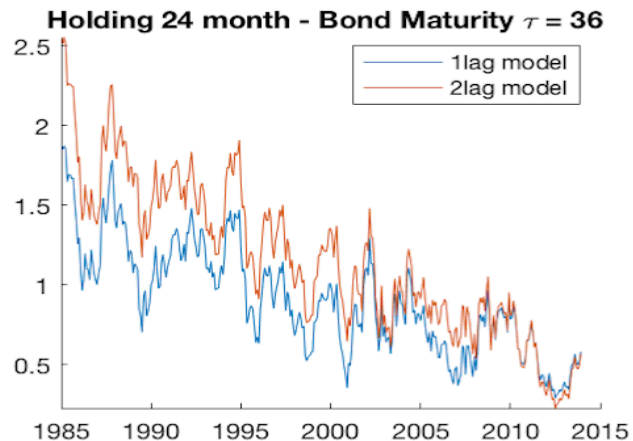
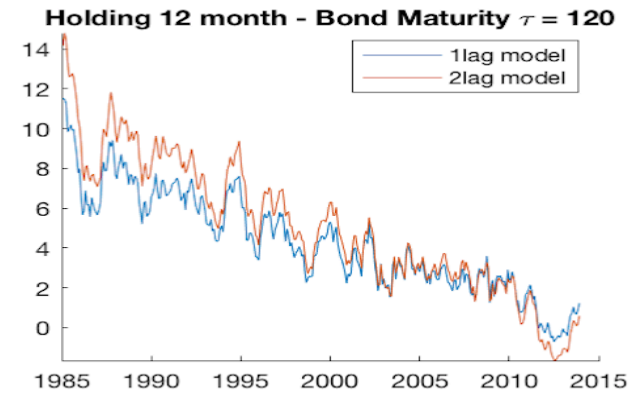
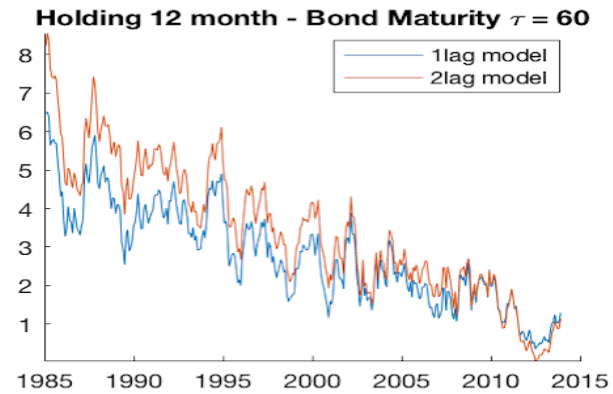
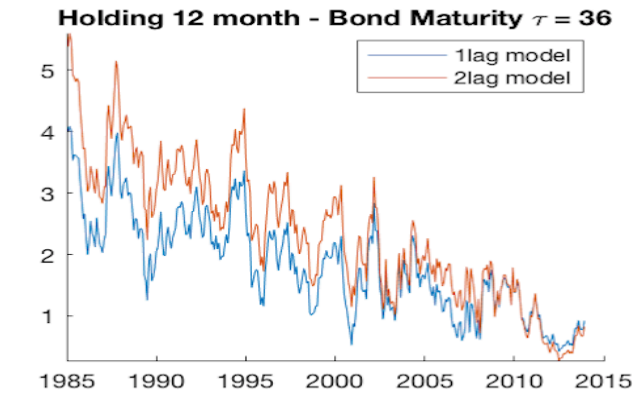
- Comparación de los *excess holding returns* con misma madurez

$$E_t \left\{ P_{t+h}^{(\tau+h)} - P_t^{(\tau)} - h y_t^{(h)} \right\}$$



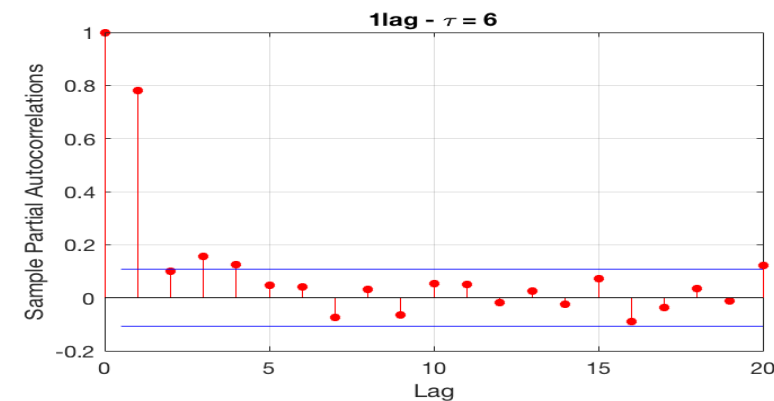
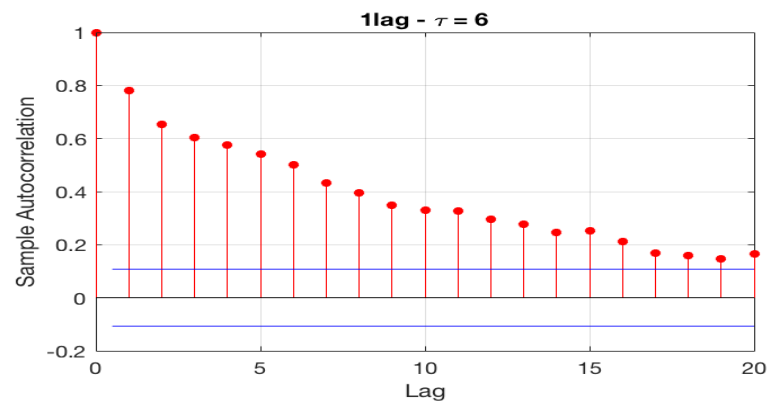
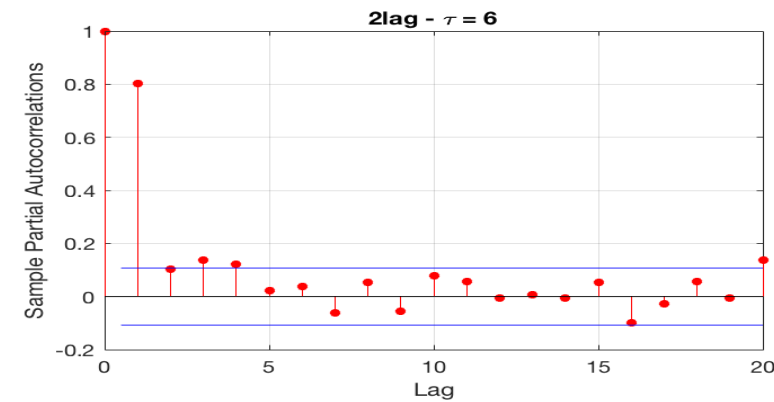
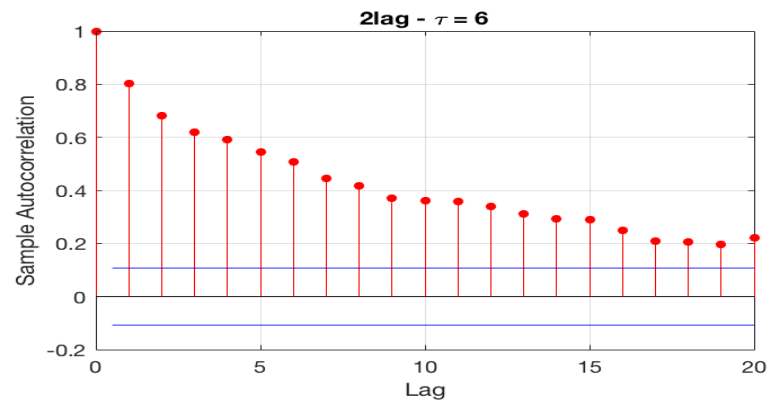
Resultados de *Excess Holding Returns*

- Comparación de los *excess holding returns* con misma madurez



Ajuste del modelo y dinámica de los errores de medición

Comparación entre las correlaciones seriales de los de los modelos



Conclusión

Tasas de interés

Las tasas estimadas por ambos modelos son muy similares.

Excess Holding Returns

Los *excess holding returns*, difieren para periodos de tenencia cortos y se asemejan cuando aumenta el mismo.

Curva de rendimiento y Correlación serial

El segundo modelo no soluciona el problema de correlación serial de los residuos.

Forecasts

Aunque no realizamos *forecasts* de la curva de rendimiento, como las prismas de riesgo son distintas estos deberían también ser distintos.