

**UNIVERSIDAD TORCUATO DI TELLA**

DEPARTAMENTO DE ECONOMÍA  
MAESTRÍA EN ECONOMETRÍA

**COMPARACIÓN DE ESTIMACIONES LINEALES EN MODELOS DE  
EQUILIBRIO DINÁMICO ESTOCÁSTICO CON SECTOR BANCARIO**

JULIÁN DAVID ROSERO NAVARRETE

**Autor**

MARTÍN GONZÁLEZ-ROZADA

**Tutor**

**Junio de 2016**

# COMPARACIÓN DE ESTIMACIONES LINEALES EN MODELOS DE EQUILIBRIO DINÁMICO ESTOCÁSTICO CON SECTOR BANCARIO<sup>1</sup>

Julián David Rosero Navarrete

Universidad Torcuato Di Tella

Departamento de Economía

Maestría en Econometría

Junio de 2016

## Resumen Ejecutivo

Los modelos DSGE con estructuras amplias y complejas son de popular uso en la actualidad para estudiar los efectos que diferentes agentes y variables tienen sobre la economía real. Así pues, en el presente artículo, no sólo se hace una revisión de la literatura relacionada, sino que se plantea un modelo de esta naturaleza con tres sectores – hogares, firmas e industria bancaria – el cual es usado, fundamentalmente, para comparar dos métodos lineales de estimación. El ejercicio no sólo deja un modelo útil para el análisis sino que evidencia el ajuste y versatilidad que tienen los métodos lineales de estimación para modelos DSGE en los cuales se incluyan más agentes o estructuras.

**Palabras Clave:** Modelos DSGE, Industria Bancaria, Linealización, Filtro de Kalman, Métodos de Perturbación.

**Clasificación JEL:** C53, C63, D53, D58, E37.

---

<sup>1</sup> El presente artículo académico se realizó como trabajo de grado para obtener el título de Maestría en Econometría el cual es una sustancial extensión y rigurosa profundización del ejercicio realizado en Rosero (2014) que se entregó como evaluación final de la asignatura Macroeconometría.

## TABLA DE CONTENIDO

|        |                                                                                                            |     |
|--------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 1.     | INTRODUCCIÓN .....                                                                                         | 5.  |
| 2.     | MARCO TEÓRICO Y REVISIÓN DE LITERATURA .....                                                               | 7.  |
| 2.1.   | <b>La Inclusión de Estructuras Financieras en<br/>los Modelos de Equilibrio Dinámico Estocástico</b> ..... | 13. |
| 2.1.1. | <i>Variables Nominales y su Impacto Economía<br/>Real en Modelos Neoclásicos</i> .....                     | 14. |
| 2.1.2. | <i>Incorporación de la Industria Financiera en Modelos Estocásticos<br/>y de Equilibrio General</i> .....  | 16. |
| 2.1.3. | <i>Incorporación de la Banca y La Industria Financiera<br/>en la Literatura Actual</i> .....               | 22. |
| 2.2.   | <b>Estimación con Metodologías Lineales</b> .....                                                          | 25. |
| 2.2.1. | <i>Discusión sobre Métodos Lineales y Métodos No Lineales en la<br/>Literatura</i> .....                   | 26. |
| 2.2.2. | <i>Filtro de Kalman, Linealización de Sistemas<br/>y Métodos de Perturbación de Primer Orden</i> .....     | 29. |
| 3.     | METODOLOGÍA .....                                                                                          | 35. |
| 3.1.   | <b>Modelo DGSE Con Sector Bancario</b> .....                                                               | 36. |
| 3.1.1. | <i>Los Hogares</i> .....                                                                                   | 38. |
| 3.1.2. | <i>Las Firmas</i> .....                                                                                    | 41. |
| 3.1.3. | <i>La Banca</i> .....                                                                                      | 42. |
| 3.1.4. | <i>Equilibrio Y Estados Estacionarios</i> .....                                                            | 44. |
| 3.2.   | <b>Linealización Del Sistema Para La Representación Estado – Espacio</b> ...                               | 47. |

|                                                                        |     |
|------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>3.3. Métodos De Perturbación De Primer Orden De Expansión</b> ..... | 50. |
| <b>3.4. Calibración del Modelo</b> .....                               | 54. |
| <b>3.5. Datos Para Las Estimaciones Y Simulaciones</b> .....           | 58. |
| <b>4. ESTIMACIÓN Y RESULTADOS</b> .....                                | 60. |
| <b>4.1. Representación Estado-Espacio y Filtro de Kalman</b> .....     | 61. |
| <b>4.2. Métodos de Perturbación de Primer Orden De Expansión</b> ..... | 65. |
| <b>4.3. Comparaciones entre Estimaciones</b> .....                     | 68. |
| <b>5. CONCLUSIONES</b> .....                                           | 76. |
| <b>6. BIBLIOGRAFÍA</b> .....                                           | 79. |
| <b>7. ANEXOS</b> .....                                                 | 87. |



## 1. INTRODUCCIÓN

Como señalan Cooley y Prescott (1995), los modelos de Equilibrio General Dinámico y Estocástico – modelos DSGE por sus siglas en inglés – son herramientas que posibilitan la construcción y el estudio abstracto de la economía creando escenarios artificiales cuyo fin es servir de laboratorio para la investigación de fenómenos macroeconómicos. Utilizando un lenguaje formal y matemático, estos modelos permiten entender la reacción de los agentes ante cambios en su entorno, teniendo en cuenta las interacciones que existen entre las variables económicas y contemplando la dinámica generada tras choques en los términos estocásticos (Torres, 2009; Rodríguez, 2011). Inicialmente, se utilizaba la forma canónica de los modelos DSGE estructurada únicamente bajo la interacción de las decisiones de firmas y hogares, volviéndose esta forma la más popular y sencilla para analizar el efecto de los diferentes choques en las variables económicas (Kydland y Prescott, 1982; Vermeylen, 2010; entre otros ejemplos). Sin embargo, Bernanke, Gertler y Gilchrist (1998) advirtieron que el fundamento conceptual de la forma canónica de los modelos DSGE se construye bajo el teorema de Modigliani y Miller (1958), cuyo argumento es que las estructuras financieras en una economía son indeterminadas y son irrelevantes a la hora de analizar la dinámica económica real. Así pues, los mencionados autores señalaron que a pesar que la exclusión de las estructuras financieras en dicho tipo de modelos se trate de una simplificación, no se puede dejar de lado los canales de transmisión al sector real ni los efectos en amplificación en el ciclo económico.

La conclusión anterior concuerda también con ejercicios como el realizado en King y Plosser (1984), King (1981), entre otros, en donde no sólo se evidencia la importancia de la estructura financiera para analizar el comportamiento del ciclo económico en medio de los escenarios artificiales que posibilita los modelos DGSE, sino que, adicional a la formulación teórica, también ofrecen un análisis empírico de la relación del sector financiero y el sector real – en especial, tomando el crédito como factor de producción para las firmas y los depósitos como decisión racional de los hogares –. Existen trabajos que con el uso de los modelos en mención, demuestran la relación entre el ciclo económico y el proceso de intermediación financiera, regulación, etc. (Díaz-Giménez *et al.*, 1992; Arias,

2002), y por otro lado, también existen ejercicios en donde se establece que el sistema financiero – en especial, el sistema bancario – es un agente que propaga las perturbaciones macroeconómicas en medio de los choques estocásticos que se simulan al interior de un sistema (Edwars y Végh, 1997).

De otra parte, respecto a la estimación de modelos DSGE, en la literatura actual persiste el debate sobre si se estiman dichos modelos utilizando metodologías que tengan en cuenta la estructura no lineal de la economía o, por el contrario, se emplean métodos que arrojen estimaciones tras la linealización de la misma. Se han desarrollado ejercicios como el realizado por Fernández-Villaverde y Rubio-Ramírez (2005), en el cual, utilizando un Filtro Secuencial de Montecarlo logran estimar una representación estado espacio manteniendo la estructura no lineal del modelo DSGE; o también, Andrieu, Doucet & Holestein (2010) desarrollan los métodos *Particle Markov Chains Montecarlo* buscando un buen ajuste manteniendo la no linealidad del sistema. En contraposición a esto, se encuentran los ejercicios realizados por Sargent (1989), Kim *et al.* (2003), entre otros, en donde se puede concluir al estudiar los resultados, que tras una correcta linealización de las ecuaciones en equilibrio se pueden lograr estimaciones con las cuales se obtengan pronósticos con un buen ajuste; en este orden de ideas, al existir varios métodos o caminos para obtener la mejor aproximación lineal, los métodos lineales de estimación en los modelos DSGE podrían considerarse adecuados para obtener pronósticos con un buen ajuste así no se contemple directamente la estructura no lineal presentada en la economía.

Por tanto, en línea con lo anterior y teniendo en cuenta lo importante de incluir el sector financiero, el objetivo general del presente trabajo es estimar un modelo DSGE con sector bancario utilizando dos metodologías lineales diferentes, a saber, Filtro de Kalman y métodos de perturbación – en niveles y log-linealizado –, con el fin de evaluar cuál de las dos ofrece el mejor ajuste y por ende, con cuál de los dos se obtienen las mejores estimaciones. La finalidad del presente ejercicio, por un lado, es aportar a la literatura que propende por la inclusión de estructuras financieras en el análisis macroeconómico, en especial, en la formulación de modelos DSGE. De la misma manera, se busca ahondar en la

utilización de métodos lineales de estimación y mostrar que pueden arrojar resultados precisos a la hora de estimar estructuras no lineales de la economía.

Así pues, para dar un cabal desarrollo al objetivo propuesto, se estructurará el presente documento en 5 secciones incluyendo como primera sección la presente introducción; en la segunda sección, se construirá el marco teórico a partir de una revisión de la literatura en la cual se explore la inclusión e importancia de tener en cuenta el sector financiero y, fundamentalmente, el sector bancario en modelos DGSE: se expondrán ejemplos y se analizarán la incorporación del sector bancario u otras estructuras financieras en el desarrollo de los modelos. De otra parte, se incluirá una revisión de la literatura sobre la discusión suscitada respecto a estimar los mencionados modelos utilizando métodos lineales y no lineales, donde finalmente se subrayará los aspectos positivos y la precisión que pueden lograr tales métodos lineales a la hora de obtener estimadores y pronósticos.

En la tercera sección se explicará y se detallará la metodología a utilizar; en primer lugar, se propondrá un modelo DSGE con sector bancario con base en los planteamientos y desarrollos ofrecidos por los ejercicios reseñados en la sección anterior. Posterior a eso, se expondrá la linealización del sistema y la propuesta de estimación a través de un Filtro de Kalman y los métodos de perturbación de primer orden de expansión, tanto en niveles como con variables log-linealizadas. La sección finalizará con la calibración propuesta y todo lo referente a la simulación de los datos para realizar las estimaciones. Por su lado, en la cuarta sección se expondrán los resultados y se realizará el análisis comparado para determinar cuál de los métodos lineales empleados ofrece el mejor ajuste. Finalmente, la quinta sección corresponde a las conclusiones que surjan tras la realización del ejercicio.

## **2. MARCO TEÓRICO Y REVISIÓN DE LA LITERATURA**

En el marco del paradigma neoclásico, el análisis macroeconómico actual busca explicar y entender la dinámica de los agregados económicos a partir del uso de modelos *microfundamentados*, lo cual contrasta con el paradigma keynesiano que, *ad hoc*, buscaba

teorizar únicamente alrededor de la relación que existía entre dichos agregados (Wickens, 2008). Es por ello el continuo desarrollo de modelos de equilibrio general para estudiar el efecto que producen las interacciones entre individuos representativos de cada uno de los sectores que componen un sistema en equilibrio (Addy y Cooper, 2002). La *microfundamentación*, en línea con Vermeulen (2010), resulta ser la exposición explícita de los objetivos y preferencias de cada uno de los agentes que componen el modelo, al igual que sus estrategias y elecciones, sin obviar el hecho que los agentes siempre estarán buscando maximizar sus utilidades, beneficios, etc. Bajo esta construcción metodológica, también se estudia el efecto que choques de naturaleza estocástica producen sobre cada uno de los sectores, tanto de manera individual como simultánea en múltiples escenarios y mercados (Wickens, 2008). Como señala Ramírez (2011), el enfoque estocástico también busca estudiar “(...) [la] naturaleza incierta, la incertidumbre innata que procede del comportamiento humano impredecible, enmarcado en su entorno económico” (p. 125).

Ahora bien, a pesar que los modelos de equilibrio general buscan observar las interacciones entre los agentes representativos de varios sectores, autores como Bernanke (1993) han señalado que en este tipo de análisis macroeconómico no se tienen cuenta asuntos relacionados como la expansión y calidad de crédito, al igual que otras estructuras financieras al interior de la economía (Bernanke, Gerler y Gilchrist, 1998). Como se comentó en la sección anterior, la estructura conceptual de esto parte de Madigliani y Miller (1958) quienes exponen que bajo los supuestos de información perfecta y mercados completos, el impacto en variables reales como la producción, el consumo y demás, sólo dependen de la preferencia de los consumidores, las elecciones de las firmas y el cambio en el acervo tecnológico. En este orden de ideas, se concibió al sector financiero y las variables nominales irrelevantes en el proceso y sin un impacto significativo sobre la estructura o dinámica de los ciclos económicos.

De hecho, existe un acervo importante de literatura que también percata la irrelevancia del sector financiero en el desarrollo de los modelos de equilibrio general: por un lado se encuentran trabajos como el de Borio (2012) que comienza su ejercicio con una reflexión al respecto, exponiendo que se concebía a este sector no sólo como un velo, sino también

como un factor que se ignora a la hora de explicar o entender los ciclos. Por otro lado, autores como Friedman (1986) sostienen que el problema de la ausencia de estructuras financieras o elementos de esta naturaleza en el estudio de los ciclos no se debe a que su efecto en la actividad real carezca de importancia, sino porque no corresponde al tipo de análisis cuantitativo que los economistas usualmente suelen hacer. Así pues, cualquiera que sea la razón para no incluir al sector financiero y/o bancario en los modelos de equilibrio general, lo que percatan los autores es que al relegar dicho de este tipo de análisis, se deja por fuera la visualización de su posible relevancia en la economía real o la posibilidad que dicho sector sea el agente trasmisor y/o amplificador del efecto de la política monetaria, de la dinámica en variables nominales, entre otros asuntos.

Ahora bien, en aras de discutir la supuesta irrelevancia del sector y las estructuras financieras, existen una gran cantidad de trabajos empíricos los cuales argumentan, desde diferentes perspectivas y metodologías, la relación o impacto que el mencionado sector tiene en la economía real; por ejemplo, el trabajo de Ludvigson (1999) no sólo establece un fundamento teórico de la relación existente entre la expansión de crédito y el consumo agregado a partir de la calibración de un modelo de equilibrio general, sino que ofrece un ejercicio empírico analizando el mercado inmobiliario y los pronósticos de las series de tiempo de esas dos variables en EE.UU, encontrando evidencia estadística bajo la cual se puede determinar que existe tal relación. De otra parte, se obtuvieron conclusiones similares tras el ejercicio realizado por Bachetta y Gerlach (1997), en el cual se realizó una revisión sobre la literatura que hasta el momento exploraba el impacto de las condiciones de crédito sobre el consumo y, posteriormente, con datos de algunos países desarrollados, se elaboraron estimaciones econométricas utilizando coeficientes fijos junto con la evaluación de la existencia de Causalidad de Granger entre el consumo, el ingreso disponible y el consumo de crédito.

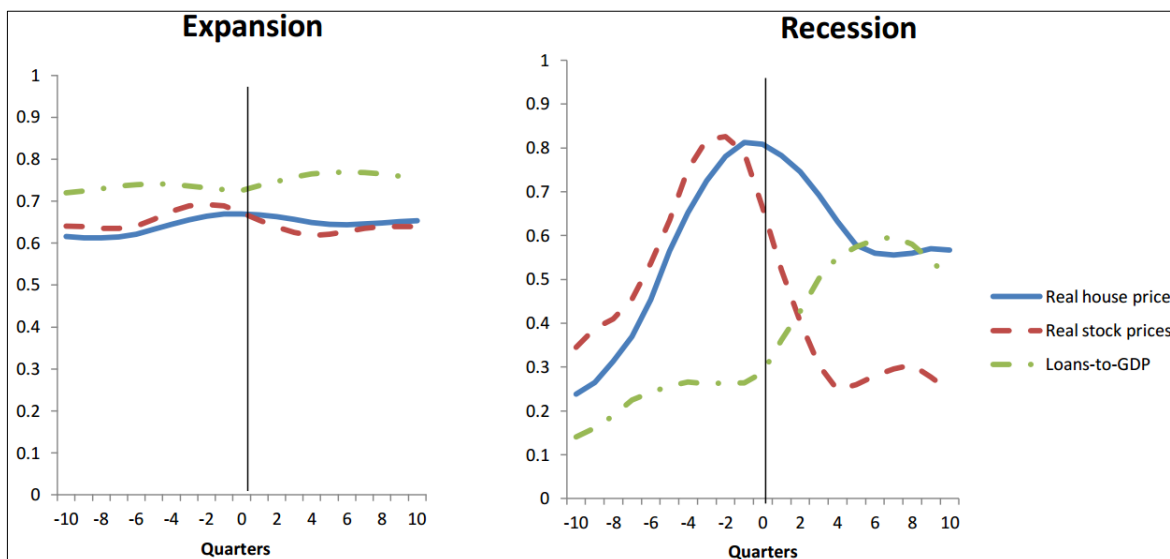
Con el paso del tiempo, el estudio de la relación entre el sector real y financiero se extendió, teniendo como resultados trabajos como el de Claessens, Kose y Terrones (2011), en donde no sólo se buscó evidencia empírica de la interacción entre el crédito y el consumo, sino también la interacción y sincronización de los ciclos reales y financieros,

junto con el estudio profundo de las características de dichos. Así pues, tomando al PIB como variable real, y al crédito, al precio de la vivienda y al precio de las acciones como variables financieras para 44 países (21 desarrollados y 23 economías emergentes), los autores realizaron un análisis de hechos estilizados sobre la amplitud de cada ciclo, pendiente, duración en auges y crisis, etc. Un ejercicio similar fue realizado en Haavio (2012), en donde utilizando una base de datos de países de la Eurozona y algunas economías desarrolladas (17 países de la OECD en total) e implementado el Índice de Concordancia desarrollado por Harding y Pagen (2002), el autor logró establecer la relación entre variables de la economía real y variables del mercado financiero; a diferencia del estudio mencionado anteriormente, se contrastaron los precios del mercado inmobiliario, los precios del mercado bursátil y la proporción de las obligaciones financieras sobre el PIB. Con esto, se logró dar evidencia cuantitativa de la interacción entre los dos ciclos y, como se puede apreciar el Gráfico No. 1, con los hechos estilizados que se expusieron, el autor logró dar cuenta de tal sincronía tanto en sus fases expansivas como recesivas.

### Gráfico No. 1

#### *Interacción entre Ciclos Financieros y de la Economía Real*

*(Hechos Estilizados para 17 países de la OECD)*



*Fuente: Haavio, 2012, p. 13*

De la literatura realizada sobre la sincronía entre ciclos, se encuentra el trabajo de Avouyi-Daovi y Matheron (2005) en donde, utilizando datos de 5 economías desarrolladas, no sólo se buscó evidencia de la dinámica e interacción en medio de los ciclos económicos de los índices bursátiles, la actividad real y las tasas de interés, sino que también se observó conductas en materia de política monetaria concibiendo a la tasa de interés como canal de transmisión de la política al sector real. La conclusión tras la realización del este ejercicio en donde también se utilizaron Índices de Concordancia descomponiendo variables en factores de largo y corto plazo, es que a pesar de existir evidencia que muestre la interacción y sincronía de las variables en el largo plazo, no se encontró una relación fuerte y significativa entre la conducta en materia de política monetaria y los diferentes ciclos.

Ahora bien, Díaz-Giménez, *et al.* (1992) expusieron que desde la década de 1960 varios autores venían adelantando diferentes ejercicios empíricos que ofrecían suficiente evidencia estadística sobre el impacto que las decisiones discrecionales sobre política monetaria tenían sobre los ciclos económicos. No obstante, los estudios empíricos que empleaban variables financieras y sus ciclos para visualizar la transmisión de los efectos de dicha política al sector real tuvieron un auge a lo largo de la década de 1990: un trabajo ampliamente citado en la literatura es el de Sims (1992), en donde no sólo se expone la problemática enunciada párrafos atrás acerca de ignorar los efectos que las variables nominales producen sobre las reales, sino que también se presenta evidencia estadística con la estimación de un Vector Auto-Regresivo (VAR) con información de 5 economías desarrolladas y compuesto de variables reales – como los índices de producción, índice de precios de los *commodities*, etc – y variables nominales – como la tasa de interés real, el agregado monetario M1 y el índice de precios al consumidor. Con los resultados de las estimaciones se logró percatar el efecto que choques producidos en las variables nominales o de naturaleza financiera tuvieron sobre las variables reales, argumentando con esto los impactos de las decisiones en materia de política monetaria sobre la economía. Otro ejercicio similar es el realizado por Christiano, Eichenbaum y Evans (1996), el cual, también utilizando funciones impulso–respuesta tras la estimación de VAR’s estructurales, expusieron cómo decisiones en materia de política monetaria afectan la economía real, a través de la observación del efecto que choques estocásticos en las innovaciones de las

variables de transmisión de política impactaban en agregados macroeconómicos como el PIB real, los precios de los *commodities*, etc. En su defecto, Kiyotaki y Moore (1995) desarrollaron un trabajo con un objetivo similar pero en busca de observar el efecto de decisiones de naturaleza restrictiva. Así que, con la construcción de modelos de equilibrio dinámico, estudiaron la actividad agregada de la economía tras un escenario de restricciones crediticias las cuales surgen naturalmente – por tanto, no determinada de manera endógena –, ofreciendo así un enfoque diferente a la hora de identificar canales de transmisión de las estructuras financieras a la economía real.

Finalmente, con la revisión de literatura realizada hasta ahora se puede erigir el fundamento empírico con el cual se pueda contemplar la importancia de la inclusión del sector financiero en los modelos macroeconómicos, en especial, de equilibrio general. En línea con Christiano y Todd (1996), uno de los principales avances finalizando el siglo pasado es la conciliación entre la estructuración teórica de los modelos macroeconómicos y los fundamentos microeconómicos: utilizar datos y evidencia empírica para formular y parametrizar modelos en la teoría. Por tanto, esto hace posible que con base en toda la evidencia empírica aquí presentada se contemple la construcción de modelos que incluyan el sector, ya sea para tener en cuenta el impacto que las estructuras financieras tienen sobre la economía real, estudiar el posible efecto en las decisiones tomadas sobre variables nominales o incluso, para observar y evaluar determinados canales de transmisión de la política monetaria. De hecho, en las estructuras metodológicas y teóricas para el análisis y la teoría macroeconómica, los economistas “(...) *tendrán que hacer su mejor esfuerzo por incorporar las realidades financieras al análisis macroeconómico*”<sup>2</sup>.

Existe entonces un importante acervo de literatura en donde se desarrollaron, calibraron y/o estimaron modelos de equilibrio general dinámico y estocástico, en cuya formulación se incluyó el sector financiero, sector bancario, etc. En consecuencia, la siguiente subsección tendrá como objetivo reseñar algunos trabajos en donde se usaron diferentes modelos de esta índole; se explicará desde la intención de su construcción, hasta cuáles son sus

---

<sup>2</sup> Frase motivacional de Paul Krugman, obtenida de: Claessens, Kose y Terrones, 2011, p. 7. (Traducción propia).



esquemas de supuestos y estructura. Es más, cabe señalar que la importancia de esta subsección es el bosquejar las bases para la propuesta de modelo DSGE con sector bancario que se desarrollará en la tercera sección de este documento. Posterior a esto, se expondrá otra subsección en donde se reseñará la discusión sobre los métodos de estimación de modelos DSGE. Finalmente, se explicará cuáles serán los métodos con los que se estimará el modelo propuesto en este trabajo y su alcance.

## **2.1. LA INCLUSIÓN DE ESTRUCTURAS FINANCIERAS EN LOS MODELOS DE EQUILIBRIO DINÁMICO ESTOCÁSTICO**

Gran parte de la literatura concuerda con que el trabajo de Fisher (1933) fue el punto de partida bajo el cual resulta posible estructurar de manera conceptual y metodológica la inclusión de las estructura financieras en los modelos de equilibrio general. Esto por el hecho que su análisis evidenció el efecto que diferentes elementos financieros tuvieron sobre el ciclo económico en medio de la Gran Depresión. Ahora bien, autores como Tobin (1955) ya venían percatando la necesidad de ampliar la formulación de los modelos de equilibrio general dinámico o de crecimiento neoclásico, en aras de incluir efectos monetarios y así, darle el papel que tiene en la económica real la dinámica que presentan las variables de naturaleza nominal. Un ejemplo es la estructuración alternativa presentada en Tobin (1965), en la cual, tras exponer las limitaciones de los modelos no monetarios al asumir que el ahorro es inmediatamente inversión real, planteó una estructura conceptual en la cual la intensidad del capital se determina por factores monetarios como la tasa de interés nominal, la tasa de retorno del capital, títulos de ahorro, etc. Otro ejemplo es el de Johnson (1966), quien a través de la formulación de un modelo neoclásico de crecimiento con un sólo un sector buscó cuestionar el papel neutral que ha tenido el dinero en dichos modelos, junto con explorar el impacto que la política monetaria tiene sobre el crecimiento; el autor no sólo invitó a relajar supuestos en materia de decisiones en cuanto ahorro, durabilidad de capital y cambios en el acervo tecnológico, sino que también incorporó la oferta de dinero a través de mecanismos inmersos en la proporción de ahorro con respecto a producto y las tasas de retorno del capital. Por su lado, Purvis (1971) señaló falencias conceptuales en los

desarrollos de Tobin (1965) lo cual, según él, recaía en que su planteamiento surgía de la comparación arbitraria entre trueque y economía monetaria. Por tanto, el autor formuló una inclusión alternativa de los factores monetarios en el modelo de crecimiento neoclásico agregando balances reales de dinero – lo cual es la expansión relativa de la oferta monetaria menos el cambio en los precios – tomándolo determinante del ingreso disponible, encontrando a partir de esto una condición en equilibrio entre el consumo – determinado en parte por factores monetarios – y la ecuación transicional del capital per cápita. Así, logró plantear cómo la expansión de los balances reales de dinero podría influir en el incremento del producto, solucionando las limitaciones de los desarrollos en materia de inclusión de factores monetarios de las formulaciones conceptuales que le antecedieron.

#### 2.1.1. VARIABLES NOMINALES Y SU IMPACTO ECONOMÍA REAL EN MODELOS NEOCLÁSICOS.

Lo anterior resultó una primera aproximación, no sólo para contemplar el papel de las variables nominales en la economía, sino también para estructurar modelos que vislumbraran los efectos de la política monetaria sobre variables reales. No obstante, Black (1972) advirtió que se estaba tomando la oferta de dinero como la única responsabilidad del sector gobierno, haciendo difícil diferenciar la política fiscal de la monetaria. Comenzando la década de 1970, varios autores buscaron incorporar el dinero y las tasas de interés nominal junto con variables como los bonos del gobierno y sus tasas de retorno, de manera que diera lugar a la independencia entre lo fiscal y lo monetario, y contemplando también efectos en la estabilidad de los precios, desequilibrios como la inflación, entre otros (Foley, Shell y Sidrauski, 1969; Foley y Sadrausky, 1970; Olivera, 1970). Aun así, Black (1972) siguió considerando que esas aproximaciones tenían limitaciones, por lo que ofreció una nueva propuesta para incluir variables nominales que dieran cuenta de las decisiones de política monetaria y que evidenciara la diferencia con la política fiscal. Estableció también que la oferta de dinero es responsabilidad del sector gobierno y la emisión y toma de bonos es una responsabilidad compartida entre dicho sector y los hogares. De la misma manera, esta estructura estableció un paralelo entre la política monetaria activa y pasiva, según se contemple la endogeneidad o exogeneidad de la oferta monetaria y lo cual tenía influencia

en la estabilidad global del equilibrio en los modelos teóricos. Lo importante de toda esta formulación, es que al concebir como activos financieros los bonos y el dinero y de la manera como lo hace el autor, da la posibilidad de asumir la existencia del sector bancario: contemplándolo como un agente emisor en el marco de una política monetaria pasiva – oferta de dinero exógena – o concibiéndolo como un tomador de depósitos, tenedor de bonos y controlador de reservas si se asume nuevamente la oferta de dinero como responsabilidad del sector gobierno. Es decir, este planteamiento permitió establecer, al menos conceptualmente, la participación activa de este nuevo sector en los modelos de crecimiento neoclásico.

De manera paralela, también se presentó la necesidad de formular estructuras que incluyeran variables nominales en interacción con las variables reales en los modelos de equilibrio general; Lucas (1980) realizó un recuento histórico de la formulación e implementación de este tipo de modelos a lo largo del siglo XX, percatando que el comportamiento “keynesiano” de la economía que capturaron los modelos econométricos realizados en el periodo 1940–1960 fue un motivo para que en la investigación macroeconómica se buscara la manera de incluir el dinero u otros elementos de naturaleza financiera en la teoría del equilibrio general real. Así pues, un ejemplo de esto es Sargent (1976) quien, contemplando propiedades keynesianas de corto plazo, diseñó un modelo macroeconómico bajo el cual se pudo estudiar desde un enfoque clásico y monetarista los choques en materia de política monetaria. Como variable nominal usó el logaritmo de dinero – oferta monetaria más depósitos bancarios – que se determinaba de manera exógena al interior del sistema y que se asumió como un proceso estocástico autorregresivo. Una vez planteado el modelo y tras realizar las respectivas estimaciones, el autor reunió evidencia estadística para postular que el rol de dicha variable, aparentemente, tiene una causalidad con el desempleo y la tasa de interés de largo plazo. Por su lado, para observar los efectos de un choque inesperado en una variable nominal sobre la economía real, Phelps y Taylor (1977) se inclinaron por estructurar un modelo en donde se asumió una economía en la cual los agentes se adaptan a una regla de política monetaria, que al cambiar de manera inesperada podría traer impactos en el producto. Para estructurar esto conforme a una regla de política, los autores, en primer lugar, desarrollan un esquema rudimentario

compuesto por ecuaciones para variables reales como el producto  $y_t$ , el consumo  $c_t$  y el capital  $k_t$ , las cuales estaban en función de un retorno  $r_t$ , el ahorro  $y_t - c_t$ , la expectativa con información pasada del producto  $E_{t-1}y_t$ , la diferencia entre la tasa natural de interés y los retornos al capital ( $n_t - r_t$ ), y los términos estocásticos para el consumo y el producto  $\varepsilon_t^j \forall j = y, c$ . Adicionalmente, incluyeron también ecuaciones para variables nominales como el interés  $i_t$  y los precios  $p_t$  en función de las expectativas  $E_{t-1}p_t$ , el producto, la diferencia entre los precios del periodo anterior y la oferta de dinero ( $p_{t-1} - m_t$ ) y los términos estocásticos  $\varepsilon_t^j \forall j = i, p$ . Finalmente, a partir de desarrollos algebraicos en el sistema, obtuvieron ecuaciones reducidas para el producto y el capital, de tal manera que:

$$y_t = f(E_{t-1}p_t, p_{t-1}, m_t, k_{t-1}) + v_t^y$$

$$k_t = f(E_{t-1}p_t, p_{t-1}, m_t, k_{t-1}) + v_t^k$$

En donde  $v_t^j \forall j = y, k$  son una construcción funcional utilizando los términos estocásticos  $\varepsilon_t^j \forall j = c, i$ , con lo cual se contempló el impacto que choques en las variables nominales  $i_t, p_t$  y  $m_t$  puedan tener sobre las variables reales  $y_t$  y  $k_t$ . Phelps y Taylor (1977) no sólo establecen la intuición de este planteamiento, sino que adicionalmente se enriqueció agregando modificaciones y variaciones al modelo rudimentario, en materia de incorporarle diferentes estructuras y reglas de política. La conclusión al ejercicio es que existen diferentes dinámicas según la regla de política incorporada, destacándose que las de naturaleza pasiva no contemplan un mayor impacto de las variables nominales sobre las reales, en contraste con las activas las cuales tratan de exponer la incidencia sobre el producto y la demanda agregada.

### 2.1.2. INCORPORACIÓN DE LA INDUSTRIA FINANCIERA EN MODELOS ESTOCÁSTICOS Y DE EQUILIBRIO GENERAL.

En materia de modelos de equilibrio general dinámico y estocástico, durante la década de 1980 se presentaron desarrollos en este campo como el de King y Plosser (1984), en donde

no se sólo trató con la incorporación del dinero sino que también se tuvo en cuenta el papel de la banca y su influencia en el sector real. En ese ejercicio se plantea el equilibrio entre tres sectores, a saber: sector real – representado por la producción de un bien final  $y_t$  –, industria financiera y hogares. Lo particular es que en la función de producción incorporó los servicios transaccionales  $d_{yt}$  como factor productivo de tal manera que el producto  $y_t = F(k_{yt}, n_{yt}, d_{yt}; \varphi_t \xi_{t+1})$ , en donde  $k_{yt}$  y  $n_{yt}$  son el nivel de capital y tiempo empleado en trabajo respectivamente, en interacción funcional con los términos estocásticos asociados a la producción  $\varphi_t$  y  $\xi_t$ . No obstante, además de concebirse  $d_{yt}$  como factor productivo, también se contempló la naturaleza de bien intermedio toda vez que  $d_{yt} = G(k_{dt}, n_{dt}; \lambda_t)$  en donde  $k_{dt}$  y  $n_{dt}$  son nivel de capital y tiempo de trabajo empleado para la industria financiera, en interacción funcional con el término estocástico  $\lambda_t$  asociado a los servicios transaccionales. Finalmente, para la construcción de la función de beneficios, se contemplaron los costos  $q_t k_t + \omega_t n_t + p_t d_t$ . Por su lado, en el problema de los hogares se asume que dichos dedican tiempo a la producción de bienes y servicios  $n_t$ , pero también a la industria financiera  $n_{\tau t}$ , de tal manera que  $n_{\tau t} = \tau(d_{ht}, x_t, i_t)$ , en donde  $d_{ht}$ ,  $x_t$  y  $i_t$  son las decisiones de este agente en cuanto cantidad de servicios transaccionales, consumo e inversión, respectivamente.

Lo anterior partió de la construcción de modelos con sector bancario con base en los avances de Fisher (1982) quien incorporó conceptos como el dinero de alto poder de los hogares – variable en función de los precios, el producto y la tasa de interés nominal – y la construcción de una función de utilidad que depende indirectamente de decisiones sobre el monto de depósitos bancarios de los consumidores. La formulación de Fisher (1982) recae en que el problema de los hogares parte de la utilidad agregada  $U = \int_0^{\infty} u(c) e^{-\delta t} dt$ , en la cual el consumo sigue la expresión  $c = f\left(L_c, \frac{H_c}{p}\right) + g$  donde  $L_c$  es el uso de los saldos en efectivo,  $\frac{H_c}{p}$  el monto real de depósitos bancarios y  $g$  el monto obtenido a través de la intervención del banco. Por su parte, se contempló una restricción presupuestaria intertemporal de la forma:  $\dot{A} = wL_m + r_b B + x - p_b g - \pi \frac{H_c}{p} - c$ , en donde  $A$  es el stock de riqueza, el cual es igual al ingreso – salarios  $wL_m$ , rendimientos  $r_b B$  y transferencias del gobierno  $x$  – menos los gastos – depósitos, el costo de intermediación y el consumo. Lo

positivo del trabajo de King y Plosser (1984) es que simplificó la incorporación formal de la industria financiera, toda vez que la concibió como la productora de un bien intermedio para la producción, mientras que Fisher (1982) lo planteó como el sector que se encargaba de dos servicios: 1) el proceso de intermediación bancaria (lo que se denominó como  $g$ ) y 2) la provisión de servicios financieros. La función de producción de este sector resultó entonces más compleja toda vez que viene dada por  $g = G(L_B, K_b, \frac{H_b}{P})$ , sujeta a una restricción  $\dot{B} = wL_B - rK + \pi \frac{H_b}{P} - r_b B$  en donde  $wL_B$  son los salarios,  $rK$  los rendimientos al capital productivo,  $r_b B$  el rendimiento de los ahorros de los hogares y  $\frac{H_b}{P}$  el dinero de alto poder retenido por los bancos.

Ahora bien, Bernanke y Gertler (1989) abordaron la incorporación de estructuras financieras desde otra perspectiva: desarrollaron analíticamente un modelo neoclásico estocástico de ciclos reales, en el cual se concibió como determinante de la actividad macroeconómica la solvencia y credibilidad crediticia de quienes se encargan de la producción. Los autores plantean la existencia de empresarios y prestamistas, quienes producen bienes de consumo final y capital, respectivamente. Se asume una función de producción  $y_t = \tilde{\theta}_t f(k_t)$ , donde el capital sigue que  $k_{t+1} = (\kappa - h_t \gamma) i_t$ , lo cual se componía por los proyectos de inversión llevados a cabo  $i_t$ , multiplicado por una fracción compuesta de la diferencia entre la producción esperada  $\kappa$  y el porcentaje de proyectos auditados  $h_t$ , y esto multiplicado también por las unidades de capital absorbidas en tecnología  $\gamma$ . Por su lado,  $\tilde{\theta}_t$  es un choque estocástico de productividad el cual se encuentra idénticamente distribuido, con media  $\theta$  y que tiene lugar en el producto independientemente del capital, de tal forma que  $\tilde{\theta}_t f(0) > 0$ . Los autores conciben dos tipos de escenarios en donde se presenta equilibrio: 1) con información perfecta, en donde básicamente se asume que no hay auditorías, por lo que las condiciones de equilibrio son  $\kappa \hat{q}_{t+1} - rx(\omega_j) = 0$ , siendo  $\kappa \hat{q}_{t+1}$  el retorno bruto que obtienen los acreedores y  $rx(\omega_j)$  el costo del  $j$ -ésimo proyecto empresarial, contemplando además que  $\hat{q}_{t+1} = \theta f'(k_{t+1})$ ; 2) con información imperfecta en donde sí se presentan auditorías a las empresas por parte de los acreedores, por lo función objetivo el problema de las empresas es:

$$\max_{p, c^a, c_1, c_2} \pi_1(p c^a + (1-p)c_1) + \pi_2 c_2$$

$$\text{sujeto a: } \pi_1[\kappa_1 \hat{q} - p(c^a + \hat{q}\gamma) - (1-p)c_1] + \pi_2[\kappa_2 \hat{q} - c_2] \geq r(x - S^e)$$

$$c_2 \geq (1-p)(\hat{q}(\kappa_1 - \kappa_2) + c_1)$$

$$c_1 \geq 0 ; c^a \geq 0 ; 0 \leq p \leq 1$$

En donde  $\pi_1$  es la probabilidad de producción dado que la firma es auditada,  $p$  es la probabilidad a que los acreedores encuentren a la empresa en banca rota,  $c^a$  el pago de la empresa en el peor escenario,  $c_i \forall i = 1,2$  los pagos en un escenario de solvencia,  $\pi_2$  la probabilidad de producción sin auditoría,  $x$  el producto final y  $S^e$  el ahorro de los empresarios. La conclusión a la que llegan Bernanke y Gertler (1989) es que existe un acelerador de la inversión en escenarios de solvencia por parte de las empresas, con un impacto en la producción real.

Este planteamiento fue retomado por Carlstrom y Fuerst (1997) quienes no sólo ampliaron el fundamento teórico y profundizaron la parametrización de las ecuaciones, sino que además propusieron a partir de estos desarrollos la construcción de otro modelo de equilibrio general dinámico estocástico; la interacción entre hogares y empresarios conlleva a que la función de producción sea  $Y_t = \theta_t F(K_t, H_t, H_t^e)$ , donde  $\theta_t$  es el choque estocástico asociado a la productividad,  $H_t$  la oferta agregada de mano de obra de los hogares y  $H_t^e$  la mano de obra empresaria. La utilidad intertemporal de los hogares está dada por  $E \sum \beta^t U(c_t, 1 - l_t)$  y la de los empresarios  $E \sum (\beta\tau)^t (c_t^e)$ , donde  $\beta^t$  es un factor de descuento,  $c_t$  y  $c_t^e$  los consumos de los agentes,  $l_t$  la fracción de tiempo que los hogares se dedican a trabajar y  $\tau$  un factor de descuento adicional para los empresarios. Para los hogares, la relación dinámica de demanda capital es producto entre el precio del préstamo de capital y la utilidad marginal  $q_t U_c = \beta E_t U_c(t+1)[q_{t+1}(1-\delta) + r_{t+1}]$ , en donde  $\delta$  es la depreciación. Para el caso de los empresarios, la ecuación de Euler estaba constituida por  $q_t = \beta\tau E_t [q_{t+1}(1-\delta) + r_t] \{q_{t+1} f(\bar{\omega}_{t+1}) / (1 - q_{t+1} g(\bar{\omega}_{t+1}))\}$  lo cual contempla que el costo total en unidad de consumo es  $n_t = x_t + z_t [q_t(1-\delta) + r_t]$  donde  $x_t$  es el producto

del  $j$ -ésimo proyecto emprendido y  $z_t$  el capital poseído por el empresario al inicio del periodo. A partir de las ecuaciones anteriores, se obtiene  $Z_t$  que es el acervo agregado de capital y una ecuación transicional del capital  $K_{t+1}$ . Finalmente, el equilibrio resultante fue un sistema de reglas de decisión sobre las dos variables anteriores, el trabajo y el consumo, el precio del capital, etc., todo en función del vector  $(K_t, Z_t, \theta_t)$ .

Con excepción de King y Plosser (1984), las aproximaciones anteriores han incluido el papel de las estructuras financieras *ad hoc* sin constituir como agente al sector financiero o al sector bancario, sino concibiendo que el crédito surge de la interacción entre hogares y firmas. Trabajos como el de Díaz-Giménez *et al.* (1992) o el de Edwards y Végh (1997), construyeron modelos neoclásicos de equilibrio general dinámico estocástico en donde además incluir estructuras financieras – como el crédito y los depósitos bancarios –, también incorporaron al sector bancario como agente adicional a los hogares, la firma y el gobierno. Díaz-Giménez *et al.* (1992) desarrollaron un modelo en el cual los bancos no sólo aportan al capital para la producción y reditan los ahorros de los hogares, sino que son los intermediadores entre los hogares y el gobierno. La regla de decisión del gobierno es identificar el vector  $[\epsilon(z), \tau(z), \theta(z), \rho(z), \omega(a, k, s, z)]$ , donde  $a_t$  son los activos financieros de los hogares,  $k_t$  los activos tangibles y tanto  $z_t$  como  $s_t$  son choques estocásticos asociados a: los precios de las reservas determinados por el gobierno  $\epsilon(\cdot)$ , la tasa de interés nominal de la deuda del gobierno  $\tau(\cdot)$ , el radio de los depósitos de los hogares que los bancos ponen en reservas  $\rho(\cdot)$  y las tasas impositivas del gobierno  $\theta(\cdot)$ . El problema del sector bancario fue maximizar la suma entre: lo reportado por compra de deuda de los bancos  $B_b$ , las reservas en disposición de los bancos  $R_b$ , las acreencias de los hogares  $L_b$  menos los depósitos de los hogares  $D_b$ . Todo esto sujeto a que  $R_b \geq \rho D_b$  además que  $B_b(1 - i) + L_b(1 - i_L) + R_b + \eta_b D + \eta_L L \geq D_b(i - i_D)$ , donde  $i = \tau(\cdot)$  y  $i_L = i(z) + \eta_L$  y  $i_D = (1 - \rho(z))i(z) + \eta_b$ . Claramente  $i(z)$  es el choque estocástico en las tasas de interés asociado a  $z_t$ , a los costos tecnológicos de los depósitos  $\eta_L$  y a los costos tecnológicos de los depósitos y tenencia de bonos por parte de los bancos  $\eta_b$ .

Por su parte y con el fin de estudiar el papel de los bancos en la propagación de choques del ciclo económico sobre variables reales en la economía local, Edwards y Végh (1997)



plantearon la interacción entre hogares, firmas, bancos y gobierno, en una economía abierta y en donde se contempla asuntos como la tasa de cambio nominal, la tasa de interés internacional, entre otras. A diferencia de King y Plosser (1984), la producción de la industria financiera no es tomada como un bien intermedio para la producción final de las firmas, sino que sirve para solventar los costos de producción, por lo que la restricción de las firmas es  $z_t = \gamma \omega_t l_t$  en donde por ser un modelo que trabaja con un solo factor,  $\omega_t l_t$  es el costo de la producción a financiar y por tanto,  $z_t$  es la acreencia con el banco. Además se tiene que el flujo de riqueza de la firma es  $\dot{a}^f = r a_t^f + y_t - \omega_t l_t - (i_t^l - i_t) z_t - \Omega_t$ , en donde  $a_t^f = b_t^f - z_t$ , siendo  $b_t^f$  los bonos que la firma tiene con el banco y  $i_t^l$  el costo del crédito que la firma adquirió. Ahora, el problema de los bancos es maximizar sus activos  $a_t^b$  lo cual es la suma de los bonos internacionales  $b_t^b$ , el dinero de alto poder  $h_t$  y las obligaciones que las firmas tienen con este sector  $z_t$ , menos los depósitos bancarios de los hogares  $d_t$ , y sujeto a  $\dot{a}^b = r a_t^b + (i_t^l - i_t) z_t + (i_t - i_t^d) d_t - i_t h_t - \xi_t \eta(z_t, d_t) - \Omega_t$ . Los autores sin embargo, ampliaron su desarrollo a diferentes casos, en donde establecieron reglas sobre el mercado crediticio, estabilización temporal en materia de costos crediticios, entre otros asuntos.

Los dos ejemplos anteriores fueron de suma utilidad para la construcción de escenarios artificiales; Díaz-Giménez *et al.* (1992) realizaron una serie de experimentos relacionados con la mejora en el bienestar de nuevas reglas de política monetaria, efectos alternativos en la estabilización de políticas, obteniendo resultados útiles para resolver inquietudes sobre los efectos reales de variables monetarias – como el interés – y la evaluación de políticas fiscales y monetarias alternativas. Edwards y Végh (1997) por su parte aplicaron sus modelos teóricos en el estudio de la propagación de la dinámica del ciclo económico mundial sobre economías como la mexicana y la chilena, y el papel de la banca en expandir tales efectos. Adicionalmente, en los dos ejercicios se expuso la importancia y pertinencia de incorporar la intermediación financiera en modelos DSGE para poder abordar y entender mejor la dinámica de los ciclos económicos.

### 2.1.3. INCORPORACIÓN DE LA BANCA Y LA INDUSTRIA FINANCIERA EN LA LITERATURA ACTUAL.

Entrado el nuevo siglo, trabajos como el de Kim (2000) o como el de Cristiano, Eichenbaum y Evans (2001) fueron el punto de partida de muchos autores, toda vez que construyen modelos DSGE para estudiar los canales de transmisión de la política monetaria y observar, tras la inclusión de choques estocásticos en las variables nominales, el impacto en variables reales como el producto, el empleo y la dinámica del capital. Por su parte, ejercicios como el de Iacoviello (2005) no sólo buscó ver la interacción de los choques en variables nominales y su efecto reales, sino que además incluyó el mercado hipotecario y construyó un sistema que lograra evidenciar el efecto de las decisiones en materia de política monetaria. El modelo lo constituyeron hogares “pacientes”, empresarios, minoristas y banca central, a saber: 1) los hogares demandan bienes en el mercado inmobiliario  $h'_t$  y saldos reales de dinero  $M'_t/P'_t$  – además de consumir  $c'_t$  y ofrecer trabajo  $L_t$  –, por lo que  $U = E_0 \sum \beta^t (\ln c'_t + j \ln h'_t - (L_t)^\eta / \eta + \chi \ln(M'_t/P'_t))$ ; 2) las empresas producen un bien intermedio  $Y_t$  usando como factor de producción el consumo de bienes inmobiliarios  $h_{t-1}$  y el trabajo de los hogares  $L_t$ , y maximizan la función de utilidad intertemporal  $E_0 \sum \gamma^t \ln c_t$  sujeto a  $Y_t/X_t - b_t = c_t + q_t \Delta h_t + (R_{t-1} b_{t-1} / \pi_t) + \omega'_t L'_t$ , en donde  $b_t$  es el saldo real prestado y  $R_t$  la tasa de interés nominal; 3) los productores minoristas actúan en competencia monopolística, producen un bien final  $Y_t^F$  en función de una relación de precios indexados al choque estocástico  $z$  y la producción del bien intermedio  $Y_t$ ; y 4) el banco central determina escenarios y reglas en materia de política monetaria.

Ahora bien, en la literatura reciente también se plantearon desarrollos, no sólo para incluir al sector bancario o industria financiera como un agente adicional, sino para incorporar un número mayor de sectores a los modelos. Un ejemplo de esto es el ejercicio realizado por Atta-Mensah y Dib (2003), en el cual buscó estudiar el canal de crédito como trasmisor de la política monetaria al sector real, construyendo un modelo en donde interactúan los hogares – los cuales, adicional al consumo y la oferta de trabajo, también demandan saldos reales de efectivo –, las firmas productoras de bienes finales, las firmas productoras de

bienes intermedios – las cuales adquieren créditos para financiar su operación –, la autoridad monetaria y los intermediarios financieros. Lo primero que plantearon los autores es que la función de producción para bienes finales requiere, además de los factores y el acervo tecnológico, un bien intermedio  $\chi_{jt}$  cuya producción está sujeta a la restricción  $L_{jt} \geq p_t \chi_{jt}$ , donde  $L_{jt}$  es el préstamo para la producción el  $j$ -ésimo bien intermedio,  $p_t$  el niveles de precios y  $R_t^l$  es el costo de adquirir un crédito con intermediarios. Por su parte, en el mercado crediticio se sigue que  $L_t = \int p_t \chi_{jt} d_j$ , donde  $L_t \leq \xi(D_t + X_t)$ , siendo  $D_t$  los depósitos de los hogares,  $X_t$  las transferencias de la autoridad monetaria y  $\xi$  la fracción disponible para destinarse como flujo crediticio – entendiéndose  $(1 - \xi)$  como la proporción que se concibe como reservas. Con esto, el problema del sector bancario era maximizar  $\Pi_t = R_t^l L_t + D_t + X_t - L_t - R_t D_t$ . Por su lado, en el trabajo de Cristiano, Motto y Rostagno (2010) incluyeron como agentes a los encargados de la producción de bienes – en el lenguaje del modelo anterior sería el bien final –, los productores de bienes de capital, empresarios, bancos y hogares. El desarrollo matemático de este último modelo resulta ser de suma complejidad toda vez que extiende los alcances de los diferentes sectores: por ejemplo, en el caso del sector bancario, no sólo resultó ser el productor de los préstamos para los empresarios  $B_t$  – lo cual es un factor de producción – sino que además es quien genera un capital de crédito  $S_t^\omega$  con el cual se financia el capital y la mano de obra de todos los sectores que componen el modelo, de tal forma que  $S_t^\omega = \psi_l W_t l_t + \psi_k P_t \tilde{r}_t^k K_t$  y siendo la fracción  $\psi_j \forall j = l, k$  lo que esa economía destina a la financiación de factores.

De otra parte, varios estudios se basaron en el modelo DSGE con acelerador financiero propuesto en Bernanke, Gertler y Gilchrist (1998) para estudiar la dinámica del ciclo económico conforme a las decisiones respecto a la colocación de crédito y elección de tasas de interés nominal al interior de la industria financiera; Hafstead y Smith (2012) partieron de este planteamiento para establecer un sector bancario en competencia monopolística y con flujo de recursos interbancarios con el fin de estudiar no sólo la transmisión de política monetaria al sector real, sino también los choques provenientes del sector financiero. Los autores trataron de ser lo más realistas posible con la formulación metodológica, toda vez que no sólo concibieron al sector en competencia monopolística, sino que también contemplaron ajustes en el costo de capital, precios nominales rígidos y fricción en el

mercado de crédito. Así pues, propusieron un modelo con bancos, productores de bienes finales y productores de bienes intermedios, asumiendo que la banca es un mercado con agentes heterogéneos en donde se compite con las tasas de interés que pagan por los depósitos  $r_{t+1}^d(i)$ , las que cobran por los préstamos realizados al sector real  $r_{t+1}^b(i)$  y a las que cobran a otros bancos  $r_{t+1}^L(i)$ . Ahora bien, como  $B_{t+1}(i) \leq D_{t+1}(i) + L_{t+1}(i)$ , y teniendo en cuenta que  $\gamma_t^b$  o  $\gamma_t^d$  son los parámetros de heterogeneidad en el mercado bancario que varían por banco,  $F_{t-1}(\varpi)$  es la proporción de empresarios en moratoria,  $\phi_t^y$  el valor de los activos de los empresarios en moratoria y  $\mu$  los costos de monitoreo, el problema de los bancos radica en maximizar:

$$\begin{aligned} \Pi_t^B(i) = & (1 - F_{t-1}(\varpi))r_t^b(i)B_t(i) + \frac{B_t(i)}{B_t} (1 - \mu)\phi_t^y - r_t^d(i)D_t(i) - r_t^L(i)L_t(i) + \\ & D_{t+1}(i) + L_{t+1}(i) - B_{t+1}(i) - \omega_t \left( \gamma_t^b B_{t+1}(i) + \gamma_t^d D_{t+1}(i) \right) \end{aligned}$$

Badarau y Popescu (2014) también utilizaron el modelo DSGE con acelerador financiero, pero para estudiar la dinámica económica en respuesta a las decisiones que la autoridad central tome en monetaria de política monetaria, asumiendo que el objetivo de esta autoridad es propender por la estabilización financiera. Al igual que en muchos de los modelos y trabajos expuestos en esta sección, el papel de la banca es fundamentalmente proveer de servicios financieros – créditos como factor productivo – al sector real. Además y en línea con Atta-Mensah y Dib (2003), en este modelo la banca también financian parte del costo de los factores productivos, de tal manera que  $\bar{\omega}_{t+1}^f R_{t+1}^k Q_t K_{t+1} = R_{t+1}^b B_{t+1}$ , siendo  $B_{t+1}$  el crédito,  $\bar{\omega}_{t+1}^f$  el riesgo idiosincrático de la firma,  $R_{t+1}^k$  el retorno del capital y  $R_{t+1}^b$  el costo del crédito. De otra parte, se tiene que  $B_{t+1} = Q_t K_{t+1} - N_{t+1}^f$ , tomando como  $Q_t$  el precio del capital y  $N_{t+1}^f$  el acervo financiero que ya posee la firma para costear sus operaciones. En el modelo se asumen diferentes funciones objetivo para el banco y las firmas las cuales dependen de si el riesgo idiosincrático de las firmas  $\bar{\omega}_t^f$  es mayor o menor al que percibe el banco. En general, las firmas buscan maximizar sus beneficios (lo que producen menos lo que cuesta, incluyendo el pago por servicios financieros) y la banca por su parte, busca maximizar  $\Pi_t^b = E_t \int [e_{t+1} R_{t+1}^B B_{t+1} - R_{t+1}^A A_{t+1}] f(e_{t+1}) de_{t+1}$ , siendo

$R_{t+1}^A$  el pago por los depósitos de los hogares  $A_{t+1}$  y  $e_{t+1}$  es el riesgo idiosincrático en general.

Para finalizar, resulta importante citar el trabajo de Carré, Couppey – Soubeyran y Dehmej (2015), ya que en dicho los autores revisaron 23 modelos DSGE con sector bancario – o estructuras financieras – publicados en la reciente década, con lo cual se hizo un meta-análisis en donde compararon los resultados en materia de política monetaria y política “macro-prudencial” de estabilización financiera. Los autores utilizaron una regla de Taylor para medir la articulación entre la política monetaria y la “macro-prudencial” de los modelos, y realizaron también la comparación entre los diferentes instrumentos utilizados como transmisores de las mencionadas políticas. Lo importante de este trabajo, más que los resultados, es que sirve como referente para exponer el uso, la utilidad, la pertinencia y la popularidad de los modelos DSGE con sector bancario en la actualidad.

## 2.2. ESTIMACIÓN CON METODOLOGÍAS LINEALES

En la subsección anterior se hizo un breve recuento cronológico sobre la inclusión de variables nominales y la concepción del impacto que tienen éstas sobre la economía real, hasta llegar a la estructuración de modelos DSGE que incorporan sector bancario – o estructuras financieras – en donde se concibe a dicho sector como agente fundamental en la dinámica económica. Lo que no se abordó en esa revisión de literatura es la forma de estimación de los diferentes modelos, lo cual también resulta ser un asunto a considerar para obtener los resultados y predicciones que lleven a conclusiones veraces. Ahora bien, como parte de los objetivos específicos del presente artículo, resulta necesario exponer la discusión suscitada sobre cuáles son los métodos pertinentes para la estimación de los modelos DSGE. En particular, se ha llevado a cabo un debate frente a la utilización de métodos lineales y métodos no lineales para la estimación de este tipo de modelos. La relevancia de esta discusión recae en comparar cuál ofrece el mejor ajuste, sobre todo cuando se presentan estructuras no lineales de la economía.

En aras de introducir al tema, es importante enunciar las reflexiones de Fernández-Villaverde y Rubio-Ramírez (2005), las cuales radican en que los métodos lineales – léase representaciones estado-espacio de esta naturaleza o construcción de funciones a través de linealización – tratan de estimar una economía alrededor de los puntos en estado estacionario, relegando la estructura no lineal de la economía y por tanto, conllevando a no lograr un ajuste correcto en las predicciones. De otra parte, existen otros trabajos como el de Sargent (1989) el cual estudió formas de resolver modelos dinámicos, linealizándolos a través de aproximaciones cuadráticas partiendo de la utilidad de los agentes. En su defecto, se encuentra el trabajo Kim *et al.* (2003) en donde se plantea que los mejores pronósticos y estimaciones se obtienen utilizando un Filtro de Kalman con un sistema linealizado. Así pues, en la presente subsección se expondrá a profundidad el mencionado debate, con el fin de dar a conocer las particularidades de los diferentes métodos utilizados para la estimación. En la línea de Sargent (1989), Kim *et al.* (2003), entre otros autores, la idea es postular que tras una correcta linealización de los sistemas de ecuaciones, también se pueden llegar a resultados con un buen ajuste al igual que los métodos que mantienen la no linealidad de la economía.

### 2.2.1. DISCUSIÓN SOBRE MÉTODOS LINEALES Y MÉTODOS NO LINEALES EN LA LITERATURA.

La literatura sobre modelos DSGE y sus métodos de estimación usualmente tiende a realizar análisis comparados con lo cual se pretende contrastar y concordar cuál de los métodos en cuestión ofrece resultados robustos estimando parámetros y/o con cuál se obtiene una mayor precisión en materia de predicciones. En primer lugar, respecto a modelos DSGE y teniendo en cuenta la revisión de la literatura llevada a cabo del numeral 2.1.2 en adelante, es que dichos se construyen a partir de ecuaciones algebraicas, mayoritariamente no lineales, que modelan y resumen preferencias o acciones de los sectores involucrados (Cooley y Prescott, 1995; Adda y Cooper, 2002; Wickens, 2008; Torres, 2009; entre otros). Así pues, existe un paradigma de estimación bajo el cual se promueve la utilización de métodos que partan de reglas de decisión de naturaleza lineal o en la que se realicen procedimientos con los cuales se logre linealizar las mencionadas

ecuaciones. Un ejemplo de esto es el trabajo de Taylor y Uhlig (1989) en donde se compararon diferentes métodos a saber: funciones lineales y cuadráticas con grilla, *Extended Path*, parametrización de expectativas, Mínimos Cuadrados Proyectados, etc. En muchos de estos métodos se tuvieron que adoptar reglas de decisión lineales – acorde con la teoría económica – tanto para estimar los parámetros como para obtener las respectivas condiciones de equilibrio. Tras este ejercicio, los autores concluyeron que las mejores reglas de decisión lineales surgen a partir de las funciones cuadráticas alrededor del estado estacionario, conclusión que también comparten Kydland y Prescott (1982). Sin embargo, decidir cuál es el criterio para determinar qué método es el apropiado para estimar los parámetros es un asunto de suma complejidad: algunos autores prefirieron métodos numéricos mientras que otros prefieren las mencionadas reglas de decisión.

Respecto a los procesos de linealización cuadrática, Hansen, McGrattan y Sargent (1994) propusieron estrategias para la construcción de funciones y algoritmos con los cuales se modelaran las perturbaciones. No obstante, es importante concordar que estas propuestas tienen resultados idóneos por trata de modelar economías con estructuras lineales. Por su lado, Vermeulen (2010) propuso la utilización de métodos algebraicos tras la linealización de las ecuaciones en equilibrio y con esto encontrar los valores en estado-estacionario por medio de métodos numéricos o incluso la utilización de valores iniciales. Otra aproximación con soluciones a través de métodos lineales es el trabajo de Aruoba, Fernández-Villaverde y Rubio-Ramírez (2006), en el cual compararon varios métodos con la linealización en niveles y la linealización logarítmica, aplicando un test de hipótesis con estadísticos de prueba paramétricos. Los métodos lineales se contrastaron con el Polinomio de Chebyshev, métodos de perturbación de orden superior, etc. La evidencia estadística recolectada llevó a que los autores concluyeran que la linealización parece ofrecer resultados precisos y un camino más sencillo para la estimación. Esta conclusión también fue compartida por Fernández-Villaverde y Rubio-Ramírez (2006), tras obtener los resultados de estimar una representación estado-espacio lineal a partir de descomponer las ecuaciones del modelo y desestructurar su esquema natural.

No obstante, hablando de precisión y ajuste, Fernández-Villaverde y Rubio-Ramírez (2005) deciden comparar la estimación obtenida con un Filtro Secuencial de Montecarlo con la de un Filtro de Kalman. Con base en este ejercicio y los hallazgos sobre métodos no lineales de Gordon *et al.* (2003), los autores concluyeron que se pierde precisión con las estimaciones lineales por el hecho de partir de representación lineal de un sistema cuya forma original no tenía esa naturaleza. Aun así, ya existían muchas propuestas para dejar la estructura del modelo estocástico de crecimiento intacta, sin necesidad de transitarlo por el camino de la linealización. Hamilton (1994) exploró la teoría y las formas de las representaciones estado-espacio recurriendo a la estimación a través de métodos lineales para variables continuas como utilizando cadenas de Markov para variables discretas. En este trabajo se plantearon métodos para la estimación de representaciones estado-espacio no lineales o no normales como por ejemplo: la aproximación de la grilla de Kitigawa, el Filtro de Kalman Extendido – del cual se hablará más adelante –, entre otros. De la misma manera, en el trabajo de Andrieu, Doucet y Hostenstein (2010) se mostró que es posible construir una eficiente dimensión de distribuciones usando Cadenas de Markov con el método de Montecarlo, estableciendo algoritmos en los cuales, no sólo mejora los esquemas tradicionales de los esquemas de Markov sino que ofrece una inferencia bayesiana factible para una gran cantidad de modelos estadísticos y representaciones estado-espacio no lineales.

Ahora bien, las estimaciones de representaciones estado-espacio no lineales pueden llevarse a formas generales para lograr su estimación; aplicaciones de esto se han realizado ejercicios académicos como por ejemplo el de Shoukry (2008), en el cual lleva a la identificación del modelo (en matrices insumo-producto) y aplica la teoría de control para sistemas estado-espacio. Finalmente, Van y Van der Merwe (2000) ofrecen métodos que pueden lograr una mayor aproximación y ajuste en representaciones no lineales diferentes a los métodos de Montecarlo, como lo es el *Unscented Kalman Filter* (UKF) lo cual es un método alternativo al Filtro de Kalman Extendido explicado por Hamilton (1994). Van y Van der Merwe (2000) no sólo demuestran que el método UKF tiene ganancias en la estimación dual, estimación de parámetros y estimación de representaciones estado-



espacio, sino que es una mejora del *Particle Filter* u otro método de Montecarlo como los aquí mencionados.

Volviendo al Filtro de Kalman Extendido (EKF), es prudente mencionar que podría considerarse como la conciliación entre la no linealidad de los sistemas obtenidos tras un proceso de optimización y los métodos lineales de estimación: la metodología consiste en buscar una linealización de las ecuaciones de estado y de medida a través de expansiones de Taylor de primer grado para aplicarles el Filtro de Kalman convencional. Según Sánchez, Ordoñez e Infante (2013), de este procedimiento se podrían obtener buenas estimaciones para representaciones estado-espacio de comportamiento no lineal. De hecho, en el trabajo de Picard (1991) se demostró que bajo condiciones deseables – como por ejemplo, cuando el error del filtro tiende a cero –, las estimaciones obtenidas a partir del EKF son asintóticamente eficientes y que también forman parte de la alternativa para el tratamiento de sistemas no lineales. Es decir, con base en estos ejercicios, a pesar de ser el Filtro de Kalman una metodología que sea aplica a representaciones estado – espacio de naturaleza lineal, el lograr una linealización previa del sistema puede llevar a obtener estimaciones, no sólo asintóticamente eficientes, sino también precisas en materia de predicciones. El ejercicio que se puede llevar a cabo para corroborar lo anterior, es utilizar una metodología lineal, como las propuestas en Aruoba, Fernández-Villaverde y Rubio-Ramírez (2006), y contrastarla con alternativas como el EFK o, en su defecto, la aplicación de un Filtro de Kalman convencional a un sistema previamente linealizado por otras vías diferentes a las descomposiciones de Taylor utilizados para el EFK.

### 2.2.2. FILTRO DE KALMAN, LINEALIZACIÓN DE SISTEMAS Y MÉTODOS DE PERTURBACIÓN DE PRIMER ORDEN.

Siguiendo el planteamiento de Fernández-Villaverde y Rubio-Ramírez (2005), las condiciones de equilibrio de un modelo DSGE con varios sectores puede ser estructurado en el marco de las representaciones estado-espacio; en primer lugar, a *grosso modo*, las condiciones de equilibrio de un modelo DSGE son las ecuaciones que representan la interacción de las condiciones de maximización de los diferentes sectores que

interrelacionan y constituyen un único sistema, obtenido esto tras solucionar el problemas de los hogares y la maximización de la función de beneficios de las demás sectores. Por tanto, teniendo un par de sets de perturbaciones  $W_{jt} \sim N(0, \sigma_w)$  y  $V_{it} \sim N(0, \sigma_i)$  respectivamente para la  $j$ -ésima ecuación de tracción y para la  $i$ -ésima ecuación de medida, con  $W_t$  y  $V_{it}$  independientes, la representación estado-espacio de las mencionadas condiciones de equilibrio podría ser la siguiente:

1.  $S_{jt} = f(S_{t-1}, W_{jt}; \Upsilon)$

2.  $M_{it} = g(S_t, V_{it}; \Upsilon)$

En donde  $S_t$  es el vector de variables de estado, que corresponde al factor o factores de producción que responden directamente a choques idiosincráticos junto con las variable que capturen el acervo tecnológico y  $M_t$  el vector de las variables dependientes de las ecuaciones de medida en función de las variables del vector  $S_t$ . Por su lado, los parámetros asociados a las variables están en el vector  $\Upsilon$  y tanto  $f(\cdot)$  como  $g(\cdot)$  son formas funcionales no lineales.

Ahora, se podría utilizar un Filtro de Kalman logrando la linealización de esa representación estado-espacio, ya sea utilizando una descomposición de primer orden de Taylor o incluso, utilizando otro tipo de vías para lograr la linealización. Uhlig (1995) expone un procedimiento general para la log-linealización de sistemas no lineales alrededor de los estados estacionarios que podría ser sencillo y alternativo al que se usa para los EKF. En primer lugar, si se tiene que  $X_t$  es una serie de datos cualquiera, según el autor se puede establecer que  $X_t = \bar{X}e^{x_t}$ , donde  $\bar{X}$  es el valor en estado estacionario de  $X_t$  y  $e^{x_t} \approx 1 + x_t$ , siguiendo que  $x_t = \ln(X_t) - \ln(\bar{X})$ . De otra parte, si se tiene otra serie de datos  $Y_t$ , entonces  $x_t y_t \approx 0$ . Por su lado, si se tiene un exponente  $a$  de tal manera que  $X_t^a$ , entonces  $X_t^a = (\bar{X}e^{x_t})^a = \bar{X}^a e^{ax_t} \approx \bar{X}^a (1 + ax_t)$ . Así pues, por ejemplo, tomando una función de producción  $Y_t = A_t K_t^\alpha$ , aplicando el procedimiento para lograr la log-linealización presentada en Uhlig (1995), se llega a que  $Y_t = \bar{A}(1 + a_t)\bar{K}^\alpha(1 + \alpha k_t)$ . Reorganizando

términos,  $Y_t = \bar{A}\bar{K}^\alpha(1 + a_t + \alpha k_t + \alpha a_t k_t) = \Psi(1 + a_t + \alpha k_t)$  para todo  $\Psi = \bar{A}\bar{K}^\alpha$  junto con que  $a_t = \ln(A_t) - \ln(\bar{A})$  y  $k_t = \ln(K_t) - \ln(\bar{K})$ .

Con el procedimiento de log-linealización anterior, la representación estado-espacio postulada por Fernández-Villaverde y Rubio-Ramírez (2005), se podría transformar y describir de la siguiente forma:

$$1. S_{jt} = C_1(Y) + A_1(Y)S_{jt-1} + W_{jt}$$

$$2. M_{it} = C_{2i}(Y) + A_{2i}(Y)S_t + V_{it}$$

En donde la primera expresión es la ecuación de transición,  $C_1(Y)$  y  $A_1(Y)$  son formas funcionales de los parámetros en  $Y$  asociados a los componentes del vector  $S_{t-1}$ . Por su lado, la segunda expresión corresponde las ecuaciones de medida, donde  $C_2(Y)$  y  $A_2(Y)$  son formas funcionales de los parámetros en  $Y$  asociados a los componentes del vector  $S_t$ . Sin duda el resultado de esta log-linealización de la representación estado-espacio es idéntica a la forma lineal la comúnmente usada para estimar un Filtro de Kalman convencional (Harvey, 1989). Siguiendo el planteamiento de Uhlig (1995), se puede postular que a pesar de la transformación, la estimación de las ecuaciones de transición y las ecuaciones de medida arrojan valores precisos para los parámetros del modelo de equilibrio general que, originalmente, se trataba de un sistema no lineal.

De otra parte, una de las maneras más populares de abordar la estimación de los modelos DGSE es a través de los métodos de perturbación. El método consiste en plantear *policy functions* desconocidas en función de las variables de estado y de una perturbación. Una vez realizado esto, se incorporan en las ecuaciones del sistema y luego, se obtienen expansiones de Taylor de grado 1 (lineal), grado 2 (cuadrática) y demás órdenes sobre dichas condiciones – sea el caso –, hasta llegar a una función general que responde a la calibración de los parámetros y los valores de las variables en su estado estacionario (Judd y Guu, 1997; Jin y Judd, 2002; Schmitt-Grohé y Uribe, 2004; entre otros).

Así que, si se tiene un modelo DSGE con sector bancario de alguna de las formas reseñadas en las subsecciones 2.1.2 y 2.1.3, y se quisiera abordarlo bajo este método, en primer lugar se deberían establecer *policy functions* desconocidas para las variables reales del sistema – ya sea el producto, el empleo o el consumo – en función del capital, el acervo tecnológico, etc., o cualquiera de las variables nominales o financieras estudiadas, de tal manera que:

$$Y_{it} = Y(Z_{1t}, Z_{2t}, \dots, Z_{jt}, B_{1t}, B_{2t}, \dots, B_{kt}; \sigma)$$

En donde  $Y_{it}$  es la  $i$ -ésima variable real,  $Z_{jt}$  es la  $j$ -ésima variable de estado – como el capital, el ahorro, el acervo tecnológico, etc. – y  $B_{kt}$  es la  $k$ -ésima variable nominal o financiera incorporada en el modelo. Todo esto también en función de una perturbación  $\sigma$  usualmente asociada a la productividad o cambio tecnológico. En segundo lugar, se deberían también establecer *policy functions* para cada una de las variables de estado  $Z_{jt}$  y variables nominales o financieras incorporadas  $B_{kt}$ , de tal manera que:

$$\begin{aligned} Z_{1t} &= Z_1(Z_{1t}, Z_{2t}, \dots, Z_{jt}, B_{1t}, B_{2t}, \dots, B_{kt}; \sigma) \\ Z_{2t} &= Z_2(Z_{1t}, Z_{2t}, \dots, Z_{jt}, B_{1t}, B_{2t}, \dots, B_{kt}; \sigma) \\ &\vdots \\ B_{1t} &= B_1(Z_{1t}, Z_{2t}, \dots, Z_{jt}, B_{1t}, B_{2t}, \dots, B_{kt}; \sigma) \\ B_{2t} &= B_2(Z_{1t}, Z_{2t}, \dots, Z_{jt}, B_{1t}, B_{2t}, \dots, B_{kt}; \sigma) \\ &\vdots \end{aligned}$$

Todas las *policy functions* planteadas<sup>3</sup> son remplazadas en las  $r$  condiciones de equilibrio del sistema de tal manera que se obtenga un set de  $r$  funciones  $\mathfrak{F}$  que sigan la condición  $\mathfrak{F}(Z_{1t}, Z_{2t}, \dots, Z_{jt}, B_{1t}, B_{2t}, \dots, B_{kt}; \sigma) = 0$ . Luego, se obtienen, para el caso de una expansión de primer orden lineal, las derivadas en primer orden  $\mathfrak{F}$  con respecto a cada una de las variables  $Z_{1t}, Z_{2t}, \dots, Z_{jt}, B_{1t}, B_{2t}, \dots, B_{kt}$  y el término de perturbación  $\sigma$ , evaluadas en el estado estacionario de cada variable. En el caso en que se quieran expansiones de orden superior, a las derivadas de primer orden del set de funciones  $\mathfrak{F}$  se le deben agregar, en

<sup>3</sup> Los autores que trabajan los métodos de perturbación, usualmente utilizan el Método “Guess & Verify” para verificar el ajuste y precisión de las *policy functions* estimadas (Ver: Fernández-Villaverde, Rubio-Ramírez y Schorfheide, 2016)

sumatoria, las derivadas de segundo orden, tercer orden, y así sucesivamente, sea el caso. Volviendo a la expansión de primer orden, la función de respuesta de la  $r$ -ésima ecuación de las condiciones de equilibrio tendría la forma (Schmitt-Grohé y Uribe, 2004):

$$\begin{aligned}
 & F_r(Z_{1t}, \dots, Z_{jt}, B_{1t}, \dots, B_{kt}; \sigma) \\
 &= F_r(\bar{Z}_1, \dots, \bar{Z}_j, \dots, \sigma) + \sum_{j=1}^j \frac{\partial F_r}{\partial Z_{jt}}(\cdot) (Z_{jt} - \bar{Z}_j) + \sum_{k=1}^k \frac{\partial F_r}{\partial B_{kt}} (B_{jt} - \bar{B}_j) \\
 &+ \frac{\partial F_r}{\partial \sigma}(\cdot) \sigma
 \end{aligned}$$

En donde  $\frac{\partial F_r}{\partial Z_{jt}}(\cdot)$ ,  $\frac{\partial F_r}{\partial B_{kt}}(\cdot)$  y  $\frac{\partial F_r}{\partial \sigma}(\cdot)$  es la derivada en primer orden de la  $r$ -ésima función con respecto a las variables  $Z_{jt}$ ,  $B_{kt}$  y el término de perturbación  $\sigma$ , respectivamente. Además, estas funciones están evaluadas en los estacionarios de cada una de las variables. El anterior es el caso es un sistema con variable en niveles, toda vez que también se podría aplicar la transformación logarítmica de Uhlig (1995) tanto para las variables de naturaleza real  $y_{it} = \ln(Y_{it}) - \bar{Y}_i$ , como para las variables de estado  $z_{it} = \ln(Z_{jt}) - \bar{Z}_j$  y las variables nominales o financieras  $b_{kt} = \ln(B_{kt}) - \bar{B}_k$ , con el fin de obtener un sistema de primer orden de expansión pero linealizado de manera logarítmica.

Respecto al ajuste y precisión que proporcionan los métodos de perturbación de primer orden de expansión, como se comentó anteriormente, Aruoba, Fernández-Villaverde y Rubio-Ramírez (2006) realizaron un test  $\chi^2$  de precisión para comparar diferentes métodos de estimación utilizando un modelo DSGE convencional de dos sectores, economía cerrada y sin gobierno; el test consiste en evaluar una hipótesis nula relacionada con la convergencia a cero de una construcción que da cuenta de la diferencia entre los pronósticos y los valores observados de las series. Los resultados del ejercicio se expone en la Tabla No. 1, en donde se muestra la cantidad de rechazos de la hipótesis nula que se obtuvieron en las simulaciones realizada por los autores. Como se puede apreciar, el comportamiento es similar en todos los métodos, así que, se puede argumentar que existe

un buen ajuste y precisión en los pronósticos obtenidos por el método de perturbaciones de primer orden de expansión (sea en niveles o log-linealizado).

**Tabla No. 1**

*Evaluación del Ajuste de Diferentes Métodos de Estimación para Modelos DSGE*

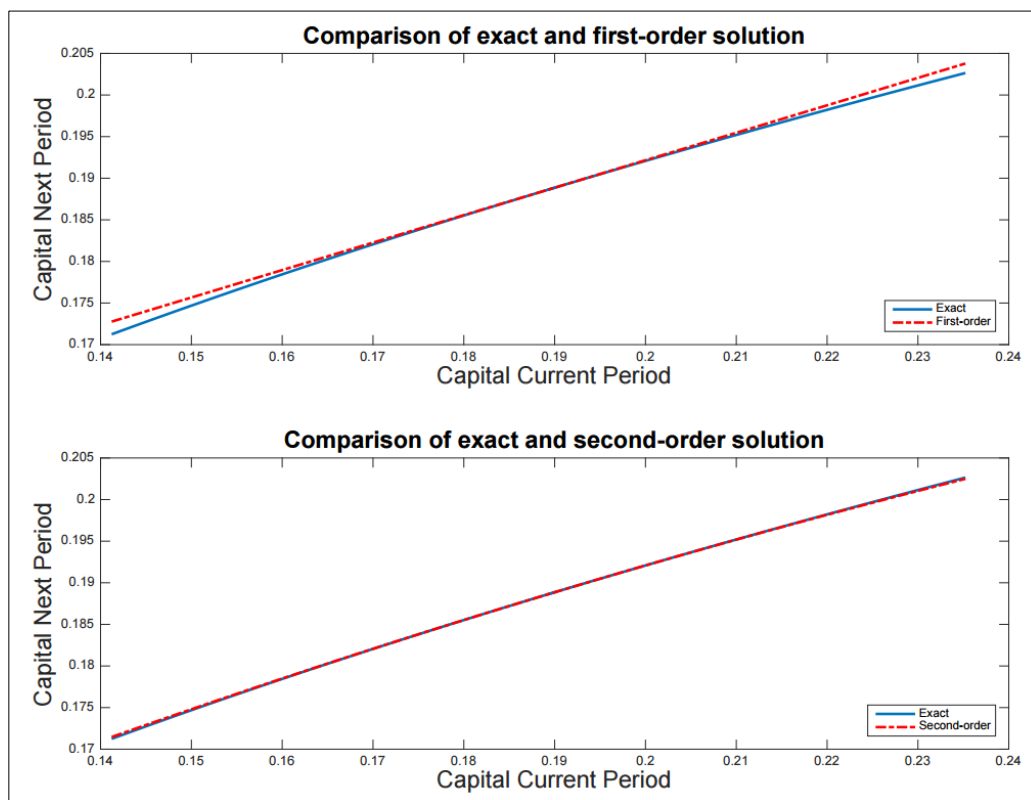
| $\chi^2$ Accuracy test, $\tau = 2/\sigma = 0.007$ |              |               |
|---------------------------------------------------|--------------|---------------|
|                                                   | Less than 5% | More than 95% |
| Linear                                            | 3.10         | 5.40          |
| Log-linear                                        | 3.90         | 6.40          |
| Finite elements                                   | 3.00         | 5.30          |
| Chebyshev                                         | 3.00         | 5.40          |
| Perturbation 2                                    | 3.00         | 5.30          |
| Perturbation 5                                    | 3.00         | 5.40          |
| Value function                                    | 2.80         | 5.70          |

*Fuente:* Aruoba, Fernández-Villaverde y Rubio-Ramírez, 2006, p. 2498.

De otra parte, Fernández-Villaverde, Rubio-Ramírez y Schorfheide (2016) hacen la comparación entre los métodos de perturbación de primer orden de expansión y los cuadráticos de segundo orden de expansión en un modelo DSGE simplificado también con dos sectores. Como se puede apreciar en el Gráfico No. 2, los autores percataron la precisión de los mencionados métodos de perturbación independientemente el orden de expansión para el pronóstico de la variable  $k_{t+1}$ . No obstante, revisando detalladamente el Gráfico No. 2, sobresale que el ajuste de los pronósticos obtenidos en la expansión de segundo orden es levemente superior al primer orden. Aun así, en los dos casos se observa un excelente ajuste y precisión, lo cual, retomando las conclusiones de Aruoba, Fernández-Villaverde y Rubio-Ramírez (2006), se podría enunciar que los métodos lineales aquí descritos podrían ser apropiados para la estimación y la obtención de pronósticos en cualquier modelo DSGE.

**Gráfico No. 2**

*Comparación Métodos de Perturbación de Primer y Segundo Orden de Expansión  
Pronósticos para el Capital en (t+1)*



*Fuente:* Fernández-Villaverde, Rubio-Ramírez y Schorfheide, 2016, p. 43.

**3. METODOLOGÍA**

Después de esta extensa revisión de literatura en materia de formulación de modelos y estimación, resulta necesario para responder el objetivo del presente trabajo realizar un ejercicio econométrico aplicado en donde se construya un modelo en el cual se incorporen estructuras financieras – o se incluya un nuevo sector relacionado con la industria financiera – y que además, se estime bajo los métodos reseñados en la subsección 2.2.2. Así que, con base en la revisión realizada en la sección 2, en la presente sección se propondrá un modelo DSGE en donde se incorporen estructuras financieras a través de la inclusión del sector bancario. Una vez obtenidas las condiciones de equilibrio y los estados estacionarios

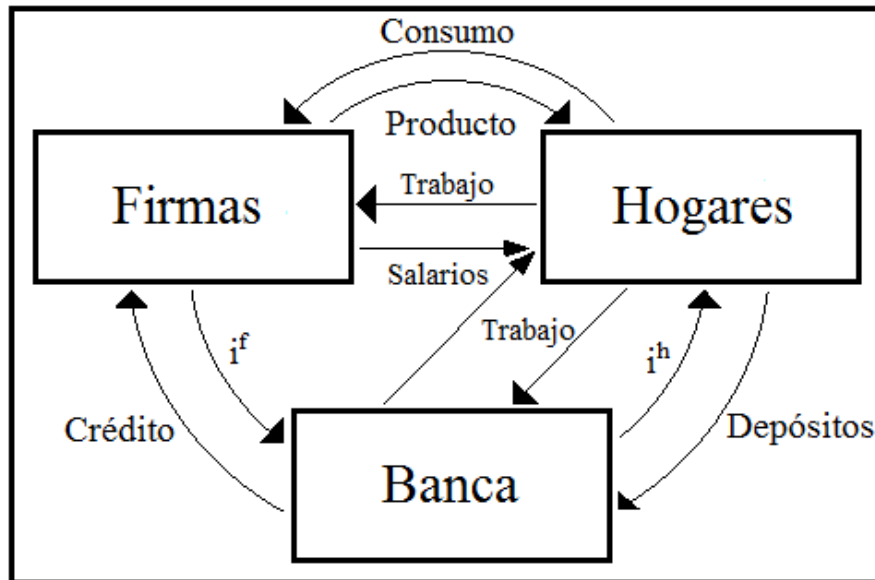
de las variables, se procederá con la construcción de la representación espacio-espacio y el planteamiento para obtener *policy functions*. La sección culminará con la calibración y el esquema con el cual se realizará la simulación de datos para realizar la estimación y aplicación de los métodos lineales mencionados.

### 3.1. MODELO DGSE CON SECTOR BANCARIO

Para construir un modelo de equilibrio general dinámico y estocástico, se debe tener en cuenta aspectos fundamentales: 1) los agentes, sus incentivos, las reglas básicas de comportamiento y sus restricciones, y 2) la definición de la estructura del modelo, el entorno institucional y los supuestos y reglas bajo los cuales se articula la interacción de los agentes (Torres, 2009). En el presente caso, lo que se busca es construir un modelo DSGE en donde se incorpore, ya sea estructuras financieras y/o un agente que represente a dicha industria. La revisión de literatura realizada en la sección 2.1. ofreció un importante marco teórico para elegir los insumos y el andamiaje teórico necesario para realizar dicha construcción; en particular, el desarrollo de King y Plosser (1984) podría resultar no sólo pertinente, sino que también de un manejo no tan complejo como los otros ejemplos abordados en la mencionada sección: incluir al sector financiero como agente adicional que interactúe con los hogares y las firmas.

Así pues, el modelo a proponer en esta sección tendría, fundamentalmente, tres agentes en interacción: 1) los hogares, quienes toman decisiones de consumo y ahorro, y decisiones respecto al tiempo que le dedican al ocio y al trabajo, 2) las firmas, quienes toman decisiones de producción con base en el flujo de capital y con la mano de obra disponible, y 3) el sector financiero, lo cual es la banca que se encarga de proveer el flujo de capital al sector real. El Gráfico 3 expone el flujo circular del ingreso bajo este esquema, en el cual se percata una perfecta interacción concibiendo los tres agentes mencionados.



**Gráfico No. 3***Flujo Circular del Ingreso entre los Hogares, Firms y Banca**Fuente: elaboración propia.*

Pues bien, como lo exponen Torres (2009), Wickens (2008), Adda y Cooper (2002), entre muchos autores que explican cómo se estructuran y funcionan estos modelos, la interacción entre firmas y hogares radica en que las firmas ofrecen su producción para que los hogares consuman y éstos últimos, ofrecen su mano de obra la cual es pagada por las firmas. Respecto al tercer agente, la banca, se asume un escenario en que las firmas son críticamente dependientes del flujo de crédito bancario, siendo este un factor de producción y además, la producción de crédito dependa fundamentalmente de los depósitos de ahorro por parte de los hogares (Edwards y Végh, 1997). Por tanto, para completar el esquema y siguiendo el Gráfico No. 3, la banca provee crédito a las firmas el cual es pagado con una tasa de interés, y a su vez, el sector bancario recibiría los depósitos y la mano de obra de los hogares, la cual es pagada con otro tipo de interés y un salario determinado por el mercado. Así, se considera que hay una ganancia en intermediación financiera, puesto que la tasa de interés que se cobra para el crédito es diferente a la tasa de interés pagada por los depósitos. Adicionalmente, para facilitar la construcción del modelo, se asume que se trata de una economía cerrada, en donde no existe ni oferta, ni demanda de saldos en efectivo y además autocrática – sin gobierno –. Con todo esto ya se tendría entonces el fundamento conceptual para proponer la construcción de un modelo de equilibrio general.

De otra parte, lo estocástico del modelo recaería en los choques de productividad de los diferentes sectores (Kydland y Prescott, 1982). Se tiene entonces, por así decirlo, dos sectores “productivos” y un sector “consumidor”; los “productivos” son las firmas quienes producen un único bien para el consumo con los factores productivos disponibles – crédito bancario y mano de obra – y la banca quien produce el crédito con los depósitos y también con mano de obra disponible. Por tanto, para la estructuración de cada uno de estos dos sectores se tiene que incluir un factor tecnológico el cual está ligado a choques estocásticos en la productividad. Incluyendo esta premisa, se asegura la dinámica estocástica en el modelo.

Respecto a la estructura matemática y los supuestos, cabe mencionar que el modelo a proponer en esta sección partió de las construcciones realizadas en el ejercicio de Flórez, Posada y Escobar (2004), en donde también se constituyó un modelo de equilibrio general con los tres sectores aquí postulados con el fin de estudiar los factores determinantes del crédito y su dinámica en la economía colombiana. Fundamentalmente, de esta construcción se tomaron las formas funcionales de los beneficios de las firmas y la banca, las reglas para el acoplamiento de estos dos sectores y los supuestos relacionados con los depósitos de los hogares. De otra parte, fueron referentes fundamentales los trabajos de King y Plosser (1984), Torres (2009) y Wickens (2008) para poder establecer las ecuaciones en equilibrio del sistema y la obtención de estados estacionarios, toda vez que los ejemplos ahí expuestos sirvieron de guía para lograr tal construcción.

### 3.1.1. LOS HOGARES

Se tuvo en cuenta el planteamiento de King y Plosser (1984) y Torres (2008) en donde se concibe que los hogares no sólo se establecen las decisiones de consumo  $C_t$  sino también de la proporción de tiempo que le dedican a trabajar  $L_t$ . La utilidad de este agente sigue que  $u(C_t, 1 - L_t) = \gamma_c \ln C_t + \gamma_l \ln(1 - L_t)$  lo cual es la combinación entre consumo y ocio, y los parámetros  $\gamma_c$  y  $\gamma_l$  son la ponderación que los hogares le asignan a las unidades de

consumo y proporción de tiempo en ocio, respectivamente. Ahora, teniendo que  $\beta$  es un factor de descuento intertemporal, la utilidad intertemporal de los hogares es:

$$U = E_t \sum_t^{\infty} \beta^t u(C_t, 1 - L_t)$$

La restricción presupuestal del agente es la diferencia entre los ingresos que vienen dados por el salario que reporta  $\omega_t$  más los rendimientos de los depósitos de ahorro realizados  $i_{dt}D_t$ , y los gastos que vienen dados por el nivel de consumo más el nivel de ahorro  $\Delta D_{t+1}$ . Como se puede apreciar, el ahorro de los hogares se almacena en su totalidad en depósitos bancarios  $D_t$ , haciendo de este agente el emisor de depósitos para el sector financiero. La banca paga los depósitos con la tasa de interés nominal  $i_{dt}$  y la primera diferencia de estos es el ahorro de los hogares  $\Delta D_{t+1} = D_{t+1} - D_t$ . Con esto, se puede plantear que la forma funcional de la restricción presupuestaria es  $\omega_t L_t + i_{dt} D_t = C_t + \Delta D_{t+1}$ . Ahora bien, como se establece en el Gráfico No. 3, los hogares proveen de fuerza laboral tanto al sector real como al sector financiero; asumiendo pleno empleo, se tiene que la totalidad de la fuerza laboral se divide en quienes se dedican a la producción de bienes de consumo  $L_{ft}$  y los que se dedican a la producción de bienes financieros  $L_{Bt}$ , de tal manera que  $L_t = L_{ft} + L_{Bt}$ .

El problema de los hogares viene dado por maximizar la utilidad intertemporal sujeto a la restricción presupuestaria enunciada, por tanto se construye la función a maximizar:

$$\mathcal{L}(C_t, L_t, D_t; \gamma_c, \gamma_l, \omega_t, i_{dt}) = E_t \sum_t^{\infty} \beta^t u(C_t, 1 - L_t) + \lambda_t [\omega_t L_t + i_{dt} D_t - C_t - \Delta D_{t+1}]$$

En cuanto a las condiciones de primer orden, se obtienen derivando la función  $\mathcal{L}(\cdot)$  con respecto al consumo, la proporción del tiempo dedicada al trabajo y al multiplicador  $\lambda_t$ , de tal manera que:

$$\frac{\partial \mathcal{L}(\cdot)}{\partial C_t} = \beta^t u_c(\cdot) - \lambda_t = \beta^t \frac{\gamma_c}{C_t} - \lambda_t = 0 \quad \Rightarrow \quad \lambda_t = \beta^t \frac{\gamma_c}{C_t}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}(\cdot)}{\partial C_t} = \beta^t u_L(\cdot) - \lambda_t \omega_t = \beta^t \frac{\gamma_l}{1 - L_t} (-1) + \lambda_t \omega_t = 0 \quad \Rightarrow \quad \lambda_t = \beta^t \frac{\gamma_l}{(1 - L_t) \omega_t}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}(\cdot)}{\partial \lambda_t} = \omega_t L_t + i_{dt} D_t - C_t - \Delta D_{t+1}$$

Por su parte, teniendo en cuenta que es un problema dinámico en el cual la restricción presupuestal se puede expandir (Torres, 2009), se tiene que:

$$\dots \lambda_t [\omega_t L_t + i_{dt} D_t - C_t - \Delta D_{t+1}] + \lambda_{t-1} [\omega_{t-1} L_{t-1} + i_{dt-1} D_{t-1} - C_{t-1} - \Delta D_t] \dots$$

En donde  $\Delta D_t = D_t - D_{t-1}$  y  $\Delta D_{t+1} = D_{t+1} - D_t$ . Así pues, las condiciones de primer orden para los depósitos bancarios son:

$$\frac{\partial \mathcal{L}(\cdot)}{\partial D_t} = \beta^t [(1 + i_{dt}) \lambda_t] - \beta^{t-1} \lambda_{t-1} = 0$$

Ahora bien, tomando la identidad del multiplicador con respecto al consumo e iterándola un periodo (toda vez que las decisiones respecto a los depósitos bancarios presentes dependen de decisiones pasadas), se tiene que  $\lambda_{t-1} = \beta^{t-1} [\gamma_c / C_{t-1}]$ . Remplazando esto en la condición de primer orden de los depósitos y despejando con respecto a  $C_t / C_{t-1}$ , se obtiene la Ecuación de Euler la cual representa las decisiones de consumo intertemporal:

$$\frac{C_t}{C_{t-1}} = \beta (1 + i_{dt})$$

Es prudente comentar que si esta condición parte de la decisión  $D_t$ , para el caso de la decisión  $D_{t+1}$  simplemente es llevar a tiempo futuro la ecuación anterior de tal manera que quede la razón  $C_{t+1} / C_t$  en relación a las tasas de interés pagadas por los bancos en un periodo futuro  $i_{dt+1}$ . De otra parte, igualando las condiciones de primer orden de consumo

y proporción de tiempo dedicada al trabajo, se llega a una identidad del nivel de salario con la razón entre consumo y ocio:

$$\frac{C_t \gamma_c}{(1 - L_t) \gamma_l} = \omega_t$$

Para terminar y al igual que en Flórez, Posada y Escobar (2004), es necesario asumir que los hogares son precio-aceptantes y que las decisiones de consumo y tiempo dedicado al trabajo dependen del precio pagado por los depósitos  $i_{dt}$  y los salarios  $\omega_t$  ofrecidos por los sectores que se involucran en esta economía. Otro de los supuestos que se deben hacer, sobre todo para facilitar los cálculos, es que tanto las firmas como la banca les pagan los mismos salarios a los trabajadores, así que  $\omega_t L_t = \omega_t L_{ft} + \omega_t L_{Bt}$ .

### 3.1.2. LAS FIRMAS

Para este modelo se planteó un sector productivo convencional en donde las firmas producen un bien único  $Y_t$  con base en la utilización de factores productivos. El esquema de King y Plosser (1984) y Flórez, Posada y Escobar (2004), Badarau y Popescu (2014), entre muchos autores, es que se incluya como factor productivo algún bien producido con la industria bancaria para cerrar el flujo circular del ingreso que se ilustró en el Gráfico No. 3. Así que, el bien  $Y_t$  es el resultado de la utilización de mano de obra para el sector real  $L_{ft}$  y el capital que es proveído por los bancos  $B_t$ . Existen modelos que utilizan tres factores productivos en aras de hacer la diferencia entre el crédito  $B_t$  y el capital  $K_t$ . Sin embargo, en el presente modelo se asume que con el crédito bancario obtenido por las firmas se obtiene el capital necesario para la producción, por lo que se puede trabajar con una función de producción convencional de dos factores. Respecto al acervo tecnológico, resulta cómodo utilizar la forma funcional empleada en Fernández-Villaverde y Rubio-Ramírez (2005), en la cual se asume que el acervo tecnológico del sector real  $A_{ft}$  sigue un proceso autorregresivo de primer orden con el término estocástico  $e_{ft} \sim N(0, \sigma_f^2)$  y que se incluye en el proceso productivo de manera exponencial, de tal forma que  $\tilde{A}_{ft} = e^{A_{ft}}$ . Por tanto, la función de producción de la forma Cobb-Douglas es:

$$Y_t = \tilde{A}_{ft} B_t^\alpha L_{ft}^{1-\alpha}$$

$$A_{ft} = \phi_f A_{f(t-1)} + e_{ft}$$

Se sabe de antemano que la función anterior sigue las Condiciones de Inada y además que presenta rendimientos constantes a escala. De otra parte, las firmas pagan por los factores un salario  $\omega_t$  y una tasa de interés exclusivamente para los créditos  $i_{Bt}$ . Como se comentó al iniciar la sección, con el fin de incluirle realismo y operatividad a todo el sistema, se contempla en este modelo la existencia de márgenes de intermediación del sector bancario por lo que  $i_{Bt} \gg i_{dt}$ . Así pues, con esto se establece que el problema de las firmas radica en maximizar la función de beneficios  $\Pi_t^f = P_t Y_t - (\omega_t L_{ft} + i_{Bt} B_t)$ .

Como en la gran mayoría de modelos DSGE convencionales, para facilitar los cálculos y para desarrollar mejor el planteamiento general del modelo, se asume que los precios son constantes y  $P_t = 1$ . Respecto a las condiciones de primer orden del problema de la firma, a continuación se presentan la productividad marginal del crédito y la productividad marginal del trabajo:

$$\alpha \tilde{A}_{ft} B_t^{\alpha-1} L_{ft}^{1-\alpha} = \frac{\alpha Y_t}{B_t} = i_{Bt} \quad (1 - \alpha) \tilde{A}_{ft} B_t^\alpha L_{ft}^{-\alpha} = \frac{(1 - \alpha) Y_t}{L_{ft}} = \omega_t$$

Como se puede observar, se incluyen dos expresiones de las productividades marginales, a saber: una en función de los dos factores y el acervo tecnológico y otra en función sólo del factor en cuestión y el producto. Esto por el hecho que se usarán en el desarrollo de las linealizaciones y demás procedimientos matemáticos que se explicarán más adelante.

### 3.1.3. LA BANCA

Como se señaló en la introducción, uno de los aportes del presente artículo es realizar el análisis comparado de estimaciones lineales con un modelo DSGE en el que se incluyan

estructuras financieras. Después de hacer una extensa revisión de la literatura relacionada, se decidió incluir el mercado de servicios financieros de tal manera que cohesionara como la hace la estructura del modelo DSGE clásico. Por tanto, suponiendo que los hogares ahorran en depósitos financieros y las firmas producen con base los créditos que le son otorgados por la banca, se decidió incluir un nuevo sector como se hace en el ejercicio de Flórez, Posada y Escobar (2004). Se plantea que el sector financiero – léase, sector bancario – produce crédito  $B_t$  empleando la liquidez económica que le dan los depósitos de los hogares  $D_t$  y la fuerza de trabajo  $L_{Bt}$ . Al igual que en el caso de las firmas, hay un acervo tecnológico  $A_{Bt}$  el cual está sujeto a choques estocásticos de productividad originados por  $e_{Bt} \sim N(0, \sigma_B^2)$ . También el factor tecnológico tiene un efecto exponencial tal que  $\tilde{A}_{Bt} = e^{A_{Bt}}$  y que sigue un proceso autorregresivo de primer orden. Con esto, la función de producción de crédito es:

$$B_t = \tilde{A}_{Bt} D_t^v L_{Bt}^{1-v}$$

$$A_{Bt} = \phi_B A_{B(t-1)} + e_{Bt}$$

La función anterior también sigue las Condiciones de Inada y presenta rendimientos constantes a escala en la producción. Por su parte, el sector bancario paga a los ahorradores una tasa  $i_{dt}$  por los depósitos y también un salario  $\omega_t$  por la proporción de tiempo que dediquen a trabajar en ese sector. Como se comentó anteriormente, para facilitar los cálculos se asumió que el salario de los dos sectores es el mismo. Así pues, el problema del sector bancario es maximizar la función de beneficios  $\Pi_t^B = B_t - (\omega_t L_{Bt} + i_{dt} D_t)$ . Claramente, el precio de los créditos  $i_{Bt}$  no está dado sino que surge de la interacción con las firmas. Finalmente, las condiciones de primer orden del problema de este sector son las siguientes:

$$v \tilde{A}_{Bt} D_t^{v-1} L_{Bt}^{1-v} = \frac{v B_t}{D_t} = i_{dt} \quad (1-v) \tilde{A}_{Bt} D_t^v L_{Bt}^{-v} = \frac{(1-v) B_t}{L_{Bt}} = \omega_t$$

Respecto a la operación de la banca, se buscó asemejarla lo más posible a la operación de las firmas para facilitar los cálculos y obtener un planteamiento sencillo. Lo único adicional

podría ser el tener en cuenta el margen de intermediación. De otra parte, a pesar que operacionalmente los dos sectores se asemejan, se decidió mantener las diferencias respecto a las elasticidades de sustitución técnica y los choques estocásticos en la productividad. Por tanto, se concibe que  $v \neq \alpha$  y  $\sigma_B^2 \neq \sigma_f^2$  con el fin de tratar con sectores de dinámicas diferentes.

### 3.1.4. EQUILIBRIO Y ESTADOS ESTACIONARIOS

El reto principal de esta economía con tres sectores fue lograr un set de ecuaciones con las cuales se establezcan las condiciones de equilibrio. En la revisión de la literatura realizada no se encontraron ecuaciones y condiciones de equilibrio para el modelo en cuestión, por lo que resultó necesario estudiar a fondo los ejemplos de Torres (2009), Wickens (2008), Adda y Cooper (2002), entre otros libros de textos que abordan diferentes ejercicios con modelos DSGE, para así tener una referencia de cómo plantear un sistema en equilibrio para realizar las respectivas estimaciones. Así pues, se concluyó que la clave para encontrar dichas condiciones de equilibrio radicaba en lo que ocurre en el mercado de trabajo al interior del modelo; en primer lugar, se sabe que hay una oferta general de trabajo por parte de los hogares  $L_t$  y por otro lado, que los salarios son iguales en los dos sectores de tal manera que  $\omega_t = (1 - v)\tilde{A}_{Bt}D_t^v L_{Bt}^{-v} = (1 - \alpha)\tilde{A}_{ft}B_t^\alpha L_{ft}^{-\alpha}$ . Teniendo en cuenta esto, las ecuaciones en equilibrio partiendo de los resultados a los problemas de maximización de cada uno de los agentes son las siguientes:

$$\frac{C_t}{C_{t-1}} = \beta \left( 1 + \left( \frac{vY_t}{D_t} = v\tilde{A}_{Bt}D_t^{v-1}L_{Bt}^{1-v} \right) \right)$$

$$\frac{C_t\gamma_L}{(1 - L_t)\gamma_c} = \frac{(1 - \alpha)Y_t + (1 - v)B_t}{L_t}$$

$$(1 - \alpha)\tilde{A}_{ft}B_t^\alpha L_{ft}^{-\alpha} = (1 - v)\tilde{A}_{Bt}D_t^v L_{Bt}^{-v}$$



$$Y_t = \tilde{A}_{ft} B_t^\alpha L_{ft}^{1-\alpha}$$

$$B_t = \tilde{A}_{Bt} D_t^v L_{Bt}^{1-v}$$

$$D_{t+1} - D_t = Y_t - C_t$$

$$A_{ft} = \phi_f A_{f(t-1)} + e_{ft} \quad \text{y} \quad A_{Bt} = \phi_B A_{B(t-1)} + e_{Bt}$$

En donde al ser los hogares precio-aceptantes, la tasa de interés nominal que afecta las decisiones de consumo depende de la productividad marginal de los depósitos para el sector bancario. Por su lado, las decisiones en materia de cuánto consumir y cuánto trabajar, dependen de la demanda agregada de trabajo  $L_t$  que hay en los dos sectores. Como se tiene que  $\omega_t L_t = \omega_t L_{ft} + \omega_t L_{Bt}$ , se sigue que  $\omega_t = (\omega_t L_{ft} + \omega_t L_{Bt}) / L_t = \left( ((1-\alpha)Y_t/L_{ft})L_{ft} + ((1-v)B_t/L_{ft})L_{Bt} \right) / L_t$ . Es por ello que se buscó contemplar dos expresiones para la productividad marginal de los factores, toda vez que facilitó el planteamiento de las condiciones en equilibrio. Por último, se incluyó la identidad entre las productividades marginales de los dos factores, las funciones de producción del sector real y el sector bancario, los choques de productividad de cada sector y, fundamentalmente, la identidad entre el ahorro de la economía y el ahorro de los hogares. Como se puede observar, la diferencia de los depósitos de los hogares – aquí definido como ahorro – es igual a la diferencia entre el producto y el consumo.

Ahora bien, teniendo el sistema de ecuaciones anterior como punto de partida las condiciones de equilibrio, se hizo el procedimiento para hallar los estados estacionarios. Partiendo de los ejercicios de Torres (2009), el estado estacionario es concordar en que las variables del sistema no sufren cambios a través del tiempo: esto quiere decir que, por ejemplo, el consumo en estado estacionario es  $\bar{C} = C_t = C_{t+1}$ , los depósitos en estado estacionario son  $\bar{D} = D_t = D_{t+1}$ , y así sucesivamente. Planteando el sistema de ecuaciones en equilibrio bajo la premisa de tener las variables en estado estacionario, se obtuvo el siguiente sistema de ecuaciones:

$$1 = \beta \left( 1 + \left( \frac{v\bar{Y}}{\bar{D}} = v\bar{D}^{v-1}\bar{L}_B^{1-v} \right) \right)$$

$$\frac{\bar{C}\gamma_L}{(1-\bar{L})\gamma_c} = \frac{(1-\alpha)\bar{Y} + (1-v)\bar{B}}{\bar{L}}$$

$$(1-\alpha)\bar{B}^\alpha\bar{L}_f^{1-\alpha} = (1-v)\bar{D}^v\bar{L}_B^{1-v}$$

$$\bar{Y} = \bar{B}^\alpha\bar{L}_f^{1-\alpha} ; \bar{B} = \bar{D}^v\bar{L}_B^{1-v} ; \bar{Y} = \bar{C}$$

Con lo anterior, se buscó expresiones algebraicas en función únicamente de los parámetros para cada una de las variables del sistema; se partió, en primer lugar, encontrando una expresión para el nivel de empleo agregado de la economía  $\bar{L}$ . Esto se hizo obteniendo la relación entre los depósitos y el nivel de crédito – utilizando la primera ecuación del sistema – y, luego, despejando la relación entre el trabajo de las firmas y los depósitos – usando la primera y la tercera ecuación del sistema –. Estas dos relaciones se reemplazaron en la función de producción de las firmas en estado estacionario para encontrar una expresión que relacione el producto con el crédito y así, poder utilizar la tercera ecuación del sistema para despejar una expresión del nivel de trabajo agregado. Teniendo en cuenta que en estado estacionario  $\bar{Y} = \bar{C}$ , que  $L_t = L_{ft} + L_{Bt}$  y que el salario es igual para los dos sectores, se halló lo siguiente:

$$\bar{L} = \frac{\gamma_c\Psi}{\gamma_L + \gamma_c\Psi} \Rightarrow \bar{L}_f = \frac{\gamma_c(1-\alpha)}{\gamma_L}(1-\bar{L}) \quad \wedge \quad \bar{L}_b = \frac{\gamma_c(1-v)}{\gamma_L\Phi^{1-\alpha}}(1-\bar{L})$$

en donde,

$$\Omega = \left( \frac{1-\beta}{\beta v} \right) \quad \Phi = \left[ \frac{(1-\alpha)}{(1-v)} \Omega^{\frac{1}{1-v}} \right]^{\frac{1}{\alpha}} \quad \Psi = (1-\alpha) + \frac{(1-v)}{\Phi^{1-\alpha}}$$

Finalmente, como con la primera ecuación del sistema también se podía determinar una relación entre los depósitos y el trabajo en estado estacionario  $\bar{D} = \Omega^{\frac{1}{1-v}} / \bar{L}_b$ , se terminaron de hallar todas las expresiones para los factores de producción que luego fueron reemplazadas en las relaciones funcionales  $\bar{B} = \bar{D}^v \bar{L}_b^{1-v}$  y  $\bar{Y} = \bar{B}^\alpha \bar{L}_f^{1-\alpha}$ , encontrando así las expresiones en estado estacionario para el crédito y el producto respectivamente. En la subsección 3.4. se hará la calibración del modelo y se obtendrán los valores de cada una de las variables del sistema en estado estacionario.

### 3.2. LINEALIZACIÓN DEL SISTEMA PARA LA REPRESENTACIÓN ESTADO – ESPACIO

Resulta sencillo la linealización del sistema expuesto en la subsección anterior si se identifican claramente las variables de estado del modelo DSGE aquí presentado. Así pues, es correcto suponer que dichas variables son el nivel de depósitos de los hogares  $D_t$ , el acervo tecnológico de las firmas  $\tilde{A}_{ft}$  y el acervo tecnológico de la industria bancaria  $\tilde{A}_{Bt}$ . Por tanto, para realizar la representación estado-espacio, se requiere establecer un sistema de ecuaciones cuyas variables dependientes estén en función de las mencionadas variables de estado. De las relaciones que existen entre las variables  $B_t$ ,  $L_{Bt}$  y  $L_{ft}$  con los depósitos, se determinó un grupo de ecuaciones de medida para las variables  $Y_t$ ,  $B_t$ ,  $L_{ft}$ ,  $L_{bt}$  y  $C_t$ . En primer lugar, se asume  $\Omega$  como la constante hallada con los parámetros  $\alpha$ ,  $v$  y  $\beta$ , con lo que, utilizando la primera condición en equilibrio se pueden establecer las relaciones funcionales  $B_t = \Omega D_t$  y  $L_{bt} = (\Omega / \tilde{A}_{Bt})^{\frac{1}{1-v}} D_t$ . De otra parte, utilizando la tercera condición de equilibrio se puede hallar una expresión que relaciona  $L_{ft}$  con  $B_t$ ,  $D_t$  y  $L_{bt}$ . Incorporando las dos relaciones funcionales de  $B_t$  y  $L_{bt}$  en función de  $D_t$ , se llega entonces a una ecuación para  $L_{ft}$  en función de las variables de estado. Por último, como se tiene que  $Y_t = \tilde{A}_{ft} B_t^\alpha L_{ft}^{1-\alpha}$  y  $B_t = \tilde{A}_{Bt} D_t^v L_{Bt}^{1-v}$ , se puede incorporar la segunda ecuación en la primera de tal manera que el producto quede en función de los depósitos y la porciones de tiempo dedicada al trabajo en cada uno de los dos sectores. Ahora, como tanto  $L_{bt}$  y  $L_{ft}$  ya tienen una transformación que deja a estas dos variables en función de las variables de estado,

entonces se las reemplaza en la expresión para  $Y_t$  y así, quedarán entonces las cuatro primeras ecuaciones de medida. En consecuencia con lo anterior, dichas ecuaciones son:

$$Y_t = A_{ft}^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} A_{Bt}^{-\left(\frac{1-\alpha}{\alpha(1-v)}\right)} \Omega \Phi^{1-\alpha} D_t \quad ; \quad B_t = \Omega D_t$$

$$L_{ft} = A_{ft}^{\frac{1}{\alpha}} A_{Bt}^{-\left(\frac{1}{\alpha(1-v)}\right)} \Omega \Phi D_t \quad ; \quad L_{bt} = \Omega^{\frac{1}{1-v}} \tilde{A}_{Bt}^{-\left(\frac{1}{1-v}\right)} D_t$$

Ahora bien, la última ecuación de medida es la correspondiente al consumo. Se sigue que  $D_{t+1} - D_t = Y_t - C_t$ , por lo que  $C_t = Y_t - (D_{t+1} - D_t) = Y_t - \Delta D_t$ . Según Flórez, Posada y Escobar (2004), la variable correspondiente al ahorro  $\Delta D_t$  – concebido en el citado trabajo como “ingreso transitorio” – podría considerarse como un ruido blanco o en su defecto, una variable cuya distribución es normal. Por tanto, si  $\Delta D_t \sim N(0, \sigma^2)$  y siendo  $Y_t(D_t, \tilde{A}_{ft}, \tilde{A}_{Bt})$  la ecuación de medida enunciada para el producto, se podría considerar entonces que  $C_t = Y_t(D_t, \tilde{A}_{ft}, \tilde{A}_{Bt}) - e_t$ , con  $e_t \sim N(0, \sigma^2)$ , obteniendo así la quinta y última ecuación de medida.

Se puede apreciar que las cinco ecuaciones anteriores tienen una estructura no lineal, por lo que resulta necesario buscar un método de linealización para poder realizar la representación estado-espacio. Ahora bien, retomando la subsección 2.2.2. del presente trabajo, se puede recurrir a la metodología para linealizar reseñada en Uhlig (2005), con lo cual, el sistema de ecuaciones de medida anterior se podría transformar de la siguiente manera:

$$Y_t \approx \Omega \Phi^{1-\alpha} \bar{D} \left(1 + \left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right) \tilde{a}_{ft}\right) \left(1 - \left(\frac{1-\alpha}{\alpha(1-v)}\right) \tilde{a}_{bt}\right) (1 + d_t)$$

$$B_t = \Omega \bar{D} (1 + d_t)$$

$$L_{ft} \approx \Omega \Phi \bar{D} \left(1 + \left(\frac{1}{\alpha}\right) \tilde{a}_{ft}\right) \left(1 - \left(\frac{1}{\alpha(1-v)}\right) \tilde{a}_{bt}\right) (1 + d_t)$$

$$L_{bt} \approx \Omega^{\frac{1}{1-v}} \bar{D} \left( 1 - \left( \frac{1}{1-v} \right) \tilde{a}_{bt} \right) (1 + d_t)$$

$$C_t \approx \Omega \Phi^{1-\alpha} \bar{D} \left( 1 + \left( \frac{1-\alpha}{\alpha} \right) \tilde{a}_{ft} \right) \left( 1 - \left( \frac{1-\alpha}{\alpha(1-v)} \right) \tilde{a}_{bt} \right) (1 + d_t) - e_t$$

En donde  $d_t = \ln(D_t) - \ln(\bar{D})$ ,  $\tilde{a}_{ft} = \ln \tilde{A}_{ft} - \ln(\overline{\tilde{A}_{ft}})$  y  $\tilde{a}_{bt} = \ln \tilde{A}_{bt} - \ln(\overline{\tilde{A}_{bt}})$ , siendo  $\bar{D}$  los depósitos en estado estacionario, y concibiendo que en estado estacionario el acervo tecnológico para las firmas y el acervo tecnológico de la industria bancaria es igual a la unidad. Entonces, como  $\ln(\overline{\tilde{A}_{bt}}) = \ln(\overline{\tilde{A}_{ft}}) = 0$ ,  $\ln \tilde{A}_{ft} = A_{ft}$  y  $\ln \tilde{A}_{bt} = A_{bt}$ , se puede plantear el siguiente grupo de ecuaciones de transición con las variables de estado:

$$\begin{bmatrix} A_{ft} \\ A_{bt} \\ d_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_f & 0 & 0 \\ 0 & \phi_B & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{ft-1} \\ A_{bt-1} \\ d_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{ft} \\ e_{bt} \\ e_t \end{bmatrix}$$

Por su parte, volviendo a las ecuaciones antes reseñadas para  $Y_t$ ,  $B_t$ ,  $L_{ft}$ ,  $L_{bt}$  y  $C_t$ , si se aplican procedimientos algebraicos para distribuir las constantes y se sigue lo reseñado por Uhlig (2005) respecto a que los productos cruzados entre  $\tilde{a}_{ft}$ ,  $\tilde{a}_{bt}$  y  $d_t$  son aproximadamente iguales a cero, se puede construir el siguiente grupo de ecuaciones de medida:

$$\begin{bmatrix} Y_t \\ B_t \\ L_{ft} \\ L_{bt} \\ C_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Omega \Phi^{1-\alpha} \bar{D} \\ \Omega \bar{D} \\ \Omega \Phi \bar{D} \\ \Omega^{1/(1-v)} \bar{D} \\ \Omega \Phi^{1-\alpha} \bar{D} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Omega \Phi^{1-\alpha} \bar{D} (1-\alpha)/\alpha & -\Omega \Phi^{1-\alpha} \bar{D} (1-\alpha)/\alpha (1-v) & \Omega \Phi^{1-\alpha} \bar{D} \\ 0 & 0 & \Omega \bar{D} \\ \Omega \Phi \bar{D} / \alpha & -\Omega \Phi \bar{D} / \alpha (1-v) & \Omega \Phi \bar{D} \\ 0 & -\Omega^{1/(1-v)} \bar{D} / (1-v) & \Omega^{1/(1-v)} \bar{D} \\ \Omega \Phi^{1-\alpha} \bar{D} (1-\alpha)/\alpha & -\Omega \Phi^{1-\alpha} \bar{D} / \alpha (1-v) & \Omega \Phi^{1-\alpha} \bar{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{ft} \\ A_{bt} \\ d_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ e_t \end{bmatrix}$$

Así pues, teniendo la representación estado-espacio con ecuaciones linealizadas, se pueden realizar la estimación con un Filtro de Kalman, asunto que se expondrá en la subsección 4.1. del presente artículo.

### 3.3. MÉTODOS DE PERTURBACIÓN DE PRIMER ORDEN DE EXPANSIÓN.

Partiendo del sistema de ecuaciones en equilibrio de la subsección 3.1.4 se puede construir la función de respuesta la cual debe depender también de las variables de estado determinadas para este modelo. En primer lugar y siguiendo la metodología para la consecución de *policy functions* que se expone en Fernández-Villaverde, Rubio-Ramírez y Schorfheide (2016), se debe reescribir el sistema de ecuaciones en equilibrio en función de las variables de estado y de las variables a las cuales se les va a buscar las mencionadas *policy functions*, llegando a plantear la función de respuesta  $\mathcal{F}$ :

$$\mathcal{F} = \begin{bmatrix} \frac{1}{C_t} - \frac{\beta(1 + v\tilde{A}_{Bt+1}D_{t+1}^{v-1}L_{Bt+1}^{1-v})}{C_{t+1}} \\ \frac{C_t\gamma_L}{(1 - L_{ft} - L_{Bt})\gamma_c} - (1 - \alpha)\tilde{A}_{ft}(\tilde{A}_{Bt}D_t^vL_{Bt}^{1-v})^\alpha L_{ft}^{-\alpha} \\ \frac{C_t\gamma_L}{(1 - L_{ft} - L_{Bt})\gamma_c} - (1 - v)\tilde{A}_{Bt}D_t^vL_{Bt}^{1-v} \\ D_{t+1} - D_t - \tilde{A}_{ft}(\tilde{A}_{Bt}D_t^vL_{Bt}^{1-v})^\alpha L_{ft}^{1-\alpha} - C_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Se busca entonces encontrar *policy functions* para el consumo, para la proporción de tiempo empleado para trabajar en cada uno de los dos sectores del modelo y para el nivel de depósitos en el momento  $t+1$ . Por tanto, la idea es hallar:

$$C_t^p = C(A_{ft}, A_{Bt}, D_t, \sigma_f, \sigma_B),$$

$$L_{ft}^p = Lf(A_{ft}, A_{Bt}, D_t, \sigma_f, \sigma_B),$$

$$L_{Bt}^p = Lb(A_{ft}, A_{Bt}, D_t, \sigma_f, \sigma_B),$$

$$D_{t+1}^p = D(A_{ft}, A_{Bt}, D_t, \sigma_f, \sigma_B).$$

Es por ello que se hicieron procedimientos algebraicos para que la función  $\mathcal{F}$  sólo dependiera de las cuatro variables en cuestión y, por supuesto, las tres variables de estado que se han venido manejando. Los procedimientos fueron, básicamente, reemplazar el nivel de crédito  $B_t = \tilde{A}_{Bt} D_t^v L_{Bt}^{1-v}$  en la función de producción para  $Y_t$  y en los productos marginales de la proporción de tiempo destinado al trabajo y de los depósitos. Ahora bien, una vez hallados valores para  $L_{ft}^p$ ,  $L_{Bt}^p$  y  $D_{t+1}^p$ , se pueden reemplazar en las respectivas funciones de producción para encontrar las predicciones de  $Y_t$  y  $B_t$ . Notar además que se proyectó en un periodo la condición  $C_t/C_{t-1}$  así como se muestra en la subsección 3.1.1.

Ahora bien, volviendo a la subsección 2.2.2., en el presente trabajo se aplicará los métodos de perturbación pero sólo en un primer orden de expansión, eliminando el efecto que en un segundo orden producen los choques estocásticos en los acervos tecnológicos de los dos sectores. Así pues, retomando el sistema  $\mathcal{F}$  de cuatro ecuaciones, lo primero que se debe hacer con el fin de hallar las *policy functions* es plantear funciones desconocidas para cada una de las variables en cuestión en función de las variables de estado  $A_{ft}$ ,  $A_{Bt}$  y  $D_t$ , de tal manera que  $C_t = C(A_{ft}, A_{Bt}, D_t)$ ,  $L_{ft} = Lf(A_{ft}, A_{Bt}, D_t)$ ,  $L_{Bt} = LB(A_{ft}, A_{Bt}, D_t)$  y finalmente  $D_{t+1} = D(A_{ft}, A_{Bt}, D_t)$ . Incorporándolas en  $\mathcal{F}$  el sistema queda así:

$$\mathcal{F} = \begin{bmatrix} \frac{1}{C(A_{ft}, A_{Bt}, D_t)} - \frac{\beta(1 + v(e^{\phi_B A_{Bt} + e_{Bt+1}} D(A_{ft}, A_{Bt}, D_t))^v LB(A_{ft}, A_{Bt}, D_t))^{-v}}{C(\phi_f A_{ft} + e_{ft+1}, \phi_B A_{Bt} + e_{Bt+1}, D(A_{ft}, A_{Bt}, D_t))} \\ \frac{C(A_{ft}, A_{Bt}, D_t) \gamma_L}{(1 - Lf(A_{ft}, A_{Bt}, D_t) - LB(A_{ft}, A_{Bt}, D_t)) \gamma_C} - (1 - \alpha) \tilde{A}_{ft} (\tilde{A}_{Bt} D_t^v LB(A_{ft}, A_{Bt}, D_t))^{1-v} Lf(A_{ft}, A_{Bt}, D_t)^{-\alpha} \\ \frac{C(A_{ft}, A_{Bt}, D_t) \gamma_L}{(1 - Lf(A_{ft}, A_{Bt}, D_t) - LB(A_{ft}, A_{Bt}, D_t)) \gamma_C} - (1 - v) \tilde{A}_{Bt} D_t^v LB(A_{ft}, A_{Bt}, D_t)^{-v} \\ D(A_{ft}, A_{Bt}, D_t) - D_t - \tilde{A}_{ft} (\tilde{A}_{Bt} D_t^v LB(A_{ft}, A_{Bt}, D_t))^{1-v} Lf(A_{ft}, A_{Bt}, D_t)^{-\alpha} - C(A_{ft}, A_{Bt}, D_t) \end{bmatrix}$$

Con lo anterior y siguiendo la notación de Fernández-Villaverde, Rubio-Ramírez y Schorfheide (2016), se tiene entonces que:

$$\begin{aligned} & \mathcal{F}(A_{ft}, A_{Bt}, D_t) \\ = & \mathcal{H}(C(A_{ft}, A_{Bt}, D_t), D(A_{ft}, A_{Bt}, D_t), C(\phi_f A_{ft} + e_{ft+1}, \phi_B A_{Bt} \\ & + e_{Bt+1}, D(A_{ft}, A_{Bt}, D_t)), D_t, Lf(A_{ft}, A_{Bt}, D_t), LB(A_{ft}, A_{Bt}, D_t), A_{ft}, A_{Bt}) \end{aligned}$$

Así que, para obtener la expansión de primer orden de la cual se ha hablado en esta subsección, se requiere obtener los coeficientes que corresponden a las primeras derivadas del sistema en función de las variables de estado  $A_{ft}$ ,  $A_{Bt}$  y  $D_t$ . Por tanto, concordando que  $\mathcal{H}$  la componen 5 funciones desconocidas y tres variables de estado, tales derivadas son las siguientes:

$$\mathcal{F}_D = \mathcal{H}_1 C_d + \mathcal{H}_2 D_d + \mathcal{H}_3 C_d D_d + \mathcal{H}_4 + \mathcal{H}_5 L B_d + \mathcal{H}_6 L f_d$$

$$\mathcal{F}_{A_f} = \mathcal{H}_1 C_{A_f} + \mathcal{H}_2 D_{A_f} + \mathcal{H}_3 (C_{A_f} D_{A_f} + \phi_f) + \mathcal{H}_5 L B_{A_f} + \mathcal{H}_6 L f_{A_f} + \mathcal{H}_7$$

$$\mathcal{F}_{A_B} = \mathcal{H}_1 C_{A_B} + \mathcal{H}_2 D_{A_B} + \mathcal{H}_3 (C_{A_B} D_{A_B} + \phi_B) + \mathcal{H}_5 L B_{A_B} + \mathcal{H}_6 L f_{A_B} + \mathcal{H}_B$$

En aras de mantener la notación manejada en Fernández-Villaverde, Rubio-Ramírez y Schorfheide (2016),  $\mathcal{H}_i$  es la derivada parcial de  $\mathcal{H}$  con respecto al  $i$ -ésimo argumento, ya sean las funciones desconocidas o las variables de estado según el orden en el que se hallan incluido. Por ejemplo,  $\mathcal{H}_2$  corresponde a la derivada parcial de  $\mathcal{H}$  – o la función  $\mathcal{F}$  que se planteó con los remplazos – con respecto a  $D(A_{ft}, A_{Bt}, D_t)$ , siendo este el segundo argumento de la función. El orden en el que se plantean los argumentos de  $\mathcal{H}$  puede ser aleatorio, pero debe seguirse con cuidado para evitar confusiones. Así pues, volviendo a las primeras derivadas, se obtiene  $\mathcal{H}_i$  y luego, aplicando la regla de la cadena, se multiplica por la derivada interna de la función con respecto a la variable de estado a la cual se esté derivando.

Ahora, la idea es obtener valores para cada uno de los coeficientes que multiplican a las derivadas parciales  $\mathcal{H}_i$ . La forma de encontrarlos es por ejemplo, para el caso de  $\mathcal{F}_D$ , establecer el siguiente sistema matricial:

$$\mathcal{F}_D = \begin{bmatrix} \mathcal{H}_1^1 \\ \mathcal{H}_1^2 \\ \mathcal{H}_1^3 \\ \mathcal{H}_1^4 \end{bmatrix} C_D + \begin{bmatrix} \mathcal{H}_2^1 \\ 0 \\ 0 \\ \mathcal{H}_2^4 \end{bmatrix} D_D + \begin{bmatrix} \mathcal{H}_3^1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} C_D D_D + \begin{bmatrix} 0 \\ \mathcal{H}_4^2 \\ \mathcal{H}_4^3 \\ \mathcal{H}_4^4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathcal{H}_5^1 \\ \mathcal{H}_5^2 \\ \mathcal{H}_5^3 \\ \mathcal{H}_5^4 \end{bmatrix} L B_D + \begin{bmatrix} 0 \\ \mathcal{H}_6^2 \\ \mathcal{H}_6^3 \\ \mathcal{H}_6^4 \end{bmatrix} L f_D$$



En donde, como se explicó en la subsección 2.2.2., cada una de las filas del sistema matricial de  $\mathcal{F}_D$  corresponde a cada una de las ecuaciones agrupadas en  $\mathcal{F}$ . Así que, por ejemplo,  $\mathcal{H}_1^1$  corresponde a la derivada parcial con respecto a  $C(A_{ft}, A_{Bt}, D_t)$  de la primera ecuación de  $\mathcal{F}$  que es  $\frac{1}{C(A_{ft}, A_{Bt}, D_t)} - \frac{\beta(1+v(e^{\phi_B A_{Bt} + e_{Bt+1} D(A_{ft}, A_{Bt}, D_t))^v LB(A_{ft}, A_{Bt}, D_t)^{-v})}{C(\phi_f A_{ft} + e_{ft+1}, \phi_B A_{Bt} + e_{Bt+1}, D(A_{ft}, A_{Bt}, D_t))}$ . Por tanto,  $\mathcal{H}_1^1 = -\frac{1}{C(A_{ft}, A_{Bt}, D_t)^2}$  y como se trata de un coeficiente numérico, esta derivada está evaluada en los estados estacionarios de las variables implicadas toda vez que por definición  $C(0,0,\bar{D}) = \bar{C}$ , concordando entonces que  $\mathcal{H}_1^1 = -\frac{1}{\bar{C}^2}$ . El evaluar todas las derivadas en los respectivos estados estacionarios aplica para todas las derivadas parciales de  $\mathcal{H}$ . Ahora bien, se tiene por ejemplo que  $\mathcal{H}_2^2 = 0$  pues en la segunda ecuación del sistema  $\mathcal{F}$  no se encuentra la función desconocida  $D(A_{ft}, A_{Bt}, D_t)$ , la cual sólo está presente en la primera y la cuarta ecuación. Entonces, siguiendo cuidadosamente lo anterior, se tiene un sistema de ecuaciones cuyas incógnitas son los valores numéricos de los coeficientes  $C_D, D_D, LB_D$  y  $Lf_D$ .

Por su parte, los sistemas matriciales para las primeras derivadas de  $\mathcal{F}$  con respecto a las otras dos variables de estado restantes, son los siguientes:

$$\mathcal{F}_{Af} = \begin{bmatrix} \mathcal{H}_1^1 \\ \mathcal{H}_1^2 \\ \mathcal{H}_1^3 \\ \mathcal{H}_1^4 \end{bmatrix} C_{Af} + \begin{bmatrix} \mathcal{H}_2^1 \\ 0 \\ 0 \\ \mathcal{H}_2^4 \end{bmatrix} D_{Af} + \begin{bmatrix} \mathcal{H}_3^1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} (C_D D_{Af} + \phi_f) + \begin{bmatrix} \mathcal{H}_5^1 \\ \mathcal{H}_5^2 \\ \mathcal{H}_5^3 \\ \mathcal{H}_5^4 \end{bmatrix} LB_{Af} + \begin{bmatrix} 0 \\ \mathcal{H}_6^2 \\ \mathcal{H}_6^3 \\ \mathcal{H}_6^4 \end{bmatrix} Lf_{Af} + \begin{bmatrix} 0 \\ \mathcal{H}_7^2 \\ 0 \\ \mathcal{H}_7^4 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{F}_{AB} = \begin{bmatrix} \mathcal{H}_1^1 \\ \mathcal{H}_1^2 \\ \mathcal{H}_1^3 \\ \mathcal{H}_1^4 \end{bmatrix} C_{AB} + \begin{bmatrix} \mathcal{H}_2^1 \\ 0 \\ 0 \\ \mathcal{H}_2^4 \end{bmatrix} D_{AB} + \begin{bmatrix} \mathcal{H}_3^1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} (C_D D_{AB} + \phi_B) + \begin{bmatrix} \mathcal{H}_5^1 \\ \mathcal{H}_5^2 \\ \mathcal{H}_5^3 \\ \mathcal{H}_5^4 \end{bmatrix} LB_{Af} + \begin{bmatrix} 0 \\ \mathcal{H}_6^2 \\ \mathcal{H}_6^3 \\ \mathcal{H}_6^4 \end{bmatrix} Lf_{Af} + \begin{bmatrix} \mathcal{H}_8^1 \\ \mathcal{H}_8^2 \\ \mathcal{H}_8^3 \\ \mathcal{H}_8^4 \end{bmatrix}$$

Finalmente, una vez resuelto los tres sistemas de ecuaciones anteriores para obtener cada uno de los coeficientes, se pueden construir las siguientes *policy functions* para el consumo, el trabajo en cada uno de los dos sectores y el nivel de depósitos en el periodo  $t+1$ , así:

$$C_t^p = C(0,0,\bar{D}) + C_D(D_t - \bar{D}) + C_{Af}A_{ft} + C_{AB}A_{Bt}$$

$$D_{t+1}^p = D(0,0,\bar{D}) + D_D(D_t - \bar{D}) + D_{Af}A_{ft} + D_{AB}A_{Bt}$$

$$Lf_t^p = Lf(0,0,\bar{D}) + Lf_D(D_t - \bar{D}) + Lf_{Af}A_{ft} + Lf_{AB}A_{Bt}$$

$$LB_t^p = LB(0,0,\bar{D}) + LB_D(D_t - \bar{D}) + LB_{Af}A_{ft} + LB_{AB}A_{Bt}$$

Lo anterior se denomina *policy functions* de los métodos de perturbación de primer orden de expansión en niveles, toda vez que para las predicciones se usan las series de  $D_t$ ,  $A_{ft}$  y  $A_{Bt}$  sin ninguna transformación (Aruoba, Fernández-Villaverde y Rubio-Ramírez, 2006; Fernández-Villaverde, Rubio-Ramírez y Schorfheide, 2016; entre otros autores). Por tanto, si se aplicara las transformaciones logarítmicas a la variable de estado  $D_t$ , se obtendría entonces *policy functions* pero log-linealizadas (para efectos de este trabajo, esto se denominará también como estimaciones logarítmicas). En la subsección 4.2 se expondrán los resultados relacionados con este método aplicado al modelo DSGE desarrollado en el presente artículo.

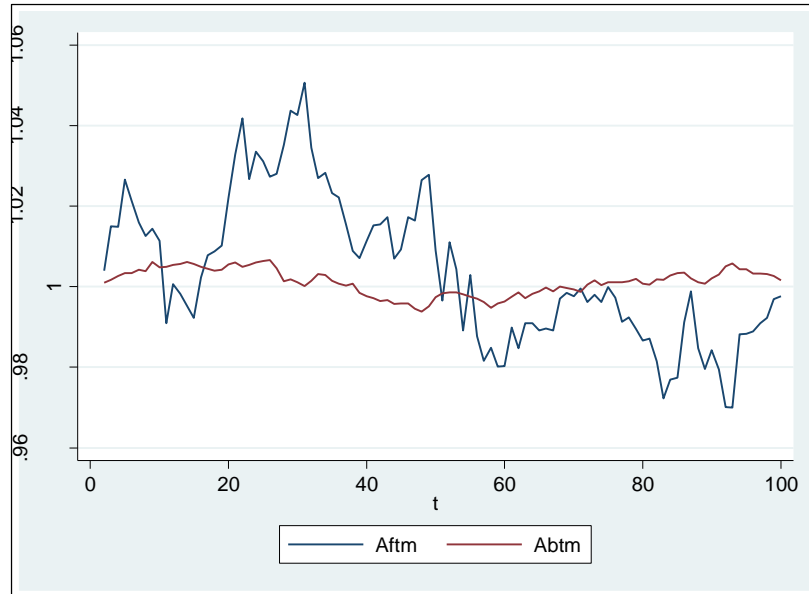
### 3.4. CALIBRACIÓN DEL MODELO

En la construcción del modelo DSGE con sector bancario se concibió el siguiente conjunto de parámetros  $Y = \{\gamma_c, \gamma_l, \beta, \alpha, \nu, \phi_f, \phi_B, \sigma, \sigma_f, \sigma_V\}$ . Para facilitar el desarrollo del ejercicio, se optó por basar la calibración en los trabajos estudiados para hacer la revisión de literatura. En consecuencia, en las calibraciones de los ejercicios citados y reseñados se observó que: 1) el factor de descuento intertemporal  $\beta \in [0.95, 0.99]$ ; 2) las ponderaciones asociadas al consumo y proporción de tiempo destinada al trabajo, respectivamente, siguen que  $\gamma_c \in [0.4, 0.5]$  y  $\gamma_l \in [0.5, 0.6]$ ; 3) la elasticidad de sustitución técnica entre el capital y el trabajo en el sector real  $\alpha \in [0.3, 0.4]$ ; 4) la persistencia del choque estocástico en el

acervo tecnológico  $\phi_f \in [0.95, 0.99]$ , y; 5) la desviación estándar del choque estocástico de productividad  $\sigma_f \in [0.007, 0.035]$ . Por tanto, se decidió utilizar un valor entre esos rangos para los parámetros asociados al problema de los hogares y las firmas.

El reto recayó en qué valores se le podían asignar a los parámetros asociados al problema de la industria bancaria y a la varianza asociada al ahorro agregado, toda vez que no se encontraron trabajos que abordaron estas variables de la manera en que se hizo en el presente ejercicio. En Flórez, Posada y Escobar (2004) no se detuvieron a calibrar su modelo toda vez que lo que buscaban eran ecuaciones que asociaran la tasa de colocación, el nivel de crédito y los depósitos para estimarlas a partir de un VAR y un VEC, y luego ver cómo respondían unas variables con otras a través del análisis impulso-respuesta. En King y Plosser (1984), a pesar de incluir el sector con una forma funcional específica, no se planteó con una función Cobb-Douglas similar a la de las firmas.

Por su parte, en el acervo de trabajos y ejercicios reseñados en la revisión de la literatura de la sección 2., tampoco se encontró un referente idéntico que abordara a la industria bancaria como se hace en el presente artículo. Así pues, se decidió, conforme a algunos apartes de la literatura revisada, concebir al sector bancario como un agente conservador dentro del proceso productivo. Esto hace referencia a que el sector necesariamente debe ser intensivo en el factor trabajo y que los choques de productividad no fueran abruptos. Así pues, como propuesta, se planteó que la elasticidad de sustitución técnica entre los depósitos y la proporción de trabajo que los hogares dedican al sector  $\nu$  se acercara al valor mínimo del rango de valores explorado para  $\alpha$ . Por su parte, para responder al matiz que se le quiere dar a la industria bancaria en este modelo, se resolvió que el choque estocástico asociado a la productividad fuera menor que el del sector real. Además, se planteó que la persistencia de dicho choque fuera mayor que la persistencia que se presenta en las firmas. En el Gráfico No. 4 se puede observar las series artificiales de acervo tecnológico y su choque estocástico, contemplando una suavización mayor del impacto para la industria bancaria. Estas series se obtuvieron de una de las simulaciones realizadas para cada uno de los dos sectores.

**Gráfico No. 4***Comparación Choques Estocásticos de Productividad**Sector Real  $\tilde{A}_{ft}$  y Sector Bancario  $\tilde{A}_{Bt}$* *(Datos Correspondiente a una Réplica de la Simulación)*

Fuente: Cálculos Propios

Respecto a la desviación estándar asociada al ahorro agregado de los hogares  $\sigma$ , esta se explicará con mayor detalle en la siguiente subsección toda vez que de ahí se partió para hacer la simulación de los datos. Con esto, la propuesta de calibración de los parámetros para realizar el ejercicio es la siguiente:

**Tabla No. 2***Calibración del Modelo DSGE con Sector Bancario*

| $\beta$ | $\gamma_c$ | $\gamma_l$ | $\alpha$ | $\nu$ | $\phi_f$ | $\phi_B$ | $\sigma_f$ | $\sigma_V$ |
|---------|------------|------------|----------|-------|----------|----------|------------|------------|
| 0.98    | 0.45       | 0.55       | 0.4      | 0.33  | 0.95     | 0.99     | 0.007      | 0.001      |

Con la calibración anterior, se obtuvieron los siguientes estados estacionarios:

**Tabla No 3***Estados Estacionarios y Otros Valores del modelo DSGE con Sector Bancario*

| <b>Variable</b>         | <b>Estado Estacionario</b> |
|-------------------------|----------------------------|
| Producto                | 0.3297                     |
| Nivel de Crédito        | 3.0416                     |
| Depósitos               | 49.1831                    |
| Trabajo Agregado        | 0.8472                     |
| Trabajo Sector Real     | 0.0749                     |
| Trabajo Sector Bancario | 0.7722                     |
| Consumo                 | 0.3297                     |
| Tasa de Captación       | 0.02                       |
| Tasa de Colocación      | 0.043                      |

*Fuente:* Cálculos Propios

Como se puede apreciar y en línea a lo que se estableció en la subsección 3.1.3. correspondiente al problema de la industria bancaria, las tasas de colocación son estrictamente mayores a las tasas de captación en estado estacionario. Esto no sólo le incorpora realismo al modelo en cuestión sino que es una de las condiciones para que el sistema sea estable conforme al paso del tiempo. Además, el tamaño del margen de intermediación – que es poco más de 2 puntos porcentuales en estado estacionario – depende fuertemente de qué tan intensivo es el sector bancario en el uso de los depósitos y además, de la tasa de descuento intertemporal. Entre más  $\beta$  se acerque a 0.95 y  $\nu$  adquiera valores sustancialmente inferiores a  $\alpha$ , lo que arroja el sistema en equilibrio es que el margen de intermediación tiende a aumentar. Sin embargo, se procuró realizar el ejercicio utilizando el escenario de la Tabla No. 2 toda vez que en las diferentes simulaciones no se presentó un comportamiento extremo en la economía. Además, es importante mencionar que el análisis comparado de las diferentes calibraciones podría ser el problema de investigación de otro artículo en el que también use un modelo DSGE como el aquí desarrollado.

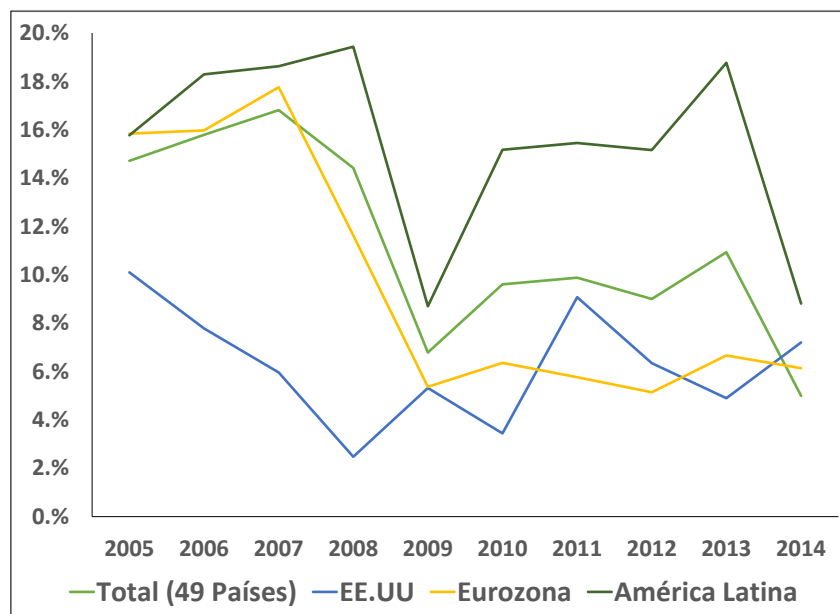
### 3.5. DATOS PARA LAS ESTIMACIONES Y SIMULACIONES

Como se comentó en la introducción, la evaluación de la precisión en las predicciones de las estimaciones bajo los métodos presentados en las subsecciones 3.3. y 3.4 se realizará con datos artificiales y simulaciones de escenarios. Es por eso que en la calibración anterior no se incluyó el valor para la desviación estándar del ahorro de los hogares  $\Delta D_{t+1} \approx e_t \sim N(0, \sigma)$  toda vez que corresponde a la temática de esta subsección. Además, otra de las razones por la que no se incluyó la calibración del parámetro  $\sigma$  es porque su elección correspondió más a una observación empírica que a una formulación teórica. Pues bien, es importante percatar que el modelo DSGE desarrollado en el presente artículo y las ecuaciones en equilibrio de la subsección 3.1.4 conllevan a que, necesariamente, en los datos artificiales se requiera de la existencia de ahorro en todas las unidades de tiempo. Es decir, la serie  $S_t = D_{t+1} - D_t = Y_t - C_t$  debe contener elementos positivos y debe presentar incrementos a lo largo de toda la muestra  $t$ . Si no se concibe de esa manera, el sistema planteado no presentaría estabilidad, arrojando así resultados y escenarios fuertemente contraintuitivos – ejemplo: producto y nivel de crédito negativos, proporciones de tiempo destinado a trabajar en los diferentes sectores superior a la unidad, entre muchos otros –.

Se buscó entonces observar cómo es el comportamiento de la variable  $\Delta D_{t+1}$  en las economías reales para tener una idea de cómo simularla; el Gráfico No. 5 muestra el crecimiento anual de los depósitos bancarios para una muestra de 49 países en donde se encuentra EE.UU., países de la Zona Euro, de América Latina y el Caribe, y algunas economías asiáticas. En general, lo que se puede apreciar del gráfico es que el crecimiento anual se encuentra entre el 2% y el 20% - este último dato antes de la crisis *Subprime* –, concibiendo un promedio cercano al 10% si se tomara únicamente los países de América Latina, la Zona Euro y EE.UU.

**Gráfico No. 5**

Crecimiento Promedio Anual de los Depósitos Bancarios en 49 Países  
(Moneda Local a Precios Corrientes)



Fuente: Financial Access Survey (FAS) – FMI. Cálculos Propios.

Así que, lo que se puede determinar de esta observación es que en unidades temporales más pequeñas que la anual – como trimestres o incluso meses –, el crecimiento de los depósitos bancarios puede ser en promedio y hasta inferior al 1%. Por tanto, con base en la observación del comportamiento de  $\Delta D_{t+1}$  en las economías reales y al tratarse de un tamaño de muestra de datos artificiales considerablemente grande en comparación con lo que se puede obtener en la realidad, se decidió que la serie para  $\Delta D_{t+1}$  se simularía con elementos que contengan valores del rango (0, 0.1). De la misma manera, para evitar una extrema volatilidad que vaya en perjuicio de la estabilidad del sistema – y que produjera los desequilibrios antes mencionados –, se exploró una serie de escenarios y se determinó que  $\sigma \in [0.01, 0.03]$ . En conclusión, para realizar la simulación se partió del hecho que  $\Delta D_{t+1} = e_t \sim N(\mu, 0.03) \forall \mu \in (0, 0.1)$ .

Ahora bien, una vez obtenida esta serie, se determinó un valor inicial  $D_0$  el cual fuese inferior al valor en estado estacionario de los depósitos y como  $\Delta D_{t+1} = D_{t+1} - D_t$ , se

construyó la serie de  $D_t$  de tal manera que pase por el estado estacionario<sup>4</sup>. Una vez obtenida la serie para depósitos y manteniendo la calibración de la subsección 3.4, se utilizaron las ecuaciones en equilibrio de la subsección 3.1.4., en especial en donde surgieran equivalencias entre los depósitos y la proporción de tiempo destinada al trabajo, para obtener las series correspondientes a  $L_{ft}$  y  $L_{Bt}$ . Por su parte, se generaron los choques de productividad en los dos sectores partiendo que los términos estocásticos  $e_{ft}$  y  $e_{bt}$  se distribuyen normalmente con media igual a cero y con la varianza que se fijó en la calibración (ver el Gráfico No. 4 para observar ejemplo de series del acervo tecnológico tras un choque estocástico). Así pues, con la obtención de series artificiales para  $D_t$ ,  $L_{ft}$  y  $L_{Bt}$ , la simulación de los choques de productividad  $\tilde{A}_{ft}$  y  $\tilde{A}_{Bt}$ , y con el uso de las funciones para  $Y_t$  y  $B_t$ , se obtuvieron series artificiales para estas dos últimas variables. En todos los casos, las series de las variables generadas contienen su valor en estado estacionario.

En el Anexo No. 1 se encuentra un ejemplo de la simulación de escenarios con los datos artificiales generados a partir de lo explicado en esta subsección. Como se puede apreciar, se consiguió simular escenarios con una dinámica parecida a la de una economía real. De otra parte, con el fin de explorar comportamientos de naturaleza asintótica en los métodos que se busca aplicar, se construyeron muestras con tamaños  $t = 100$ ,  $t = 200$  y  $t = 500$  para realizar las estimaciones.

#### 4. ESTIMACIÓN Y RESULTADOS

Una vez obtenidos los datos artificiales y los escenarios simulados, se aplicaron los métodos de estimación expuestos en la subsección 3.2. y 3.3. para cada uno de los tres tamaños de muestra, a saber:  $t = 100$ ,  $t = 200$  y  $t = 500$ . El ejercicio se replicó 100 veces para cada uno de los tres tamaños utilizando el software STATA®. El código de programación, titulado “*Código Tesis Maestría en Econometría – Julián Rosero*”

---

<sup>4</sup> La forma de cómo se encontró el valor inicial  $D_0$  se fijó conforme al tamaño de muestra y al promedio del cambio en la serie correspondiente a  $\Delta D_{t+1}$ . Esto con el fin de construir una serie para  $D_t$  con una dinámica similar a las que se pueden observar en las economías reales. De todas formas, al presente trabajo se le anexó el Código con el cual se construyeron las variables artificiales para que pueda ser inspeccionado.



*Navarrete*”, se anexa al presente trabajo en el formato y extensión *do-file* del software. Así pues, en la presente sección se presentarán los resultados obtenidos de las simulaciones; en primer lugar, se expondrán algunos aspectos fundamentales correspondientes a cada método y, posteriormente, se culminará con la comparación de los resultados obtenidos en materia de predicciones.

#### 4.1. REPRESENTACIÓN ESTADO-ESPACIO Y FILTRO DE KALMAN

Conforme a la subsección 3.2. del presente artículo, lo que se buscó estimar fue las siguientes ecuaciones de transición y de medida:

$$\begin{bmatrix} A_{ft} \\ A_{Bt} \\ d_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_f & 0 & 0 \\ 0 & \phi_B & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{f(t-1)} \\ A_{B(t-1)} \\ d_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{ft} \\ e_{Bt} \\ e_t \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Y_t \\ B_t \\ L_{ft} \\ L_{Bt} \\ C_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \kappa_{10} \\ \kappa_{20} \\ \kappa_{30} \\ \kappa_{40} \\ \kappa_{50} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \kappa_{11} & \kappa_{12} & \kappa_{13} \\ 0 & 0 & \kappa_{23} \\ \kappa_{31} & \kappa_{32} & \kappa_{33} \\ 0 & \kappa_{42} & \kappa_{43} \\ \kappa_{51} & \kappa_{52} & \kappa_{53} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{ft} \\ A_{Bt} \\ d_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

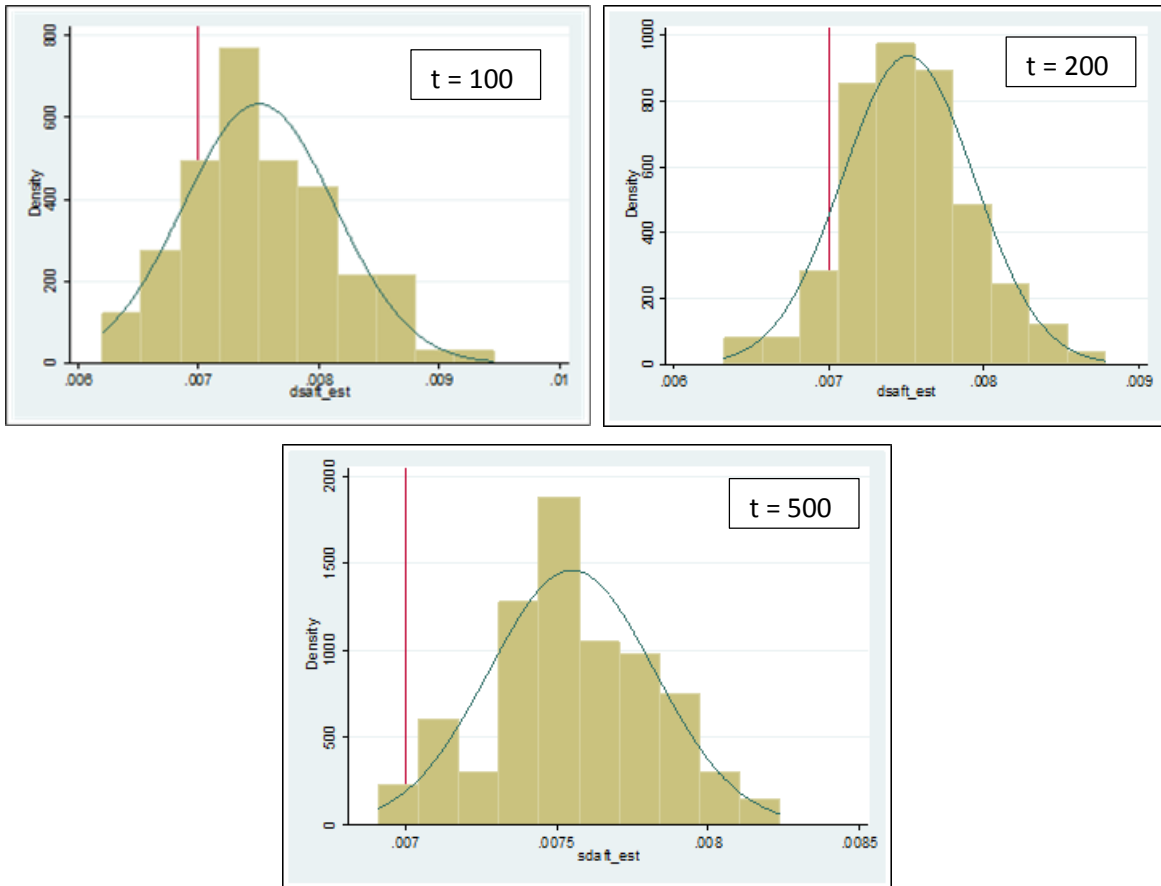
Se identificaron las matrices con que  $\phi_f$ ,  $\phi_B$  y los coeficientes  $\kappa_{ij}$  siguieran las restricciones para la representación estado-espacio de la subsección 3.2. y la calibración de la subsección 3.4. Por su parte, se utilizó la rutina de estimación en el cual se usa un método híbrido entre el Filtro de Kalman convencional para variables estacionarias y un método aumentado llamado Filtro de Kalman Difuso diseñado por De Jong (1991) para variables no estacionarias; como se presentaron los dos tipos de variables en el sistema, se usa los dos métodos en conjunto con el fin de obtener los parámetros que maximizan la función de máxima verosimilitud (Drukker y Gates, 2011). De otra parte, para las ecuaciones de transición, se definió una matriz diagonal compuesta por las varianzas de las variables de estado.

Para las ecuaciones de medida, se determinó que para las variables  $Y_t$ ,  $B_t$ ,  $L_{ft}$  y  $L_{Bt}$  no se estimaran errores, mientras que se especificó que sí se hiciera para  $C_t$ . Esto último se planteó por el hecho en que en el sistema original definido en la subsección 3.1.4, los únicos componentes estocásticos son los correspondientes a los choques de productividad en los dos sectores. Ahora, como  $C_t = Y_t - \Delta D_{t+1}$  y pues,  $\Delta D_{t+1}$  es un elemento estocástico *per se*, se decidió incluir la estimación de la varianza para esta última variable.

Como la mayoría de los coeficientes fueron supeditados a las restricciones que identificaron las matrices del sistema, la aplicación del Filtro de Kalman a la representación estado-espacio sólo arrojó estimaciones de la varianza de los errores de  $A_{ft}$ ,  $A_{Bt}$ ,  $d_t$  y  $C_t$ . Se calculó entonces la desviación estándar de las cuatro variables y si observó el comportamiento de dicha a lo largo de las 100 réplicas. Lo que se buscó es cómo se dispersan las estimaciones y qué tan cerca quedan del valor calibrado para  $\sigma_f$ ,  $\sigma_B$  y  $\sigma$ , con el fin de tener una referencia de la precisión del método. Por tanto, en primer lugar, es importante observar el Gráfico No. 6 correspondiente a la estimación de las desviaciones estándar correspondiente a la variable  $A_{ft}$  a lo largo de las 100 réplicas y para los tres tamaños de muestra seleccionados. Lo que se puede detectar es que la media de las estimaciones tiene un valor modestamente mayor al valor de la calibración. Sin embargo, conforme al aumento del tamaño de muestra, se observa que la dispersión disminuye trayendo cerca a la media a los valores mínimos y máximos presentados a lo largo de las réplicas. Finalmente, en el ejercicio realizado con el tamaño de muestra más grande, el promedio de la desviación estándar estimada para  $A_{ft}$  es 0.0075 con una dispersión de valores entre 0.0069 y 0.0082, asunto que resulta muy cercano al valor calibrado inicialmente.

### Gráfico No. 6

*Desviaciones Estándar de  $e_{ft}$  Estimadas a lo largo de las 100 Réplicas*

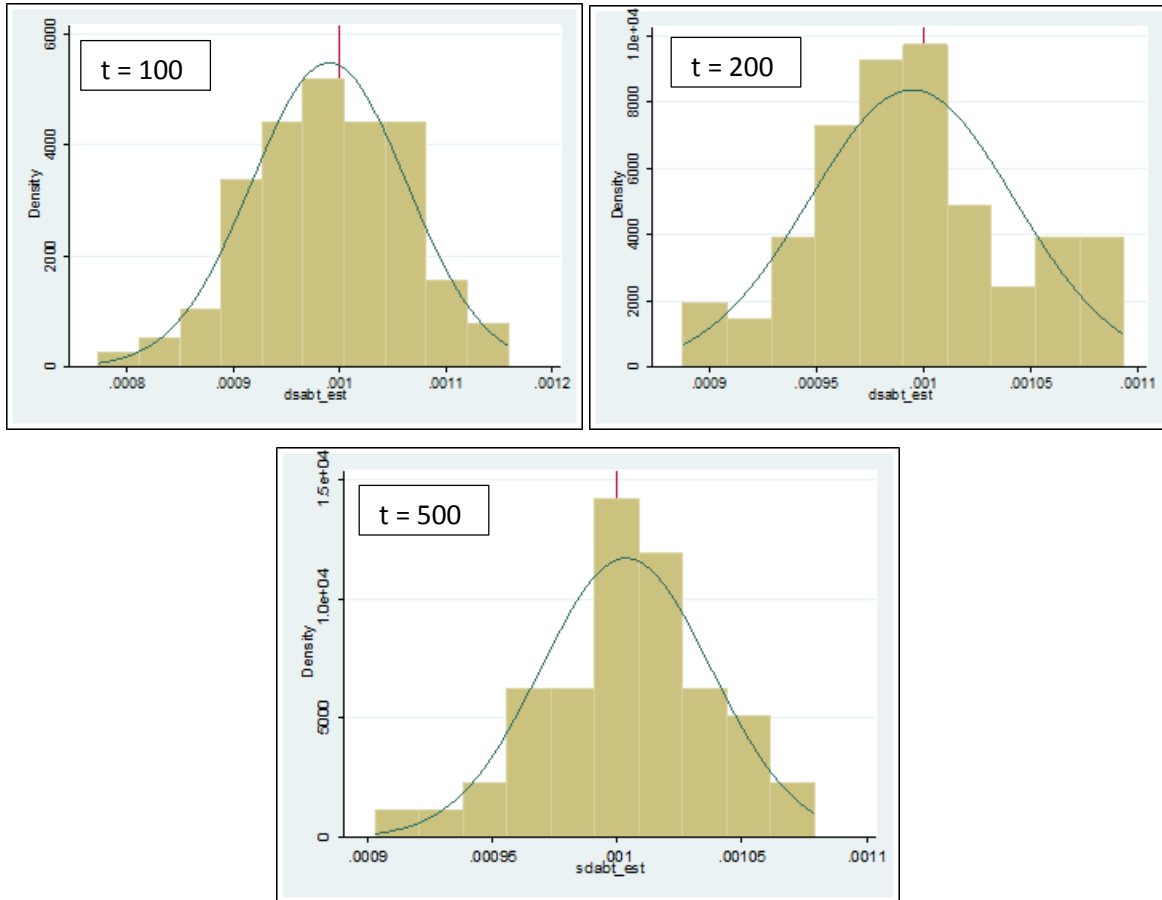


Fuente: Cálculos propios.

Respecto a la varianza del choque estocástico de productividad de la industria bancaria, el Gráfico No. 7 expone el resultado de las réplicas de la estimación también para los tres tamaños de muestra. Al igual que para el caso anterior, conforme al aumento de las observaciones, la dispersión alrededor de la media disminuye, recortando la brecha entre los valores mínimos y máximos. No obstante, en este caso la media de la estimación del parámetro es aproximadamente igual al valor que se le asignó en la calibración, exhibiendo con esto precisión en los resultados. Aunque resulta prematuro en esta etapa del ejercicio, es importante tener en cuenta el posible ajuste que, eventualmente, el uso del Filtro de Kalman tiene sobre variables que no presentan mucha volatilidad. Más si se observa de nuevo el Gráfico No. 4 en donde se compara una réplica de los dos choques estocásticos, exhibiéndose la poca volatilidad presentada en  $\tilde{A}_{Bt}$  con respecto a  $\tilde{A}_{ft}$ .

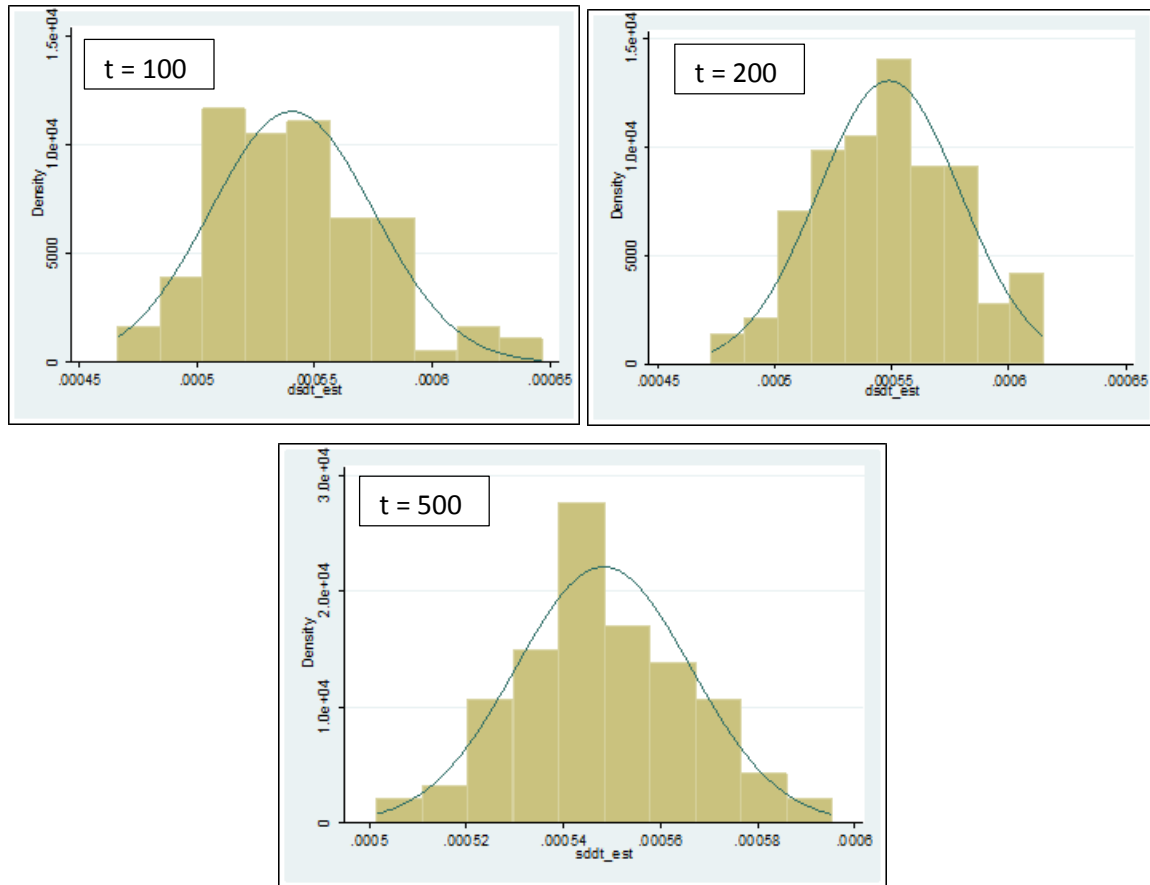
### Gráfico No. 7

Desviaciones Estándar de  $e_{Bt}$  Estimadas a lo largo de las 100 Réplicas



Fuente: Cálculos propios.

Por último, se encuentra el Gráfico No. 8 en donde muestra el comportamiento de las estimaciones para la desviación estándar del choque estocástico asociado a  $\Delta D_{t+1}$ . Como se puede apreciar, el resultado expone un valor mucho más pequeño que el valor asignado para calibrar este parámetro. No obstante, al igual que los casos anteriores, conforme al aumento de tamaño de muestra la dispersión en los resultados tiende a mermar y la brecha entre valores máximos y mínimos se acerca a la media. De hecho, cuando  $t = 500$  se observa una distribución aparentemente cercana a una normal, cuyo valor en promedio es 0.00055. De otra parte, otra imprecisión que se observó cuando se comparó las estimaciones, es que la desviación estándar asociada a la variable  $C_t$  es diferente a la de la desviación estándar de  $\Delta D_{t+1}$ . Las dos son sustancialmente pequeñas pero persiste una diferencia ya que para  $C_t$  el valor de esta estimación tiende a 0.0001.

**Gráfico No. 8***Desviaciones Estándar de  $e_t$  Estimadas a lo largo de las 100 Réplicas**Fuente:* Cálculos propios.

En cuanto a otros resultados tras la aplicación del Filtro de Kalman a la representación estado-espacio planteada, se encuentran las predicciones a cada una de las variables en cuestión (ya sea las de las ecuaciones de transición o las de medida). Sin embargo, esto se expondrá con detalle más adelante cuando se realice el análisis comparado.

## 4.2. MÉTODOS DE PERTURBACIÓN DE PRIMER ORDEN DE EXPANSIÓN

Antes de comenzar con la exposición de los resultados, es importante hacer hincapié sobre la diferencia que existe entre los procedimientos de los dos métodos estudiados. Para los

métodos de perturbación no se usaron funciones de máxima verosimilitud, ni procedimientos por el estilo para la obtención de los parámetros a estimar como sí se hizo en el ejercicio que precedió a este. No obstante, la manera de obtener los coeficientes recayó en complejos métodos algebraicos y de cálculo diferencial para obtener el primer orden de expansión de las denominadas *policy functions*. La guía presentada en Schmitt-Grohé y Uribe (2004) y, fundamental y especialmente, en Fernández-Villaverde, Rubio-Ramírez y Schorfheide (2016), fue de suma utilidad para plantear el ejercicio y resolverlo. Así pues, volviendo a los tres sistemas matriciales de las primeras derivadas de la función de respuesta  $\mathcal{F}$  con respecto a las tres variables de estado  $A_{ft}$ ,  $A_{Bt}$  y  $D_t$ , el problema a solucionar es encontrar los coeficientes con los que se construye *policy functions* para  $C_t^p$ ,  $L_{ft}^p$ ,  $L_{Bt}^p$  y  $D_{t+1}^p$ . El procedimiento fue el siguiente para cada una de los tres sistemas de la derivada de primer orden de la función  $\mathcal{F}$ :

1. En primer lugar, habiendo ya ajustado los valores para cada una de las derivadas parciales  $\mathcal{H}_i^j$  conforme a la calibración propuesta y los valores en estado estacionario obtenidos en la subsección 3.4., se tomó la tercera ecuación del sistema para encontrar una relación entre el coeficiente asociado al consumo y los coeficientes asociados a la proporción de trabajo.
2. Con la ecuación hallada en 1), se procedió a despejar en la ecuación que le precede una relación entre la proporción de trabajo de las firmas y la proporción de trabajo de la industria bancaria.
3. Con lo hallado en 1) y lo hallado en 2), se procedió a despejar en la cuarta ecuación del sistema todos los coeficientes en función del coeficiente asociado a los depósitos.
4. Finalmente, como lo detalla la guía de Fernández-Villaverde, Rubio-Ramírez y Schorfheide (2016), todas las relaciones encontradas se incorporaron en la primera ecuación del sistema hasta encontrar una función cuadrática para el coeficiente asociado a los depósitos. Esta ecuación se resuelve con la fórmula cuadrática,

encontrando dos posibles respuestas. Como detalla la guía, de las dos posibles, se desecha la “*solución inestable*” (p. 40).

- Ahora, como a lo largo del ejercicio se fueron construyendo ecuaciones en función del coeficiente asociado a los depósitos, sólo se requirió reemplazar el valor hallado en 4) para así obtener los coeficientes asociados a las otras variables.

Siguiendo detalladamente los pasos anteriormente mencionados, las *policy functions* en niveles para las variables en cuestión son:

$$C_t^p = 0.3297 - 0.00009(D_t - \bar{D}) + 0.00128276A_{ft} - 0.00866245A_{Bt}$$

$$D_{t+1}^p = 49.1831 + 1.001191(D_t - \bar{D}) + 0.74586963A_{ft} - 0.04557407A_{Bt}$$

$$L_{ft}^p = 0.0749 + 0.0000614(D_t - \bar{D}) + 0.16490552A_{ft} - 0.08018798A_{Bt}$$

$$L_{Bt}^p = 0.7722 + 0.000423(D_t - \bar{D}) - 0.15535962A_{ft} + 0.22242532A_{Bt}$$

Respecto a los signos presentados por los coeficientes, es importante observar que exista coherencia de los posibles efectos que las variables de estado tienen sobre las variables a las cuales se les calculó *policy function*. Se observa que los depósitos tienen una relación inversa con el consumo, como también la tiene esta variable con el factor tecnológico asociado a la industria bancaria. Respecto a los depósitos, la relación es correcta toda vez que se requiere de dejar de consumir para poder ahorrar y el ahorro, en esta economía, es inmediatamente la adquisición de depósitos bancarios. Ahora, resultan contraintuitivos los efectos negativos del factor tecnológico de la industria bancaria en la predicción del consumo y el nivel de depósitos futuros. Lo curioso es observar el efecto inverso que tiene los factores tecnológicos de cada sector sobre la proporción de trabajo. Es clara la relación directa que hay *intra*sector, pero salta a la vista la relación inversa *inter*sector.

Por su parte, la estimación logarítmica, como se explicó en la subsección 3.3, se logra al transformar las variables del sistema planteado con algún mecanismo de log-linealización. En este caso, como se ha venido trabajando la log-linealización que se utiliza en el trabajo de Uhlig (2005), lo que se hizo fue aplicarla y así, tener *policy functions* también log-linealizada para realizar el análisis comparado.

Finalmente, se reitera que al tratarse de un primer orden de expansión el efecto de las perturbaciones  $\sigma_f$  y  $\sigma_B$  queda anulado toda vez que, las primeras derivadas parciales de  $\mathcal{F}$  con respecto a estos parámetros son iguales a cero. En donde sí se estudia el efecto de las perturbaciones es cuando se realiza el segundo orden o un orden superior de expansión, asunto que no se incluyó, ni se planeó para el presente ejercicio. Sin embargo, puede ser tema de otro artículo el comparar métodos de perturbación no lineales para la estimación.

#### 4.3. COMPARACIONES ENTRE ESTIMACIONES.

Una vez realizada la revisión de algunos aspectos individuales de cada método de estimación, se procede a realizar las respectivas comparaciones para observar cuál de los dos métodos ofrece el mejor ajuste y es más preciso a la hora de hacer predicciones en un modelo DSGE con industria bancaria como el aquí planteado. Pues bien, en primer lugar, el análisis gráfico es una vía no formal que podría ser de utilidad para contar con un referente al comenzar con la comparación. Después, al tener un panorama general tras este tipo de análisis, se procederá a hacer evaluaciones más profundas con el uso y aplicación de medidas de evaluación como el Error Cuadrático Medio (ECM), el Error Absoluto medio (EAM) y la Raíz del Error Cuadrático Medio (RECM). Finalmente, se realizará un test de hipótesis con el fin de hacer un análisis de las varianzas de las series observadas – simuladas – en contraste con las predicciones obtenidas.

Comenzando el análisis gráfico, se procedió entonces primero a comparar variables de naturaleza real como el producto, el consumo y la proporción de tiempo destinada al trabajo, y luego, observar lo que ocurre en variables muchas veces consideradas nominales



como el nivel de crédito y los depósitos bancarios. Respecto al producto, en el Anexo No. 2 se encuentran las gráficas en donde contrasta los valores observados – simulados –, la predicción obtenida tras la aplicación del Filtro de Kalman, la predicción de las *policy functions* en niveles y la predicción log-linealizada. Cabe anotar que en el caso de las gráficas expuestas en los anexos corresponde a un ejemplo obtenido aleatoriamente de las 100 réplicas realizadas.

Se aprecia que para el caso del producto, la predicción ofrecida por el Filtro de Kalman tiende a ser la que más se ajusta a la serie observada. Le sigue los métodos de perturbación en niveles y por último, la estimación logarítmica. Respecto a los métodos de perturbación, cuando el tamaño de muestra aumenta, el ajuste parece presentarse alrededor del estado estacionario y de hecho, es mucho mayor al final de las series que al principio de estas. Se observa además que la variabilidad y dinámica del producto es seguida por las tres predicciones realizadas. Algo similar ocurre en el Anexo No. 5 que corresponde al valor observado y las predicciones de la proporción de tiempo empleada en las firmas: la dinámica y la variabilidad de la serie observada es seguida por las tres predicciones. No obstante, el caso del Anexo No. 5 dista del Anexo No. 2 en cuanto a que ya no es tan evidente que el mejor ajuste lo ofrezcan los resultados del Filtro de Kalman. De hecho, pareciese, al menos en las muestras de tamaño  $t = 100$  y  $t = 200$ , que existiera cierta similitud entre las predicciones de las perturbaciones en niveles y las del Filtro.

De otra parte, en el Anexo No. 6 se encuentra la comparación pero en la proporción de tiempo que los hogares dedican a trabajar en la industria bancaria. Es muy evidente que el mejor ajuste lo tiene los resultados obtenidos tras la aplicación del Filtro de Kalman y conforme al aumento del tamaño de muestra, tanto la variabilidad como la tendencia de las predicciones obtenidas de los métodos de perturbación distan más de la serie observada. Esta situación se presenta parcialmente con las predicciones del nivel de crédito (Anexo No. 4), toda vez que el mejor ajuste también lo ofrecen las predicciones obtenidas del Filtro y la variabilidad de las predicciones de los métodos de perturbación también dista sustancialmente de la serie observada. Sin embargo, en las gráficas del Anexo No. 4 se

aprecia que conforme al tamaño de muestra, los resultados obtenidos de los métodos de perturbación adoptan tímidamente la tendencia de la serie observada.

Para finalizar con el análisis gráfico, es prudente mencionar los dos casos especiales que se presentaron: el consumo (Anexo No. 3) y los depósitos bancarios (Anexo No. 7). En el caso de los depósitos, se observa que el ajuste de las predicciones de los métodos empleados es sobresaliente. De hecho, en la muestra de tamaño  $t = 500$  el resultado parece concordar con el análisis gráfico de Aruoba, Fernández-Villaverde y Rubio-Ramírez (2006), en donde se exhibe que la estimación log-linealizada de la variable de estado tiende a presentar una relativa concavidad con respecto a la estimación en niveles de dicha variable. Ahora bien, en el caso del consumo (Anexo No. 3) se muestran dos comparaciones: la primera, son las predicciones obtenidas de los métodos aplicados y, la segunda, es la construcción de la predicción del consumo a partir de las predicciones del producto y el ahorro medido con la primera diferencia de los depósitos (toda vez que  $C_t = Y_t - \Delta D_{t+1}$ ). Respecto a la primera comparación, los resultados de los métodos aplicados distan de la serie observada en todos los aspectos posibles. Si se vuelven a inspeccionar los resultados de las dos subsecciones que le preceden a la presente, podría pensarse que esto es consecuencia de la existencia de elementos contraintuitivos con respecto a las estimaciones alrededor del consumo: en el Filtro de Kalman la desviación estándar estimada del consumo es mucho menor que la del ahorro  $\Delta D_{t+1}$  cuando deberían aproximarse y, en las *policy functions*, existe un efecto negativo del nivel de tecnología de la industria bancaria cuando se podría concordar en que dicha relación debería ser directa. Estas dos asuntos pudieron redundar en lo que exponen las gráficas. En cuanto a la segunda comparación, como es la construcción realizada a partir de los resultados obtenidos para el producto y los depósitos, entonces se presenta un buen ajuste para el consumo cualquiera que sea el tamaño de muestra. Así que, para el análisis formal en el caso del consumo, se descartarán las predicciones obtenidas tras aplicar los métodos y se trabajará con la predicción obtenida tras diferenciar las predicciones del producto y el ahorro.

Pasando a medidas formales para la evaluación de precisión y ajuste entre predicciones, se hizo el ejercicio de calcular las medidas de evaluación para cada una de las 100 réplicas

realizadas en los tres tamaños de muestra elegidos. En la Tabla No. 4 se encuentran los resultados del Error Cuadrático Medio, tanto el valor promedio presentado a lo largo de las réplicas como el porcentaje de veces en donde la medida de evaluación calculada fue la mínima entre las tres posibles. Como se puede apreciar en los resultados, para el primer y segundo tamaño de muestra, el mejor ajuste para variables como el producto, el consumo, el nivel de crédito y la proporción de tiempo de trabajo en la industria bancaria lo ofrece la predicción del Filtro de Kalman. En cuanto a los depósitos y sobretodo, en cuanto a la proporción de tiempo de trabajo que los hogares dedican a las firmas, se observa que las estimaciones con mayor ajuste son mayoritariamente obtenidas con los métodos de perturbación. Sin embargo, cuando se realizaron las 100 réplicas en el tercer tamaño de muestra elegido, se observó que casi en el 100% de las veces el menor error cuadrático medio se obtuvo evaluando las predicciones del Filtro de Kalman.

**Tabla No. 4**

*Medidas de Evaluación: Error Cuadrático Medio (ECM)*

| Variable                                    | Método                  | t = 100   |             | t = 200   |             | t = 500   |             |
|---------------------------------------------|-------------------------|-----------|-------------|-----------|-------------|-----------|-------------|
|                                             |                         | Media     | Mínimos (%) | Media     | Mínimos (%) | Media     | Mínimos (%) |
| Producto                                    | Filtro de Kalman        | 0.0000137 | 88%         | 0.0000137 | 100%        | 0.0000138 | 100%        |
|                                             | Perturbación en Niveles | 0.0000367 | 12%         | 0.0000832 | 0%          | 0.0003912 | 0%          |
|                                             | Perturbación en Logs    | 0.0001384 | 0%          | 0.0001987 | 0%          | 0.0004895 | 0%          |
| Consumo                                     | Filtro de Kalman        | 0.000205  | 100%        | 0.000208  | 100%        | 0.000209  | 100%        |
|                                             | Perturbación en Niveles | 0.0002491 | 0%          | 0.0002968 | 0%          | 0.0006073 | 0%          |
|                                             | Perturbación en Logs    | 0.0003474 | 0%          | 0.0004017 | 0%          | 0.0006426 | 0%          |
| Nivel de Crédito                            | Filtro de Kalman        | 2.72e-06  | 100%        | 2.80E-06  | 100%        | 2.78E-06  | 100%        |
|                                             | Perturbación en Niveles | 0.0010646 | 0%          | 0.0035871 | 0%          | 0.0198061 | 0%          |
|                                             | Perturbación en Logs    | 0.0044357 | 0%          | 0.0064647 | 0%          | 0.0219727 | 0%          |
| Proporción de Trabajo en Firmas             | Filtro de Kalman        | 6.48e-06  | 14%         | 7.01E-06  | 58%         | 7.26E-06  | 100%        |
|                                             | Perturbación en Niveles | 4.62e-06  | 80%         | 7.93E-06  | 42%         | 0.0000289 | 0%          |
|                                             | Perturbación en Logs    | 0.0000128 | 6%          | 0.000018  | 0%          | 0.0000379 | 0%          |
| Proporción de Trabajo en Industria Bancaria | Filtro de Kalman        | 1.48e-06  | 100%        | 1.50E-06  | 100%        | 1.53E-06  | 100%        |
|                                             | Perturbación en Niveles | 0.0001559 | 0%          | 0.0005215 | 0%          | 0.0028693 | 0%          |
|                                             | Perturbación en Logs    | 0.0006398 | 0%          | 0.000948  | 0%          | 0.0033012 | 0%          |
| Depósitos                                   | Filtro de Kalman        | 0.0007101 | 64%         | 0.0007323 | 44%         | 0.0007278 | 94%         |
|                                             | Perturbación en Niveles | 0.0010065 | 24%         | 0.0009186 | 33%         | 0.0010167 | 6%          |
|                                             | Perturbación en Logs    | 0.0012663 | 12%         | 0.0010291 | 23%         | 0.020097  | 0%          |

*Fuente:* Cálculos propios.

Algo que es importante observar es que no hay mucha variación en la magnitud del error cuadrático medio calculado en las réplicas realizadas usando el primer y segundo tamaño de muestra. Parece, usualmente, mantener el mismo valor o incrementarse de manera ínfima. Sin embargo, para el tercer tamaño de muestra, la magnitud promedio del error

cuadrático medio calculado para las predicciones obtenidas de los métodos de perturbación aumenta considerablemente en casi todas las variables. Por su lado, cuando  $t = 500$ , el ajuste de las predicciones obtenidas con el Filtro se mantiene constante.

Así que, se hace necesario observar con mayor detalle qué ocurre con la magnitud del ECM conforme al incremento tamaño de muestra. En el Anexo No. 8 se encuentran estadísticas descriptivas del cálculo de esta medida de evaluación a lo largo de las 100 réplicas realizadas; lo que se puede observar realizando un análisis detallado de las tablas del anexo, es que la dispersión definitivamente tiende a disminuir. Conforme al aumento del tamaño de muestra, la brecha entre los valores máximos y valores mínimos obtenidos tienden a acotarse y a posicionarse más cerca de la magnitud promedio. En el Filtro de Kalman esto ocurre con en los tres tamaños de muestra, mientras que en los métodos de perturbación sólo ocurre cuando pasa de  $t = 100$  a  $t = 200$ .

**Tabla No. 5**

*Medidas de Evaluación: Error Absoluto Medio (EAM)*

| Variable                                    | Método                  | t = 100   |             | t = 200   |             | t = 500   |             |
|---------------------------------------------|-------------------------|-----------|-------------|-----------|-------------|-----------|-------------|
|                                             |                         | Media     | Mínimos (%) | Media     | Mínimos (%) | Media     | Mínimos (%) |
| Producto                                    | Filtro de Kalman        | 0.0029561 | 90%         | 0.0029548 | 100%        | 0.0029598 | 100%        |
|                                             | Perturbación en Niveles | 0.0049053 | 10%         | 0.0076484 | 0%          | 0.0168695 | 0%          |
|                                             | Perturbación en Logs    | 0.0102996 | 0%          | 0.0116592 | 0%          | 0.0183995 | 0%          |
| Consumo                                     | Filtro de Kalman        | 0.0112116 | 100%        | 0.0113253 | 100%        | 0.0113562 | 100%        |
|                                             | Perturbación en Niveles | 0.0124372 | 0%          | 0.0136797 | 0%          | 0.0201246 | 0%          |
|                                             | Perturbación en Logs    | 0.0145801 | 0%          | 0.015795  | 0%          | 0.0204158 | 0%          |
| Nivel de Crédito                            | Filtro de Kalman        | 0.0014597 | 100%        | 0.001481  | 100%        | 0.0014775 | 100%        |
|                                             | Perturbación en Niveles | 0.0269073 | 0%          | 0.0504537 | 0%          | 0.1209469 | 0%          |
|                                             | Perturbación en Logs    | 0.0593621 | 0%          | 0.0666819 | 0%          | 0.1262045 | 0%          |
| Proporción de Trabajo en Firmas             | Filtro de Kalman        | 0.0020323 | 21%         | 0.0020962 | 70%         | 0.0021363 | 100%        |
|                                             | Perturbación en Niveles | 0.0017283 | 72%         | 0.0023176 | 30%         | 0.004529  | 0%          |
|                                             | Perturbación en Logs    | 0.0030531 | 7%          | 0.0035306 | 0%          | 0.0050649 | 0%          |
| Proporción de Trabajo en Industria Bancaria | Filtro de Kalman        | 0.0009751 | 100%        | 0.0009783 | 100%        | 0.000986  | 100%        |
|                                             | Perturbación en Niveles | 0.0103145 | 0%          | 0.0192348 | 0%          | 0.0460215 | 0%          |
|                                             | Perturbación en Logs    | 0.022521  | 0%          | 0.0254766 | 0%          | 0.0485093 | 0%          |
| Depósitos                                   | Filtro de Kalman        | 0.0236035 | 53%         | 0.0239477 | 27%         | 0.0238908 | 76%         |
|                                             | Perturbación en Niveles | 0.0263836 | 31%         | 0.0249668 | 41%         | 0.0263461 | 24%         |
|                                             | Perturbación en Logs    | 0.0308592 | 16%         | 0.0262945 | 32%         | 0.1029023 | 0%          |

Fuente: Cálculos propios.

En la tabla anterior (Tabla No. 5) se expone la magnitud promedio y el porcentaje de mínimos en las 100 réplicas de una segunda medida de evaluación. En este caso, se observa un menor ajuste de los métodos de perturbación en comparación a la información que

exhibe la Tabla No. 4, exceptuando en los depósitos bancarios. Con esto se puede determinar que con los primeros tamaños de muestra, el ajuste de la variable de estado lo proporcionan las predicciones de las medidas de perturbación, en especial, la estimación en niveles. En cuando a otras predicciones, con muestras grandes como cuando  $t = 500$ , definitivamente, el mejor ajuste es proporcionado por las predicciones obtenidas tras la estimación del Filtro de Kalman.

Respecto a la evaluación del ajuste aplicando la Raíz del Error Cuadrático Medio, lo resultados no dista mucho de lo observado en las tablas anteriores (Tabla No. 6). Se puede determinar que para las muestras con un tamaño menor, los métodos de perturbación tienden a ofrecer un mejor ajuste en la variable de estado y en la proporción de tiempo que los hogares dedican a trabajar en las firmas. Sin embargo, en muestras considerablemente grandes, las predicciones obtenidas por los métodos de perturbación seden y el Filtro de Kalman es el método que ofrece un mayor ajuste.

**Tabla No. 6**

*Medidas de Evaluación: Raíz del Error Cuadrático Medio (RECM)*

| Variable                                    | Método                  | t = 100   |             | t = 200   |             | t = 500   |             |
|---------------------------------------------|-------------------------|-----------|-------------|-----------|-------------|-----------|-------------|
|                                             |                         | Media     | Mínimos (%) | Media     | Mínimos (%) | Media     | Mínimos (%) |
| Producto                                    | Filtro de Kalman        | 0.0036933 | 88%         | 0.0036986 | 100%        | 0.003713  | 100%        |
|                                             | Perturbación en Niveles | 0.0058155 | 12%         | 0.0089847 | 0%          | 0.0197174 | 0%          |
|                                             | Perturbación en Logs    | 0.0115662 | 0%          | 0.0139765 | 0%          | 0.0220694 | 0%          |
| Consumo                                     | Filtro de Kalman        | 0.0142611 | 100%        | 0.0143852 | 100%        | 0.0144432 | 100%        |
|                                             | Perturbación en Niveles | 0.015729  | 0%          | 0.0171824 | 0%          | 0.0246036 | 0%          |
|                                             | Perturbación en Logs    | 0.0185557 | 0%          | 0.0199875 | 0%          | 0.0253136 | 0%          |
| Nivel de Crédito                            | Filtro de Kalman        | 0.0016445 | 100%        | 0.0016709 | 100%        | 0.0016675 | 100%        |
|                                             | Perturbación en Niveles | 0.0315823 | 0%          | 0.0589397 | 0%          | 0.1402285 | 0%          |
|                                             | Perturbación en Logs    | 0.0654878 | 0%          | 0.079541  | 0%          | 0.1478225 | 0%          |
| Proporción de Trabajo en Firmas             | Filtro de Kalman        | 0.0024935 | 14%         | 0.0026116 | 58%         | 0.00267   | 100%        |
|                                             | Perturbación en Niveles | 0.0020714 | 80%         | 0.0027606 | 42%         | 0.005347  | 0%          |
|                                             | Perturbación en Logs    | 0.0034974 | 6%          | 0.0041919 | 0%          | 0.0061357 | 0%          |
| Proporción de Trabajo en Industria Bancaria | Filtro de Kalman        | 0.0012135 | 100%        | 0.0012228 | 100%        | 0.0012343 | 100%        |
|                                             | Perturbación en Niveles | 0.0121014 | 0%          | 0.0224758 | 0%          | 0.0533702 | 0%          |
|                                             | Perturbación en Logs    | 0.0249016 | 0%          | 0.0304845 | 0%          | 0.0573086 | 0%          |
| Depósitos                                   | Filtro de Kalman        | 0.0265922 | 64%         | 0.027019  | 44%         | 0.0269628 | 94%         |
|                                             | Perturbación en Niveles | 0.0311184 | 24%         | 0.0298984 | 33%         | 0.0317101 | 6%          |
|                                             | Perturbación en Logs    | 0.034948  | 12%         | 0.031584  | 23%         | 0.1412365 | 0%          |

*Fuente:* Cálculos propios.

Por último, para culminar con el análisis formal, tras el análisis gráfico surgió la inquietud de ir más allá de las medidas de evaluación al observar una dinámica particular entre las

varianzas de las predicciones y la varianza de las series observadas. Si se vuelven a inspeccionar los respectivos anexos, se observa que las tres predicciones realizadas parecen seguir la volatilidad y dinámica de la mayoría de las series observadas, haciendo necesaria una evaluación formal de igualdad de varianzas. Así pues, en la Tabla No. 7 se exponen los promedios del radio entre la varianza de la serie observada y la predicción a lo largo de las 100 réplicas realizadas. Como se puede observar, se evidencia la similitud de la varianza de las predicciones obtenidas con el Filtro de Kalman y las de las series observadas. De hecho, conforme al incremento del tamaño de muestra el radio converge a la unidad en todas las variables.

**Tabla No. 7**

| <b>Variable</b>                             | <b>Método</b>           | <b>t = 100</b> | <b>t = 200</b> | <b>t = 500</b> |
|---------------------------------------------|-------------------------|----------------|----------------|----------------|
| Producto                                    | Filtro de Kalman        | 1.099039       | 1.070478       | 1.028267       |
|                                             | Perturbación en Niveles | 0.605802       | 0.9142682      | 2.628304       |
|                                             | Perturbación en Logs    | 0.5952146      | 0.8979879      | 2.57828        |
| Consumo                                     | Filtro de Kalman        | 1.036445       | 1.035618       | 1.026136       |
|                                             | Perturbación en Niveles | 0.605802       | 0.9405803      | 1.982473       |
|                                             | Perturbación en Logs    | 0.7821277      | 0.9232091      | 1.870391       |
| Nivel de Crédito                            | Filtro de Kalman        | 1.062794       | 1.030765       | 1.012101       |
|                                             | Perturbación en Niveles | 6.055616       | 7.656132       | 8.065215       |
|                                             | Perturbación en Logs    | 5.924125       | 7.423487       | 7.687113       |
| Proporción de Trabajo en Firmas             | Filtro de Kalman        | 0.2196491      | 0.3672543      | 0.7008586      |
|                                             | Perturbación en Niveles | 0.3345111      | 0.6736701      | 2.616352       |
|                                             | Perturbación en Logs    | 0.3345156      | 0.673671       | 2.616516       |
| Proporción de Trabajo en Industria Bancaria | Filtro de Kalman        | 1.062213       | 1.03114        | 1.012285       |
|                                             | Perturbación en Niveles | 15.8193        | 52.0417        | 232.5641       |
|                                             | Perturbación en Logs    | 15.81822       | 52.0374        | 232.0353       |
| Depósitos                                   | Filtro de Kalman        | 1.062794       | 1.030765       | 1.012101       |
|                                             | Perturbación en Niveles | 1.019301       | 1.007804       | 1.001356       |
|                                             | Perturbación en Logs    | 1.018747       | 1.006113       | 0.99373        |

*Fuente:* Cálculos propios.

Por su lado, en cuanto a los métodos de perturbación, se aprecia que para variables como el producto, el consumo y los depósitos, el radio entre la varianza de las series observadas y las predicciones trata de converger a la unidad cuando pasa de  $t = 100$  a  $t = 200$ . Sin embargo, el radio obtenido en estas variables supera considerablemente la unidad cuando el

ejercicio se replica en la muestra de mayor tamaño. Ahora, en variables como el nivel de crédito y la proporción de tiempo que los hogares dedican a trabajar en la industria financiera, la varianza de las predicciones resulta mucho mayor que la varianza de las series observadas.

En la Tabla No. 8 se encuentra la evaluación de la hipótesis nula de igualdad de varianzas a lo largo de las 100 réplicas, exponiendo el porcentaje de las veces en que se rechaza tal. Respecto al caso del Filtro de Kalman, sólo se presenta rechazos para el caso de la proporción de tiempo que los hogares dedican a trabajar en las firmas. Sin embargo, conforme al aumento del tamaño de muestra, el porcentaje de rechazos de la hipótesis nula de igualdad de varianzas tiende a disminuir.

**Tabla No. 8**  
Test de Hipótesis sobre Igualdad de Varianzas

| Variable                                    | Método                  | t = 100 |      |      | t = 200 |      |      | t = 500 |      |      |
|---------------------------------------------|-------------------------|---------|------|------|---------|------|------|---------|------|------|
|                                             |                         | 1%      | 5%   | 10%  | 1%      | 5%   | 10%  | 1%      | 5%   | 10%  |
| Producto                                    | Filtro de Kalman        | 0%      | 0%   | 0%   | 0%      | 0%   | 0%   | 0%      | 0%   | 0%   |
|                                             | Perturbación en Niveles | 36%     | 47%  | 47%  | 25%     | 33%  | 34%  | 99%     | 99%  | 99%  |
|                                             | Perturbación en Logs    | 36%     | 45%  | 48%  | 27%     | 33%  | 34%  | 99%     | 99%  | 99%  |
| Consumo                                     | Filtro de Kalman        | 0%      | 0%   | 0%   | 0%      | 0%   | 0%   | 0%      | 0%   | 0%   |
|                                             | Perturbación en Niveles | 0%      | 5%   | 8%   | 3%      | 5%   | 8%   | 96%     | 96%  | 96%  |
|                                             | Perturbación en Logs    | 0%      | 5%   | 8%   | 3%      | 5%   | 8%   | 94%     | 96%  | 96%  |
| Nivel de Crédito                            | Filtro de Kalman        | 0%      | 0%   | 2%   | 0%      | 0%   | 0%   | 0%      | 0%   | 0%   |
|                                             | Perturbación en Niveles | 94%     | 97%  | 97%  | 100%    | 100% | 100% | 100%    | 100% | 100% |
|                                             | Perturbación en Logs    | 92%     | 96%  | 97%  | 100%    | 100% | 100% | 100%    | 100% | 100% |
| Proporción de Trabajo en Firmas             | Filtro de Kalman        | 100%    | 100% | 100% | 99%     | 99%  | 100% | 59%     | 67%  | 72%  |
|                                             | Perturbación en Niveles | 81%     | 90%  | 95%  | 42%     | 47%  | 53%  | 96%     | 97%  | 98%  |
|                                             | Perturbación en Logs    | 81%     | 90%  | 95%  | 42%     | 47%  | 53%  | 96%     | 97%  | 98%  |
| Proporción de Trabajo en Industria Bancaria | Filtro de Kalman        | 0%      | 0%   | 0%   | 0%      | 0%   | 0%   | 0%      | 0%   | 0%   |
|                                             | Perturbación en Niveles | 99%     | 99%  | 99%  | 100%    | 100% | 100% | 100%    | 100% | 100% |
|                                             | Perturbación en Logs    | 99%     | 99%  | 99%  | 100%    | 100% | 100% | 100%    | 100% | 100% |
| Depósitos                                   | Filtro de Kalman        | 0%      | 0%   | 0%   | 0%      | 0%   | 0%   | 0%      | 0%   | 0%   |
|                                             | Perturbación en Niveles | 0%      | 0%   | 0%   | 0%      | 0%   | 0%   | 0%      | 0%   | 0%   |
|                                             | Perturbación en Logs    | 0%      | 0%   | 0%   | 0%      | 0%   | 0%   | 0%      | 0%   | 0%   |

*Fuente:* Cálculos propios.

De otra parte, la varianza de las predicciones obtenidas por los métodos de perturbación distan sustancialmente 4 de las 6 variables, pues se presenta un porcentaje casi total de rechazos. Al igual que la Tabla No. 7, en el caso del producto y la proporción del tiempo

que los hogares dedican a las firmas, cuando la muestra se incrementa de  $t = 100$  a  $t = 200$ , el porcentaje de rechazos tiende a disminuir. Sin embargo, el porcentaje vuelve a incrementar de manera abrupta cuando el ejercicio se realiza con la muestra de mayor tamaño. Ahora bien, respecto a los depósitos, considerados aquí como variable de estado, se exhibe el poder de predicción logrado por los métodos aquí aplicados.

## 5. CONCLUSIONES

Un asunto que se debe mencionar antes de exponer las conclusiones, es la necesidad actual por establecer una conciliación entre el estudio teórico de la economía y la dinámica, la naturaleza y la complejidad de la economía misma. A pesar que como uno de los principales avances en el estudio reciente de la ciencia económica es la microfundamentación de modelos macroeconómicos (Christiano y Todd, 1996), la idea es seguir ahondando en esfuerzos de naturaleza metódica para lograr abordar todas las complejidades que surgen en la interacción de los agentes y dinámicas económicas. De hecho, la cronología que se expuso en la revisión de literatura realizada en el presente trabajo, comenzó desde las inquietudes de Fisher (1933) respecto a la inclusión de los efectos nominales y financieros en el análisis de los ciclos económicos, hasta el planteamiento y elaboración de modelos de suma complejidad matemática y teórica como los ejercicios de Atta-Mensah y Dib (2003), Iacoviello (2005), Bandarau y Propescu (2014), entre otros. La exposición cronológica de esta revisión de literatura, además de servir como fundamento teórico para la construcción y desarrollo del ejercicio aquí planteado, se realizó con el fin de mostrar paso a paso el esfuerzo metódico que muchos autores han llevado a cabo al incluir las interacciones de la mayor cantidad de agentes en la economía con el fin de analizar su impacto e incidencia en las variables reales.

Ahora bien, con el fin de volver a traer la discusión y en la línea con Bernanke, Gerler y Gilchrist (1998), el relegar del análisis teórico las estructuras financieras dejan por fuera un importante elemento para entender las dinámicas en materia de producción, elecciones e incentivos de los agentes. Es más, es posible pensar que trabajar bajo el postulado de



Madigliani y Miller (1958), no sólo tiene implicaciones teóricas respecto al nulo papel de la banca, sino que, como se discute en Rosero (2016), puede redundar en los limitados esfuerzos realizados en materia de política pública para que el sector dinamice los procesos productivos y que se genere con esto un impacto no sólo en el producto y en el nivel de empleo, sino en el bienestar económico general. Ahora bien, lo realizado en el presente artículo, simplemente, fue tratar de exponer con un ejemplo sencillo de tres sectores el hecho que se puede lograr incluir elementos adicionales al modelo canónico para enriquecer el análisis, aportando a la literatura teórica que busca ampliar el número de agentes y demás estructuras en las interacciones económicas. A pesar que se trata de un artículo en el campo de la econometría más que de la economía teórica, uno de los objetivos fue concebir de manera natural en la interacción económica variables como el crédito y dejar vislumbrar su efecto en otro tipo de variables reales. Básicamente, se dejó planteado con esto un esquema práctico de modelo de equilibrio general dinámico y estocástico, para que se use en el análisis económico. De hecho, sería de sumo interés evaluar – siendo quizás tema de otra trabajo – qué modelo ofrece las mejores estimaciones o predicciones pero con datos reales: si el canónico con firmas y hogares, o el aquí planteado incluyendo la industria bancaria. Lo importante de esto es que si el esquema aquí propuesto ofrece un significativo y estadísticamente verídico marco de análisis, conllevaría a las conclusiones pertinentes en materia de política. Esto sin duda, es el esfuerzo de llevar el análisis teórico al plano práctico y tangible.

Ahora bien, además de dejar planteado un modelo teórico, lo que se buscó también en este artículo fue mostrar, no sólo la posibilidad de obtener equilibrios, calibraciones y estados estacionarios en un modelo de este estilo, sino también la posibilidad de aplicar métodos de estimación que ofrezcan resultados precisos. El ejercicio de comparar la estimación tras la linealización de una representación estado-espacio con el uso de métodos de perturbación de primer orden, fue exhibir dos procedimientos no sólo de evidente sencillez en comparación con otros, sino que son de uso en actual en modelos de esta naturaleza. En este caso, con el ejercicio de estimación realizado en el presente trabajo, se puede llegar a conclusiones en línea con Hamilton (1994), Aruoba, Fernández-Villaverde y Rubio-Ramírez (2006), entre otros autores citados, quienes también han mostrado evidencia de la

precisión y del ajuste de los métodos lineales de estimación en modelos de equilibrio general dinámico y estocástico.

En aras de finalizar la presente conclusión hablando de cuál de los dos métodos ofrece el mejor ajuste, evidentemente la precisión en las estimaciones fue mucho mayor con el Filtro de Kalman que con los métodos de perturbación. En el caso de dichos métodos de primer orden de expansión, a pesar las ventajas en materia de la sencillez en el planteamiento y estimación, sólo mostraron precisión y ajuste en las muestras más pequeñas y, especialmente, para la estimación y predicción de la variable de estado. Por otro lado, el Filtro de Kalman, exhibió propiedades asintóticas conforme al aumento del tamaño de muestra, haciendo evidente su utilidad para la estimación de modelos DSGE con muestras considerablemente grandes – como por ejemplo, cuando se tienen muestras con unidades temporales como meses o días –. Ahora bien, una de las cosas que podrían vislumbrar desventajas y que se exhiben de manera conjunta a la hora de obtener predicciones, es que la variabilidad juega un papel fundamental en la precisión de estos métodos lineales. Aunque se presentó en mayor medida en los métodos de perturbación, se observó que cuando existe una gran variabilidad, la estimación o predicción exhibe una precisión menor que cuando la variabilidad no es tan abrupta.

No obstante y aportando a la literatura que discute sobre el uso de diferentes métodos, lo importante de los resultados de este trabajo es que los métodos lineales resultan versátiles a nivel de aplicación cuando se amplía la estructura teórica de los modelos DSGE. Su sencillez en comparación al resto de métodos, conlleva a que se facilite su implementación cuando se vayan a utilizar modelos con más sectores o con más aristas que el canónico convencional con el que siempre se exploran los diferentes procedimientos para estimar y obtener predicciones y pronósticos. Queda abierta la inquietud si métodos no lineales como los de perturbación de segundo orden, de orden superior, *Particle Filters* o Filtros Secuenciales de Montecarlo también resultan con la misma versatilidad. Lo claro es que el presente ejercicio, aunque experimental, es evidencia de esto pero para el caso de los métodos lineales de estimación aquí expuestos.

## 6. BIBLIOGRAFÍA

- Adda, J. & R. Cooper (2002). *Dynamic Economics: Quantitative Methods and Applications*, Cambridge, Massachusetts: MIT Press.
- Andrieu, C.; Doucet, A. & R. Holenstein (2010). Particle Markov Chain Monte Carlo Methods. *Journal of the Royal Statistical Society*, 72(3), 269 – 342.
- Arias, A. (2002). Banking Productivity and Economic Fluctuations: Colombia 1998 – 2000. *Desarrollo y Sociedad*, 49, 1 – 59.
- Aruoba, S.; Fernandez-Villaverde, J.; Rubio-Ramirez, J. (2006). Comparing Solutions Methods for Dynamic Equilibrium Economies. *Journal of Economic Dynamics & Control*, 30(12), 2477 – 2508.
- Atta-Mensah, J. & A. Dib (2003). Bank Lending, Credit Shocks, and the Transmission of Canadian Monetary Policy. *Bank of Canada Working Paper*, 2003-9. Retrieved from <http://www.bankofcanada.ca/wp-content/uploads/2010/02/wp03-9.pdf>
- Avouyi-Dovi, S. & J. Matheron (2005). Interactions between Business Cycles, Financial Cycles and Monetary Policy: Stylized Facts. *BIS Working Papers*, No. 22. Retrieved from <http://www.bis.org/publ/bppdf/bispap22p.pdf>
- Bachetta, P. & S. Gerlach (1997). Consumption and Credit Constrains: International Evidence. *Journal of Monetary Economics*, 40, 207 – 238.
- Badarau, F. et A. Popescu (2014). Monetary Policy and Credit Cycles: A DSGE Analysis. *Laboratoire d'Economie d'Orleans, Document de Recherche*, 2012-14. Repéré à <http://sceco.univ-poitiers.fr/MACROFI/DocMacrofi/D9Popescu.pdf>

Bernanke, B. & M. Gertler (1989). Agency Cost, Net Worth, and Business Fluctuation. *The American Economic Review*, 79(1), 14 – 31.

Bernanke, B.; Gertler, M. & S. Gilchrist (1998). The Financial Accelerator in a Quantitative Business Cycle Framework. *NBER Working Paper*, 6455. Recovered from <http://www.nber.org/papers/w6455.pdf>

Black, F. (1972). Active and Passive Monetary Policy in Neoclassical Model. *The Journal of Finance*, 27(4), 801 – 814.

Borio, C. (2012). The Financial Cycle and Macroeconomics: What Have We Learnt? *BIS Working Papers*, 395. Recovered from <http://www.bis.org/publ/work395.pdf>

Carré, E.; Couppey-Soubeyran, J. et S. Dehmej (2015). La Coordination entre Politique Monétaire et Politique Macroprudentielle: Que Disent les modèles DSGE? *Revue Économique*, 66(3), 541 – 572.

Christiano, L.; Eichenbaum, M. & C. Evans (1996). The Effects of Monetary Policy Shocks: Evidence from the Flow Funds. *The Review of Economics and Statistics*, 78(1), 16 – 34.

Christiano, L.; Eichenbaum, M. & C. Evans (2001). Nominal Rigidities and the Dynamic Effects of a Shock to Monetary Policy. *NBER Working Paper*, 8403. Recovered from <http://www.nber.org/papers/w8403.pdf>

Christiano, L.; Motto, R. & M. Rostagno (2010). Financial Factors in Economic Fluctuations, *European Central Bank Working Paper Series*, 1192. Recovered from <https://www.ecb.europa.eu/pub/pdf/scpwps/ecbwp1192.pdf>

Christiano, L. & R. Todd (1996). Time to Plan and Aggregate Fluctuations. *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review*, 20(1), 14 – 27.

Claessens, S.; Kose, A. & M. Terrones (2011). How Do Business and Financial Cycles Interact, *IMF Working Paper*, 11/88. Recovered from <https://www.imf.org/external/pubs/ft/wp/2011/wp1188.pdf>

Cooley, T & E. Prescott (1995). Economic, Growth and Business Cycles. In Cooley, T. (Ed.), *Frontiers of Business Cycle Research* (pp. 1 – 38); Princeton University Press.

De Jong, P. (1991). The Diffuse Kalman Filter. *The Annals of Statistics*, 19(2), 1073 – 1083.

Díaz-Giménez, J. *et al.* (1992). Banking in Computable General Equilibrium Economies. *Federal Reserve Bank of Minneapolis Research Department Staff Report*, 153. Recovered from <http://mail.javierdiazgimenez.com/res/banking.pdf>

Drukker, D. & R. Gates (2011). State Space Methods in STATA. *Journal of Statistics Software*, 41(10), 1 – 25.

Edwards, S. & C. Végh (1997). Banks and Macroeconomic Disturbances under Predetermined Exchange Rates. *Journal of Monetary Economics*, 40(2), 239 – 278.

Fernández-Villaverde, J. & J. Rubio-Ramírez (2005). Estimating Dynamic Equilibrium Economies: Linear vs Nonlinear Likelihood. *Journal of Applied Econometrics*, 20(5), 891-910.

Fernández-Villaverde, J. & J. Rubio-Ramírez (2006). Estimating Macroeconomic Models: A likelihood Approach. *NBER Working Paper*, 0321. Recovered from <http://www.nber.org/papers/t0321.pdf>

Fernández-Villaverde, J.; Rubio-Ramírez, J. & F. Schorfheide (2016). Solution and Estimation Methods for DSGE Models. *Handbook of Macroeconomics Vol. 2* (MIMEO), recovered from: [http://economics.sas.upenn.edu/~jesusfv/FVRS\\_Handbook.pdf](http://economics.sas.upenn.edu/~jesusfv/FVRS_Handbook.pdf)

Fisher, I. (1933). The Debt-Deflation Theory of Great Depressions. *Econometrica*, 1(4), 337 – 357.

Fisher, S. (1982). A Framework for Monetary and Banking Analysis. *NBER Working Papers*, 936. Recovered from <http://www.nber.org/papers/w0936.pdf>

Flórez, L.; Posada, E. y J. Escobar (2004). El Crédito y sus Factores Determinantes: El Caso Colombiano 1994 – 2004. *Borradores de Economía, Banco de la República de Colombia*, 311. Recuperado de <http://www.banrep.gov.co/docum/ftp/borra311.pdf>

Friedman, B. (1986). Money, Credit, and Interest Rate in Business Cycles. In R. Gordon [Ed.], *The American Business Cycle: Continuity and Change* (pp. 395 – 458). Chicago: University Chicago Press.

Foley, D.; Shell, K. & M. Sidrausky (1969). Optimal Fiscal and Monetary Policy and Economic Growth. *Journal of Political Economy*, 77(4), 698 – 719.

Foley, D. & M. Sidrausky (1970). Portfolio Choice, Investment, and Growth, *American Economic Review*, 60(1), 44 – 63.

Gordon, N.; Salmond D. & A. Smith (1993). Novel Approaches to Nonlinear/Non Gaussian Bayesian State Estimation. *Radar and Signal Processing, IEE Proceedings F*, 140(2), 107 – 113.

Haavio, M. (2012). Financial Cycles and Business Cycles: Some Stylized Facts. *Monetary Policy and Research, Bank of Finland*, 1/2012. Recovered from <http://www.suomenpankki.fi/pdf/169805.pdf>

Hafstead, M. & J. Smith (2012). Financial Shocks, Bank Intermediation, and Monetary Policy in a DSGE Model. *Working Paper Stern School of Business New York*. Recovered from: <http://people.stern.nyu.edu/jsmith/HafsteadSmithWP.pdf>

Hamilton, J. (1994). State-Space Models. In R. Engle & D. McFadden [Eds.], *Handbook of Econometrics* (Chapter 50); Elsevier Science BV.

Hansen, L.; Mcgrattan, E. & T. Sargent (1994). Mechanics of Forming and Estimating Dynamic Linear Economics, *Federal Reserve Bank of Minneapolis, Research Department Staff Report*, 182. Recovered from <https://www.mpls.frb.org/research/sr/sr182.pdf>

Harding, D. & A. Pagan (2002). Dissecting the Cycle: A Methodological Investigation. *Journal of Monetary Economics*, 49, 365 – 381.

Harvey, A. (1989). *Forecasting, Structural Time Series Models and The Kalman Filter*. Cambridge: Cambridge University Press.

Iacoviello, M. (2005). Houses Prices, Borrowing Constraints, and Monetary Policy in the Business Cycles. *The American Economic Review*, 95(3), 739 – 764.

Jin, H. & K. Judd (2002). Perturbation Methods for General Dynamic Stochastic Models. *Kenneth Judd Stanford Papers*. Recovered from <http://web.stanford.edu/~judd/papers/PerturbationMethodRatEx.pdf>

Johnson, H. (1966). The Neo-Classical One-Sector Growth Model: A Geometrical Exposition and Extension to a Monetary Economy. *Economica*, 33(131), 265 – 287.

Judd, K. & S. Guu (1997). Asymptotic Methods for Aggregate Growth Models. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 21(1), 1025 – 1042.

Kim, J. (2000). Constructing and Estimating a Realistic Optimizing Model of Monetary Policy. *Journal of Monetary Economics*, 45(2), 329 – 359.

King, R. & C. Plosser (1984). Money, Credit, and Prices in a Real Business Cycles. *The American Economic Review*, 74(3), 363 – 380.

King, R. (1981). Monetary, Information and Monetary Neutrality. *Journal of Monetary Economics*, 7(2), 195 – 206.

Kim, J.; Kim, S.; Schaumburg, E. & C. Sims (2003). Calculating and Using Second Order Accurate Solutions of Discrete Time Dynamic Equilibrium Models. *Discussion Papers Series, Tufts University*, 0505. Recovered from <http://ase.tufts.edu/economics/papers/200505.pdf>

Kiyotaki, N. & J. Moore (1995). Credit Cycles. *NBER Working Paper*, 5083. Recovered from <http://www.nber.org/papers/w5083.pdf>

Kydland, F. & E. Prescott (1982). Time to Build and Aggregate Fluctuations. *Econometrica*, 50(6), 1345 – 1370.

Lucas, R. (1980). Methods and Problems in Business Cycle Theory. *Journal of Money, Credit, and Banking*, 12(4), 696 – 715.

Ludvigson, S. (1999). Consumption and Credit: A Model of Time-Varying Liquidity Constrains. *The Review of Economics and Statistics*, 81(3), 434 – 447.

Modigliani, F. & M. Miller (1958). The Cost of Capital, Corporation Finance, and the Theory of Investment. *American Economic Review*, 48(3), 261 – 297.

Olivera, J. (1970). On Passive Money. *Journal of Political Economy*, 78(4), 805 -814.



Phelps, E. & J. Taylor (1977). Stabilizing Powers of Monetary Policy under Rational Expectations. *Journal of Political Economy*, 85(1), 163 – 190.

Picard, J. (1991). Efficiency of the Extended Kalman Filter for Nonlinear Systems with Small Noise. *SIAM Journal of Applied Mathematics*, 51(3), 843 – 885.

Purvis, D. (1971). Introducing Useful Money into a Growth Model. *The Canadian Journal of Economics*, 4(3), 374 – 381.

Ramírez, R. (2011). Modelos de Equilibrio General Dinámicos y Estocásticos para Colombia 1995 – 2011, *Ecos de Economía*, 14(33), 123 – 137.

Rosero, J. (2014). *Estimación Economías de Equilibrio Dinámico: Comparación entre las Metodologías Lineales y No Lineales*. Universidad Torcutato Di Tella, Trabajo Final de la Asignatura Macroeconomía, prof. Carl De Jong; febrero.

Rosero, J. (2016). La Banca de las Oportunidades y la Oferta de Microcrédito de la Banca Privada Tradicional. *Revista IB – DANE*, 5(1), 144 – 172.

Sánchez, L.; Ordóñez, J. & S. Infante (2013). Filtro de Kalman Extendido y Filtro de Partículas de Kalman Extendido para Problemas de Estimación No Lineal. *Revista Ingeniería UC*, 20(1), 7 - 16

Sargent, T. (1976). A Classical Macroeconometric Model for the United States. *Journal of Political Economy*, 84(2), 207 – 238.

Sargent, T. (1989). Two Models Measurement and the Investment Accelerator. *Journal of Political Economy*, 97(2), 251 – 287.

Schmitt-Grohé, S. & M. Uribe (2004). Solving Dynamic General Equilibrium Models Using a Second Order Approximation to the Policy Function. *Journal of Economic Dynamic and Control*, 28, 755 – 775.

Shoukry, G. (2008). *State-Space Realization for Nonlinear Systems*. Ms. C. Thesis in Mechanical Engineering, Georgia Institute of Technology; December.

Sims, C. (1992). Interpreting the Macroeconomic Time Series Facts: The Effects of Monetary Policy. *European Economic Review*, 36(5), 975 – 1000.

Taylor, J. & H. Uhlig (1989). Solving Nonlinear Stochastic Growth Models: A Comparison of Alternative Solutions Methods, *NBER Working Paper*, 3117. Retrieved from <http://www.nber.org/papers/w3117.pdf>

Tobin, J. (1955). A Dynamic Aggregative Model. *Journal of Political Economy*, 63(2), 103 – 115.

Tobin, J. (1965). Money and Economic Growth. *Econometrica*, 33(4), 671 – 684.

TORRES, J. (2009). *Introducción al Equilibrio General Dinámico Macroeconómico*. Universidad de Málaga. Recuperado de <http://www2.uned.es/personal/rosuna/IEGDE.pdf>

Uhlig, H. (1995). A Toolkit for Analyzing Nonlinear Dynamic Stochastic Models Easily. *Discussion Paper, Center of Economic Research Tilburg University*, 1995-97. Retrieved from <http://www.sfu.ca/~kkasa/uhlig1.pdf>

Van, E. & R. Van der Merwe (2000). The Unscented Kalman Filter for Nonlinear Estimation. In the IEEE 2000 Symposium (Ed.), *Adaptive Systems for Signal Processing, Communications, and Control Symposium* (pp. 153 – 158). Lake Louise, CA: IEEEExplore & AS-SPCC.

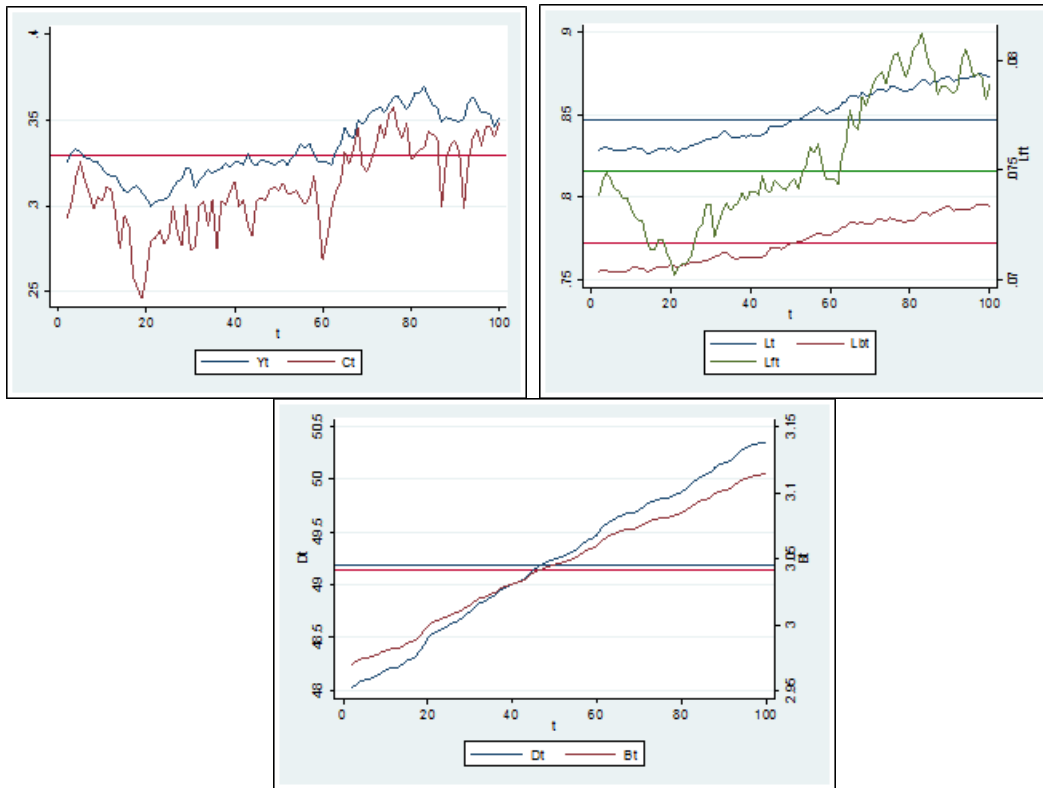
Vermeulen, K. (2010). *The Stochastic Growth Model*. Free E-books Bookboom.  
Recovered from <http://bookboon.com/es/growth-model-ebook>

Wickens, M. (2008). *Macroeconomic Theory: A Dynamic General Equilibrium Approach*. Princeton, New Jersey: Princeton University Press.

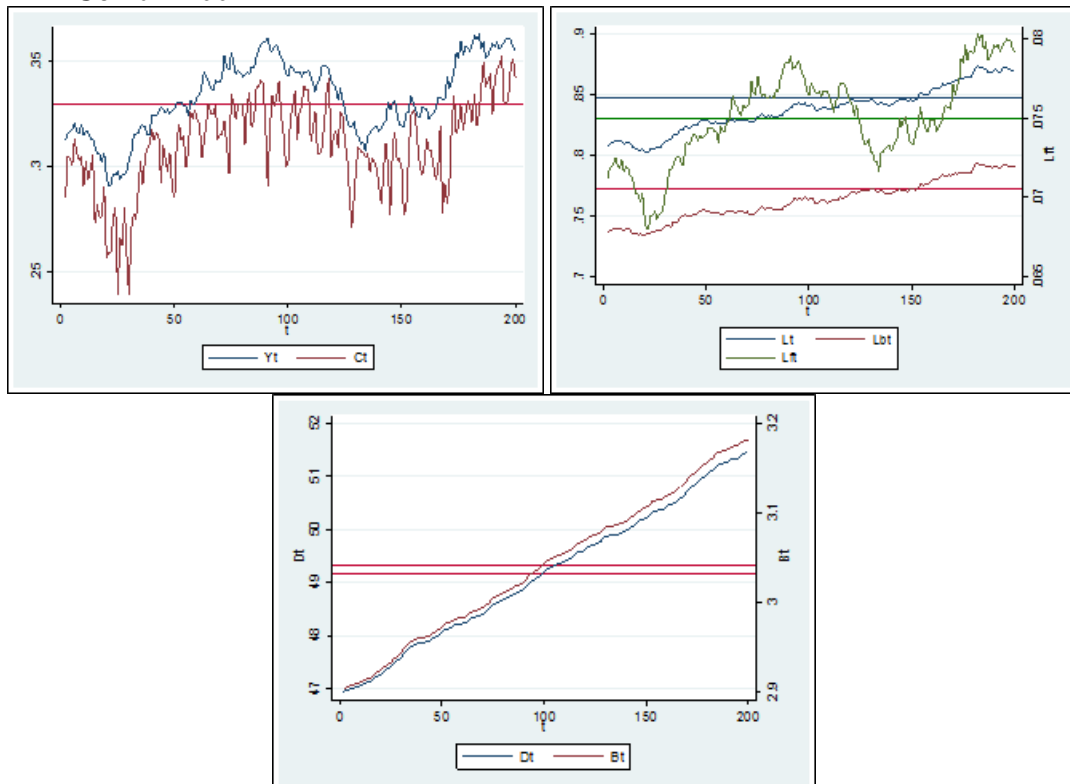
## ANEXO No. 1

### EJEMPLO DE DATOS ARTIFICIALES

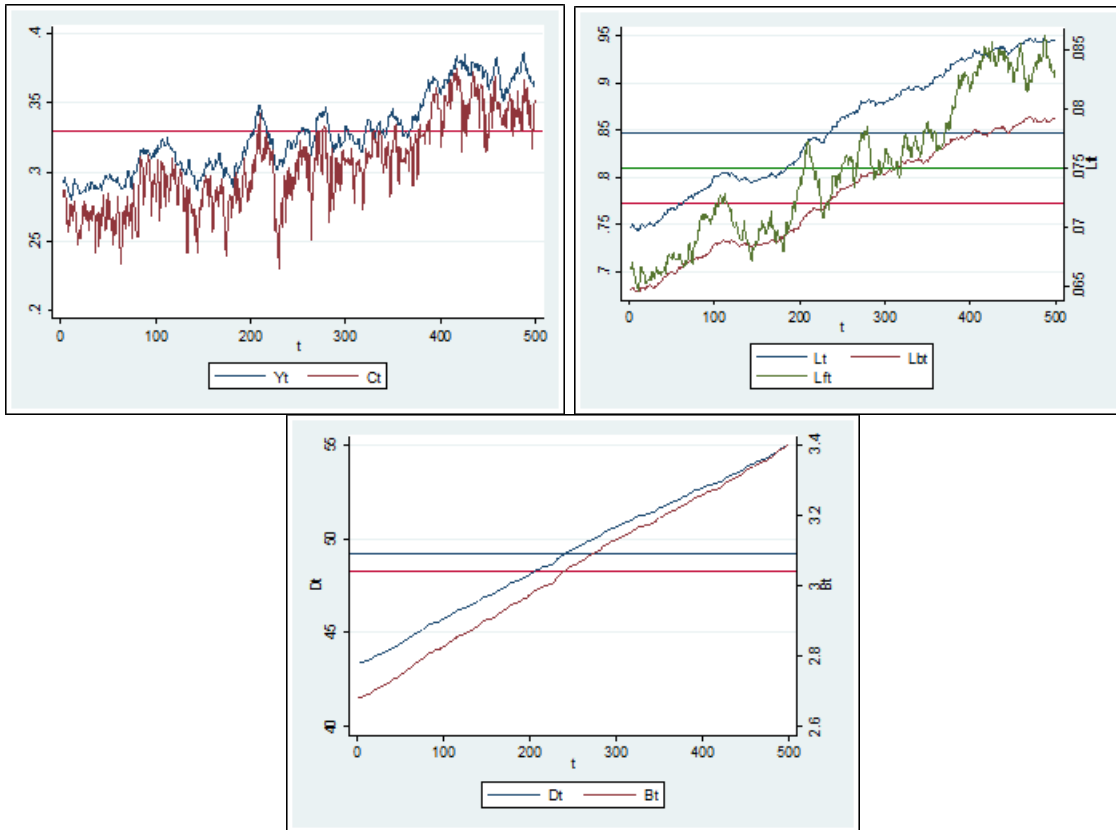
- Con  $t = 100$



- Con  $t = 200$



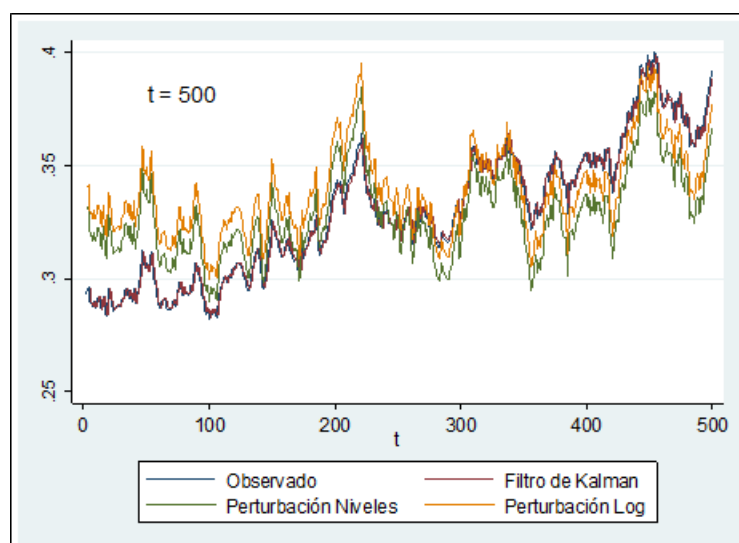
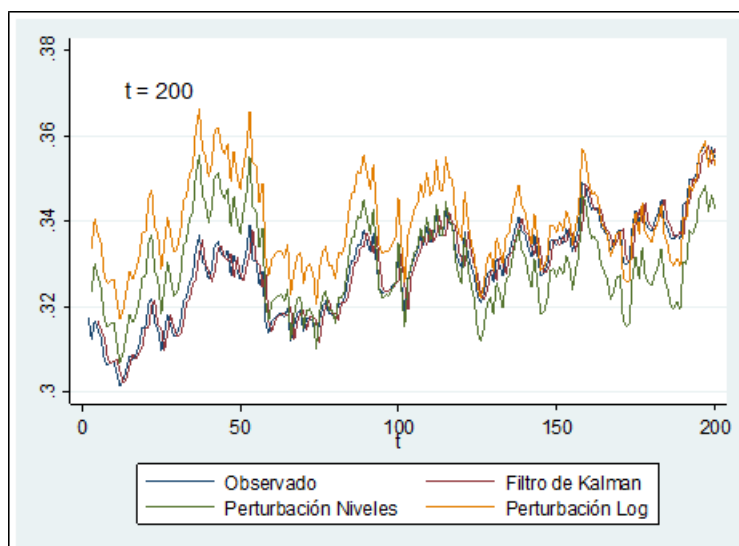
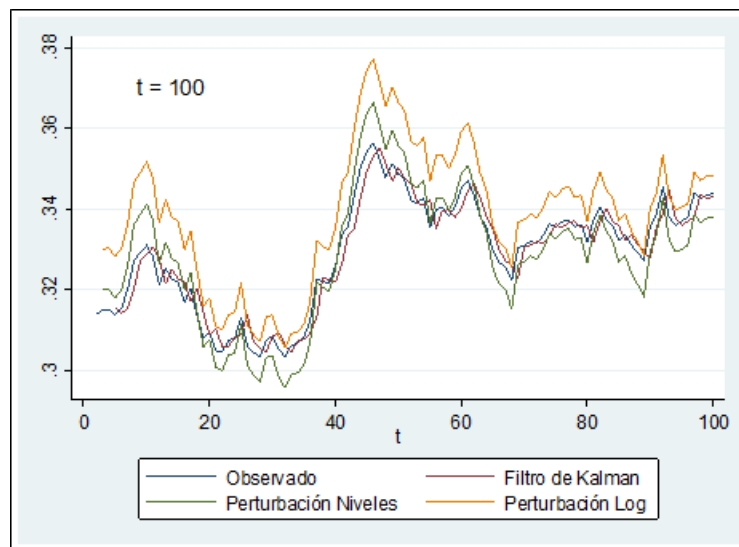
Con  $t = 500$



**Nota:** las líneas horizontales en los gráficos corresponden al valor en estado estacionario de las variables en cuestión. Las variables expuestas en los gráficos anteriores son datos artificiales generados tras correr una sola réplica.

## ANEXO No. 2

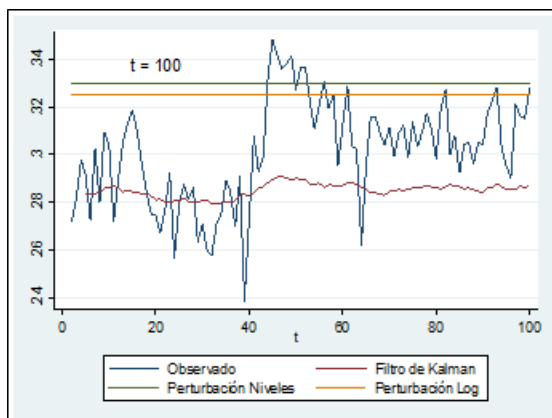
## COMPARACIÓN GRÁFICA PREDICCIONES DEL PRODUCTO



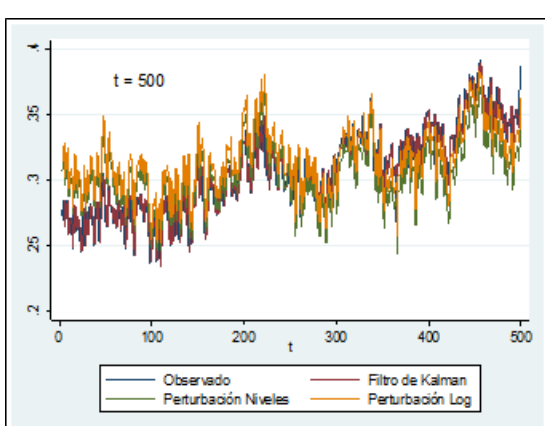
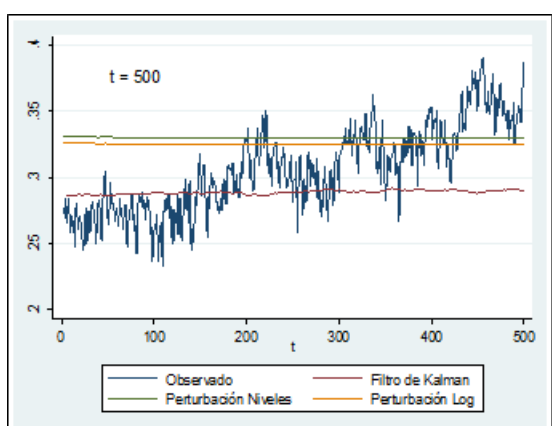
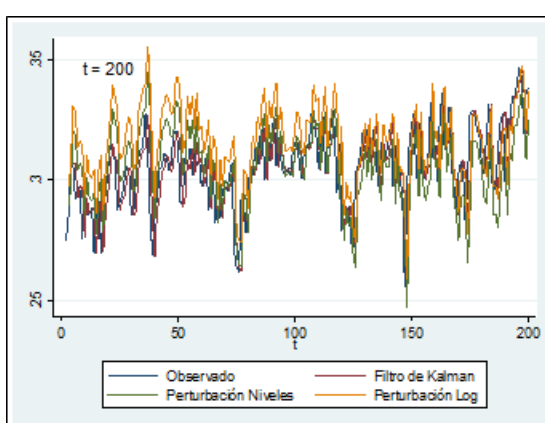
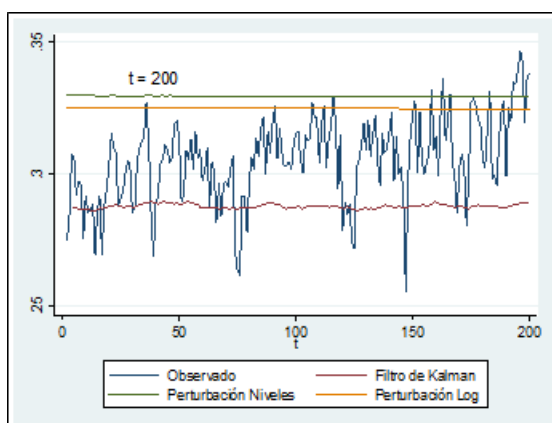
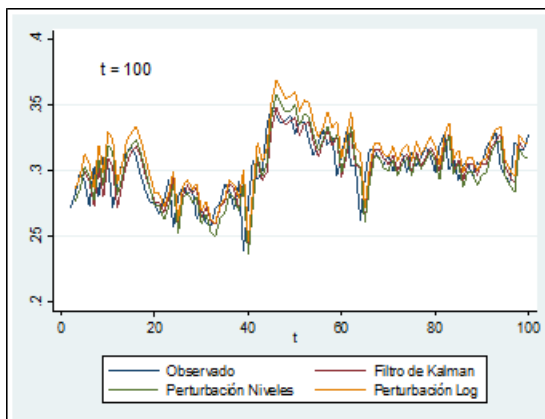
## ANEXO No. 3

## COMPARACIÓN GRÁFICA PREDICCIONES DEL NIVEL DE CONSUMO

## PREDICCIÓN A



## PREDICCIÓN B



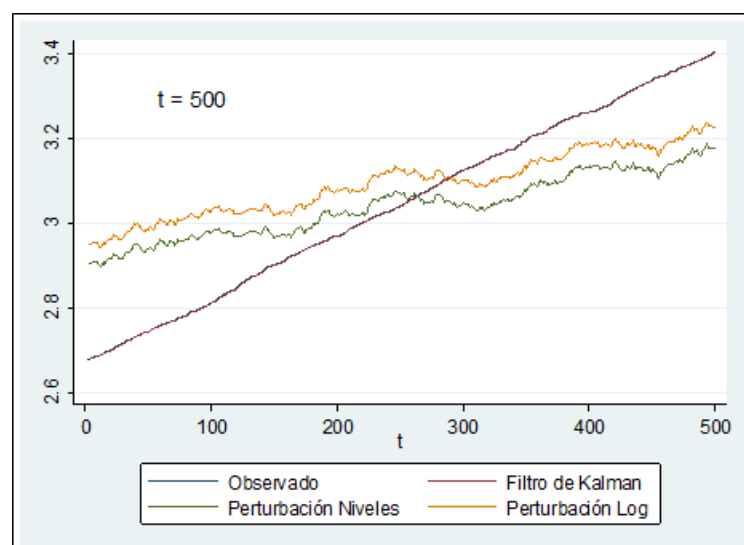
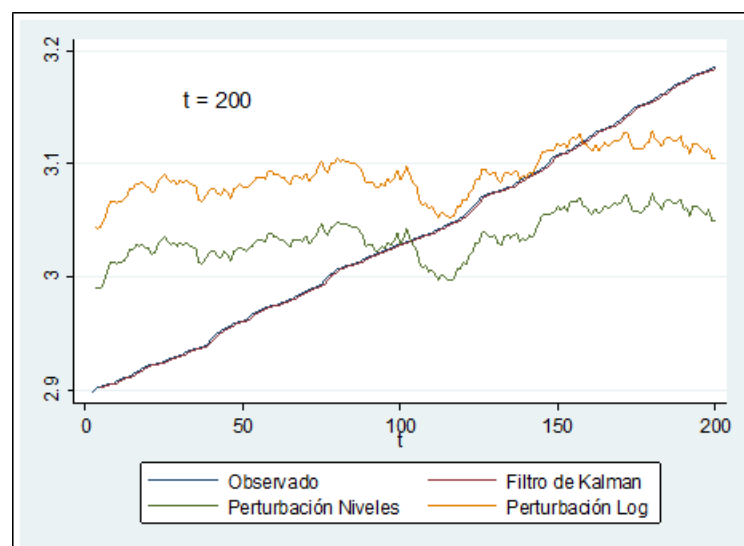
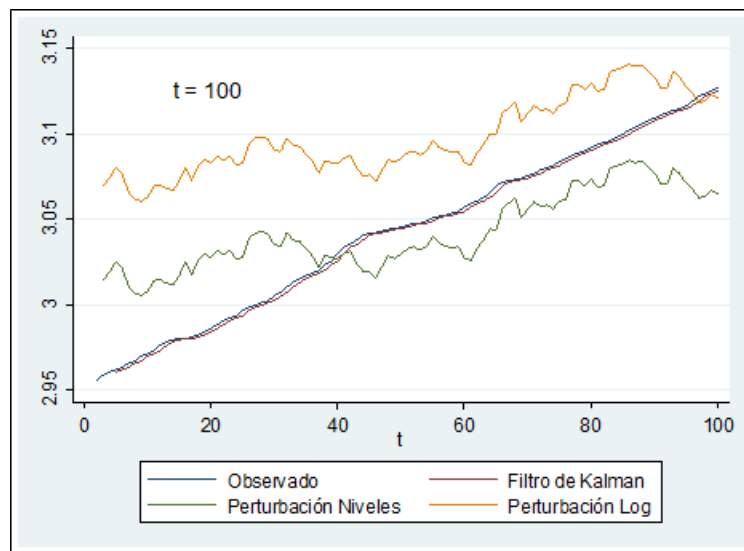
## NOTA:

**PREDICCIÓN A:** predicciones de la variable obtenidas tras la estimación del Filtro de Kalman y las *policy function* en niveles y logarítmica.

**PREDICCIÓN B:** predicciones de la variable obtenidas calculando la diferencia entre la predicción del producto y la predicción del ahorro ( $\Delta D_{t+1} = D_{t+1} - D_t$ ).

## ANEXO No. 4

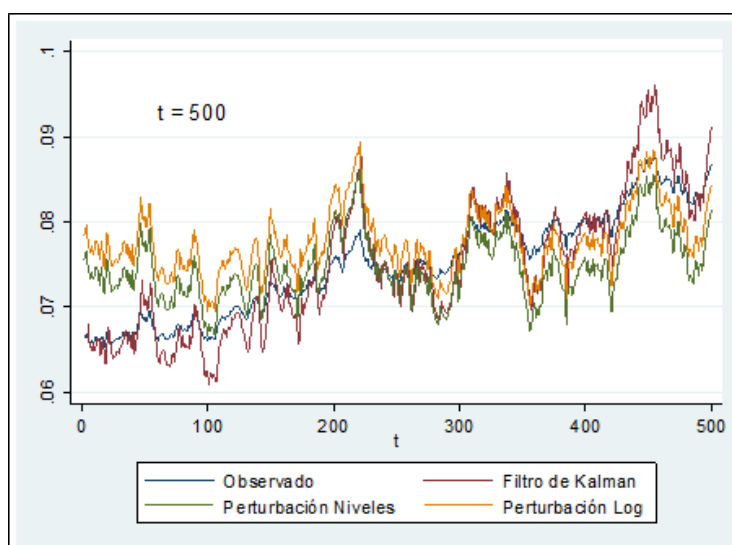
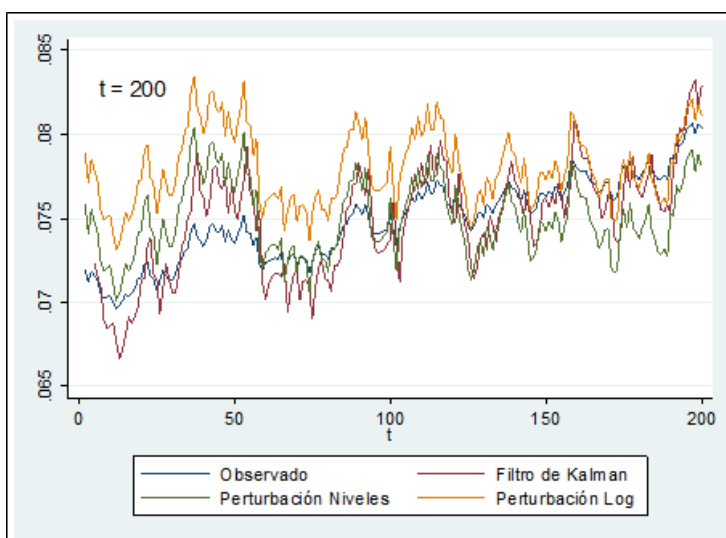
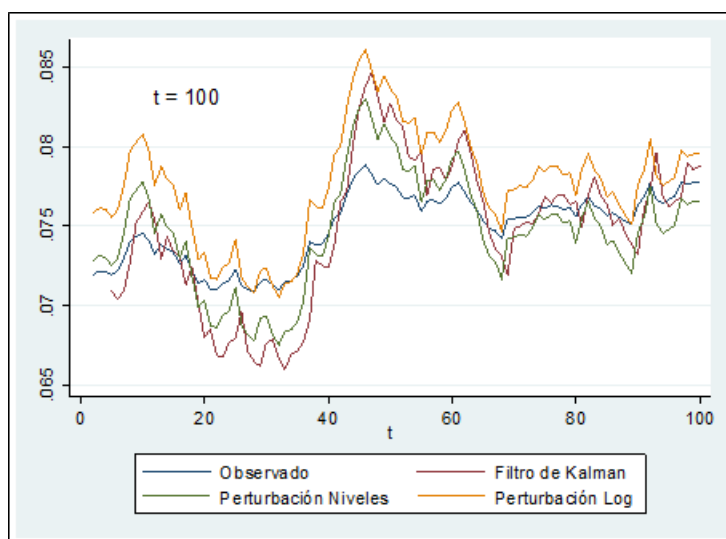
## COMPARACIÓN GRÁFICA PREDICCIONES DEL NIVEL DE CRÉDITO





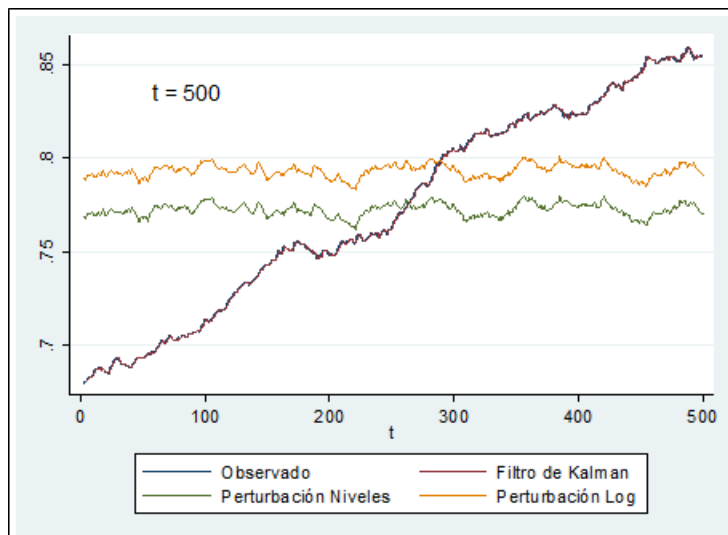
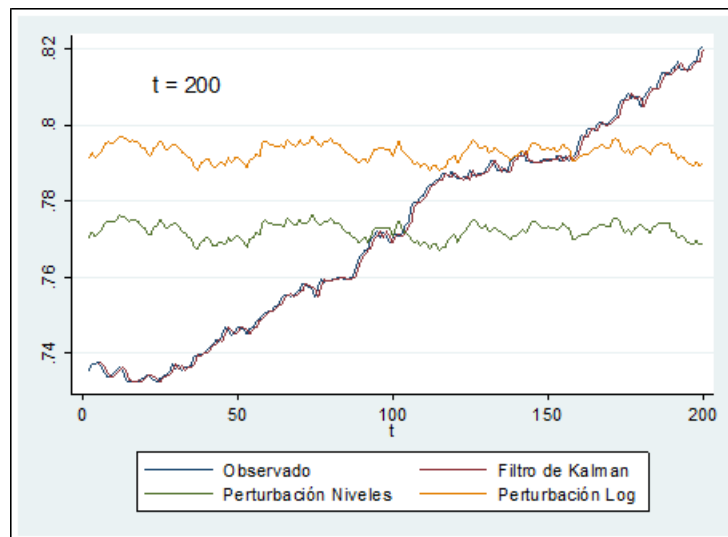
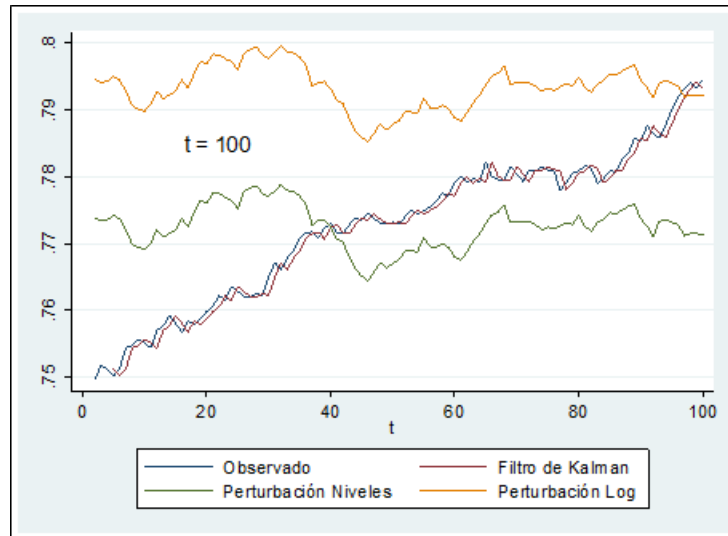
## ANEXO No. 5

## COMPARACIÓN GRÁFICA PREDICIONES DE LA PROPORCIÓN DE TIEMPO DEDICADA AL TRABAJO (FIRMAS – SECTOR REAL)



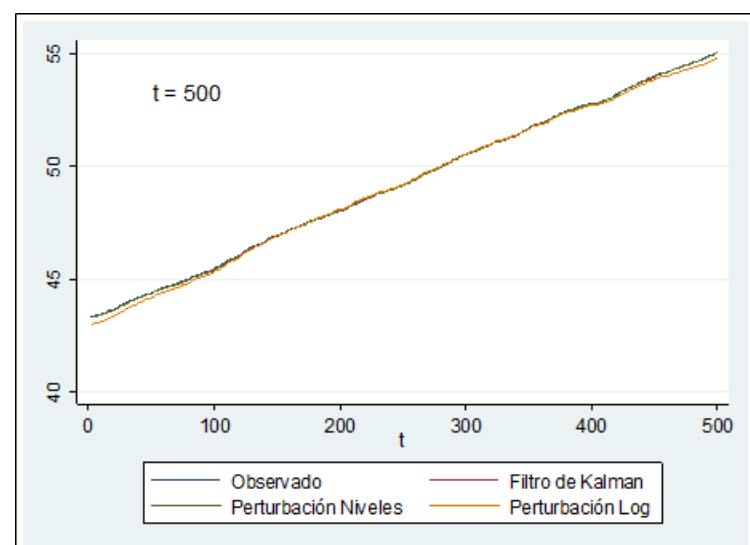
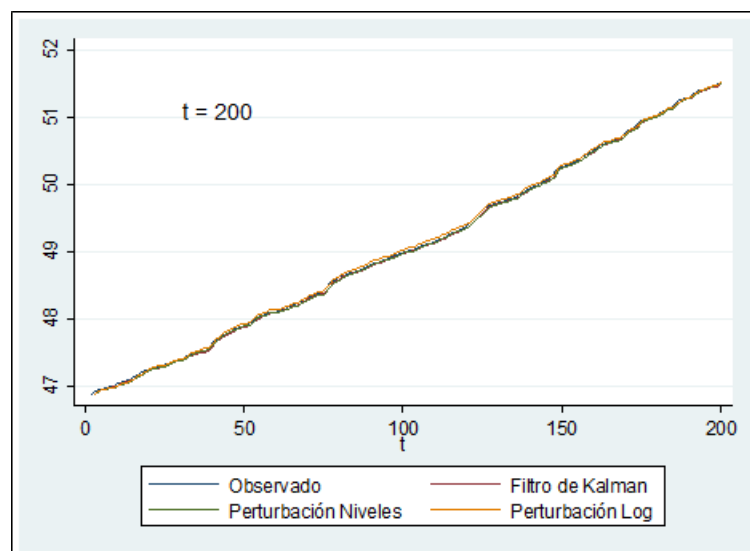
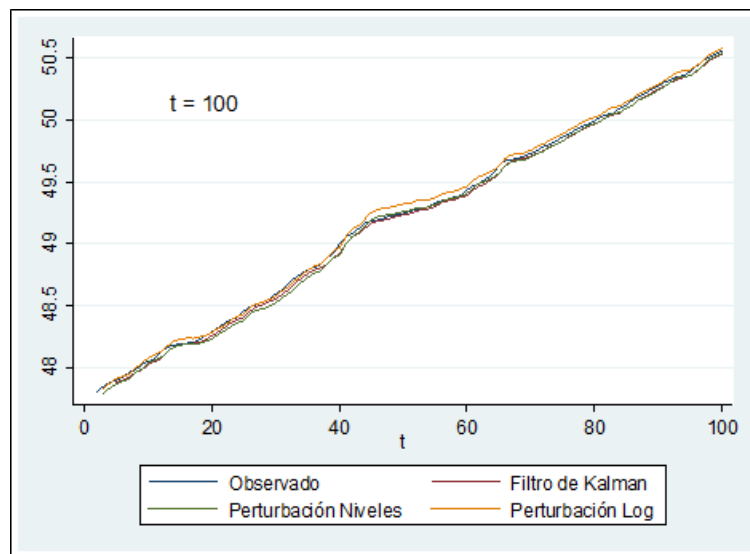
## ANEXO No. 6

## COMARACIÓN GRÁFICA PREDICIONES DE LA PROPORCIÓN DE TIEMPO DEDICADA AL TRABAJO (INDUSTRIA BANCARIA)



## ANEXO No. 7

## COMPARACIÓN GRÁFICA PREDICCIONES DE DEPÓSITOS BANCARIOS



## ANEXO No. 8

ESTADÍSTICAS DE DISPERSIÓN DE LAS MEDIDAS DE EVALUACIÓN  
CALCULADAS A LO LARGO DE LAS 100 RÉPLICAS

## PREDICCIONES FILTRO DE KALMAN

| Variable            | t   | EMC        |          |          | EAM        |          |          | RECM       |          |          |
|---------------------|-----|------------|----------|----------|------------|----------|----------|------------|----------|----------|
|                     |     | Est. Desv. | Mínimo   | Máximo   | Est. Desv. | Mínimo   | Máximo   | Est. Desv. | Mínimo   | Máximo   |
| Producto            | 100 | 2.49E-06   | 8.97E-06 | 2.13E-05 | 0.000272   | 0.002306 | 0.003683 | 0.000331   | 0.002996 | 0.00462  |
|                     | 200 | 1.57E-06   | 9.75E-06 | 1.91E-05 | 0.000172   | 0.002557 | 0.003485 | 0.000212   | 0.003123 | 0.004366 |
|                     | 500 | 9.87E-07   | 1.16E-05 | 1.65E-05 | 0.000113   | 0.002715 | 0.003221 | 0.000133   | 0.003404 | 0.004056 |
| Consumo             | 100 | 3.76E-05   | 0.000133 | 0.000354 | 0.001051   | 0.009227 | 0.015157 | 0.001285   | 0.011519 | 0.018814 |
|                     | 200 | 3.03E-05   | 0.000142 | 0.000299 | 0.000857   | 0.009495 | 0.013734 | 0.001052   | 0.011918 | 0.017294 |
|                     | 500 | 1.73E-05   | 0.000167 | 0.000256 | 0.000472   | 0.01037  | 0.012568 | 0.000599   | 0.01291  | 0.016012 |
| Nivel de Crédito    | 100 | 3.59E-07   | 1.94E-06 | 3.85E-06 | 9.83E-05   | 0.001228 | 0.00173  | 0.000108   | 0.001394 | 0.001963 |
|                     | 200 | 3.13E-07   | 2.08E-06 | 3.51E-06 | 8.62E-05   | 0.00128  | 0.001669 | 9.36E-05   | 0.001441 | 0.001874 |
|                     | 500 | 1.83E-07   | 2.33E-06 | 3.26E-06 | 0.00005    | 0.001332 | 0.00161  | 5.47E-05   | 0.001526 | 0.001806 |
| % Trabajo en Firmas | 100 | 2.71E-06   | 2.41E-06 | 1.78E-05 | 0.000441   | 0.00126  | 0.003564 | 0.000511   | 0.001552 | 0.004221 |
|                     | 200 | 2.45E-06   | 2.7E-06  | 0.000016 | 0.000349   | 0.001343 | 0.003448 | 0.000442   | 0.001643 | 0.003999 |
|                     | 500 | 2.06E-06   | 3.72E-06 | 1.48E-05 | 0.000311   | 0.001538 | 0.003159 | 0.000369   | 0.001929 | 0.003843 |
| % Trabajo en Bancos | 100 | 2.33E-07   | 8.95E-07 | 2.08E-06 | 8.14E-05   | 0.000765 | 0.001151 | 9.67E-05   | 0.000946 | 0.001442 |
|                     | 200 | 1.6E-07    | 1.19E-06 | 1.89E-06 | 5.75E-05   | 0.000835 | 0.001096 | 6.54E-05   | 0.001089 | 0.001376 |
|                     | 500 | 1.15E-07   | 1.23E-06 | 1.82E-06 | 3.96E-05   | 0.000882 | 0.001085 | 4.66E-05   | 0.001108 | 0.001347 |
| Depósitos           | 100 | 9.38E-05   | 0.000508 | 0.001007 | 0.00159    | 0.019864 | 0.027967 | 0.001742   | 0.02254  | 0.031739 |
|                     | 200 | 8.19E-05   | 0.000543 | 0.000918 | 0.001393   | 0.020695 | 0.026984 | 0.001513   | 0.023295 | 0.030306 |
|                     | 500 | 4.78E-05   | 0.000609 | 0.000853 | 0.000814   | 0.021539 | 0.026028 | 0.000885   | 0.024679 | 0.029203 |

## PREDICCIONES MÉTODOS DE PERTURBACIÓN (NIVELES)

| Variable            | t   | EMC        |          |          | EAM        |          |          | RECM       |          |          |
|---------------------|-----|------------|----------|----------|------------|----------|----------|------------|----------|----------|
|                     |     | Est. Desv. | Mínimo   | Máximo   | Est. Desv. | Mínimo   | Máximo   | Est. Desv. | Mínimo   | Máximo   |
| Producto            | 100 | 2.06E-05   | 7.00E-06 | 9.15E-05 | 0.001519   | 0.002252 | 0.008079 | 0.001699   | 0.002646 | 0.009566 |
|                     | 200 | 2.88E-05   | 2.81E-05 | 0.000158 | 0.001485   | 0.004206 | 0.011237 | 0.001571   | 0.005302 | 0.012574 |
|                     | 500 | 6.19E-05   | 0.000261 | 0.000556 | 0.001533   | 0.013675 | 0.021006 | 0.001577   | 0.016157 | 0.023588 |
| Consumo             | 100 | 4.25E-05   | 0.000175 | 0.000396 | 0.00112    | 0.01031  | 0.015796 | 0.001325   | 0.013235 | 0.019892 |
|                     | 200 | 4.42E-05   | 0.000203 | 0.000406 | 0.001106   | 0.011323 | 0.016529 | 0.00127    | 0.014257 | 0.020144 |
|                     | 500 | 6.95E-05   | 0.000433 | 0.000769 | 0.001287   | 0.017262 | 0.023168 | 0.001419   | 0.020802 | 0.027736 |
| Nivel de Crédito    | 100 | 0.000557   | 0.000314 | 0.00252  | 0.007521   | 0.012562 | 0.046079 | 0.008233   | 0.017722 | 0.050201 |
|                     | 200 | 0.001311   | 0.001088 | 0.008852 | 0.010433   | 0.02564  | 0.086167 | 0.010693   | 0.032989 | 0.094082 |
|                     | 500 | 0.00337    | 0.012113 | 0.030015 | 0.011652   | 0.087933 | 0.153479 | 0.011981   | 0.110058 | 0.17325  |
| % Trabajo en Firmas | 100 | 2.49E-06   | 8.82E-07 | 1.14E-05 | 0.00051    | 0.000737 | 0.00296  | 0.000574   | 0.000939 | 0.003378 |
|                     | 200 | 3.13E-06   | 2.15E-06 | 1.52E-05 | 0.000519   | 0.001217 | 0.003585 | 0.000555   | 0.001467 | 0.003898 |
|                     | 500 | 5.9E-06    | 1.59E-05 | 5.02E-05 | 0.000521   | 0.003365 | 0.006304 | 0.000546   | 0.003992 | 0.007085 |
| % Trabajo en Bancos | 100 | 8.02E-05   | 5.01E-05 | 0.000367 | 0.002845   | 0.005056 | 0.017616 | 0.003093   | 0.00708  | 0.019155 |
|                     | 200 | 0.00019    | 0.00016  | 0.001275 | 0.003973   | 0.009841 | 0.032711 | 0.004058   | 0.012664 | 0.035712 |
|                     | 500 | 0.000492   | 0.00177  | 0.004369 | 0.004472   | 0.033489 | 0.058479 | 0.004591   | 0.042073 | 0.066095 |
| Depósitos           | 100 | 0.000395   | 0.000339 | 0.002447 | 0.00617    | 0.015197 | 0.044905 | 0.006207   | 0.018411 | 0.049464 |
|                     | 200 | 0.000306   | 0.00044  | 0.00169  | 0.004861   | 0.01629  | 0.036286 | 0.004996   | 0.020974 | 0.041105 |
|                     | 500 | 0.000219   | 0.000661 | 0.001667 | 0.003335   | 0.020724 | 0.035497 | 0.003358   | 0.025704 | 0.04083  |

## PREDICCIONES MÉTODOS DE PERTURBACIÓN (LOG-LINEAL)

| Variable                   | t   | EMC        |          |          | EAM        |          |          | RECM       |          |          |
|----------------------------|-----|------------|----------|----------|------------|----------|----------|------------|----------|----------|
|                            |     | Est. Desv. | Mínimo   | Máximo   | Est. Desv. | Mínimo   | Máximo   | Est. Desv. | Mínimo   | Máximo   |
| <b>Producto</b>            | 100 | 5.21E-05   | 3.25E-05 | 0.000327 | 0.002144   | 0.005109 | 0.017003 | 0.00216    | 0.005699 | 0.018089 |
|                            | 200 | 5.14E-05   | 8.52E-05 | 0.000375 | 0.001762   | 0.007457 | 0.01658  | 0.001832   | 0.00923  | 0.019356 |
|                            | 500 | 6.98E-05   | 0.000354 | 0.000644 | 0.001465   | 0.014724 | 0.02272  | 0.00158    | 0.01881  | 0.025372 |
| <b>Consumo</b>             | 100 | 6.72E-05   | 0.000209 | 0.000547 | 0.001459   | 0.011756 | 0.018819 | 0.001761   | 0.014467 | 0.023396 |
|                            | 200 | 6.01E-05   | 0.000274 | 0.000582 | 0.001253   | 0.012775 | 0.019476 | 0.001497   | 0.016545 | 0.024116 |
|                            | 500 | 6.87E-05   | 0.000509 | 0.000809 | 0.001215   | 0.018081 | 0.023341 | 0.001355   | 0.02257  | 0.028443 |
| <b>Nivel de Crédito</b>    | 100 | 0.001645   | 0.001483 | 0.009365 | 0.014035   | 0.027586 | 0.091077 | 0.012187   | 0.038508 | 0.096772 |
|                            | 200 | 0.002017   | 0.003002 | 0.014701 | 0.01223    | 0.041062 | 0.111116 | 0.011805   | 0.054794 | 0.121249 |
|                            | 500 | 0.003297   | 0.01424  | 0.032837 | 0.011844   | 0.094271 | 0.160232 | 0.011064   | 0.11933  | 0.18121  |
| <b>% Trabajo en Firmas</b> | 100 | 5.60E-06   | 1.97E-06 | 3.55E-05 | 0.000758   | 0.001152 | 0.00563  | 0.000764   | 0.001405 | 0.005962 |
|                            | 200 | 5.71E-06   | 6.47E-06 | 3.21E-05 | 0.000648   | 0.002062 | 0.004905 | 0.000686   | 0.002544 | 0.00567  |
|                            | 500 | 6.61E-06   | 2.47E-05 | 5.75E-05 | 0.000514   | 0.003857 | 0.006779 | 0.000538   | 0.004966 | 0.007581 |
| <b>% Trabajo en Bancos</b> | 100 | 0.000228   | 0.000222 | 0.001318 | 0.00518    | 0.010799 | 0.034158 | 0.004457   | 0.014902 | 0.036307 |
|                            | 200 | 0.000283   | 0.000453 | 0.002092 | 0.004534   | 0.015831 | 0.041826 | 0.004344   | 0.02128  | 0.045738 |
|                            | 500 | 0.000478   | 0.002188 | 0.004876 | 0.004498   | 0.036418 | 0.061468 | 0.00414    | 0.046778 | 0.069828 |
| <b>Depósitos</b>           | 100 | 0.000492   | 0.00045  | 0.003185 | 0.006715   | 0.017631 | 0.052309 | 0.00674    | 0.021219 | 0.056433 |
|                            | 200 | 0.000359   | 0.000379 | 0.001951 | 0.004921   | 0.015359 | 0.036757 | 0.005649   | 0.019475 | 0.04417  |
|                            | 500 | 0.003531   | 0.01249  | 0.029934 | 0.009349   | 0.079632 | 0.127842 | 0.012281   | 0.11176  | 0.173013 |