

Univesidad Torcuato Di Tella  
Departamento de Economía  
Maestría en Econometría

Cambio de Régimen en la política Monetaria  
de Noruega, bajo la óptica MSRE.

**Autor:** Gabriel M Melendez Ch.  
**Fecha de Entrega:** 30/06/2016

**Resumen:**

Es de buen conocimiento el cambio de régimen de política monetaria implementado en Noruega en el año 1992, cuando cuando pasa de un régimen de defensa del tipo de cambio a un régimen de metas inflacionarias. Desde un punto de vista gráfico es posible notar un cambio en la persistencia de la serie de emisión monetaria a partir del mencionado año. Los estudios actuales sobre el tema ( a la fecha solo encontrado) Alstadheim,R;Bjorland,H;Maih,J(2013) quienes encuentran evidencia significativa a favor de un cambio en la función de política, considerando series a las cuales no se les aplicó el filtro de Hodrick- Prescott, Mavromatis,K(2012) muestra que resulta óptimo para una economía ajustar su política ante cambios de régimen conocidos, que ocurren en otra más grande y relacionada, existe evidencia a favor de cambios en la política monetaria de EEUU según los estudios de Davig,T; Leeper, E (2009) , Mavromatis,K(2012),Davig,T;Doh,T(2008) en un ambiente de Markov Switching DSGE . Es bien documentado el cambio en la política monetaria de EEUU según comentan Davig,T; Leeper, E (2009), Gali ,Monacelli (2005). En este estudio se investiga la posibilidad de cambio estructural en la función de emisión monetaria y sus efectos en el desempeño económico en Noruega. Tomando el componente cíclico de la serie de emisión monetaria, y aplicando el filtro de Hamilton no se encuentra evidencia a favor de cambio estructural en la política monetaria de Noruega.

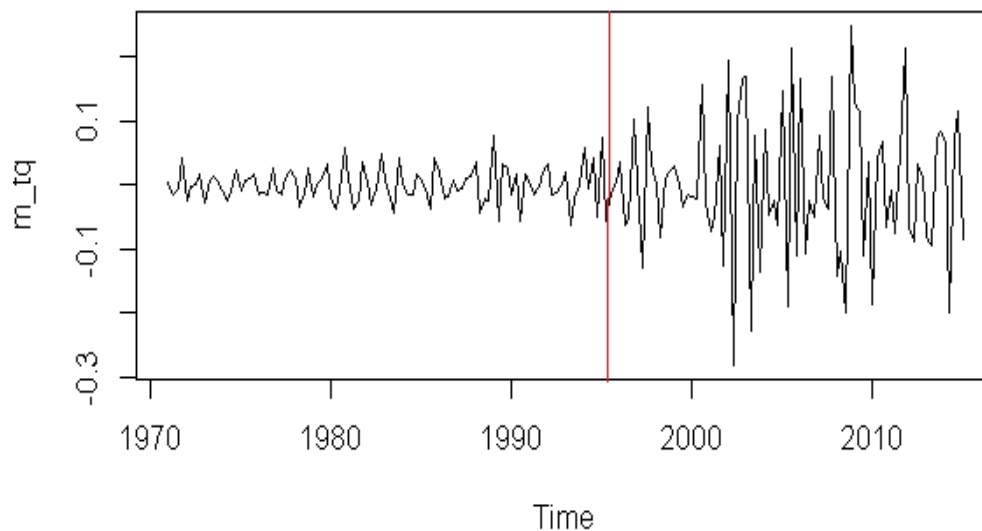
**Palabras clave:** Cambio Estructural, Filtro de Hamilton, Markov Switching DSGE.

# Contenido

	Página
<b>Introducción</b> .....	<b>4</b>
<b>Revisión de la Literatura</b> .....	<b>5</b>
<b>El Modelo</b> .....	<b>11</b>
<b>Solución y Estimación</b> .....	<b>17</b>
<b>Resultados</b> .....	<b>21</b>
<b>Conclusión</b> .....	<b>23</b>
<b>Referencias</b> .....	<b>24</b>

## 1 Introducción :

Al mirar la evolución a través del tiempo de la emisión monetaria en Noruega, genera la suspicacia acerca de la existencia de cambios de régimen en la política monetaria, por otro lado al consultar la información disponible sobre la misma, es conocido que efectivamente el país pasó en 1992 de un régimen donde se buscaba mantener el tipo de cambio, a un régimen de metas inflacionarias. Por su parte Alstadheim,R;Bjorland,H;Maih,J(2013), encuentran evidencia a favor de esta hipótesis, y estiman el primer modelo de MSRE para dicha economía. Para ilustrar esta se presenta la evolución de la serie diferencias de la serie correspondiente a la base monetaria( $m_0$ ) trimestral(HP-F), que es equivalente a la emisión monetaria desde 1970 hasta 2015, con una frecuencia trimestral.



El periodo anterior a 1992:q4 representa cerca de 20 años de donde la emisión monetaria al menos en apariencia luce amortiguada, respecto del turbulento periodo siguiente el cual, desviación típica de la emisión monetaria para el periodo que empieza en 1992:q4 es 3.3 veces mas que la estimada considerando el periodo anterior, lo cual constituye parte de la evidencia en favor del cambio estructural en dicho país. Por otro lado al buscar la mejor representación Box-Jenkins para dicha serie, encontramos evidencia en favor de un incremento en la persistencia de shocks en la serie, pasando de un coeficiente  $ar(1)$  no significativamente distinto de cero, a un coeficiente  $ar(1)$  significativo e igual a  $-0.36$ .

Siendo consistente esta evidencia con la identificación realizada por Alstadheim et al (2013).

En otra instancia Mavromatis,K(2012) muestra que resulta optimo para una economía ajustar su política ante cambios de régimen conocidos, que ocurren en otra más grande y relacionada, junto con la evidencia bastante bien documentada de presencia de cambios de régimen en EEUU que pueden ser consultados en Davig,T; Leeper, E (2009) , Mavromatis,K(2012),Davig,T;Doh,T(2008) dentro del formato MSRE, agragado a los estudios seminales de Gali ,Monacelli (2005), Cooley, Sargent(2005) donde no se acepta la hipotesis de regimen estable, se da cuenta de cambios de regimen en la política monetaria de Noruega bien sea por inducción al cambio o por decisión autonoma.

Este trabajo se organiza como sigue: en la sección dos se presenta una revisión de la literatura, en la sección 3 se plantea el modelo de Cash in Advance con trabajo indivisible, seguidamente en la sección 4 se presenta de forma resumida la estrategia de solución y de estimación, por ultimo en la sección 5 los resultados obtenidos.

## 2 Revisión de la literatura

La posibilidad de cambios en las reglas de política resulta atractivo desde una aproximación intuitiva, pues brinda una cierta flexibilidad que a primera vista luce natural y realista. La evidencia de posibles cambios estructurales (posiblemente recurrentes y endogenos) en las variables agregadas tiene su primer ("in my best knowlege") tratamiento formal en el trabajo seminal de Hamilton (1989), donde propone una técnica novedosa para estimar consistentemente los parametros de un modelo con cambios de regimen, y construir ademas la función de verosimilitud de forma apropiada . Por otro lado es hasta 2003 con el trabajo de Andolfato & Gome , que se incluye dicha posibilidad a un modelo con expectativas racionales,y se estudian las posibles consecuencias de cambios de regimen en las reglas de desición de agentes privados que no observan directamente el regimen actual. Seguidamente aparecen los trabajos tambien seminales de Davig (2004), Davig-Leeper(2007), Davig-Leeper (2009) y Farmer et al(2009), donde se discuten aspectos teoricos como la existencia de equilibrio determinado, y la mejor técnica de solución numérica, en este ultimo item termina siendo de mas extendido uso la solución por "Minimal State Variable Criteria" ( en adelante MSV), cuya primera referencia aparece en McCallum (1983).

En adelante se presentan una revisión breve de la literatura relacionada, con esta investigación, comenzando por el articulo seminal de Leeper (1991) el cual define las mezclas de política que producen soluciones de equilibrio determinadas, este si bien no es un articulo de MSRE propiamente introduce parte del lenguaje utilizado en la literatura relacionada.

Leeper (1991): Estudia el equilibrio en una economía con distintas interacciones de política monetaria y fiscal, restringe las reglas de política a por un lado impuestos de tipo "lump-sum" (política fiscal) y por otro lado impuesto inflacionario creado por la autoridad monetaria (política monetaria). Discrimina entre dos tipos de regla: Política activa y Política pasiva. Las reglas de política pasiva necesariamente contemplan el estado actual de la deuda, mientras que las reglas de política activa se basan en shocks de deuda y emisión monetaria, esto es, la política activa puede ser contracíclica, mientras que la pasiva busca suavizar el ciclo. En términos del autor la primera puede verse como "forward looking" y la segunda como "backward looking". Las combinaciones PM-activa/PF-Pasiva, y PF-activa/PM-Pasiva generan un equilibrio determinado, mientras que en el otro caso el equilibrio es indeterminado.

Andolfato, D ; Gome, P (2003): Investigan el rol de la percepción sobre la política monetaria en la propagación de los shocks de política. Los individuos no pueden observar directamente el régimen actual, y en consecuencia asignan una probabilidad al régimen de baja expansión monetaria-baja inflación. Este modelo permite capturar alguna persistencia observada de las variables nominales y reales luego de un cambio en el régimen de política.

Como novedad el modelo considerado por los autores incorpora la presencia de intermediarios financieros, una estructura de demanda de dinero para transacciones de Cash in Advance. La regla de aprendizaje utilizada para formar la percepción (Belief) es una regla de Bayes, sobre la base de la tasa de expansión monetaria observada. Los parámetros de la regla de política monetaria es estimada por el filtro de Hamilton (1989). La técnica de solución utilizada es la propuesta por Coleman (1991) basada en iteraciones sobre la ecuación de Euler.

Davig, T (2004) Incorpora el efecto de cambios en la tasa de impuestos, estos cambios de régimen se modelan a través de "switching" en la ecuación que define la razón deuda producto, y esta se encuentra dentro del marco de un modelo estándar de crecimiento, el régimen es una variable no observada, los agentes observan una señal y a partir de ella obtienen información acerca del régimen actual, incorporan a sus decisiones la posibilidad de estos cambios en la política fiscal. Las reglas de decisión heredan esta no-linealidad debido a que la asignación de ingresos y la elasticidad impuesto de las inversiones depende de la inferencia que hacen los agentes sobre el régimen actual. La razón deuda producto tiene dos regímenes que se deciden exógenamente, los agentes observan una señal que modelan como un proceso autorregresivo con dicha razón como parámetro que hace switching. La extracción de señal realizada por los individuos está en línea con lo planteado en Andolfato, Gome (1998). La estimación de las probabilidades de transición de regímenes se hace por filtro de Hamilton. La técnica de solución utilizada es la planteada por Coleman (1991) al igual que Andolfato, Gome (1998). Adicionalmente agregan un tratamiento, para capturar la no-linealidad en las funciones de impulso respuesta a la Potter (2000).

Davig,T, Leeper, E (2007) Generalizan a un ambiente MSRE el "principio de Taylor " el cual tiene como corolario la unicidad y estabilidad del equilibrio en un modelo New Keynesian, los autores toman dos modelos de base: Modelo de Inflación de Fisher, y un New Keynesian, desarrollan las condiciones de equilibrio y determinación para cada caso, tambien proponen una tecnica de solución al observar que las tecnicas disponibles no son apropiadas, para tal fin recurren a McCallum (1983,2004) y plantean una solución por Minimal State Variable criterium . Por ultimo realizan una calibración de los parametros de cada modelo, y evaluan las funciones de impulso respuesta comparandolas con Lubik Schorfeide (2004) y con Rabanal (2004).

Davig,T; Leeper, E (2009) En ambiente New Keynesiano modelan el programa de recuperación norteamericano como un cambio en el regimen de politica monetaria y fiscal,esto es, las funciones que definen las reglas de politica cambian segun Markov-Switching, el ambiente incluye rigideces nominales de precios tipo Calvo (1983), para la politica monetaria y fiscal siguen a Davig, Leeper (2006), es decir una regla de Taylor y una ecuación donde la ratio impuestos (de suma fija) producto está en función de la deuda contraída en el periodo anterior, el output gap y la ratio de compras del gobierno-producto. La estimación de los coeficientes para las ecuaciones de politica la realizan a partir del filtro de Hamilton. La técnica usada para resolver el modelo es la propuesta en Davig, Leeper (2008).

Davig,T; Leeper, E (2010) Presentan una digresión sobre las tecnicas de solución propuestas por Davig-Leeper (2007) y Farmer et al(2009), argumentando que la propuesta de estos ultimos es un caso particular, de la conocida MSV solutios. Por tanto concluyen que el principio de taylor generalizado propuesto en Davig-Leeper(2007) es valido aun en el contexto de soluciones "non MSV" propuesto en Farmer et al (2009).

Farmer,R; Wagoner,D; Zha,T (2009): Desarrollan las condiciones necesarias y suficientes para una larga clase de modelos MSRE con "forward looking",siguiendo la logica de Lubik-Schorfeide (2004), toda solucion de equilibrio puede dividirse en dos partes una parte estable y otra que corresponde al "sunspot".Toman como ejemplo el modelo mostrado por Lubik-Schorfeide, ademas toman un conjunto de valores posibles para los parametros de la función de politica y matriz de transición. Concluyen que toda solución de MSRE, puede escribirse segun el formato de Lubik-Schorfeide, y ademas que las soluciones MSV, están incluidas en las soluciones allí planteadas.

Carravetta,F;Sorge,M (2011): Plantean una forma rigurosa (en el marco de teoria de procesos estocasticos), presenta un algoritmo de solución recursivo basado en el filtro de Kalman, la solución descansa sobre el principio de "mean square stability". Prueban la existencia de una solución de equilibrio, para una

clase general de funciones medibles, que dependen de los estados observables de la naturaleza.

Kwak,B(2013): La idea es poder responder si existe una solución determinada para un modelo MSRE, ante las distintas combinaciones de política monetaria y fiscal "PM/AF" como las propuestas por Leeper (1991). Se basa en el ambiente de Cochrane 2011 para un modelo N-K con coeficientes fijos, derivan las condiciones de determinación propuestas en Davig Leeper(2007) necesarias y suficientes para la existencia del Principio Generalizado de Taylor, usando la condición de Cho(2013) encuentran que las regiones indeterminadas para combinaciones de política monetaria y fiscal.

Hoppner,F;Assenmacher-Wesche,K(2001): estudian los efectos de la política fiscal en Alemania para ello plantean un modelo de ecuación de consumo Keynesiana, permitiendo que los parámetros hagan "switching", estiman las probabilidades de transición a la Hamilton (1989), donde encuentran dos regímenes distintos uno consistente con la hipótesis keynesiana y otro con el enfoque Neoclásico.

Seoane(2010): Estudia para una economía pequeña y abierta, el efecto del "switching" de política monetaria y fiscal, la estimación es realizada para México, parten de un ambiente Neo-Keynesiano con precios a la Calvo (1983) para economías abiertas, para resolver el modelo utilizan el método de perturbación propuesto por Foerter,Rubio-Ramirez,Waggoner y Zha(2010) que constituye una extensión del método de perturbación para el ambiente MSRE.

Mavromatis,K(2012): Estudian los efectos de cambios de régimen en economías externas pero relacionadas la "doméstica" desde dos ópticas, no estructural o "ad-hoc" y desde un punto de vista estructural, en el primer punto se encargan de encontrar evidencia sobre la existencia de cambios de régimen en la zona Euro y en EEUU, para ello estiman un VAR-S en el cual encuentran significativo la presencia de al menos dos regímenes distintos, seguidamente testean la adecuación de un modelo de regla de Taylor con cambios de régimen gobernados por una cadena de Markov, para evaluar la función de verosimilitud utilizan el filtro de Hamilton, identificando como significativa la presencia de dos estados. El análisis estructural parte desde un ambiente "Neo-Keynesiano" con precios rígidos a la Calvo (1983) y consumo persistente. El modelo es resuelto a través del algoritmo de Farmer,Waggoner,Zha (2011), encuentran que dado un cambio de régimen en una economía externa pero relacionada, la mejor respuesta de la autoridad monetaria local adaptar la política actual, para así eliminar efectos negativos, por otro lado para la economía externa también es óptimo que la economía doméstica reaccione "óptimamente" en términos de desempeño del output el consumo y por tanto del bienestar.

Alstadheim,R;Bjorland,H;Maih,J(2013):Retoman la pregunta de Lubik,Schorfeide (2007) de si los bancos centrales responden a los cambios en la tasa de cambio,



haciendo que el modelo incorpore "switching" de regimenes para identificar de forma consistente los cambios en el regimen de política, proponen un MSRE para cuatro países a saber: Suecia, Noruega, Canadá y Reino Unido) con datos del periodo 1982-2013, el ambiente elegido es una versión simplificada del modelo neo keynesiano utilizado por Gali y Monacelli (2005) para economías pequeñas y abiertas. Para resolver el modelo utilizan el algoritmo de Maih (2012) el cual es una extensión de Farmer et al (2012), la estimación de las probabilidades de transición es realizada con una adaptación del filtro de Kim, agregando en el paso de "smoothing" el procedimiento desarrollado por Durbin y Koopman (2012). Para los cuatro países encuentran significativos los cambios de regimen, en particular para el caso de Noruega, la evidencia es consistente con una declinación en la respuesta de la política monetaria a la tasa de cambio, después de implementar "inflation targeting".

Svensen, A (1997): Propone algunas restricciones sobre la matriz de transición del proceso markoviano, luego provee una explicación de como extender el algoritmo EM, para esta restricción. Aplica esta estimación para datos trimestrales del PBI de Noruega en un periodo que abarca 1966:q1-1993:q4 y datos del consumo privado con la misma frecuencia en igual periodo. El algoritmo propuesto identifica cambios regimen en la serie del PBI mientras que para el caso del consumo agregado, no encuentran evidencia suficiente que soporte la hipótesis.

Goncalves, C; Portugal, M; da Silva Bejarano Aragon, E (2016): Estiman para Brasil un modelo MSRE, parten de resultados de intentos de estimación de modelos son rechazados por la evidencia empirica. El ambiente elegido se basa en Gali y Monacelli (2005), el método de solución del modelo es el planteado por Farmer et al (2008). Las probabilidades de transición son estimadas utilizando el filtro de Kim. Encuentran que el ambiente MSRE brinda un ajuste superior a los datos de la economía de Brasil.

Bianchi, F; Melosi, L (2015): Estiman un modelo MS-DSGE donde los agentes pueden aprender de la historia de los regimenes adoptados en el pasado, en otras palabras pueden aprender del comportamiento del policy maker, esto constituye una relajación del usual supuesto de racionalidad con "full information", dando paso a una idea de racionalidad en un marco de información incompleta "los agentes saben que no saben". Hacen una explicación formal del mecanismo de aprendizaje en el contexto planteado, y luego realizan una aplicación a un modelo de RBC simple. Para resolver el modelo emplean el algoritmo de Farmer et al (2008). Las conclusiones alcanzadas se enmarcan dentro del Information Choice, y no son relevantes para el presente estudio.

Liu, Z; Waggoner, D; Zha, T (2010): Permiten que la regla de inflation targeting del banco central tenga cambios en los parametros de acuerdo a un Markov Switching Model. Encuentran evidencia de la existencia de dos regimenes en la varianza del shock. El ambiente elegido es un modelo neo keynesiano siguiendo

a Smeets y Wouters (2007), con precios rígidos a la Calvo (1983). La evaluación de la función de verosimilitud es realizada por MCMC, y las probabilidades de transición son estimadas utilizando el algoritmo EM. Los datos utilizados corresponden a series trimestrales de EEUU que abarcan el periodo 1959:q1-2007:q4. Por último no encuentran evidencia de cambios en el inflation targeting, esto es, los cambios de régimen detectado corresponden a cambios en la varianza del shock de la ecuación que define la política monetaria.

Gonzalez-Astudillo, M (2014): Estudia MSRE en un modelo neo keynesiano, plantea una regla de Taylor en la que la tasa de interés tiene una cota inferior igual a cero, es decir los datos obtenidos están truncados, allí discute el problema de identificación usual en modelos de regresiones truncadas, y muestra que la técnica de estimación para Markov-Switching no estima consistentemente los coeficientes de la ecuación de política. La estimación de los parámetros, es realizada a partir de una reespecificación del filtro de Hamilton (1989), que contempla un modelo con variables truncadas Tobit.

Davig, T; Doh, T (2008): Estiman tres MS-New-Keynesian, con diferentes combinaciones de regímenes de política posibles, la solución de cada modelo la hacen siguiendo a Davig, Leeper (2007) por coeficientes indeterminados. Para estimar las probabilidades de transición recurren al algoritmo de Metropolis-Hastings para construir la función de verosimilitud siguiendo la técnica de MCMC. La estimación es realizada sobre datos de la economía de EEUU, correspondiente a series trimestrales abarcando el periodo 1952:q1-2007:q4. Concluyen que es necesaria una política monetaria activa (en sentido de Leeper 1991) acompañada de un régimen de baja volatilidad de los shocks, a fin de que el modelo produzca una reducción en la persistencia de la inflación.

A modo de resumen, seguido a los artículos seminales ya comentados, aparece una generación entera de papers que incorpora ciertas reformas al modelo MS-NK usual para intentar mejorar el ajuste a los datos observados a saber: Davig, Doh (2008), Liu, Z; Waggoner, D; Zha, T (2010), Bianchi, F; Melosi, L (2015), Seoane (2010); por otro lado otra camada de trabajos está íntimamente relacionado con la extensión de los mismos: Kwak, B (2013), Gonzalez-Astudillo, M (2014); Carravetta, F; Sorge, M (2011) en los casos restantes corresponde a estudios de naturaleza variada, que incluyen aplicaciones de las herramientas a casos particulares, o mejoras en la técnica de construcción de la función de verosimilitud. Por otro lado ninguna de las referencias mencionadas, utiliza un modelo simple de RBC para estudiar los resultados de cambios en los regímenes de política en el desempeño de las variables macro, y tan solo Alstadheim, R; Bjorland, H; Maih, J (2013) incluyen dentro de su muestra de aplicación el caso puntual de la economía Noruega dentro del Ambiente MSRE. En adelante se procede a una explicación detallada del modelo utilizado, y la técnica de solución empleada.

### 3 El Modelo

Una economía poblada por un continuo de agentes indizados por  $i \in [0, 1]$  tiene preferencias idénticas denotadas por  $U(c_t, h_t)$ , los agentes de esta economía pueden consumir una canasta de bienes  $c_t$  a los precios  $P_t$ , retener dinero  $M_t$  (saldos nominales) los fondos disponibles para un agente provienen del trabajo  $w_t h_t$  donde  $h_t$  son las horas trabajadas en  $t$  y  $w_t$  es el salario nominal percibido por una hora de trabajo, y de la inversión en capital  $k_t$  que retribuye una tasa de interés  $r_t$  el individuo usa el dinero para transacciones y enfrenta una restricción de cash in advance, el problema del agente representativo para esta economía es:

$$\max E_t \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(c_t, h_t) \quad (1)$$

$$\begin{aligned} BC & : P_t C_t + m_{t+1} + r_t i_t \leq P_t (w_t h_t + r_t k_t) + m_t + T_t \\ CIAC & : P_t C_t \leq m_t + T_t \end{aligned} \quad (2)$$

El dinero es emitido por el gobierno quien satisface una restricción presupuestaria a saber:

$$T_t = M_{t+1} - M_t \quad (3)$$

$$M_{t+1} = \mu_{t+1} M_t \quad (4)$$

$$\ln \mu_{t+1} = \rho(s_t) \log \mu_t + \varepsilon_{t+1}^1(s_{t+1}) \quad (5)$$

$$\varepsilon_{t+1}(s_t) \sim N(0, \sigma^2(s_{t+1}))$$

Supongamos que el trabajo es indivisible: usando la especificación de Hansen (1989)

$$U(c_t, h_t) = \log c_t + A \alpha_t \log(1 - h_t)$$

$$U(c_t, l_t) = \log c_t + B l_t$$

y la restricción se convierte en (siguiendo a Hansen 1989)

$$P_t C_t + m_{t+1} + r_t i_t = P_t w_t (1 - l_t) + P_t r_{t+1} k_t + m_t$$

las firmas:

Tenemos un continuo de firmas que producen bienes diferenciados:

$$y_t = A_t K_t^\theta H_t^{1-\theta}$$

La ley de movimiento del capital.

$$\dot{k}_t = k_{t+1} - (1 - \delta) k_t$$

El shock a la productividad

$$\begin{aligned} \log A_{t+1} &= \log A + \rho_2 \log A_t + \varepsilon_{t+1} \\ \varepsilon_{t+1} &\sim iid N(0, \sigma^2) \end{aligned}$$

Problema del Agente

$$max \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [\log c_t + B l_t] \quad (6)$$

$$\begin{aligned} &S.A \\ P_t C_t + m_t + P_t (k_{t+1} - (1 - \delta) k_t) &= P_t w_t (1 - l_t) + P_t r_t k_t + m_{t-1} + T_t \\ c_t &= y_t \\ CIAC &: P_t C_t \leq m_{t-1} + T_t \end{aligned}$$

Este problema se resuelve usando programación dinamica usual, segun Hansen (1985).

Lagrangiano del problema

$$\mathcal{L}(c_t, l_t, \lambda_t, B_t, \nu_t) = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t E_t \left[ \log c_t - B l_t + \lambda_t \begin{pmatrix} P_t w_t (1 - l_t) + P_t r_t k_t + m_{t-1} - P_t C_t - m_t - \\ P_t (k_{t+1} - (1 - \delta) k_t) \\ + \nu_t (m_{t-1} + T_t - P_t C_t) \end{pmatrix} \right]$$

CPO:

$$\begin{aligned} C_t : \frac{1}{C_t} &= P \lambda_t + P_t \nu_t \\ l_t : B &= \lambda_t P_t w_t \end{aligned}$$

$$K_{t+1} : P_t \lambda_t = \beta E_t \{ P_{t+1} \lambda_{t+1} (r_{t+1} + (1 - \delta)) \}$$

$$m_t : \lambda_t = \beta E_t \{ \lambda_{t+1} + \nu_{t+1} \}$$

dos definiciones utiles :

Def1:  $\hat{w}_t = \frac{w_t}{P_t}$

Def 2: La tasa de inflación

$$\pi_{t+1} = \frac{P_{t+1}}{P_t} - 1$$

Entonces  $\frac{P_{t+1}}{P_t} = 1 + \pi_{t+1}$  y nuestra ecuación queda

$$B \frac{1}{\hat{w}_t} = \beta E_t \left[ \frac{1}{(1 + \pi_{t+1})} \frac{1}{c_{t+1}} \right]$$

Aplicando las deficiones anteriores

$$\frac{1}{c_t} = \beta E_t r_{t+1} \left[ \frac{1}{c_{t+1}} \frac{1}{(1 + \pi_{t+1})} \right]$$

en la expresión para  $c_t$

$$\frac{B}{w_t} = \beta E_t \frac{B}{w_{t+1}} \{ r_{t+1} + 1 - \delta \}$$

$$\frac{1}{w_t} = \beta E_t \frac{1}{w_{t+1}} \{ r_{t+1} + 1 - \delta \}$$

Tomando  $B \frac{1}{\hat{w}_t} = \beta E_t \left[ \frac{1}{(1 + \pi_{t+1})} \frac{1}{c_{t+1}} \right]$  y definiendo  $\hat{p}_t = \frac{P_t}{M_t}$  se deduce que  $P_t = \hat{p}_t M_t$   $\frac{P_t}{P_{t+1}} = \frac{\hat{p}_t M_t}{\hat{p}_{t+1} M_{t+1}} = \frac{\hat{p}_t}{\hat{p}_{t+1}} \frac{1}{\mu_{t+1}}$  lo que implica que

$$B \frac{1}{w_t} = \beta E_t \left[ \frac{1}{(1 + \pi_{t+1})} \frac{1}{c_{t+1}} \right] = \beta E_t \left[ \frac{\hat{p}_t}{\hat{p}_{t+1}} \frac{1}{\mu_{t+1}} \frac{1}{c_{t+1}} \right]$$

$$B \frac{1}{w_t} = \beta E_t \left[ \frac{\hat{p}_t}{\hat{p}_{t+1}} \frac{1}{\mu_{t+1}} \frac{1}{c_{t+1}} \right]$$

de la CIAC si es activa ("bind")

$$P_t C_t = m_{t-1} + T_t = m_{t-1} + T_t = m_{t-1} + (\mu_{t+1} - 1) M_t = \mu_{t+1} M_t$$

$$\text{entonces } P_t C_t = \mu_t M_{t-1}$$

$$P_t C_t = M_t$$

$$\hat{p}_t C_t = 1$$

y en equilibrio  $m_t = M_t$

$$B \frac{1}{w_t} = \beta E_t \left[ \frac{\hat{p}_t}{\mu_{t+1}} \frac{1}{c_{t+1}} \right]$$

El Problema de la firma

Función de beneficio de la firma

$$\Pi_t = P_t A_t k^{1-\alpha} l_t^\alpha - \Psi(y_t(i)) \text{ asociado al costo } \Psi(y_t) = P_t r_t k + P_t w_t l_t$$

Enfrenta el problema de

$$\max P_t A_t k^{1-\alpha} l_t^\alpha - \Psi(y_t)$$

CPO

$k_t(i)$  :

$$(1 - \alpha) \frac{y_t}{k_t} = r_t$$

$$(1 - \alpha) A_t \left( \frac{l_t}{k_t} \right)^\alpha = r_t$$

$l_t(i)$  :

$$\alpha \frac{y_t}{l_t} = w_t$$

$$\alpha A_t \left( \frac{k_t}{l_t} \right)^{1-\alpha} = w_t$$

El estado estacionario no estocastico

$$\text{De la condición de equilibrio } B \frac{1}{w_t} = \beta E_t \left[ \frac{\hat{p}_t}{\hat{p}_{t+1}} \frac{1}{\mu_{t+1}} \frac{1}{c_{t+1}} \right]$$

$$\bar{C} = \frac{\beta \bar{w}}{B \bar{\mu}}$$

Tomando  $\frac{1}{w_t} = \beta E_t \frac{1}{w_{t+1}} \{r_{t+1} + 1 - \delta\}$  tenemos

$$\bar{r} = \frac{1}{\beta} - 1 + \delta$$

Tomando

$$y_t = A_t k^{1-\alpha} l_t^\alpha$$

$$\bar{y} = \bar{A} \bar{k}^{1-\alpha} \bar{l}^\alpha$$

$$\text{Y de } (1 - \alpha) A_t \left( \frac{l_t}{k_t} \right)^\alpha = r_t$$

$$\frac{\bar{r}}{(1-\alpha)\bar{A}} = \left( \frac{\bar{l}}{\bar{k}} \right)^\alpha$$

$$\left( \frac{(1-\alpha)\bar{A}}{\bar{r}} \right)^{\frac{1}{\alpha}} = \frac{\bar{k}}{\bar{l}}$$

Tomando

$$\alpha A_t \left( \frac{k_t}{l_t} \right)^{1-\alpha} = w_t \quad \alpha A_t \left( \frac{\bar{k}}{\bar{l}} \right)^{1-\alpha} = \bar{w}$$

nos queda:

$$\alpha A^{\frac{1}{\alpha}} \left( \frac{(1-\alpha)}{\bar{r}} \right)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} = \bar{w}$$

De la ecuación:

$$i_t = k_{t+1} - (1 - \delta) k_t$$

$$\bar{i} = \delta \bar{k}$$

Tomo la ecuación:

$\left( \frac{(1-\alpha)\bar{A}}{\bar{r}} \right)^{\frac{1}{\alpha}} = \frac{\bar{k}}{\bar{l}}$  despejando para  $\bar{l}$  juntando con el nss de la función de producción y obtengo

$$\bar{y} = \bar{A} \bar{k}^{1-\alpha} \left\{ \bar{k} \left[ \frac{(1-\alpha)\bar{A}}{\bar{r}} \right]^{-\frac{1}{\alpha}} \right\}^{\alpha}$$

y nos queda

$$\bar{y} = \frac{\bar{r}}{(1-\alpha)\bar{A}} \bar{k}$$

De la restricción presupuestaria:

$$P_t C_t + m_t + P_t (k_{t+1} - (1 - \delta) k_t) = P_t w_t (1 - l_t) + P_t r_t k_t + m_{t-1} + T_t$$

Cuando la CIAC está activa  $P_t C_t = m_t + T_t$

$$m_t + P_t k_{t+1} - P_t (1 - \delta) k_t = P_t w_t (1 - l_t) + P_t r_t k_t$$

$$m_t + P_t k_{t+1} - P_t (1 - \delta) k_t = P_t w_t (1 - l_t) + P_t r_t k_t$$

$$\frac{m_t}{p_t} + k_{t+1} - (1 - \delta) k_t = w_t (1 - l_t) + r_t k_t$$

Como  $A_t k^{1-\alpha} l_t^\alpha$  es homogénea de grado 1 entonces

$$w_t (1 - l_t) + r_t k_t = y_t$$

Entonces nos queda

$$\frac{m_t}{p_t} + i_t = y_t$$

Tomo

$$\frac{m_t}{p_t} = \frac{1}{\hat{p}_t}$$

$$\frac{1}{\hat{p}_t} + i_t = y_t$$

El nss de para esta ecuación es

$$\bar{y} = \frac{1}{\bar{p}} + \bar{i}$$

reemplazando por las ecuaciones de nss de  $\bar{i}$  e  $\bar{y}$  tenemos

$$\frac{\bar{r}}{(1-\alpha)\bar{A}}\bar{k} = \frac{1}{\bar{p}} + \delta\bar{k}$$

de lo cual obtenemos:

$$\left\{ \left( \frac{\bar{r} - \delta(1-\alpha)\bar{A}}{(1-\alpha)\bar{A}} \right) \bar{k} \right\}^{-1} = \hat{p}$$

Tomamos ahora:

$$\hat{p}_t C_t = 1$$

$$\left\{ \left( \frac{\bar{r} - \delta(1-\alpha)\bar{A}}{(1-\alpha)\bar{A}} \right) \bar{k} \right\}^{-1} \bar{C} = 1$$

$$\bar{C} = \left\{ \left( \frac{\bar{r} - \delta(1-\alpha)\bar{A}}{(1-\alpha)\bar{A}} \right) \bar{k} \right\}$$

$$\bar{k} = \frac{\bar{C}}{\left( \frac{\bar{r} - \delta(1-\alpha)\bar{A}}{(1-\alpha)\bar{A}} \right)}$$

El sistema linearizado nos queda:

$$-\hat{c}_t = E_t \{ \hat{r}_{t+1} - [\hat{c}_{t+1} - \hat{\pi}_{t+1}] \}$$

$$\hat{w}_t = E_t [-\hat{c}_{t+1} - \hat{\pi}_{t+1}]$$

$$\hat{y}_t - \hat{l}_t = \hat{w}_t$$

$$\hat{y}_t - \hat{k}_t = \hat{r}_t$$

$$\delta \hat{v}_t = \hat{k}_{t+1} - (1 - \delta) \hat{k}_t$$

$$\frac{1}{\hat{p}_{t+1}} + i_t = y_t$$



$$\widehat{p}y_t = \widehat{p}\widehat{w}_t - \widehat{p}_t$$

$$y_t = A_t k_t^{1-\alpha} l_t^\alpha$$

$$\widehat{y}_t = \widehat{A}_t + (1-\alpha)\widehat{k}_t + \alpha\widehat{l}_t$$

$$\widehat{p}_t C_t = 1$$

$$\widehat{P}_t + \widehat{C}_t = 0$$

$$B \frac{1}{w_t} = \beta E_t \left[ \widehat{p}_t \frac{1}{\mu_{t+1}} \right]$$

$$-\widehat{w}_t = E_t \left[ \widehat{p}_t - \widehat{\mu}_{t+1} \right]$$

$$\widehat{w}_t + \widehat{p}_t = E_t \left[ \widehat{\mu}_{t+1} \right]$$

$$\widehat{w}_t + \widehat{p}_t = \rho(s_t) \mu_t$$

$$\widehat{w}_t + \widehat{p}_t - \rho(s_t) \mu_t = 0$$

$$\widehat{A}_{t+1} = \rho_2(s_t) \widehat{A}_t + \varepsilon_{t+1}(s_t)$$

$$\widehat{\mu}_{t+1} = \rho(s_t) \widehat{\mu}_t + \varepsilon_{t+1}^1(s_{t+1})$$

## 4 Solución y estimación

Para obtener una solución numerica al modelo log-linearizado planteado en la sección anterior el procedimiento usual, es transformarlo en una ecuación de tipo

$$AX_t = BX_{t-1} + C\varepsilon_t + D\eta_t$$

Que es una representación de forma reducida y es necesario aclarar que  $X_t = \begin{bmatrix} y_t' & z_t' & E_t y_{t+1}' \end{bmatrix}$  lo cual es equivalente al planteamiento estandar de Uhlig (1999), y poder encontrar una ley de movimiento para las variables endogenas del modelo.

Según proponen Farmer et al(2011) encontrar una solución de equilibrio para Rational Expectation Markov Switching Model consiste en resolver de forma analoga al método usual pero agregando la posibilidad de que las matrices de

coeficientes  $A, B, C, D, F, H, J, K, L, M$  dependen del estado  $s_t$  entonces habrá que encontrar una solución de la forma:

$$A(s_t) X_t = B(s_t) X_{t-1} + C(s_t) \varepsilon_t + D(s_t) \eta_t \quad (7)$$

Las matrices

$$A(s_t) = \begin{bmatrix} a_1(s_t)_{(n-l) \times n} \\ a_2(s_t)_{l \times n} \end{bmatrix}; \quad B(s_t) = \begin{bmatrix} b_1(s_t)_{(n-l) \times n} \\ b_2(s_t)_{l \times n} \end{bmatrix}; \quad C(s_t) = \begin{bmatrix} c_1(s_t)_{(n-l) \times k} \\ c_2(s_t)_{l \times k} \end{bmatrix};$$

$$D(s_t) = \begin{bmatrix} 0_{(n-l) \times l} \\ I_{l \times l} \end{bmatrix}$$

la Solución MSV (McCallum(1983)) "Consiste en basicamente aplicar coeficientes indeterminados", debe agregarse a la ley de movimiento obtenida la condición necesaria que debe satisfacer para ser MSV "que no es posible adicionalmente eliminar ninguna variable", esto no implica que la solución obtenida es estable o "bubble free" solo implica que cualquier otra ley de movimiento que es candidata a ser solución distinta de MSV, es reducible, en terminos del algebra lineal, cualquier el conjunto de soluciones validas es generado por las soluciones que satisfacen MSV, en sintonia con lo planteado por Davig, Leeper (2010). Esto tampoco implica unicidad de las soluciones MSV.

Teorema 1 Farmer et al (2011):

si el proceso  $\{x_t, \eta_t\}_{t=1}^{\infty}$  es una solución de tipo MSV del sistema (5) entonces:

$$\begin{aligned} x_t &= V_i F_{1,i} x_{t-1} + V_i G_{1,i} \varepsilon_t \\ \eta_t &= -(F_{2,i} x_{t-1} + G_{2,i} \varepsilon_t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [A(i) V_i \quad D] \begin{bmatrix} G_{1,i} \\ G_{2,i} \end{bmatrix} &= B(i) \\ [A(i) V_i \quad D] \begin{bmatrix} F_{1,i} \\ F_{2,i} \end{bmatrix} &= \Psi(i) \end{aligned}$$

$$(\sum p_{ij} F_{2,i}) V_j = 0$$

Esta solución es estacionaria si y solo si los autovalores de

$$(P \otimes I_{n^2}) \text{diag}(V_1 F_{1,1} \otimes V_1 F_{1,1}, \dots, V_h F_{1,h} \otimes V_h F_{1,h})$$

Están todos dentro del circulo unitario.

Como  $D(s_t) = [0_{(n-l) \times l} \quad I_{l \times l}]'$  la matriz  $[A(i) V_i \quad D]$  es invertible si  $A(i) V_i$  el bloque superior de orden  $(n-l) \times (n-l)$  es invertible, para introducir el algoritmo de solución sin perdida de generalidad asumamos que:

$$A(i) V_i = \begin{bmatrix} I_{n-l} \\ -X_i \end{bmatrix} \text{ para alguna matriz } -X_j \text{ de orden } l \times (n-l)$$

$$F_{2,i} = \begin{bmatrix} 0_{l \times (n-l)} & I_{l \times l} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A(i) V_i & D \end{bmatrix}^{-1} B(i) = \begin{bmatrix} X_i & I_l \end{bmatrix} B(i)$$

con lo cual

$$\sum_{j=1}^h p_{ij} \begin{bmatrix} X_i & I_l \end{bmatrix} B(i) A(i)^{-1} \begin{bmatrix} I_{n-l} \\ -X_i \end{bmatrix} = 0$$

Ahora definimos

$$X \in \mathfrak{R}^{hl(n-l)} \text{ y } f_j : \mathfrak{R}^{hl(n-l)} \longrightarrow \mathfrak{R}^{hl(n-l)}$$

Por

$$f_j(X) = \sum_{j=1}^h p_{ij} \begin{bmatrix} X_i & I_l \end{bmatrix} B(i) A(i)^{-1} \begin{bmatrix} I_{n-l} \\ -X_i \end{bmatrix}$$

Por ultimo

$$f(X) = (f_1(X), \dots, f_h(X))$$

Encontrar la solución de equilibrio es equivalente a encontrar las raíces de  $f(X) = 0$  se puede resolver aplicando una variante del algoritmo de Newton.

$$vec(X^{j+1}) = vec(X^j) - f'(X) vec(X^j)$$

$$f'(X) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial X_1}(X) & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial X_h}(X) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_h}{\partial X_1}(X) & & \frac{\partial f_h}{\partial X_h}(X) \end{bmatrix}$$

Que es una versión generalizada del método de Newton para funciones de varias variables que puede verse en Judd (1999).

Para aplicar dicho algoritmo es necesario conocer las matrices  $A(s_t)$ ,  $B(s_t)$ ,  $C(s_t)$ ,  $D(s_t)$ , estas se construyen a partir de los parametros del modelo como fue especificado, tambien es necesario elegir una técnica que permita estimar apropiadamente los mismos, en este trabajo se elije estimar las probabilidades de transicion usando el filtro de Hamilton(1989).

El filtro de Hamilton, es ampliamente utilizado como técnica para consutruir la función de verosimilitud del modelo de Markov Switching Regression, se presenta una forma simple que puede verse en Kim , Nelson (1999), Perlin M(2015), Hamilton (1994) considere primero el modelo

$$\begin{aligned} y &= \mu_{s_t} + \varepsilon_t \\ s_t &= 1, 2 \\ \varepsilon_t &\sim N(0, \sigma_{s_t}^2) \end{aligned}$$

La función de verosimilitud está dada por:

$$\ln L = \sum_{t=1}^T \log \left( \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{s_t}^2}} \exp \left( -\frac{(y_t - \mu_{s_t})^2}{2\sigma_{s_t}^2} \right) \right)$$

Asumiendo que cada estado  $s_t$  ocurre con probabilidad  $P(s_t = j)$  llamando a  $\log \left( \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{s_t}^2}} \exp \left( -\frac{(y_t - \mu_{s_t})^2}{2\sigma_{s_t}^2} \right) \right) = f(y_t | s_t = j; \Theta)$  tenemos que

$$\underbrace{\sum_{t=1}^T \log \left( \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{s_t}^2}} \exp \left( -\frac{(y_t - \mu_{s_t})^2}{2\sigma_{s_t}^2} \right) \right)}_{=} = \sum_{t=1}^T f(y_t | s_t = j) P(s_t = j)$$

Sea  $I_{t-1}$  la información disponible hasta t-1 .

Algoritmo:

1) Fijar las probabilidades iniciales para estado  $P(s_0 = j)$   $j = 0, 1$  o las probabilidades de estado estacionario que corresponden a

$$P(s_0 = 1 | I_0) = \frac{1 - p_{11}}{2 - p_{11} - p_{22}}$$

$$P(s_0 = 0 | I_0) = \frac{1 - p_{22}}{2 - p_{11} - p_{22}}$$

2) Fijar t=1 y calcule la probabilidad de cada estado dada la información de t-1 según

$$P(s_t = j | I_{t-1}) = \sum_{j=1}^2 p_{ji} P(s_{t-1} = j | I_{t-1})$$

3) Actualizar la probabilidad con la información  $I_t$

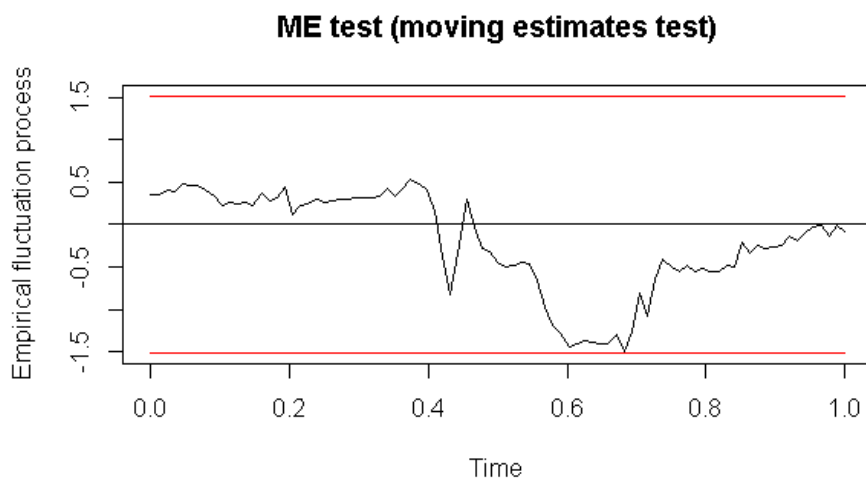
$$P(s_t = j | I_t) = \frac{f(y_t | s_t = j; I_t) P(s_{t-1} = j | I_{t-1})}{\sum_{j=1}^2 f(y_t | s_t = j; I_t) P(s_{t-1} = j | I_{t-1})}$$

4) En  $t+1$  repetir 2-3, hacerlo hasta  $t = T$

Los datos utilizados corresponden a series trimestrales del Norges Bank de Noruega para el caso del PIB, la Formación Bruta de Capital Fijo, y la emisión monetaria, para un periodo que abarca desde 1997:Q1 hasta 2015:Q2.

## 5 Resultados

A primera vista los resultados obtenidos rechazan la hipótesis de cambio estructural en la emisión monetaria, al realizar el contraste de coeficientes recursivos (CUSUM) obtenemos siguiente resultado:



El cambio detectado en los coeficientes no es estadísticamente significativo, pues no supera las bandas de confianza.

el estadístico reportado y el p-value son:

Stadístico-F	p-value
1.0155	0.2537

El cual acepta la hipótesis de no cambio de régimen

Los parámetros estimados por aplicando maximización directa de la función de verosimilitud, tal y como aparece en la sección anterior son los siguientes

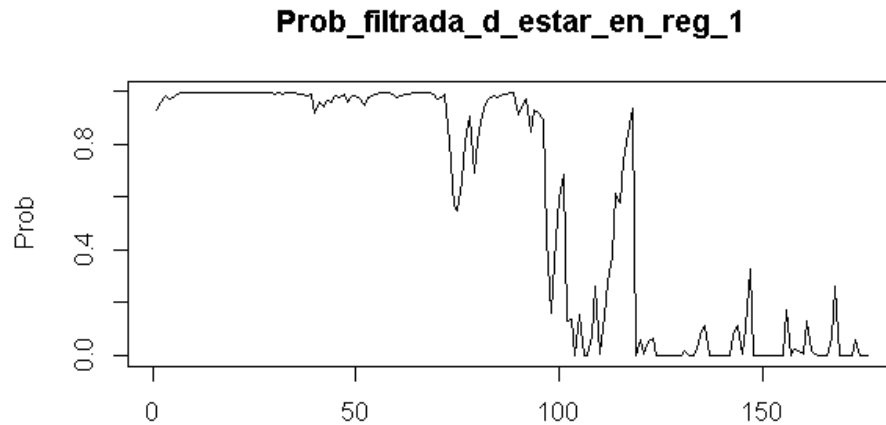
Parametro	Estimación	std
$\rho(s_t = 0)$	-0.177	(0.1076)
$\rho(s_t = 1)$	-0.276	(0.117)
$\hat{\sigma}^2(s_t = 0)$	0.028*	(0.002)
$\hat{\sigma}^2(s_t = 1)$	0.113*	(0.0107)
$\hat{p}_{11}$	0.9957	(NA)
$\hat{p}_{22}$	0.0719	(NA)

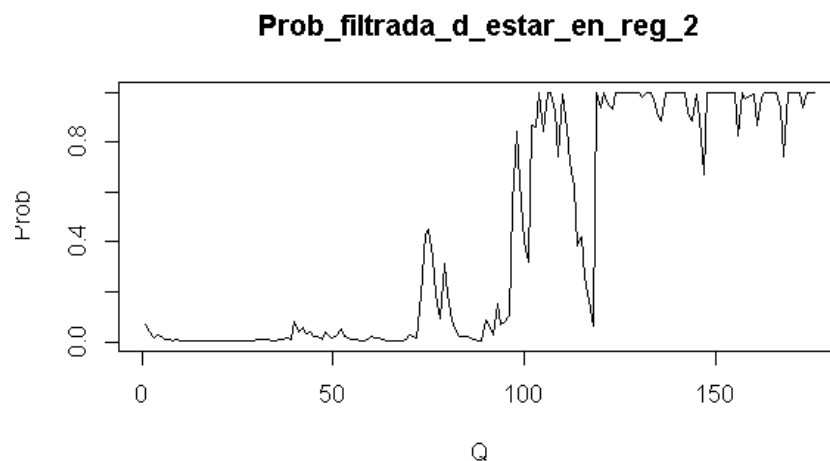
\*Significativo al 1%, \*\* Significativo al 5%

Las probabilidades de transición estimadas aplicando el filtro de Hamilton,

$$P = \begin{pmatrix} 0.9957 & 0.9281 \\ 0.0043 & 0.0719 \end{pmatrix}$$

Con lo cual de existir cambios de regimen, una vez estando en el regimen 2 de alta varianza, es muy probable cambiar de regimen. Las probabilidades de estar en cada regimen para cada periodo son graficadas a continuación,





Gráficamente es posible identificar tres cambios de régimen, consistente con la evidencia encontrada por Alstadheim, et al (2013), con la diferencia que en este estudio los regímenes estimados no son significativos, este resultado es corroborado aplicando el algoritmo EM que se encuentra programado en R. Al igual que el código con el cual se realizó la estimación por máxima verosimilitud implementado en este caso de confección propia es basado en Bell, R; Stigler, M (2010).

## 6 Conclusión:

A pesar de la evidencia recabada en favor de la intuición acerca de la existencia de un cambio de régimen, en la emisión monetaria en Noruega a partir de 1992, se encuentra el cambio de régimen no significativo para el periodo estudiado la existencia de cambios en los regímenes de política monetaria. Lo cual contrasta con lo presentado por Alstadheim, et al (2013), las diferencias fundamentales corresponden al uso de series sin filtrar, por otro lado el trabajo mencionado utiliza MCMC para evaluar y el filtro de Kim. Al no encontrar evidencia en favor del cambio estructural estimando por máxima verosimilitud, no tiene sentido avanzar en el análisis de tipo MSRE, debido no quedan apropiadamente identificados los cambios que se pretenden modelar, por otro lado el modelo planteado es en extremo simplificado, y la capacidad para reproducir los ciclos económicos está ampliamente documentada.

Queda para análisis posterior, estudiar la existencia de cambios de régimen bajo un esquema teórico distinto para guiar el análisis econométrico, es decir partir de otra ecuación de política económica utilizar otra técnica para evaluar el likelihood, partiendo del código generado, el cual es bastante natural y simple de leer.

**Referencias:**

- Alstadheim,R;Bjorland,H;Maih,J(2013) "Do Central bank respond to exchange rate movements? a Markov-Switching Structural Investigation". Norges Bank Working Paper N°24 2013. Retrieved from [http://www.norges-bank.no/pages/98285/Norges\\_Bank\\_Working\\_Paper\\_2013\\_24.pdf](http://www.norges-bank.no/pages/98285/Norges_Bank_Working_Paper_2013_24.pdf)
- Carravetta , S (2011) "On The Solution Of Markov-Switching Rational Expectation Models". Bonn Econ Discussion Papers 05/2011. Retrieved from <http://www.iasi.cnr.it/reports/R11001/R11001.pdf>
- Cho, S. (2012)." Characterizing Markov-Switching Rational Expectations Models". Available at SSRN 1468331. Working paper series. Retrieved from <https://www.frbatlanta.org/-/media/Documents/research/seminars/2013/seminarcho030113.pdf>
- Cooley, T. and Hansen, G. (1989). "The Inflation Tax in a Real Business Cycle Model," *The American Economic Review*, Vol. 79, No. 4 (September), pp. 733-748
- Davig, T.;Leeper, E. M. (2006). "Endogenous monetary policy regime change". In NBER International Seminar on Macroeconomics Julio 2006 (pp. 345-391). University of Chicago Press.
- Davig, T.; Leeper, E. M. (2007). "Generalizing the Taylor Principle".*The American Economic Review*, Jun 2007, N°3, Vol.97, pp 607-635.
- Daving, T.; Leeper, E. M. (2010). "Generalizing the Taylor Principle: Reply".*The American Economic Review*, March 2010 , N° 1, Vol 100 pp 618-624.
- Davig, T.;Leeper, E. M. (2011). "Monetary–fiscal policy interactions and fiscal stimulus". *European Economic Review*, 55(2), 211-227.
- Davig,T;Doh,T (2008). "Monetary Policy Regime Shifts and Inflation Persistence". Research Working Papers, the Federal Reserve of Kansas City. RWP08-16.
- Farmer, Waggoner, Zha (2009) "Understanding Markov-Switching Rational Expectation Models" National Bureau of Economic Research Working Paper 14710
- Farmer, Waggoner (2010) "Generalizing the Taylor Principle: Comment." *American Economic Review*, 100(1): 608-17
- Gali,J;Monacelli,T(2005) "Monetary Policy and Exchange Rate Volatility in a Small Open Economy" *Review Of Economics Studies* N°72; pp 707-734



Gonzalez-Astudillo, M (2014): "Identifying the Stance of Monetary Policy at the Zero Lower Bound: A Markov-switching Estimation Exploiting Monetary-Fiscal Policy Interdependence". Finance and Economics Discussion Series N°97. Divisions of Research & Statistics and Monetary Affairs Federal Reserve Board, Washington, D.C.

Goncalves, C; Portugal, M; da Silva Bejarano Aragon, E (2016) "Assessing Brazilian macroeconomic dynamics using a Markov-switching DSGE model" *EconomiA* vol 17, Enero-Abril pp 23-42.

Hamilton, J.D (1994) "Time Series Analysis" Princeton University Press, Princeton.

Höppner, F; Wesche, K. (2000). Non-linear effects of fiscal policy in Germany: a Markov-switching approach (No. 9/2000). Bonn Econ Discussion Papers.

Kim, C, J; Nelson, C (1999) "State-Space Models with Regime Switching. Classical and Gibbs-Sampling Approaches with Applications". MIT Press, Cambridge Massachusets.

Kwak (2013) "Policy Interaction in the Regime Switching Model: Determinacy and identification". Indiana University working paper.

Leeper, E (1991) "Equilibria under 'active' and 'passive' monetary and fiscal policies". *Journal of Monetary Economics*. Vol 27 (1991), pp 129-147.

McCallum, B.T. (1983) "On Non-Uniqueness in Rational Expectations Models: An Attempt at Perspective," *Journal of Monetary Economics* 11, 139-168.

McCallum, B.T (2003) "The Unique Minimum State Variable RE Solution is E-Stable in All Well Formulated Linear Models ", September 2003, NBER Working Paper N°9960, Retrieved from <http://www.nber.org/papers/w9960>

Mavromatis, K. (2012). "Markov switching monetary policy in a two-country DSGE model". (Job Market Paper) Retrieved from: <http://wrap.warwick.ac.uk/53073/>

Perlin, M (2015) "MS\_Regress-The MAATLAB Package for Markov Regime Switching Models". Retrieved from [https://sites.google.com/site/marceloperlin/matlab-code/ms\\_regress-a-package-for-markov-regime-switching-models-in-matlab](https://sites.google.com/site/marceloperlin/matlab-code/ms_regress-a-package-for-markov-regime-switching-models-in-matlab)

Svensen, A (1997) "Change in regime and Markov models". Discussion papers N° 204. Noviembre 1997. Departamento de Investigación de. "Statistics Norway".