

UNIVERSIDAD TORCUATO DI TELLA

ESCUELA DE ECONOMÍA

MAESTRÍA EN ECONOMETRÍA

**UN MODELO DE EQUILIBRIO GENERAL DINÁMICO Y ESTOCÁSTICO (DSGE)
PARA LA ECONOMÍA ECUATORIANA**

AUTOR:

Eduardo Cabezas Gottschalk

TUTOR:

PhD Francisco J. Ciocchini

Agosto 2016

Un modelo de equilibrio general dinámico y estocástico (DSGE) para la economía ecuatoriana

Eduardo Cabezas Gottschalk

Resumen

El presente documento desarrolla un modelo de equilibrio general dinámico y estocástico para la economía ecuatoriana, con el objetivo de analizar y explicar los ciclos. Para ello, utilizando en un primer momento filtros de descomposición entre ciclo y tendencia, se encuentra que la Inversión y el Gasto Público son los agregados macroeconómicos con mayor volatilidad durante el período de 1965-2015. Sobre estos hechos estilizados se construye un modelo DSGE que incluye una demanda de saldos reales en una economía cerrada y pública. El modelo tiene la capacidad de discutir y evidenciar la neutralidad del dinero sobre las variables reales de la economía al igual que sus efectos en: precios y saldos reales.

El modelo cierra con dos *shocks* estocásticos: productividad y tasa exógena de crecimiento del dinero, que permiten acercarse a las volatilidades observadas del ciclo en el producto y la inversión.

Palabras claves: equilibrio general, modelo de equilibrio general dinámico y estocástico, neutralidad del dinero.

CODIGO JEL: C68, D58

Abstract

This paper develops a dynamic stochastic general equilibrium model for the Ecuadorian Economy with the objective to analyze and explain the cycles. In first uses filters which make decomposition between cycles and trends, to find out that investment and government spending are the macroeconomic aggregates with higher volatility between 1965-2015. On these stylized facts the DSGE model also includes a demand for real balances in a closed and public economy. The model has the ability to discuss and evidence the neutrality of money on real variables of this economy as well as its effects on: prices and real balances.

The stochastic model closes with two *shocks*: exogenous productivity and growth rate of money, which allow to approximate to the observed volatility of output and investment.

Contenidos

1	Introducción	4
2	Regularidad Empíricas	7
2.1	Datos.....	10
2.1.1	Hechos estilizados anuales.....	10
2.1.2	Hechos trimestrales	16
3	Modelo	22
3.1	Empresas	22
3.2	Hogares.....	24
3.3	Calculo del estado estacionario no estocástico	29
3.4	Log linealización del modelo	30
3.5	Calibración	32
4	Principales resultados.....	36
5	Conclusiones	40
6	Bibliografía	42
7	Anexos	43
7.1	Descomposición de una serie a través del filtro Hodrick and Prescott (HP) y Lineal ...	43
7.2	Desarrollo de las ecuaciones del estado estacionario no estocástico	44
7.3	Log linealización del sistema de ecuaciones.....	46
7.4	Elaboración matrices	49
7.5	Resultados de la estimación para el shock de productiva y tasa de crecimiento del dinero.	51

1 Introducción

Ecuador a partir de enero del año 2000, cuando las autoridades de Gobierno políticas y económicas, tomaron la decisión de asumir como modelo monetario la “dolarización”, frente a la grave crisis económica que atravesaba el país, se perdió la capacidad de utilizar su política monetaria y cambiaria como mecanismos para reducir las volatilidades de los ciclos económicos.

Es así que entre los distintos objetivos que se puede plantear en la esfera de la política económica, uno es llevar a cabo políticas públicas que generen la menor volatilidad sobre los agregados macroeconómicos, para así crear certidumbre entre los agentes económicos sobre todas las decisiones que pueden realizar.

En este documento se presenta una herramienta, que permite explicar y modelar los ciclos económicos a través de un conjunto de actores y ecuaciones de comportamiento, al igual que los hechos macroeconómicos observados; esta herramienta corresponde un modelo de equilibrio general.

Los modelos de equilibrio general dinámico y estocástico (DSGE)¹ constituyen una herramienta, que permite por excelencia estudiar y explicar los ciclos de las principales variables macroeconómicas en una economía. Estos modelos han sido el centro de atención para el análisis macroeconómico en los últimos treinta años y tuvieron el mayor impulso a través de la investigación pionera que realizaron Kydland y Prescott en 1982, con su trabajo denominado *Time to Build and Aggregate Fluctuations*. A partir de este trabajo, se desarrollaron un conjunto de investigaciones, es así que en el trabajo de King (2000) se vuelve a señalar la importancia y el resurgimiento de los modelos de los ciclos reales, en particular caracterizando los impactos que tienen los shocks de productividad y la manera de modelar la inversión real, como mecanismos de amplificación sobre los ciclos (expansiones y contracciones) de la economía.

Los modelos de equilibrio general dinámicos y estocásticos (DSGE), en comparación con los modelos econométricos que buscan explicar y estudiar los ciclos de la economía a través de una serie de tiempo, poseen una ventaja puesto que han innovado sobre sus competidores al

¹ Es la sigla en inglés utilizada para referirse a este tipo de modelos.

fundamentarse sobre la teoría microeconómica, para analizar los fenómenos macroeconómicos; y a su vez muestran cómo cambian los principales agregados macroeconómicos a lo largo del tiempo (esto es lo que se conoce como la dinámica del modelo en el tiempo).

Estos modelos se fundamentan en la microeconomía porque se construyen a través de las definiciones sobre preferencias de los consumidores y de las funciones de tecnología que las empresas utilizan para la transformación de bienes y servicios que serán demandados finalmente por los mismos hogares. Este sector se comporta a través de la optimización de una función de utilidad sujeta a una restricción presupuestaria, en cambio que las empresas maximizan ganancia sujeta a restricción de recursos tecnológicos.

Con la descripción de los hogares y las empresas realizada hasta el momento, se tiene una economía cerrada y privada. Adicionalmente, para tener una economía pública y aún cerrada se debe agregar al Sector Público en el modelo, quien tiene como función recaudar impuestos al ingreso (directos) o al consumo (indirectos) y redistribuirlo a los hogares vía transferencias².

Finalmente, se puede agregar al modelo DSGE el saldo comercial a la economía pública y privada descrita previamente, para tener una economía abierta; y, a estos modelos se los conoce dentro de la literatura de los modelos de equilibrio general como *small open economy* (SOE).

Existen también en la literatura económica sobre modelos DSGE aquellos que agregan restricciones de precios o fricciones en la economía, es decir existen empresas que pueden cambiar con una probabilidad sus precios ante los diferentes shocks que se presentan en la economía, mientras que otro grupo de empresas podrán realizar ajustes a sus precios solamente con respecto al pasado. A este tipo de modelos, la teoría económica los ha enmarcado dentro de los *new keynesian models*, en estos la política monetaria tienen efectos reales sobre los agregados macroeconómicos (Galí, 2008).

Una ventaja adicional de los modelos DSGE es que no sufren las críticas sobre expectativas racionales de Robert Lucas, puesto que se incluyen variables que consideran

² El Gobierno, puede intervenir en la economía ofreciendo servicios que no son los realizados por el sector privado.

expectativas sobre los períodos futuros. Es decir las decisiones que realizan consumidores y productores son intertemporales, puesto que las decisiones de cuánto ofertar de empleo, cuánto consumir, o cuánto acumular de capital, se considera en un horizonte de planeación a futuro.

Y además en el modelo, al considerar este horizonte de planeación se incluye la incertidumbre en determinadas variables a través de la modelización explícita de shocks estocásticos.

En el caso particular de este documento, el objetivo es desarrollar un modelo DSGE en economía cerrada y pública que permita explicar y estudiar los ciclos de negocios para la economía ecuatoriana durante el período 1965 -2015.

Para ello se toman como referencia los trabajos desarrollados por (Kydland E., 1982) y (Hansen G., 1985); y, se agregan a los modelos anteriores una demanda de saldos reales de dinero por parte de los hogares. La idea de considerar una demanda de dinero real, es la de agregar un bien adicional en la economía “*el dinero*” al igual que un actor. Implícitamente existe un Banco Central que forma parte del Gobierno que puede cambiar la cantidad de dinero en ésta economía y entregarlo a través de transferencias a los hogares.

Una característica en el desarrollo de este modelo DSGE, es que no se consideran restricciones de precios o salarios, razón por la cual es un modelo en el que se podrá evidenciar la neutralidad del dinero sobre variables reales de la economía.

Siguiendo como referencia el documento de (Hansen G., 1985), el autor caracteriza y realiza una distinción entre “*trabajo divisible*” e “*indivisible*”. Recogiendo este aspecto para la economía ecuatoriana, un trabajo “indivisible” es similar a considerar un mercado de trabajo con rigidez laboral. Las innovaciones sobre el trabajo realizado por (Hansen G., 1985) son dobles: se agrega una demanda real de dinero para observar el ciclo real de la economía y costos de ajuste que enfrentan las empresas en cuanto a las decisiones sobre inversión real.

El documento se encuentra estructurado de la siguiente manera, se realizando una descripción de los hechos estilizados para los agregados macroeconómicos utilizando dos filtros de descomposición para series de tiempo (Hodrick and Prescott y Lineal) para obtener los ciclos y tendencia de las variables macroeconómicas a estudiar y explicar; al igual que los momentos segundos de sus distribuciones para conocer sus volatilidades. La siguiente etapa, es el diseño del modelo de equilibrio general dinámico, a través de sus actores al igual que la descripción de los supuestos y formas funcionales sobre las cuales se construirá el modelo. En esta etapa, se determinará el estado estacionario para las funciones de comportamiento de los agentes e inmediatamente se procederá a realizar una expansión de Taylor de primer orden, para obtener las ecuaciones loglinealizadas.

Finalmente se calibran ciertos parámetros que se necesitan para la solución del modelo utilizando mínimos cuadrados clásicos e información de Contabilidad Nacional. Una vez calibrado el modelo, se procede a la determinación del equilibrio al igual que las funciones respuestas de las variables reales ante los shocks estocásticos (funciones impulso-respuesta); así como también se mencionarán las principales conclusiones del documento.

2 Regularidad Empíricas

En esta parte del documento, se realiza un breve análisis de los hechos estilizados para la economía ecuatoriana de las principales variables macroeconómicas.

Se asume que la actividad económica y las variables asociadas a la misma son originadas por un proceso estocástico (la variable en cada momento del tiempo sigue una función de distribución de probabilidad) pero cuyas realizaciones son los datos disponibles en las estadísticas oficiales.

Por lo tanto, cualquier serie de tiempo es la suma de cuatro componentes: tendencia, ciclo, factores estacionales e irregulares.

$$y_t = T_t + \sim_t + v_t + \chi_t \quad (1)$$

En la ecuación anterior y_t es la variable de interés a modelar, es evidente que para separar los componentes de cualquier serie económica, es necesaria la ausencia de correlación

entre los mismos, por lo que la matriz de varianzas y covarianzas, en la diagonal principal muestra la varianza de cada componente temporal y todas las covarianzas son iguales a cero.

Aunque en este trabajo, el análisis se concentra en estudiar el componente cíclico de los agregados macroeconómicos reales, se realiza una breve explicación sobre los otros componentes de la serie.

La tendencia o también llamada componente secular de la serie, cambia muy suavemente en el tiempo; mientras que las fluctuaciones cíclicas cambian muy rápidamente. Los factores estacionales representan movimientos periódicos, es decir son oscilaciones de corto plazo y baja persistencia que ocurren después de un lapso equivalente de tiempo. Y finalmente el componente irregular, que representa movimientos desiguales e impredecibles en el tiempo.

Otra característica del componente tendencial en una la serie, es que se la asocia al largo plazo y que se encuentra determinado por factores reales tales como: acumulación de capital, crecimiento poblacional, cambios en la dotación de factores y cambios en la productividad o en la tecnología. Mientras que el componente del ciclo, es la fluctuación periódica alrededor de esa tendencia de crecimiento, originado por ejemplo por factores nominales o por shocks exógenos; es decir todas las políticas económicas, sobre demanda agregada a través de la política monetaria o fiscal, cambiaria o salarial explican el componente cíclico; pues por definición teórica tienen influencia sobre este componente.

Aunque la mayor parte de la teoría de los ciclos reales reconoce que las fluctuaciones de la economía son el resultado de cambios en las variables fundamentales de la economía como los shocks de productividad, también hay una corriente de pensamiento económico, que indica que los ciclos pueden deberse simplemente a las expectativas que se formen los agentes económicos sobre los fundamentales de la economía. Este trabajo ha sido desarrollado por (Beaudry P., Portier F., 2004), o sencillamente el canal de transmisión es a través de shocks ortogonales a los fundamentales, a esta corriente de pensamiento se los llaman “news shock” (Barsky Sims, 2011).

En éste caso particular, las series de las principales variables macroeconómicas, pueden descomponerse en una parte tendencial y una parte cíclica, éste último componente es el objeto de explicación a través de un modelo DSGE que se aplica a la economía ecuatoriana durante el período 1965-2015.

Dado que los componentes de toda serie son inobservables, sus características dependen del método utilizado para obtenerlos. En general, en la literatura sobre los modelos DSGE la tendencia es extraída a través del filtro de Hodrick-Prescott (HP) sobre el logaritmo de cada serie.

Los modelos DSGE se caracterizan por ser estacionarios, pues son alimentados a través de shocks que por definición tienen esta característica; al igual que sus predicciones. Sin embargo las variables macroeconómicas como el producto, la inversión y el consumo, tienen como características la no estacionaridad. Razón por la cual, la data observada tiene que ser tratada de igual manera y en el caso particular de este documento, se concentra en el análisis y explicación del componente cíclico.

De igual manera, como se mencionó anteriormente que la literatura sobre modelos DSGE trabaja con el filtro (HP), en este documento no se hace excepción y se agrega un filtro lineal³.

La idea de agregar otro filtro de descomposición, es obtener estadísticas comparativas entre ambos, con las que se realizarán análisis una vez que el modelo DSGE sea resuelto.

En este trabajo las estadísticas descriptivas que se emplean para caracterizar los ciclos son: la desviación estándar del ciclo para cada una de las variables macroeconómicas seleccionadas, la desviación relativa de los ciclos respecto al ciclo de la variable en comparación (en el este caso particular se toma al PIB⁴), el coeficiente de correlación del ciclo de cada variable con el ciclo del PIB y el grado de persistencia de los mismos (coeficiente asociado al proceso autorregresivo de orden uno), medido a través de un modelo AR(1).

³ Se solicita al lector remitirse al Anexo 6.1 para una descripción detallada de ambos filtros.

⁴ PIB, Producto Interno Bruto.

2.1 Datos

Se analizan los hechos estilizados de las series macroeconómicas de Ecuador con frecuencia anual y en valores reales, para el período 1965-2015, datos correspondientes a las últimas publicaciones de la Contabilidad Nacional⁵ en Ecuador y que son elaboradas por el Banco Central del Ecuador (BCE).

Posteriormente, se realizará la descomposición de las series macroeconómicas entre ciclo y tendencia; y, utilizando tanto el filtro (HP) como lineal. En la sección 7.1 correspondiente a los anexos, en cuanto al primer filtro (HP) el parámetro λ lo que hace es penalizar las variaciones en la tasa de crecimiento del componente tendencial, es así que cuanto mayor es el valor de λ mayor es la penalidad. En este documento se trabaja para los datos con frecuencia anual $\lambda = 100$ y para los datos con frecuencia trimestral $\lambda = 1600$.

2.1.1 Hechos estilizados anuales

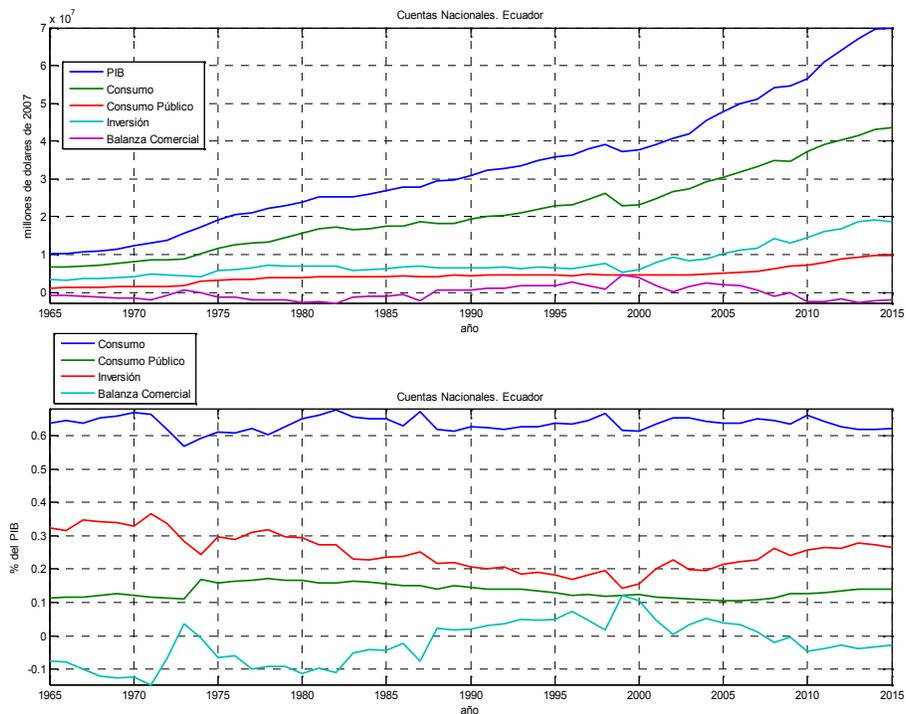
En el Gráfico 1 se presentan los componentes de la utilización del PIB en niveles, al igual que su participación en el Producto. El PIB, el Gasto de Consumo Final de los Hogares, e Inversión son crecientes en el tiempo, característica de una serie no estacionaria.

Durante el período analizado el Gasto de Consumo Final de los Hogares ha mantenido su participación en el PIB, la Inversión en cambio ha reducido su participación en la economía ya que en el año 1965 representaba el 32% y en el 2015 representa el 27%; mientras que el gasto público se ha incrementado, en el año 1965 era del 11% y en el 2015 es de 14% del PIB. En cuanto a las exportaciones netas, para el período 1965-1972 muestran un balance comercial negativo del 10.4% respecto al PIB en promedio, aunque este saldo es menor para el período 2008-2015 puesto que representa el 3% en promedio del PIB⁶.

⁵ Se utiliza la serie anual y trimestral.

⁶ Para explicar el PIB utilizando un modelo de economía cerrada y pública, no se estaría considerando la variación en el producto de un 2.2% debido al promedio de saldo comercial negativo para la economía ecuatoriana durante el período 1965-2015.

Gráfico 1: Evolución del PIB y componentes de la Utilización
Millones de USD de 2007



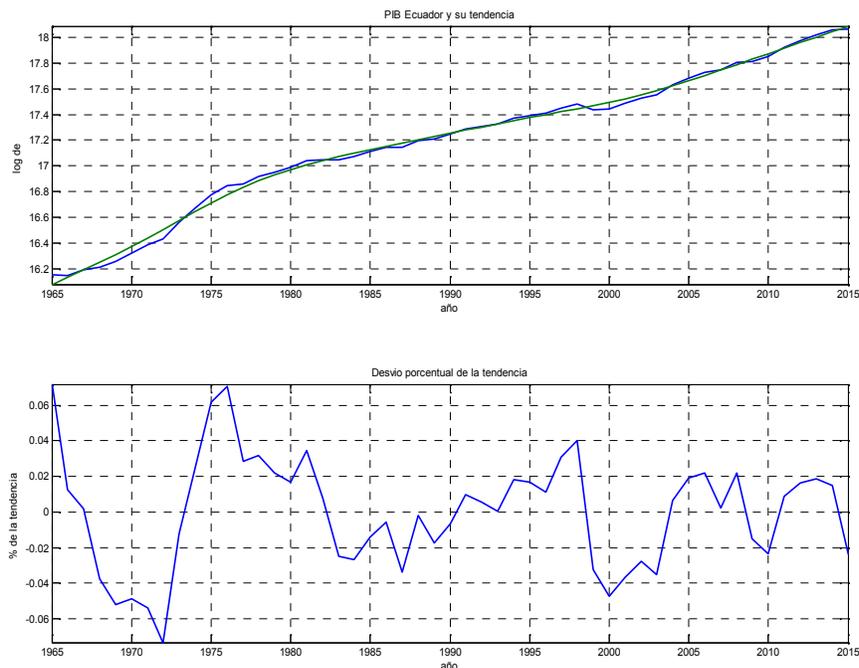
Fuente: Banco Central del Ecuador
Elaboración: El Autor

En el Gráfico 2 se procede a aplicar el filtro HP a la serie del PIB, se presenta por tanto el componente tendencial, al igual que el componente del ciclo a través de desviaciones porcentuales respecto a su tendencia.

Durante el período analizado, 1972 representa el año de mayor desvío respecto a su tendencia (7% por debajo), en cambio que en el período 1973-1976 cuando Ecuador pasó a una explotación petrolera a mayor escala, se presentan los mayores desvíos cíclicos por encima de la tendencia, en este último año el desvío es de 7%.

El análisis es similar, en el año 2000 período de crisis económica (contracción de la actividad económica, inestabilidad en el sector financiero, devaluación de la moneda nacional, desempleo alto, shocks de la naturaleza, etc.) la desviación negativa respecto a la tendencia fue cerca del 5%.

**Gráfico 2: Componente tendencial y cíclico del PIB:
Filtro Hodrick and Prescott**



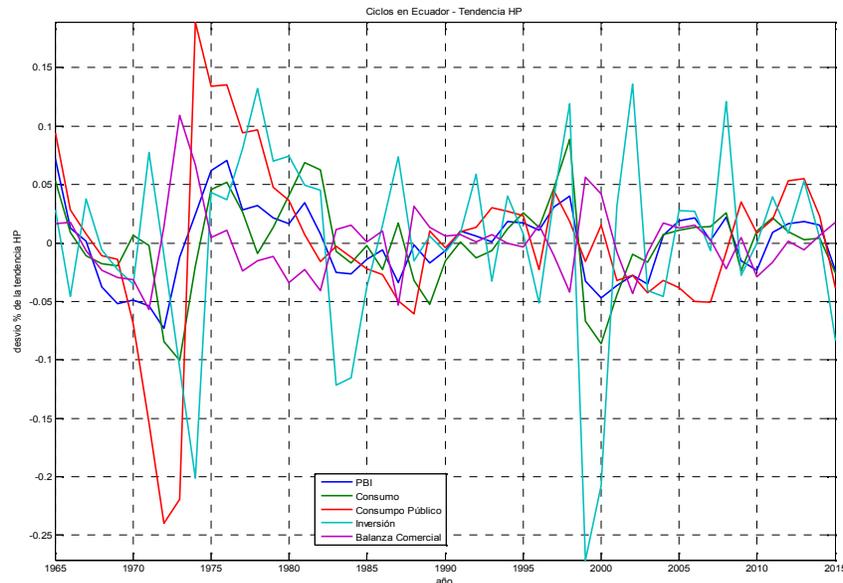
Fuente: Banco Central del Ecuador
Elaboración: El Autor

Sin embargo, para un mayor análisis y con el objetivo de explicar las variaciones cíclicas en el PIB, en el Gráfico 3 se presenta el componente cíclico para cada uno de los componentes en la utilización del PIB. Para todos los componentes del gasto se trabaja con las variables en términos logarítmicos a excepción de la variable exportaciones netas que se toma como proporción del producto.

El Gasto de Consumo del Gobierno en 1974 representa la mayor desviación por encima de la tendencia (20%) y que se explica porque a través de la explotación petrolera el Estado tuvo un crecimiento significativo en sus ingresos que le permitió consecuentemente incrementar su gasto y en el año de 1999 con la crisis económica (caída en los precios de exportación del petróleo, inestabilidad en el sistema financiero, shocks climáticos como el fenómeno del niño, contracción en el producto real del 7%), la inversión productiva real del país cayó en 27.5% por debajo de su tendencia, es decir durante el período de 1965 a 2015, en los años de la crisis económica la inversión productiva sufrió la mayor desviación negativa respecto de la tendencia;

ésta es la explicación del porque en el año 1999 y 2000 el PIB tiene una variación negativa de un 4% y 5% respectivamente en la tendencia.

**Gráfico 3: Componente cíclico del PIB y sus utilidades:
Filtro Hodrick and Prescott**



Fuente: Banco Central del Ecuador

Elaboración: El Autor

Para profundizar el análisis como se mencionó en la introducción del documento, se utilizan ciertos momentos de las variables y los indicadores se presentan en la Tabla 1.

Las regularidades empíricas encontradas son las siguientes: el ciclo del PIB fluctúa aproximadamente 3.2% alrededor de su tendencia, en cambio que la Inversión Real de la economía en cambio fluctúa en 8.2% respecto a su tendencia, variable que presenta la mayor volatilidad entre los agregados macroeconómicos analizados, mientras que las Exportaciones Netas⁷ tienen la menor fluctuación 3% respecto a la tendencia.

El siguiente indicador a utilizar es la relación del desvío de la variable, respecto al desvío estándar del producto (PIB). La Inversión es 2.6 veces más volátil que el PIB, en tanto que las Exportaciones Netas muestran la menor volatilidad respecto al PIB 0.93 veces.

Un indicador adicional es el coeficiente de correlación, las variables son pro-cíclicas, es decir se relacionan positivamente con el PIB y la variable mas correlacionada es el Gasto de

⁷ Las exportaciones netas, es la diferencia entre las exportaciones e importaciones.

Consumo Final de los Hogares. Esta prociclicidad de las variables macroeconómicas tiene una incidencia de las políticas públicas que pueden ser llevadas a cabo con la finalidad de afectar al PIB.

**Tabla 1: Momentos estadísticos del comportamiento cíclico: Filtro HP
Período 1965-2015**

	PIB Producto Interno Bruto	GCFH Gasto de Consumo final de hogares + ISFLSH	G Gasto Público	I Inversión: FBKF+Variación de existencias	XN Exportaciones Netas
Desvío Estándar \dagger_x	0.032	0.038	0.074	0.082	0.03
Desvío Estándar relativo al PIB \dagger_x / \dagger_y	1	1.2	2.3	2.6	0.93
Correlación al PIB \dagger_{xy}	1	0.69	0.68	0.37	0.059
Persistencia	0.63	0.46	0.57	0.21	0.32

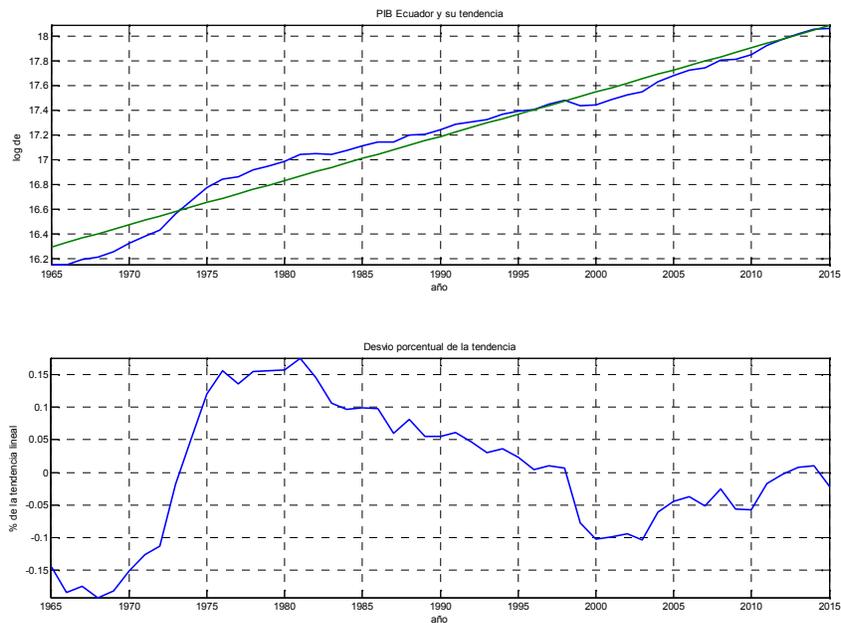
Aunque dentro de la literatura de los modelos DSGE, es común utilizar el filtro HP, se presenta como referencia comparativa de los resultados el filtro lineal.

Se aplica el mismo procedimiento que se ha llevado a cabo. El Gráfico 4 se descompone la tendencia y el componente cíclico del PIB utilizando el filtro lineal, mientras que en el Gráfico 5 se presentan las desviaciones cíclicas para cada uno de los componentes de las utilidades.

Analizando los gráficos anteriormente indicados, la economía ecuatoriana anterior a 1975 tenía variaciones cíclicas por debajo de su tendencia, a partir de este año hasta 1996 se presentan oscilaciones cíclicas por encima de la tendencia. Las mayores variaciones cíclicas positivas, se presentan en 1976 y 1981. En el año 2000, período de crisis económica el componente cíclico del PIB varió en 10% por debajo de la tendencia.

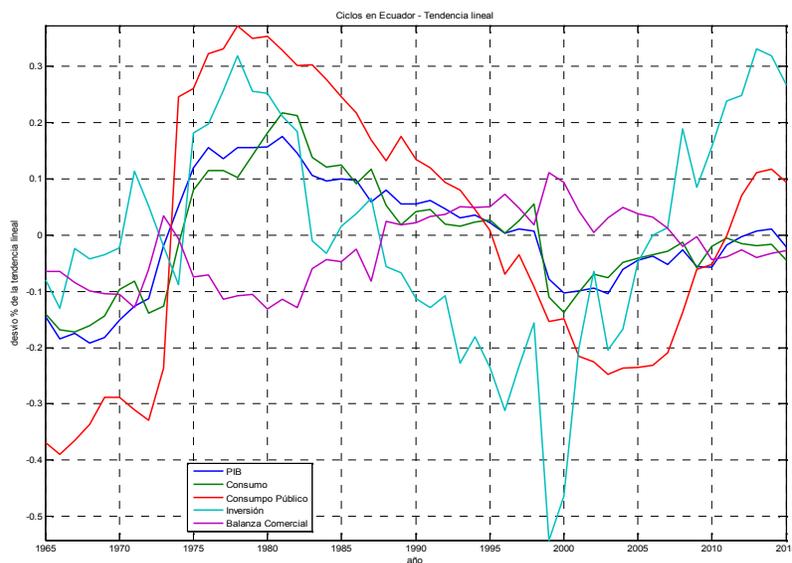
En el Gráfico 5, a partir de 1973 con la explotación petrolera a mayor escala el Gasto de Consumo Final del Gobierno tiene crecimientos cíclicos por encima de la tendencia significativos en magnitud; en 1978 esta variación es del 40% sobre el producto tendencial.

**Gráfico 4: Componente tendencial y cíclico del PIB:
Filtro Lineal**



Fuente: Banco Central del Ecuador
Elaboración: El Autor

**Gráfico 5: Componente cíclico del PIB y sus utilidades:
Filtro Lineal**



Fuente: Banco Central del Ecuador
Elaboración: El Autor

Utilizando el mismo proceso descrito con el filtro HP, en la Tabla 2, se presentan los momentos estadísticos cuando se utiliza el filtro lineal. La volatilidad de las variables respecto a

su tendencia se incrementa, comparado con el filtro HP; lo cual es evidente porque el filtro lineal considera un componente determinístico en la tendencia. El Gasto Público tiene la mayor volatilidad respecto a su tendencia 24% y es 2.3 veces más volátil que el Producto. En cambio que la Inversión tiene una volatilidad del 20% respecto a su tendencia y es 1.9 veces más volátil que el Producto.

También la persistencia de las variables macroeconómicas es mayor, es decir las variables permanecen varios años por encima o por debajo de su tendencia.

**Tabla 2: Momentos estadísticos del comportamiento cíclico: Filtro lineal
Período 1965-2015**

	PIB Producto Interno Bruto	GCFH Gasto de Consumo final de hogares + ISFLSH	G Gasto Público	I Inversión: FBKF+Variación de existencias	XN Exportaciones Netas
Desvío Estándar \dagger_x	0.1	0.1	0.24	0.2	0.064
Desvío Estándar relativo al PIB \dagger_x / \dagger_y	1	0.99	2.3	1.9	0.63
Correlación al PIB \dagger_{xy}	1	0.94	0.95	0.39	-0.16
Persistencia	0.94	0.9	0.92	0.87	0.84

2.1.2 Hechos trimestrales

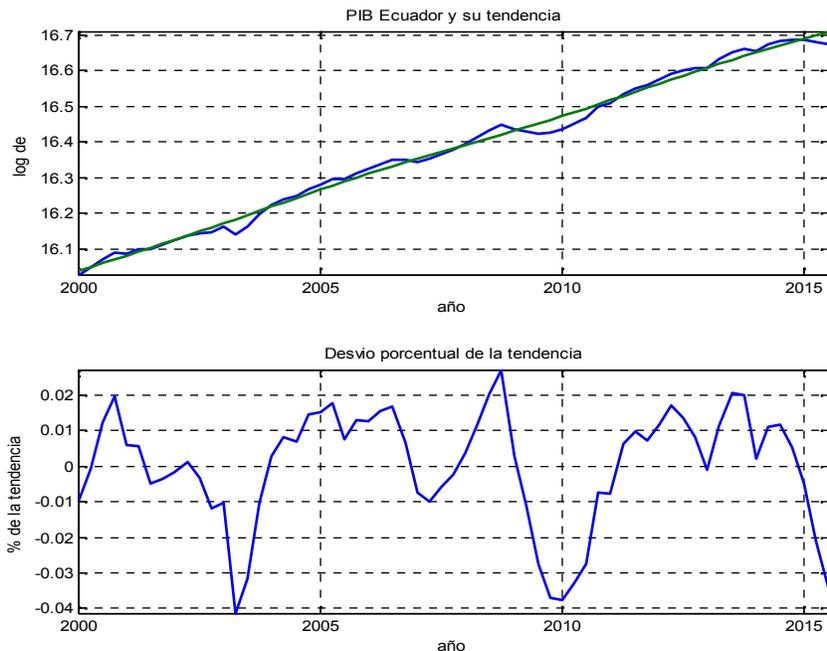
En esta última parte correspondiente a los hechos estilizados, con el objetivo de explorar las series macroeconómicas, también se utiliza la información con frecuencia trimestral, con el objetivo de comparar con los resultados anuales⁸. En este caso, la serie utilizada es 2000: I hasta 2015: III aplicándose igualmente el filtro HP y Lineal.

De acuerdo al Gráfico 6 la economía ecuatoriana tiene desvíos negativos respecto a la tendencia en los períodos 2003: II, 2009: IV y 2010: I, las variaciones son: 4.2%, 4.1% y 4.2%

⁸ Tiene un objetivo adicional, la posterior calibración del modelo.

respectivamente. De la misma manera en los dos últimos períodos de 2015 (2015: II y 2015: III), las variaciones negativas del ciclo son: 2.5% y 4% respectivamente.

**Gráfico 6: Componente tendencial y cíclico del PIB:
Filtro Hodrick and Prescott**



Fuente: Banco Central del Ecuador
Elaboración: El Autor

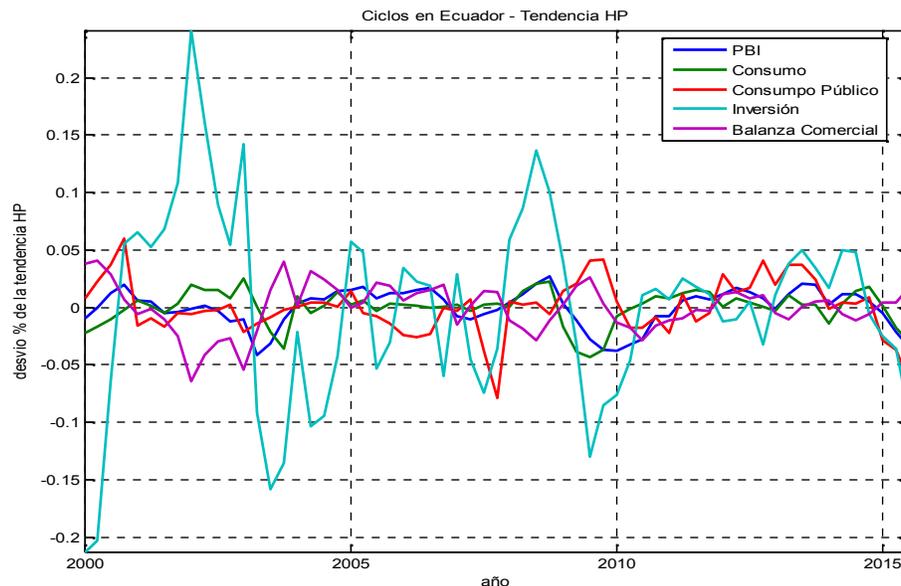
En el Gráfico 7 se presentan las variaciones cíclicas de todos los componentes de las utilizaciones.

La Inversión productiva del país es muy volátil comparada con las otras variables macroeconómicas, se presentan varios picos por encima y por debajo de la tendencia. En el período 2002: I la inversión es un 24.4% superior a la tendencia y en el año 2015: III es 14.6% inferior a la tendencia.

Este crecimiento por encima de la tendencia, se explica porque en junio del 2001 empezó la construcción del Oleoducto de Crudos Pesados (OCP), inversión que se reflejó en los trimestres futuros con un crecimiento significativo en esta variable y consecuentemente los efectos multiplicadores sobre la producción; así como también permitió disminuir el castigo que

recibía el crudo ecuatoriano por la mezcla entre distintas densidades del petróleo lo cual lleva finalmente a mayores ingresos petroleros en el Gobierno Central.

**Gráfico 7: Componente cíclico del PIB y sus utilidades:
Filtro Hodrick and Prescott**



Fuente: Banco Central del Ecuador
Elaboración: El Autor

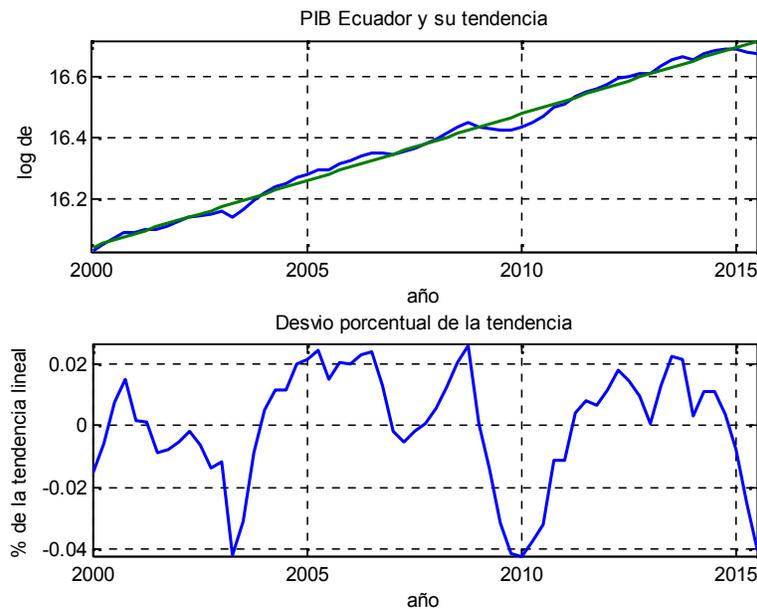
En la Tabla 3, se confirma que la inversión es la variable que muestra la mayor volatilidad, fluctúa en 8.3% respecto a la tendencia y es 5.1 veces más volátil que el producto. El Gasto de Consumo final de los Hogares tiene la mayor correlación con el PIB y la variable que representa mayor persistencia es el Producto (PIB); el hecho que una variable tiene una alta persistencia implica que su permanencia por encima o por debajo de su tendencia es prolongada.

Tabla 3: Momentos estadísticos del comportamiento cíclico: Filtro HP
Período 2000: I-2015: III

	PIB Producto Interno Bruto	GCFH Gasto de Consumo final de hogares + ISFLSH	G Gasto Público	I Inversión: FBKF+Variación de existencias	XN Exportaciones Netas
Desvío Estándar \dagger_x	0.016	0.015	0.024	0.083	0.021
Desvío Estándar relativo al PIB \dagger_x / \dagger_y	1.00	0.91	1.50	5.10	1.30
Correlación al PIB \dagger_{xy}	1.00	0.52	0.25	0.42	0.11
Persistencia	0.83	0.61	0.58	0.65	0.68

A continuación se presentan resultados de utilizar un filtro lineal. En el Gráfico 8 se presenta la tendencia y el ciclo del PIB y en el Gráfico 9 todos los componentes de la utilización.

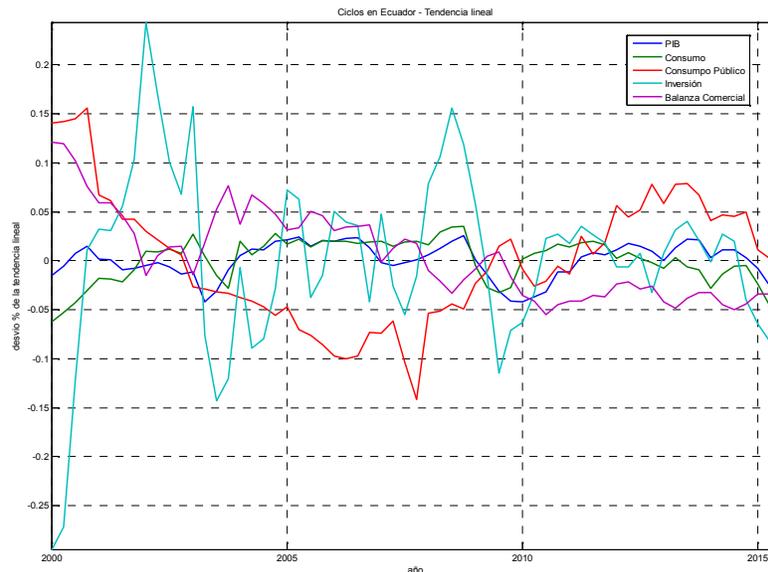
Gráfico 8: Componente tendencial y cíclico del PIB
Filtro Lineal



Fuente: Banco Central del Ecuador
Elaboración: El Autor

Existe coherencia en los resultados al aplicar el filtro lineal comparado con el filtro HP. Los picos del PIB por encima o por debajo de la tendencia, son coincidentes; al igual que la inversión dentro de los agregados macroeconómicos es muy volátil (Gráfico 9).

**Gráfico 9: Componente cíclico del PIB y sus utilizations:
Filtro lineal**



Fuente: Banco Central del Ecuador
Elaboración: El Autor

En la Tabla 4, se muestran los momentos de las variables al utiliza un filtro lineal para analizar el comportamiento cíclico. Los resultados son similares al filtro HP, se confirma que la inversión es la variable más volátil, fluctúa 9.2% respecto a su tendencia y es 5 veces más volátil que el Producto (PIB). De igual manera el Gasto de Gobierno, ocupa el segundo lugar en varianza, su volatilidad el 6.5% respecto a la tendencia y es 3.5 veces mayor a la volatilidad del producto.

**Tabla 4: Momentos estadísticos del comportamiento cíclico: Filtro lineal
Período 2000: I-2015: III**

	PIB Producto Interno Bruto	GCFH Gasto de Consumo final de hogares + ISFLSH	G Gasto Público	I Inversión: FBKF+ Variación de existencias	XN Exportaciones Netas
Desvío Estándar \uparrow_x	0.018	0.023	0.065	0.092	0.044
Desvío Estándar relativo al PIB \uparrow_x / \uparrow_y	1	1.3	3.5	5	2.4
Correlación al PIB \uparrow_{xy}	1	0.44	-0.065	0.36	0.1
Persistencia	0.86	0.81	0.9	0.67	0.88

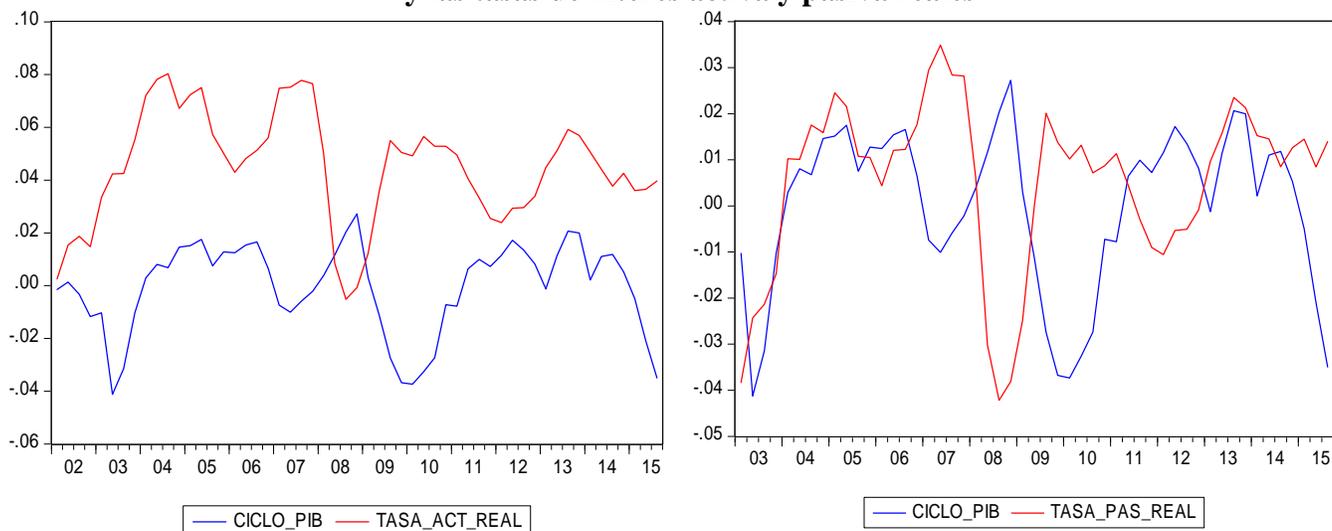
Finalmente en esta sección descriptiva de los hechos estilizados en la Tabla 5, se presentan los momentos estadísticos para la tasa real de interés; es de particular atención conocer los hechos estilizados porque es una variable que afecta a las decisiones de inversión y consumo; es decir se aplica el procedimiento de descomponer la serie entre tendencia y ciclo y se analiza este último componente. La volatilidad de las tasas reales pasivas y activas es de 12.4% y 12.3% respectivamente, en relación a su tendencia. Sin embargo la volatilidad de las tasas son 7 veces la volatilidad del producto y tienen una correlación negativa con el PIB; hechos que se presentan en el período 2000: I-2015: III.

**Tabla 5: Momentos estadísticos del comportamiento cíclico: Filtro lineal
Período 2000: I-2015: III**

	Tasa pasiva real	Tasa activa real
Desvío Estándar \uparrow_x	0.124	0.123
Desvío Estándar relativo al PIB \uparrow_x / \uparrow_y	7.73	7.72
Correlación al PIB \uparrow_{xy}	-0.10	-0.12

En el Gráfico 10 se presenta una comparación entre el ciclo del PIB y las tasas reales. Al tener una correlación pequeña (magnitud), como se indica en la Tabla 5 las tasas son acíclicas respecto al PIB.

**Gráfico 10: Evolución del ciclo del PIB
y las tasas de interés activa y pasiva reales**



Fuente: Banco Central del Ecuador
Elaboración: El Autor

3 Modelo

Para estudiar el ciclo de la economía, en el caso particular de esta investigación, se utiliza como herramienta un modelo de equilibrio general dinámico y estocástico (DSGE), que permite relacionar y explicar las variables macroeconómicas reales como: PIB, Consumo, Inversión, mercado de trabajo a través del número de personas ocupadas o también a través del número de horas laborales y el mercado monetario a través de la demanda de saldos reales y la tasa de interés.

En el mercado de trabajo, (Hansen, 1985) la rigidez laboral hace referencia a que los empresarios pueden demandar una jornada laboral fija, es decir se puede contratar trabajadores únicamente a tiempo completo, característica extensiva en la contratación laboral para la economía ecuatoriana. De igual manera los trabajadores están dispuestos a ofrecer su trabajo también a una jornada completa, porque existen en esta economía costos que no se compensan o son poco atractivos para una modalidad de trabajo parcial. Esto, es llamado por (Hansen, 1985) como trabajo indivisible, en el cual los trabajadores o trabajan a tiempo completo o no trabajan.

A continuación se procede a detallar a los actores que intervienen en esta economía y que permitirán explicar los ciclos para la economía ecuatoriana.

3.1 Empresas

Las empresas son unidades institucionales, que tienen como característica demandar: trabajo y servicios de capital; y, ofrecer bienes y servicios para el conjunto de consumidores de la economía.

Las firmas, son maximizadoras de ganancia y se considera que hay una sola firma (también se puede suponer que hay un gran número de empresas pero la característica es que son homogéneas), la misma que tiene acceso a una tecnología descrita por una función de producción de tipo Cobb-Douglas.

Esta función de producción, es característica de los mercados de competencia perfecta, por lo que se considera una función con rendimientos constantes a escala.

La función de producción es la siguiente:

$$f(\zeta_t, K_t, H_t) = \zeta_t K_t^\alpha H_t^{1-\alpha} \quad (2)$$

$$y_t = \zeta_t K_t^\alpha H_t^{1-\alpha}$$

Donde (H_t) representa el empleo, (K_t) el stock de capital y (ζ_t) es un shock estocástico de productividad.

Las empresas al suponer que son todas homogéneas, se puede simplificar utilizando una firma representativa que resuelve el siguiente problema de optimización:

$$\begin{aligned} \text{MIN} \quad & w_t h_t + r_t k_t \\ \text{sujeto a:} \quad & y_t = \zeta_t k_t^\alpha h_t^{1-\alpha} \end{aligned} \quad (3)$$

Para resolver el anterior problema se plantea el lagrangeano, al igual que las condiciones de primer orden se presentan a continuación:

$$L = \zeta_t k_t^\alpha h_t^{1-\alpha} - (w_t h_t + r_t k_t) \quad (4)$$

$$\frac{\partial L}{\partial K} = \alpha \zeta_t k_t^{\alpha-1} h_t^{1-\alpha} - r_t = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial L}{\partial h} = (1-\alpha) \zeta_t k_t^\alpha h_t^{-\alpha} - w_t = 0 \quad (6)$$

De la ecuación 5, se obtiene que la productividad marginal del capital, deba ser igual a la tasa del costo de alquiler del capital.

$$r_t = \alpha \zeta_t k_t^{\alpha-1} H_t^{1-\alpha} \quad (7)$$

De igual manera, en la ecuación 6, la productividad marginal del trabajo debe ser igual al salario.

$$w_t = (1-\alpha) \zeta_t k_t^\alpha H_t^{-\alpha} \quad (8)$$

El supuesto de que la tecnología tiene retornos constantes a escala, implica que las firmas tienen en el equilibrio utilidad cero, lo cual lleva como resultado que es igualmente válido tener una firma o un continuo de firmas.

Finalmente, al considerar que la economía es cerrada la producción de las firmas tiene dos utilidades, el consumo por parte de los hogares o la inversión.

$$C_t + I_t \leq \zeta_t k_t^\alpha H_t^{1-\alpha} \quad (9)$$

Y la dinámica del modelo, se presenta en la inversión, ya que tiene como finalidad la acumulación de capital y producción futura. Para la ecuación del stock de capital, se realiza una innovación al considerar que esta tiene un costo de ajuste por parte de los empresarios y es la siguiente función:

$$k_{t+1} = k_t(1-u) - \frac{w}{2}(k_{t+1} - k_t)^2 + I_t \quad 0 \leq u \leq 1 \quad (10)$$

De la ecuación 10 el parámetro (u) corresponde a la tasa de depreciación del capital y se agrega un costo de ajuste a la inversión (w) , misma que es una función cuadrática que penaliza la acumulación de capital por encima o por debajo del período anterior pero en la misma proporción.

3.2 Hogares

La economía a ser estudiada, está constituida por un conjunto continuo de hogares que tienen la característica de ser idénticos y además que viven infinitos períodos. Al suponer que existen infinitos hogares se los puede representar a través del intervalo abierto $(0,1)$, de esta manera se puede pensar también que existe un hogar representativo.

Los hogares son dueños de las empresas y por lo tanto de los factores de producción (capital y trabajo), de los que exigen consecuentemente el pago de salarios (w_t) y un retorno por el capital invertido (r_t) ⁹.

También los hogares al ser dueños de las empresas, piden el beneficio o la ganancia de la empresa al final del período contable, pero en el equilibrio como se mencionó anteriormente y bajo mercados de competencia perfecta este beneficio es igual a cero.

En cuanto a las preferencias de los hogares, ellos demandan bienes y servicios (c_t) , tiempo de ocio (l_t) y además demandan saldos reales de dinero (m_t / p_t) .

⁹ En este caso, dado que los hogares son los dueños del capital, lo alquilan a las empresas. Las empresas demandan capital, hasta su costo marginal; en este caso es el retorno por alquiler.

Los hogares, en esta economía son maximizadores de utilidad esperada $\sum_{t=0}^{\infty} S^t \sim (c_t, l_t, m_t / p_t)$, en donde S es el factor de descuento de los hogares y que se encuentra en el intervalo $0 < S < 1$, (c_t) es el consumo, (l_t) es el ocio y (m_t / p_t) es la demanda de saldos reales; es decir los hogares reciben utilidad por: consumo, saldos reales de dinero y por ocio.

La forma funcional anterior introduce dinero en la función de utilidad, una variación respecto al trabajo original de (Hansen, 1985), esta forma funcional indica que las derivadas parciales son positivas en ambos argumentos. Considerando que es una función multivariada, esta es definida estrictamente cóncava cuando la matriz de segundas derivadas (matriz Hessian) sea definida negativa¹⁰.

Los hogares, se asume que tienen la siguiente forma funcional en sus decisiones:

$$U\left(c_t^i, \frac{M_t^i}{p_t}, l_t^i\right) = U\left(c_t^i, \frac{M_t^i}{p_t}, 1 - h_t^i\right) \quad (11)$$

Este sector al elegir maximizar la utilidad esperada, deciden una secuencia óptima de las siguientes variables:

$$\left\{ c_t^i, \frac{M_t^i}{p_t}, k_{t+1}^i, h_t^i \right\}_{t=0}^{t=\infty} \quad (12)$$

La forma funcional anterior, representa las variables que maximizan la utilidad esperada descontada del hogar, por lo tanto el agente representativo resuelve el siguiente problema de optimización:

$$\text{MAX}_{\{c_t, l_t, m_t / p_t\}} E_0 \sum_{t=0}^{\infty} S^t U\left(c_t^i, \frac{M_t^i}{p_t}, 1 - h_t^i\right) \quad (13)$$

Sujeta a la restricción intertemporal del ingreso:

¹⁰ Siendo A la matriz de segundas derivadas, la función será estrictamente cóncava cuando analizando los menores principales estos se encuentren definidos de la siguiente manera: $\det(A_1) < 0, \det(A_2) < 0 \dots \det(A_n) < 0$.

$$\begin{aligned}
 c_t^i + i_t^i + \frac{M_t^i}{p_t} &= w_t h_t^i + r_t k_t^i + \frac{M_{t-1}^i}{p_t} + (g_t - 1) \frac{M_{t-1}^i}{p_t} \\
 c_t^i + k_{t+1}^i + \frac{w}{2} (k_{t+1}^i - k_t^i)^2 + \frac{M_t^i}{p_t} &= w_t h_t^i + r_t k_t^i + (1-u) k_t^i + \frac{M_{t-1}^i}{p_t} + (g_t - 1) \frac{M_{t-1}^i}{p_t}
 \end{aligned} \tag{14}$$

Donde $(g_t - 1)M_{t-1}$ es una transferencia de suma fija que la autoridad monetaria transfiere al hogar en el período t.

Se asume que los agentes económicos toman sus decisiones en base toda la información disponible en el período t, ellos deciden cuánto ofertar de trabajo al salario (w_t) y cuánto ofertar de servicios de capital a la renta (r_t); implícitamente está presente el concepto de expectativas racionales, ya que en sus decisiones incluyen un horizonte de tiempo infinito.

Considerando la siguiente función de utilidad de (Hansen, 1985), a la que se agrega una demanda de saldos reales:

$$U\left(c_t^i, \frac{M_t^i}{p_t}, l_t^i\right) = U\left(c_t^i, \frac{M_t^i}{p_t}, 1 - h_t^i\right) = \ln c_t^i + D \ln\left(\frac{M_t^i}{p_t}\right) + B h_t^i \tag{15}$$

De la ecuación 15, la constante $D > 0$ y $B = \frac{A \ln(1 - h_0)}{h_0}$ ¹¹

La constante $B < 0$ y representa la desutilidad del trabajo.

La resolución del problema de maximización intertemporal para el hogar, es el siguiente:

$$L = E_0 \sum_{t=0}^{\infty} S^t \left\{ \ln c_t^i + D \ln\left(\frac{M_t^i}{p_t}\right) + B h_t^i + \}_t \left[\begin{aligned} &w_t h_t^i + r_t k_t^i + (1-u) k_t^i + \frac{M_{t-1}^i}{p_t} + (g_t - 1) \frac{M_{t-1}^i}{p_t} - c_t^i - k_{t+1}^i \\ &-\frac{w}{2} (k_{t+1}^i - k_t^i)^2 - \frac{M_t^i}{p_t} \end{aligned} \right] \tag{16}$$

Las condiciones de optimalidad de la ecuación 16, son las siguientes:

¹¹ A es una constante y h_0 es el número promedio de tiempo dedicado al trabajo.

$$\frac{\partial L}{\partial c_t^i} = s^t \frac{1}{c_t^i} - s^t \lambda_t = 0 \quad \lambda_t = \frac{1}{c_t^i} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial h_t} &= s^t B + s^t \lambda_t w_t = 0 \\ -B &= \lambda_t w_t \\ -B &= \frac{1}{c_t^i} w_t \\ \frac{-B}{w_t} &= \frac{1}{c_t^i} \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial k_{t+1}} &= s^t \lambda_t (-1) - s^t \lambda_t w (k_{t+1} - k_t) + s^{t+1} E_t \lambda_{t+1} [r_{t+1} + (1-u) + w (k_{t+2} - k_{t+1})] = 0 \\ s^{t+1} E_t \lambda_{t+1} [r_{t+1} + (1-u) + w (k_{t+2} - k_{t+1})] &= s^t \lambda_t + s^t \lambda_t w (k_{t+1} - k_t) \\ s E_t \lambda_{t+1} [r_{t+1} + (1-u) + w (k_{t+2} - k_{t+1})] &= \lambda_t [1 + w (k_{t+1} - k_t)] \\ s E_t \frac{1}{c_{t+1}^i} [r_{t+1} + (1-u) + w (k_{t+2} - k_{t+1})] &= \frac{1}{c_t^i} [1 + w (k_{t+1} - k_t)] \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial M_t} &= s^t D \frac{1}{M_t / P_t} + s^t \lambda_t \left(-\frac{1}{P_t} \right) + s^{t+1} E_t \lambda_{t+1} \left(\frac{1}{P_{t+1}} \right) = 0 \\ \text{siendo: } (g_t - 1) \frac{M_{t-1}}{P_t} &= \frac{M_t}{P_t} \\ \frac{D}{m_t} + s E_t \lambda_{t+1} \left(\frac{1}{P_{t+1}} \right) &= \frac{\lambda_t}{P_t} \\ \frac{D}{m_t} + s E_t \frac{1}{c_{t+1}^i} \left(\frac{1}{P_{t+1}} \right) &= \frac{1}{c_t^i P_t} \\ \frac{1}{c_t^i} &= s E_t \frac{1}{c_{t+1}^i} \left(\frac{P_t}{P_{t+1}} \right) + \frac{DP_t}{m_t} \end{aligned} \quad (20)$$

Es una economía en la que no hay externalidades, ni tampoco distorsiones de precios o salarios, por lo tanto se cumple el primer teorema del Bienestar y el equilibrio de esta economía está en el soporte de un equilibrio competitivo.

Se agregan los shocks de productividad y la regla de tasa de crecimiento del dinero que es exógena, esta última tasa se encuentra representada en términos brutos.

Para el shock de productividad:

$$\ln \lambda_t = \alpha \ln \lambda_{t-1} + v_t^\lambda \quad (21)$$

La tasa de crecimiento del dinero:

$$\ln g_t = (1-f) \ln \bar{g} + f \ln g_{t-1} + v_t^g \quad (22)$$

En la ecuación 22, \bar{g} representa la tasa estacionaria de crecimiento del dinero.

Los shocks (productividad y tasa de crecimiento del dinero) tienen distribución normal, con media cero y varianza constante¹².

$$v_t^i \sim N(0, \sigma^i) \quad i = \lambda, g \quad (23)$$

Hasta ahora, se ha logrado completar una especificación del sistema económico a través de preferencias, tecnología y shocks estocásticos. En cada período de tiempo se intercambian cuatro bienes: trabajo, producción, servicios de capital y saldos reales de dinero.

Es un sistema con 8 ecuaciones y con 8 incógnitas más dos shocks estocásticos (el shock de productividad y el shock de crecimiento exógeno del dinero).

La secuencia de las variables es: $\{c_t, y_t, k_{t+1}, r_t, w_t, h_t, p_t, m_t / p_t\}$

Dado que en ésta economía hay un continuo de agentes y de empresas homogéneas, para cada período de tiempo t , se cumple la siguiente condición:

$$\begin{aligned} C_t &= c_t^i \quad \forall t \\ Y_t &= y_t^i \quad \forall t \\ M_t &= m_t^i \quad \forall t \\ H_t &= h_t^i \quad \forall t \\ K_t &= k_t^i \quad \forall t \\ W_t &= w_t^i \quad \forall t \end{aligned} \quad (24)$$

Para la resolución de un modelo de (DSGE) se deben usar métodos numéricos, ya que corresponde a un sistema de ecuaciones en diferencias y en tiempo infinito. El trabajo pionero es

¹² Los shocks son estacionarios, de esta manera se puede observar las funciones impulso-respuesta sobre las variables macroeconómicas y como este va decreciendo en el tiempo.

de Blanchard y Kahn (1980) quien determina las condiciones para la existencia de un equilibrio.

Adicionalmente, existen varios métodos de resolución, entre los que se indica: coeficientes indeterminados de McCallum (1983), el de la descomposición QZ de Klein (2000), el de Sims (2000), el de King y Watson (1998), y el de Taylor y Uhlig (1990).

El procedimiento para la resolución del modelo, es encontrar las ecuaciones de movimiento para cada una de las variables en estado estacionario; etapa que ha sido llevada a cabo. Por lo tanto, el siguiente paso es encontrar el estado estacionario y log linealizar el sistema para posteriormente utilizar algún algoritmo indicado anteriormente para resolverlo.

3.3 Cálculo del estado estacionario no estocástico

El estado estacionario no estocástico se define como aquella situación en la cual, las variables son invariantes en el tiempo. En el caso de las variables que tienen un proceso estocástico (el shock de productividad y la tasa de crecimiento del dinero) se supone que estas tienen su valor esperado.

La secuencia en el estado estacionario no estocástica es:

$$\{\bar{Y}, \bar{C}, \bar{H}, \bar{K}, \bar{W}, \bar{r}, \bar{p}, \bar{m}\} \quad (25)$$

En estado estacionario, la tasa de crecimiento del dinero $g = \bar{g}$ y la tasa de inflación consecuentemente está definida como:

$$f_{t+1} = \frac{P_{t+1}}{P_t} = \bar{g} \quad (26)$$

En la ecuación 26, la inflación esta definida en términos brutos.

A continuación se presentan los resultados para cada una de las variables, en el estado estacionario no estocástico, el desarrollo se encuentra en el Anexo sección 6.2.

$$\bar{r} = \frac{1}{S} - (1-u) \quad (27)$$

$$\bar{c} = -\frac{\bar{w}}{B} \quad (28)$$

$$\bar{i} = u \bar{K} \quad (29)$$

$$\bar{y} = \bar{c} + \bar{i} \quad \bar{y} = \bar{c} + u \bar{K} \quad \bar{y} = \bar{K}^\alpha \bar{H}^{1-\alpha} \quad (30)$$

$$\bar{r} = \left(\frac{\bar{K}}{\bar{H}} \right)^{-1} \left(\frac{\bar{r}}{\bar{H}} \right)^{-1} = \frac{\bar{K}}{\bar{H}} \quad (31)$$

$$\bar{w} = (1 - \alpha) \left[\left(\frac{\alpha}{\bar{r}} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \right] \quad (32)$$

$$\bar{M} / \bar{P} = D \left(\frac{\bar{g}\bar{C}}{\bar{g} - s} \right) \quad (33)$$

$$\left(\frac{\alpha}{\bar{r}} \right) = \left(\frac{\bar{K}}{\bar{H}} \right)^{-(\alpha-1)} \quad \left(\frac{\alpha}{\bar{r}} \right) = \left(\frac{\bar{K}}{\bar{H}} \right)^{1-\alpha} \quad (34)$$

$$\bar{H} = \bar{K} \left(\frac{\alpha}{\bar{r}} \right)^{-\frac{1}{1-\alpha}} \quad \bar{H} = \bar{K} \left(\frac{\alpha}{\bar{r}} \right)^{-\frac{1}{\alpha-1}} \quad \bar{H} = \bar{K} \left(\frac{\alpha}{\bar{r}} \right)^{\frac{1}{\alpha-1}} \quad (35)$$

$$\bar{Y} = \bar{K} \cdot \left[\bar{K} \left(\frac{\alpha}{\bar{r}} \right)^{-\frac{1}{1-\alpha}} \right]^{1-\alpha} \quad \bar{Y} = \bar{K} \left(\frac{\bar{r}}{\alpha} \right) \quad (36)$$

$$\bar{K} \left(\frac{\bar{r}}{\alpha} - u \right) = \bar{C} \quad \bar{K} = \frac{\bar{C}}{\left(\frac{\bar{r}}{\alpha} - u \right)} \quad (37)$$

$$\bar{H} = \bar{K} \left(\frac{\bar{r}}{\alpha} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad \bar{H} = \bar{K} \left(\frac{\alpha}{\bar{r}} \right)^{-\frac{1}{1-\alpha}} \quad (38)$$

3.4 Log linealización del modelo

Una vez, que se tienen los valores estacionarios para cada una de las variables del modelo, el siguiente paso corresponde a encontrar las desviaciones porcentuales respecto a ese estado estacionario. En la log linealización se utiliza la aproximación de primer orden.

Y las variables log linealizadas son: $\{\widehat{K}_t, \widehat{M}_t, \widehat{P}_t, \widehat{r}_t, \widehat{W}_t, \widehat{C}_t, \widehat{Y}_t, \widehat{H}_t\}$ mas las variables de los shocks estocásticos $\{\widehat{\varepsilon}_t, \widehat{g}_t\}$.

De la misma forma, en el Anexo, correspondiente a la sección 7.3 se detalla el procedimiento utilizado, los resultados son los siguientes:

$$\widehat{c}_t = \widehat{w}_t \quad \widehat{c}_t - \widehat{w}_t = 0 \quad \widehat{w}_t - \widehat{c}_t = 0 \quad (39)$$

$$\widehat{w}_t + s \bar{r} E \widehat{r}_{t+1} - E_t \widehat{w}_{t+1} + s \bar{w} \bar{k} \widehat{k}_{t+2} - (1+s) \bar{w} \bar{k} \widehat{k}_{t+1} + \bar{w} \bar{k} \widehat{k}_t = 0 \quad (40)$$

$$\bar{c} \widehat{c}_t + \bar{k} \widehat{k}_{t+1} - \bar{w} \bar{h} \widehat{w}_t - \bar{w} \bar{h} \widehat{h}_t - \bar{r} \bar{k} \widehat{r}_t - \bar{k} [\bar{r} + (1-u)] \widehat{k}_t = 0 \quad (41)$$

$$\widehat{c}_t + \left[s + \frac{D\bar{c}}{\bar{M}/\bar{P}} \right] \widehat{P}_t - s E_t \widehat{c}_{t+1} - s E_t \widehat{P}_{t+1} - \frac{D\bar{c}}{\bar{M}/\bar{P}} \widehat{M} = 0 \quad (42)$$

$$\widehat{y}_t - \widehat{j}_t - \bar{n} \widehat{k}_t - (1-\bar{n}) \widehat{h}_t = 0 \quad (43)$$

$$\widehat{r}_t - \widehat{j}_t - (\bar{n} - 1) \widehat{k}_t - (1-\bar{n}) \widehat{h}_t = 0 \quad (44)$$

$$\widehat{w}_t - \widehat{j}_t - \bar{n} \widehat{k}_t + \bar{n} \widehat{h}_t = 0 \quad (45)$$

$$\widehat{m}_t - \widehat{g}_t - \widehat{m}_{t-1} = 0 \quad (46)$$

$$\widehat{j}_t = \chi \widehat{j}_{t-1} + v_t^j \quad (47)$$

$$\widehat{g}_t = f \widehat{g}_{t-1} + v_t^g \quad (48)$$

Para resolver el sistema de ecuaciones diferenciales, se utiliza la metodología de coeficientes indeterminados de (Uhlig, Harald) metodología estándar para el análisis de los ciclos reales.

La idea subyacente es describir a todas las variables como una función lineal de variables endógenas y exógenas que no pueden ser cambiadas en el período t . A este conjunto de variables se las llama, de estado o predeterminadas.

Ahora para la resolución de este sistema de ecuaciones en diferencias (variables endógenas) más los dos shocks estocásticos (variables exógenas), el autor indica que para utilizar el algoritmo se debe escribir el sistema log linealizado de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
AX_t + BX_{t-1} + Cy_t + Dz_t &= 0 \\
E_t [FX_{t+1} + GX_t + HX_{t-1} + Jy_{t+1} + Ky_t + Lz_{t+1} + Mz_t] &= 0 \\
Z_{t+1} &= Nz_t + v_{t+1} \\
E_t [v_{t+1}] &= 0
\end{aligned} \tag{49}$$

En el sistema de ecuaciones anteriores, las matrices F, G, H, L, M, recogen los coeficientes en estado estacionario. Mientras que la matriz N se recogen únicamente los autovalores estables.

Empleando esta metodología, las variables de estado para esta economía son:

$$X_t = [\widehat{k}_{t+1}, \widehat{M}_t, \widehat{P}_t]$$

Y las variables de control son:

$$Y_t = [\widehat{r}_t, \widehat{w}_t, \widehat{c}_t, \widehat{y}_t, \widehat{h}_t]$$

Mientras, que las variables con expectativa son:

$$Z_t = [\widehat{j}_t, \widehat{g}_t]$$

En función de los vectores X_t, Y_t, Z_t , se procede a llenar las matrices de acuerdo a los coeficientes en estado estacionario; para posteriormente calibrarlos en función a los datos observados y solucionar el modelo. Las matrices con los coeficientes se encuentran detalladas en el Anexo correspondiente a la sección 7.4.

3.5 Calibración

El proceso de calibración para una economía en particular, tiene por objetivo encontrar los parámetros que permitan que el modelo teórico pueda replicar los datos observados.

Para ello se pueden hacer usos de técnicas econométricas clásicas o bayesianas y a través de indicadores macroeconómicos de contabilidad nacional.

Los parámetros tecnológicos pueden ser calibrados usando los datos de las cuentas nacionales.

De la condición de primer orden (capital), en la maximización de beneficios de la firma, se obtiene que:

$$r_t = \alpha \} k_t^{\alpha-1} H_t^{1-\alpha} \quad r_t = \frac{\alpha \} k_t^{\alpha} H_t^{1-\alpha}}{k_t}$$

$$r_t k_t = \alpha y_t \quad \alpha = \frac{r_t k}{y_t} \quad (50)$$

Es decir, α mide la participación del capital en el producto y $1-\alpha$ la participación del trabajo en el producto.

Para obtener esta estimación, se utiliza el enfoque del PIB por el lado del ingreso, se dispone de una serie 2007-2014 y de las cuentas de los sectores institucionales; con año base 2007. Con la información de sectores se obtiene la variable de ingreso mixto de los hogares, la misma que se suma a las remuneraciones. Esta estrategia se realiza porque los hogares al ser empresas no constituidas en sociedad su ganancia no es atribuida directamente al trabajo o capital, es así que se la denomina ingreso mixto; haciendo abstracción de esta dificultad se lo asigna directamente al trabajo.

Consecuentemente, utilizando la Tabla 6 la participación promedio del capital es 0.3303

Tabla 6: Enfoque del PIB por el ingreso

Variable	2007	2008	2009	2010	2011	2012 (sd*)	2013 (sd*)	2014 (p**)
Remuneraciones	16,106,689	19,119,405	21,864,162	23,238,230	26,899,816	30,879,612	34,616,684	37,607,264
+ Otros impuestos sobre la producción	161,851	191,452	237,871	282,834	380,371	590,876	715,257	766,274
+ Excedente Bruto de Explotación e Ingreso Mixto	32,242,363	40,240,045	36,911,242	42,978,396	49,256,028	52,385,683	55,065,128	58,057,879
Ingreso Mixto	14,074,270	18,702,395	18,865,089	21,003,891	23,389,363	25,117,683	26,629,309	31,238,591
EBE	18,168,093	21,537,650	18,046,153	21,974,505	25,866,665	27,268,000	28,435,819	26,819,288
= VALOR AGREGADO BRUTO	48,510,903	59,550,902	59,013,275	66,499,460	76,536,215	83,856,171	90,397,069	96,431,417
+ Otros Elementos del PIB***	2,496,874	2,211,733	3,506,411	3,055,907	2,740,449	4,068,373	4,379,101	4,485,955
= PRODUCTO INTERNO BRUTO	51,007,777	61,762,635	62,519,686	69,555,367	79,276,664	87,924,544	94,776,170	100,917,372

Fuente: BCE, Cuentas Nacionales

Para la determinación del factor de descuento se parte de la siguiente ecuación:

$$1 = s [\bar{r} + (1-u)]$$

$$1 = s (1 + \bar{r}) \quad s = \frac{1}{(1 + \bar{r})} \quad (51)$$

Se dispone de información de las tasas de interés nominal pasivas y activas en dólares, desde el año 2000 con frecuencia mensual. Se calcula las tasas reales de interés tomando en cuenta la tasa de inflación mensual y se obtiene el promedio de las tasas reales.

Se excluye del período de cálculo los tres primeros años de la dolarización, puesto que los precios tuvieron una inercia frente a la devaluación de la moneda, llevando a tener tasas reales negativas muy altas durante los primeros años de la dolarización en Ecuador. La tasa real bruta de interés es de 1.03.

Para la tasa de depreciación del capital, se parte de la ecuación de la productividad marginal del capital

$$r + u = PmgK$$

$$r + u = \alpha k_t^{\alpha-1} H_t^{1-\alpha}$$

$$r + u = \alpha \frac{y}{k} \frac{1}{r + u} = \frac{1}{\alpha} \frac{k}{y}$$

$$u = \alpha \frac{y}{k} - r \quad (52)$$

La tasa de depreciación anual es de 0.057

Para la estimación de los shocks de productividad se estiman los residuos de Solow a partir de la contabilidad clásica de crecimiento y se estima posteriormente un proceso AR (1), de acuerdo a la forma funcional definida con anterioridad.

De la ecuación 6, la productividad total de los factores λ_t , se obtiene como diferencia no explicada entre la producción y la acumulación de factores (capital y trabajo).

$$\lambda_t = \ln y_t - \alpha \ln k_t - (1 - \alpha) \ln h_t \quad (53)$$

Los resultados de aplicar la ecuación 53, se presentan en el Anexo correspondiente a la sección 7.5, se calibra con el coeficiente del proceso AR (1) y de la varianza de la regresión.

Para la demanda de saldos reales, se utiliza la serie 2000-2015, con frecuencia mensual. Para el concepto de demanda de dinero, la variable utilizada es el correspondiente a M2 (liquidez total). La liquidez total de la economía es la suma de la oferta monetaria M1 más el cuasi dinero y para obtener los saldos reales se divide para la inflación mensual; para tener la tasa neta de crecimiento del dinero se trabaja en términos logarítmicos.

$$\ln m_t = \mathbb{E} + g \ln m_{t-1} + v_t^g \quad (54)$$

Los resultados de la ecuación 54, se presentan en el Anexo correspondiente a la sección 7.5, se calibra con el coeficiente del proceso AR (1) y de la varianza de la regresión.

En la Tabla 7, se presentan los resultados de la estimación de la ecuación 53 y 54.

Tabla 7: Estimación de los parámetros para el shock de productividad y tasa de crecimiento del dinero

	Parámetros del residuo de solow	Parámetros de la demanda de saldos reales
}	0.9697	
g		0.1944
v_t^j	0.0538	
v_t^g		0.1233

De esta manera se ha logrado completar, el conjunto de parámetros que requiere la solución al sistema de ecuaciones diferenciales.

En este modelo (DSGE), la demanda de saldos reales que obedece a una regla de Política Monetaria, ha sido modelada a través de una función sencilla. Se puede pensar que la demanda real de dinero es la suma de un componente endógeno y exógeno, en particular para la economía ecuatoriana que perdió la política monetaria con su sistema dolarizado, es de suma importancia la generación dinero a través de la actividad económica (endógeno).

$$M_t = f(\Omega_t) + y_t \quad (55)$$

De acuerdo a la ecuación 55, la demanda de dinero es la suma de factores exógenos y_t y de un conjunto de factores endógenos Ω_t . Este último factor que puede recoger y ser explicado a través de variables reales de la actividad económica, no se encuentran modelados en el trabajo.

4 Principales resultados

Esta es la parte final del modelo, ya que se tiene el sistema de ecuaciones diferenciales log linealizadas, se han calibrado los parámetros y se han construido las matrices de coeficientes para las variables endógenas y exógenas, por lo que resta es la aplicación de un algoritmo para la solución.

La resolución se lleva a cabo a través del programa Matlab y se procede a observar el comportamiento de las variables reales antes shocks exógenos de productividad y de la tasa de crecimiento del dinero, esto es lo que se conoce como funciones impulso - respuesta.

En el Gráfico 11 y en el Gráfico 12, se presentan las funciones impulso - respuesta ante un shock de productividad y ante un shock en la tasa de crecimiento exógena del dinero respectivamente.

Como era de esperarse, en el Gráfico 12 se puede apreciar la neutralidad del dinero, un shock al crecimiento del dinero no tiene efecto sobre las variables reales de la economía, solamente una variación en el shock de productividad tiene efectos reales.

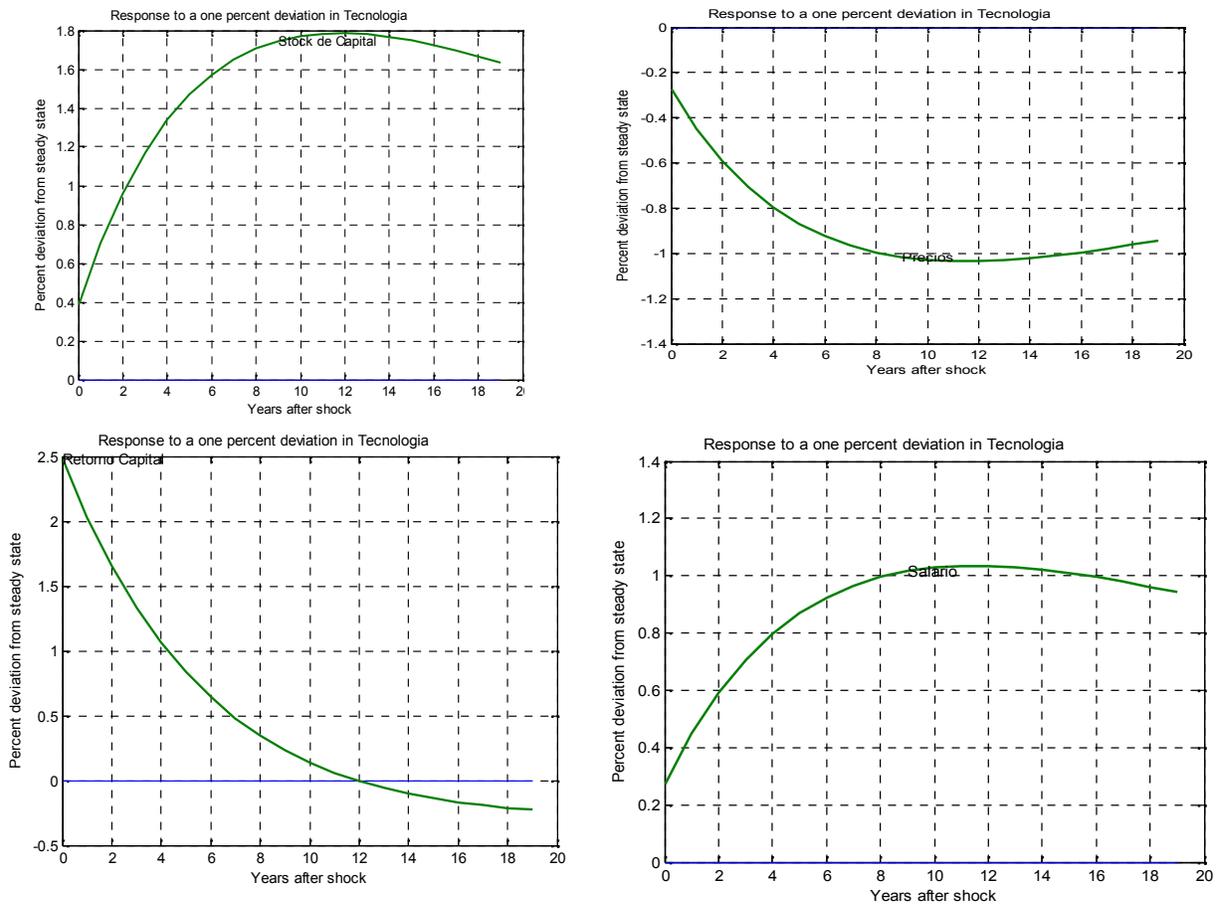
Con respecto al Gráfico 11, un crecimiento de 1% de en la productividad total de factores de la economía, tiene efectos multiplicadores: la producción total de la economía se incrementa en 2.5% y disminuye a lo largo del tiempo (en el período 18 posterior al shock, el crecimiento en la producción es de 1.5%); el salario, el consumo, el retorno del capital y el stock de capital se incrementan ante el shock de productividad. El consumo y el salario tienen un crecimiento más suave en el tiempo, el stock de capital tiene un efecto creciente en el tiempo y en el año doce alcanza el mayor crecimiento (1,8%).

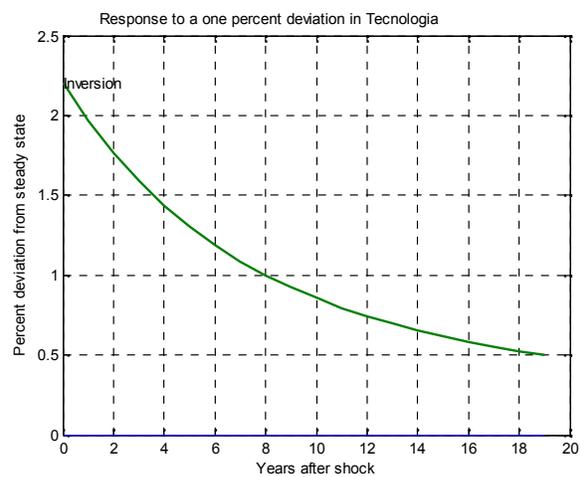
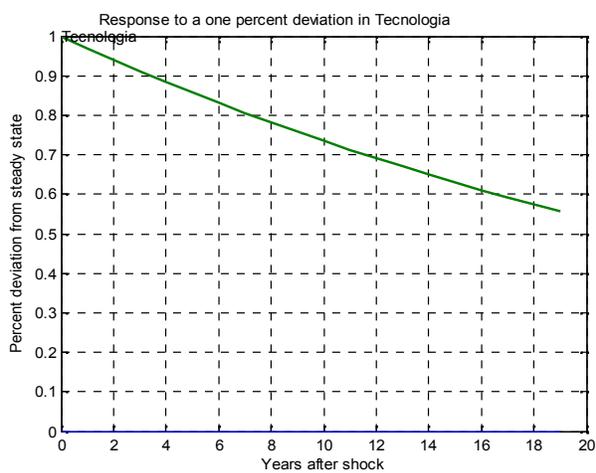
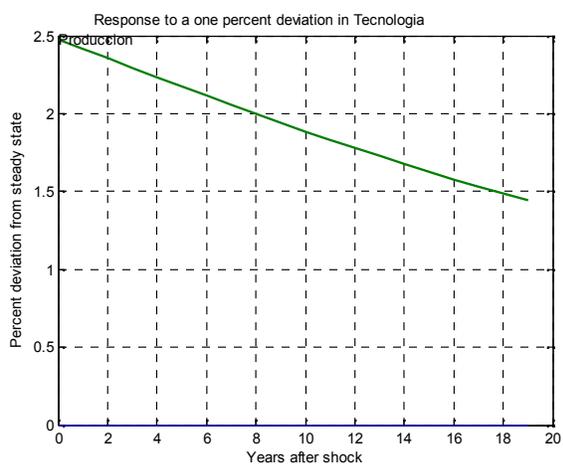
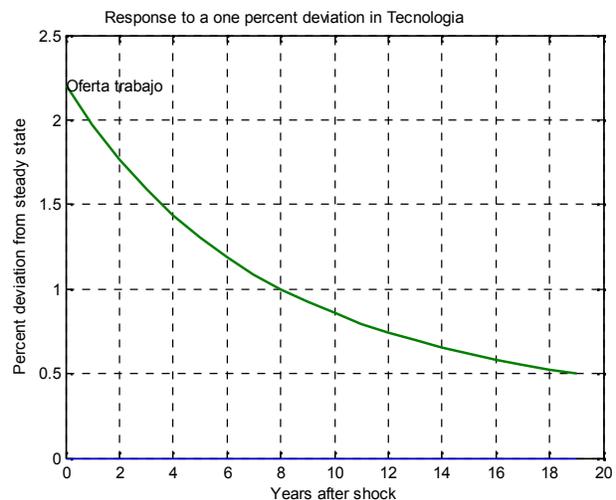
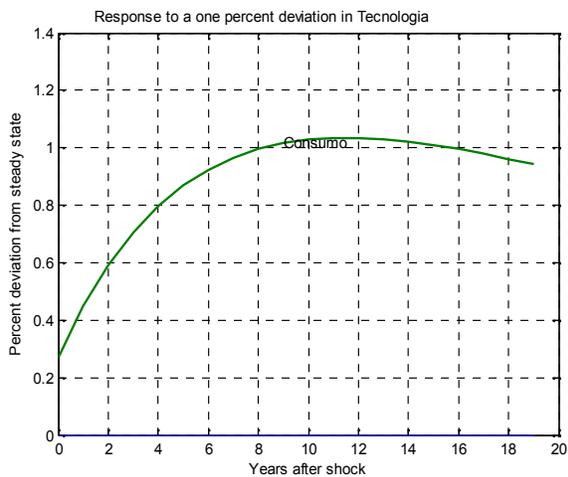
Los precios de esta economía disminuyen ante un incremento en la productividad, esto se explica por el crecimiento en la producción total de la economía.

En cuanto a la oferta de trabajo esta se incrementa, porque la variable responde a un crecimiento en los salarios.

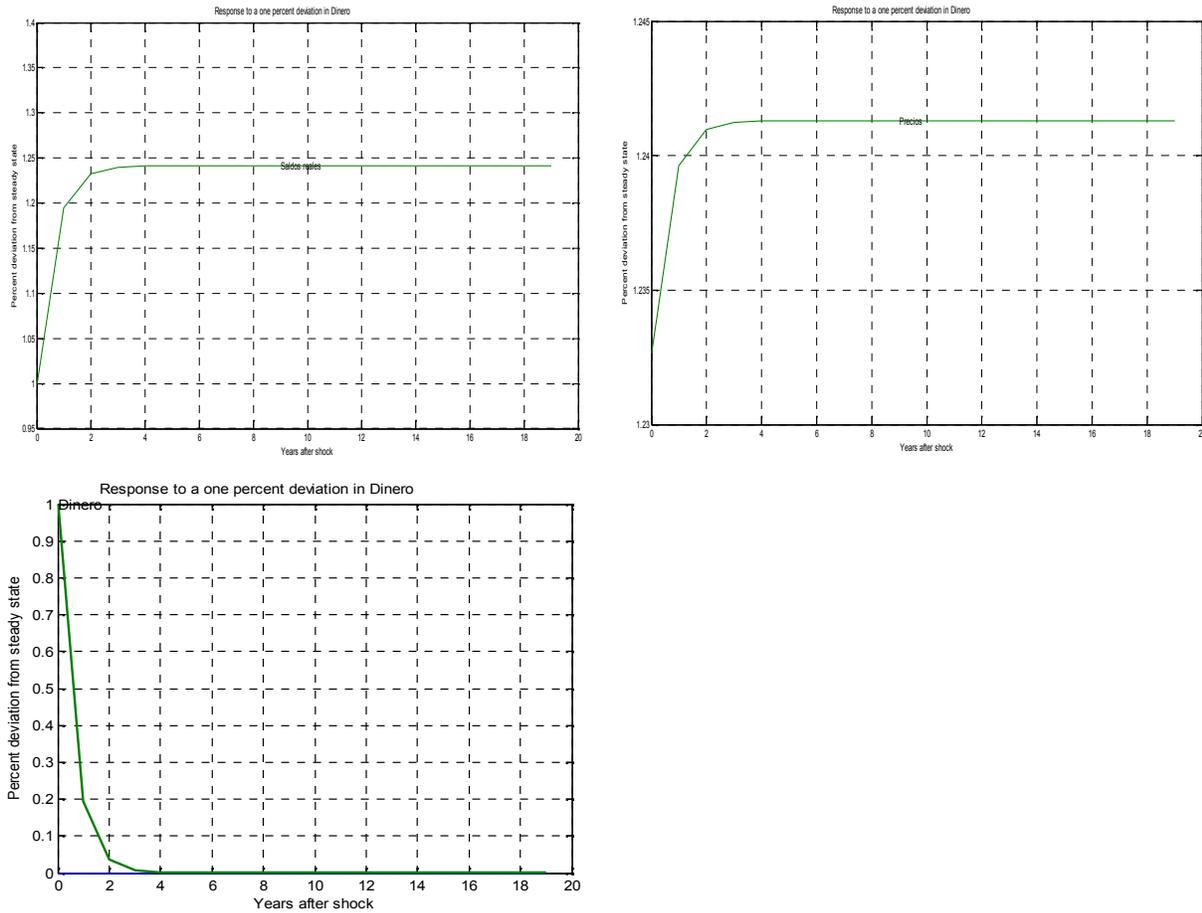
La variable final es la inversión, el multiplicador es de 2.25% ante un crecimiento del shock de productividad de un 1%.

Gráfico 11: Funciones respuesta ante un shock de productividad del 1%





En el Gráfico 12, se presentan las respuestas ante un crecimiento en la tasa de variación de los Saldos Reales de dinero. El efecto se presenta en los precios y en la demanda de saldos reales.

Gráfico 12: Funciones respuesta ante un shock de crecimiento del dinero del 1%

Ante el shock exógeno en el crecimiento del dinero, el efecto corresponde a que los precios se incrementan mucho más rápido, a lo que sucede con la Demanda de Saldo Reales.

Adicionalmente el shock de crecimiento del dinero tiene un coeficiente de persistencia baja por lo que los efectos desaparecen en el cuarto período.

Finalmente, para conocer si el modelo tiene la capacidad de replicar las volatilidades de las variables macroeconómicas que se describieron en los hechos estilizados del documento, se presenta en la Tabla 8 el desvío estándar de las variables simuladas respecto a su estado estacionario.

El producto varía en 4.5% frente al 3% del valor observado¹³, el consumo varía en 1.2% frente al 3.8% de la variación del Gasto de Consumo Final de los Hogares. Mientras que la volatilidad observada de la inversión es de 8% y la estimada por el modelo es de 4%.

Aunque el modelo estimado, no tiene la capacidad de replicar una volatilidad mayor al producto, la volatilidad del Consumo es menor a la volatilidad del producto y de la inversión; hechos que se coherentes con los datos observados empíricamente en los agregados macroeconómicos. Este hecho, es explicado teóricamente a lo largo del documento ya que los agentes optimizan intertemporalmente para suavizar su consumo.

Tabla 8: Desvío estándar de las variables simuladas respecto al estado estacionario

Stock de Capital	0.0206
Saldos reales	0.0340
Precios	0.0356
Retorno Capital	0.0462
Salario	0.0119
Consumo (C)	0.0119
Producción(PIB)	0.0452
Inversion	0.0400
Oferta trabajo	0.1231
shock de tecnología	0.0182
shock de tasa del dinero	0.0217

5 Conclusiones

El modelo de economía cerrada y pública que se presenta y desarrolla en el documento, tiene la virtud que permite explicar en gran medida la volatilidad del producto (PIB) al igual que mostrar la neutralidad del dinero en los ciclos reales de la economía, cuando en esta no se presentan restricciones de precios o de salarios; es decir lo que la literatura de modelos DSGE llama ausencia de precios pegajosos.

¹³ Se utiliza el filtro HP, para la comparación.

Los resultados de las variables reales de la economía ante un shock de productividad son los esperados de acuerdo a la literatura de ciclos reales, para la economía ecuatoriana un crecimiento en 1% en la productividad total de factores lleva un crecimiento en la producción del PIB en 2.5% y su efecto se desvanece rápidamente; aunque el multiplicador de la inversión es menor 2.2%.

Un hecho a ser resaltado de acuerdo a los hechos estilizados, es que el ciclo de la inversión real al igual que el gasto público, son muy volátiles, en especial en las recesiones la inversión tiene el mayor ajuste por debajo de su tendencia; en cambio que en las expansiones sucede con el gasto público.

Un aspecto a ser tomado en cuenta y que es relevante en la coyuntura actual del país, es el relacionado con apreciación en el tipo de cambio real por varios factores que no son de análisis en este documento. Sin embargo, un hacedor de política económica puede desarrollar políticas públicas utilizando como herramienta este modelo DSGE, un crecimiento en la productividad de la economía genera una reducción en el nivel general de precios de 0.3% y las reducciones en esta variable son crecientes en el tiempo, tanto así que en el período¹⁴ 10 se produciría una reducción de un 1%.

Ahora, en cuanto al comportamiento exógeno en la cantidad de dinero, se evidencia la neutralidad en las variables reales de la economía; en un contexto de ausencia de fricciones en precios o salarios. Un crecimiento en la tasa de creación de dinero, los precios se incrementan más rápidamente en esta economía en comparación a los saldos reales.

Finalmente, un hecho a tomar en consideración es la baja correlación entre las tasas reales de interés y el ciclo de la producción; evidenciando la dificultad de observar en que parte del ciclo se encuentra el producto y la manera de suavizarlo a través de la tasa de interés. En este modelo DSGE, no se encuentra explicitado una regla de decisión para las tasas de interés, pero se puede agregar en futuras investigaciones una función que tengan en cuenta una tasa nominal y un target de inflación.

¹⁴ La periodicidad es anual es este documento.

El modelo que se ha construido, puede ser mejorado en varios aspectos: introducción de un sector externo en la economía, endogenización de la demanda de dinero y la incorporación de variables exógenas como los precios del petróleo. Estas nuevas variables, permitirían explicar de mejor manera la volatilidad de la inversión real.

6 Bibliografía

- Barsky, R. B., & Sims, E. R. (2011). *News Shocks and Business Cycles*. Journal of Monetary Economics, 58(3), 273-289.
- Beaudry, P., & Portier, F. (2006). *Stock Prices, News and Economy Fluctuations*. American Economy Review, 96(4), 1293-1307.
- Escudé, G. (2010). *Modelos de Equilibrio General Dinámico y Estocástico (EGDE): Una Introducción*, Documentos de Trabajo, 47.
- Galí, J. (2008). *Monetary Policy, Inflation and the Business Cycle An Introduction to New Keynesian Framework and its applications*, Princeton University Press.
- García-Cicco J., & Pancrazi R (2010). *Real Business Cycles in Emerging Countries?.* American Economic Review, 2510-2531.
- Hansen, G., (1985). *Indivisible Labor and the Business Cycle*. Journal of Monetary Economics, 16(3), 309-327.
- Kydland, F. E., & Prescott, E. C. (1982). *Time to Build and Aggregate Fluctuations*. Econometría: Journal of the Econometric Society, 50(6), 1345-1370 .
- McCandless G. (2008). *The ABC of RBC An Introduction to Dynamic Macroeconomic Models*. Harvard University Press.
- Orellana, M. *Hechos Estilizados del ciclo económico del Ecuador: 1990-2009*. UNIVERSITAS 15. Julio/Diciembre, 53-84.
- Taylor J., Uhlig H (1990). *Solving Nonlinear Stochastic Growth Models: A Comparison of Alternative Solution Methods*. Journal of Business & Economic Statistics, 8(1).
- Torres D., Chicaiza C. *Análisis de Condiciones Macroeconómicas de Ecuador del período 1970-2010*.
- Uhlig, H.(1990), *A Toolkit for Analyzing Nonlinear Dynamic Stochastic Models Easily*.

7 Anexos

7.1 Descomposición de una serie a través del filtro Hodrick and Prescott (HP) y Lineal

El filtro (HP) asume que la serie de tiempo en la que se está interesado en descomponer (x_t) , tiene un componente tendencial (z_t) y un componente cíclico (\tilde{z}_t) y además se asume que la secuencia es infinita $\{x_t\}_{-\infty}^{+\infty}$.

El filtro (HP) tiene por objetivo encontrar una tendencia (z_t) suave respecto a cada dato observado (x_t) , por lo tanto la expresión a minimizar es la siguiente:

$$\text{Min} \quad \sum_{t=-\infty}^{t=\infty} (x_t - z_t)^2 \quad (a1)$$

Sin embargo minimizar la expresión anterior es básicamente llevar $(x_t - z_t)$ a cero, por lo que se agrega una restricción a la minimización, la ecuación es la siguiente:

$$\sum_{t=-\infty}^{t=\infty} [(z_{t+1} - z_t) - (z_t - z_{t-1})]^2 = \sum_{t=-\infty}^{t=\infty} [(z_{t+1} - 2z_t + z_{t-1})]^2 \quad (a2)$$

La ecuación anterior, penaliza la variación en la tendencia, por lo que el problema anterior se convierte en una minimización restringida, planteando el lagrangeano se obtiene la siguiente expresión:

$$\sum_{t=-\infty}^{t=\infty} (x_t - z_t)^2 + \lambda \sum_{t=-\infty}^{t=\infty} [(z_{t+1} - 2z_t + z_{t-1})]^2 \quad (a3)$$

La característica de este filtro es que permite eliminar fluctuaciones de frecuencias altas, de esta forma se puede extraer el componente de largo plazo o de baja frecuencia. El ciclo, en tanto se calcula como la diferencia entre el logaritmo de la serie y el componente de la tendencia anteriormente obtenida y su interpretación consiste en: desviaciones porcentuales de la serie respecto a su tendencia.

También se puede utilizar un filtro lineal¹⁵ para la extracción de la tendencia y ciclo, en este caso se supone que el componente tendencial es determinístico a lo largo de la serie y se expresa de la siguiente manera:

$$y_t = \Gamma + t + \hat{z}_t \quad (a4)$$

¹⁵ También está el filtro Band-Pass, filtros polinomiales, etc.

7.2 Desarrollo de las ecuaciones del estado estacionario no estocástico

De la ecuación (19) se obtiene:

$$1 = s [\bar{r} + (1-u)]$$

$$\bar{r} = \frac{1}{s} - (1-u) \quad (a5)$$

De la ecuación (18), correspondiente a la tasa marginal de sustitución entre ocio y consumo:

$$-\frac{B}{\bar{w}} = \frac{1}{\bar{c}} \quad \bar{c} = -\frac{\bar{w}}{B} \quad (a6)$$

De la ley de movimiento del capital, $k_{t+1} + \frac{w}{2}(k_{t+1} - k_t)^2 = (1-u)k_t + i_t$ implica que en estado estacionario:

$$\bar{i} = u\bar{K} \quad (a7)$$

De la condición de factibilidad, en una economía cerrada y reemplazando la inversión por su estado estacionario, se obtiene:

$$\bar{y} = \bar{c} + \bar{i} \quad \bar{y} = \bar{c} + u\bar{K} \quad \bar{y} = \beta \bar{K} \bar{H}^{1-\alpha} \quad (a8)$$

De la ecuación 7, y con $\beta = 1$

$$\bar{r} = \alpha \bar{K}^{\alpha-1} \bar{H}^{1-\alpha}$$

$$\bar{r} = \alpha \bar{K}^{\alpha-1} \bar{H}^{-(\alpha-1)}$$

$$\bar{r} = \alpha \left(\frac{\bar{K}}{\bar{H}} \right)^{\alpha-1} \quad \left(\frac{\bar{r}}{\alpha} \right)^{\frac{1}{\alpha-1}} = \frac{\bar{K}}{\bar{H}} \quad (a9)$$

Se sabe también que de la ecuación 7 y con $\beta = 1$:

$$\bar{w} = (1-\alpha) \bar{K} \bar{H}^{-\alpha} \quad \bar{w} = (1-\alpha) \left(\frac{\bar{K}}{\bar{H}} \right)^{\alpha}$$

$$\bar{w} = (1-\alpha) \left[\left(\frac{\bar{r}}{\alpha} \right)^{\frac{1}{\alpha-1}} \right]^{\alpha}$$

$$\bar{w} = (1-\alpha) \left[\left(\frac{\alpha}{\bar{r}} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \right] \quad (a10)$$

De la ecuación 20

$$\frac{1}{P_t C_t} = s E_t \frac{1}{P_{t+1} C_{t+1}} + D \frac{1}{M_t}$$

$$\frac{1}{C_t} = s E_t \frac{P_t}{P_{t+1} C_{t+1}} + D \frac{P_t}{M_t}$$

$$\frac{1}{\bar{C}} = s \frac{1}{\bar{C}f} + D \frac{\bar{P}}{\bar{M}}$$

Multiplicando la ecuación anterior por \bar{C}

$$1 = s \frac{1}{f} + D \bar{C} \frac{\bar{P}}{\bar{M}}$$

$$1 = s \frac{1}{g} + D \bar{C} \frac{1}{\bar{M} / \bar{P}}$$

$$1 - s \frac{1}{g} = \frac{D \bar{C}}{\bar{M} / \bar{P}}$$

$$\bar{M} / \bar{P} = D \left(\frac{\bar{g} \bar{C}}{\bar{g} - s} \right) \quad (a11)$$

Para determinar el nivel de producción, se parte de la ecuación 7 con $\beta = 1$

$$\left(\frac{\bar{r}}{n} \right) = \left(\frac{\bar{K}}{\bar{H}} \right)^{\alpha-1} \quad \left[\left(\frac{\bar{r}}{n} \right) \right]^{-1} = \left[\left(\frac{\bar{K}}{\bar{H}} \right)^{\alpha-1} \right]^{-1}$$

$$\left(\frac{n}{\bar{r}} \right) = \left(\frac{\bar{K}}{\bar{H}} \right)^{-(\alpha-1)} \quad \left(\frac{n}{\bar{r}} \right) = \left(\frac{\bar{K}}{\bar{H}} \right)^{1-\alpha} \quad (a12)$$

También el nivel de producción en estado estacionario es $\bar{Y} = 1$:

$$\bar{Y} = \bar{K}^\alpha \bar{H}^{1-\alpha}$$

$$\frac{\bar{K}}{\bar{H}} = \left(\frac{n}{\bar{r}} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad \frac{\bar{H}}{\bar{K}} = \left[\left(\frac{n}{\bar{r}} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \right]^{-1} \quad \frac{\bar{H}}{\bar{K}} = \left(\frac{n}{\bar{r}} \right)^{-\frac{1}{1-\alpha}}$$

$$\bar{H} = \bar{K} \left(\frac{n}{\bar{r}} \right)^{-\frac{1}{1-\alpha}} \quad \bar{H} = \bar{K} \left(\frac{n}{\bar{r}} \right)^{-\frac{1}{1-\alpha}} \quad \bar{H} = \bar{K} \left(\frac{n}{\bar{r}} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad (a13)$$

Finalmente, se puede determinar el nivel de producción en estado estacionario:

$$\bar{Y} = \bar{K}^\alpha \left[\bar{K} \left(\frac{n}{\bar{r}} \right)^{-\frac{1}{1-\alpha}} \right]^{1-\alpha} \quad \bar{Y} = \bar{K} \left(\frac{\bar{r}}{n} \right) \quad (a14)$$

Ahora se determina el stock de capital en estado estacionario \bar{K}

$$\begin{aligned}
 \bar{Y} &= \bar{C} + \bar{I} \\
 \bar{K} \left(\frac{\bar{r}}{u} \right) &= \bar{C} + u \bar{K} & \bar{K} \left(\frac{\bar{r}}{u} \right) - u \bar{K} &= \bar{C} \\
 \bar{K} \left(\frac{\bar{r}}{u} - u \right) &= \bar{C} & \bar{K} &= \frac{\bar{C}}{\left(\frac{\bar{r}}{u} - u \right)}
 \end{aligned} \tag{a15}$$

Ahora se determina el número de horas trabajadas

$$\begin{aligned}
 \bar{Y} &= \bar{K} \cdot \bar{H}^{1-\alpha} \\
 \bar{K} \left(\frac{\bar{r}}{u} \right) &= \bar{K} \cdot \bar{H}^{1-\alpha} \\
 \frac{\bar{K}}{\bar{K}} \left(\frac{\bar{r}}{u} \right) &= \bar{H}^{1-\alpha} & \bar{K}^{1-\alpha} \left(\frac{\bar{r}}{u} \right) &= \bar{H}^{1-\alpha} & \left[\bar{K}^{1-\alpha} \left(\frac{\bar{r}}{u} \right) \right]^{\frac{1}{1-\alpha}} &= \left[\bar{H}^{1-\alpha} \right]^{\frac{1}{1-\alpha}} \\
 \bar{H} &= \bar{K} \left(\frac{\bar{r}}{u} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} & \bar{H} &= \bar{K} \left(\frac{u}{\bar{r}} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}
 \end{aligned} \tag{a16}$$

7.3 Log linealización del sistema de ecuaciones

De la ecuación 17 se obtiene la ecuación de movimiento para el consumo y el salario de la economía ecuatoriana.

$$\begin{aligned}
 \frac{-B}{w_t} &= \frac{1}{c_t} & -B(c_t) &= w_t \\
 -B\bar{c}e^{\hat{c}_t} &= \bar{w}e^{\hat{w}_t} \\
 -B\bar{c}(1+\hat{c}_t) &= \bar{w}(1+\hat{w}_t) \\
 -B\bar{c} - B\bar{c}\hat{c}_t &= \bar{w} + \bar{w}\hat{w}_t \\
 -B\bar{c}\hat{c}_t &= \bar{w}\hat{w}_t \\
 \hat{c}_t &= \hat{w}_t & \hat{c}_t - \hat{w}_t &= 0 & \hat{w}_t - \hat{c}_t &= 0
 \end{aligned} \tag{a17}$$

De la ecuación 19 correspondiente a la ley de movimiento del capital, se obtiene:

$$\begin{aligned}
 E_t \frac{1}{c_{t+1}^i} [r_{t+1} + (1-u) + w(k_{t+2} - k_{t+1})] &= \frac{1}{S c_t^i} [1 + w(k_{t+1} - k_t)] \\
 \frac{1}{S} [1 + w(\bar{k}e^{\hat{k}_{t+1}} - \bar{k}e^{\hat{k}_t})] &= E_t e^{\hat{c}_t - \hat{c}_{t+1}} [(1-u) + w(\bar{k}e^{\hat{k}_{t+2}} - \bar{k}e^{\hat{k}_{t+1}}) + \bar{r}e^{\hat{r}_{t+1}}] \\
 1 + w[\bar{k}(1+\hat{k}_{t+1}) - \bar{k}(1+\hat{k}_t)] &= S E_t (1+\hat{c}_t - \hat{c}_{t+1}) [(1-u) + \bar{r}(1+\hat{r}_{t+1}) + w[\bar{k}(1+\hat{k}_{t+2}) - \bar{k}(1+\hat{k}_{t+1})]]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 1+W \left[\widehat{kk}_{t+1} - \widehat{kk}_t \right] &= S E_t (1 + \widehat{c}_t - \widehat{c}_{t+1}) \left[\frac{1}{S} + \widehat{rr}_{t+1} + W (\widehat{kk}_{t+2} - \widehat{kk}_{t+1}) \right] \\
 1+W \left[\widehat{kk}_{t+1} - \widehat{kk}_t \right] &= S + S \widehat{c}_t - S E_t \widehat{c}_{t+1} \left[\frac{1}{S} + \widehat{rr}_{t+1} + W (\widehat{kk}_{t+2} - \widehat{kk}_{t+1}) \right] \\
 1+W \widehat{kk}_{t+1} - W \widehat{kk}_t &= 1 + \widehat{c}_t - E_t \widehat{c}_{t+1} + S \widehat{rr}_{t+1} + S \widehat{rc}_{t+1} \widehat{r}_{t+1} - S \widehat{rc}_{t+1} \widehat{r}_{t+1} + S W \widehat{kk}_{t+2} + S W \widehat{kc}_{t+1} \widehat{k}_{t+2} \\
 &\quad + S W \widehat{ke}_{t+1} \widehat{c}_{t+1} \widehat{k}_{t+2} - S W \widehat{kk}_{t+1} - S W \widehat{kc}_{t+1} \widehat{k}_{t+1} + S W \widehat{ke}_{t+1} \widehat{c}_{t+1} \widehat{k}_{t+1} \\
 W \widehat{kk}_{t+1} - W \widehat{kk}_t &= \widehat{c}_t - E_t \widehat{c}_{t+1} + S \widehat{rr}_{t+1} + S W \widehat{kk}_{t+2} - S W \widehat{kk}_{t+1} \\
 W \widehat{kk}_{t+1} + S W \widehat{kk}_{t+1} - W \widehat{kk}_t \widehat{c}_t - \widehat{c}_t + E_t \widehat{c}_{t+1} - S \widehat{rr}_{t+1} - S W \widehat{kk}_{t+2} &= 0 \\
 S \widehat{r} E_t \widehat{r}_{t+1} + \widehat{c}_t - E_t \widehat{c}_{t+1} + S W \widehat{kk}_{t+2} - (1+S) W \widehat{kk}_{t+1} + W \widehat{kk}_t &= 0 \\
 \widehat{w}_t + S \widehat{r} E_t \widehat{r}_{t+1} - E_t \widehat{w}_{t+1} + S W \widehat{kk}_{t+2} - (1+S) W \widehat{kk}_{t+1} + W \widehat{kk}_t &= 0 \tag{a18}
 \end{aligned}$$

Ahora, de la ecuación 14 correspondiente a la restricción presupuestaria:

$$\begin{aligned}
 c_t + k_{t+1} + \frac{W}{2} (k_{t+1} - k_t)^2 &= w_t h_t + r_t k_t + (1-u) k_t \\
 c_t + k_{t+1} + \frac{W}{2} (k_{t+1} - k_t)^2 &= w_t h_t + r_t k_t + (1-u) k_t \\
 \bar{c} e^{\widehat{c}_t} + \bar{k} e^{\widehat{k}_{t+1}} + \frac{W}{2} (\bar{k} e^{\widehat{k}_{t+1}} - \bar{k} e^{\widehat{k}_t})^2 &= \bar{w} \bar{h} e^{\widehat{w}_t + \widehat{h}_t} + \bar{r} \bar{k} e^{\widehat{r}_t + \widehat{k}_t} + (1-u) \bar{k} e^{\widehat{k}_t} \\
 \bar{c} (1 + \widehat{c}_t) + \bar{k} (1 + \widehat{k}_{t+1}) &= \bar{w} \bar{h} (1 + \widehat{w}_t + \widehat{h}_t) + \bar{r} \bar{k} (1 + \widehat{r}_t + \widehat{k}_t) + \bar{k} (1-u) (1 + \widehat{k}_t) - \frac{W}{2} (\bar{k} e^{\widehat{k}_{t+1}} - \bar{k} e^{\widehat{k}_t})^2 \\
 \bar{c} + \bar{c} \widehat{c}_t + \bar{k} + \bar{k} \widehat{k}_{t+1} &= \bar{w} \bar{h} + \bar{w} \bar{h} \widehat{w}_t + \bar{w} \bar{h} \widehat{h}_t + \bar{r} \bar{k} + \bar{r} \bar{k} \widehat{r}_t + \bar{r} \bar{k} \widehat{k}_t + (1-u) \bar{k} + (1-u) \bar{k} \widehat{k}_t - \frac{W}{2} (\bar{k} e^{\widehat{k}_{t+1}} - \bar{k} e^{\widehat{k}_t})^2 \\
 \bar{c} \widehat{c}_t + \bar{k} \widehat{k}_{t+1} - \bar{w} \bar{h} \widehat{w}_t - \bar{w} \bar{h} \widehat{h}_t - \bar{r} \bar{k} \widehat{r}_t - \bar{r} \bar{k} \widehat{k}_t - (1-u) \bar{k} \widehat{k}_t - \frac{W}{2} (\bar{k} e^{\widehat{k}_{t+1}} - \bar{k} e^{\widehat{k}_t})^2 &= 0 \\
 \bar{c} \widehat{c}_t + \bar{k} \widehat{k}_{t+1} - \bar{w} \bar{h} \widehat{w}_t - \bar{w} \bar{h} \widehat{h}_t - \bar{r} \bar{k} \widehat{r}_t - \bar{k} [\bar{r} + (1-u)] \widehat{k}_t - \frac{W}{2} (\bar{k} e^{\widehat{k}_{t+1}} - \bar{k} e^{\widehat{k}_t})^2 &= 0
 \end{aligned}$$

Dado que corresponde a una aproximación de Taylor de primer orden, el último elemento es igual a cero.

$$\bar{c} \widehat{c}_t + \bar{k} \widehat{k}_{t+1} - \bar{w} \bar{h} \widehat{w}_t - \bar{w} \bar{h} \widehat{h}_t - \bar{r} \bar{k} \widehat{r}_t - \bar{k} [\bar{r} + (1-u)] \widehat{k}_t = 0 \tag{a19}$$

De la ecuación 20 correspondiente a la demanda de saldos reales, la ecuación log linealizada es:

$$\begin{aligned} \frac{1}{c_t} &= S E_t \frac{P_t}{P_{t+1} c_{t+1}} + D \frac{P_t}{M_t} \\ \frac{1}{\bar{c} e^{\hat{c}_t}} &= S E_t \frac{\bar{P} e^{\hat{P}_t}}{\bar{P} e^{\hat{P}_{t+1}} \bar{c} e^{\hat{c}_{t+1}}} + D \frac{\bar{P} e^{\hat{P}_t}}{\bar{M} e^{\hat{M}_t}} \\ \frac{e^{-\hat{c}_t}}{\bar{c}} &= S \frac{1}{\bar{c}} E_t e^{\hat{P}_t - \hat{P}_{t+1} - \hat{c}_{t+1}} + D \frac{\bar{P}}{\bar{M}} e^{\hat{P}_t - \hat{M}_t} \\ e^{-\hat{c}_t} &= S E_t e^{\hat{P}_t - \hat{P}_{t+1} - \hat{c}_{t+1}} + D \frac{\bar{P} \bar{c}}{\bar{M}} e^{\hat{P}_t - \hat{M}_t} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (1 - \hat{c}_t) &= S E_t (1 + \hat{P}_t - \hat{P}_{t+1} - \hat{c}_{t+1}) + D \frac{\bar{P} \bar{c}}{\bar{M}} (1 + \hat{P}_t - \hat{M}_t) \\ 1 - \hat{c}_t &= S + S E_t (\hat{P}_t - \hat{P}_{t+1} + \hat{c}_{t+1}) + D \frac{\bar{c}}{\bar{M} / \bar{P}} + D \frac{\bar{c}}{\bar{M} / \bar{P}} (\hat{P}_t - \hat{M}_t) \\ \frac{S}{\bar{g}} + \frac{D \bar{c}}{\bar{M} / \bar{P}} &= S + S \hat{P}_t - S E_t \hat{P}_{t+1} - S E_t \hat{c}_{t+1} + \frac{D \bar{c}}{\bar{M} / \bar{P}} + \frac{D \bar{c}}{\bar{M} / \bar{P}} \hat{P}_t - \frac{D \bar{c}}{\bar{M} / \bar{P}} \hat{M}_t + \hat{c}_t \\ \hat{c}_t + \left[S + \frac{D \bar{c}}{\bar{M} / \bar{P}} \right] \hat{P}_t - S E_t \hat{c}_{t+1} - S E_t \hat{P}_{t+1} - \frac{D \bar{c}}{\bar{M} / \bar{P}} \hat{M}_t &= 0 \end{aligned} \quad (a20)$$

Ahora se procede a log linealizar la función de producción

$$\hat{y}_t - \hat{\lambda}_t - \alpha \hat{k}_t - (1 - \alpha) \hat{h}_t = 0 \quad (a21)$$

Y la función de retorno del capital log linealizada es:

$$\hat{r}_t - \hat{\lambda}_t - (\alpha - 1) \hat{k}_t - (1 - \alpha) \hat{h}_t = 0 \quad (a22)$$

Para la función del salario, la ecuación es:

$$\hat{w}_t - \hat{\lambda}_t - \alpha \hat{k}_t + \alpha \hat{h}_t = 0 \quad (a23)$$

De la ecuación de crecimiento del dinero

$$\begin{aligned} M_t &= g_t M_{t-1} \\ \log M_t &= \log g_t + \log M_{t-1} \\ \hat{m}_t - \hat{g}_t - \hat{m}_{t-1} &= 0 \end{aligned} \quad (a24)$$

Finalmente, se debe loglinealizar los shocks estocásticos, para la ecuación del shock de productividad:

$$\hat{\lambda}_t = \chi \hat{\lambda}_{t-1} + v_t^\lambda \quad (a25)$$

Y para el shock de crecimiento del dinero, es:

$$\hat{g}_t = f \hat{g}_{t-1} + v_t^g \quad (a26)$$

7.4 Elaboración matrices

Por lo tanto las matrices que se presentan a continuación corresponden a las ecuaciones resumidas del sistema y de acuerdo al orden que indica el algoritmo de Uhlig; las matrices de coeficientes son:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \bar{K} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -[\bar{r} + (1-u)]\bar{K} & 0 & 0 \\ -u & 0 & 0 \\ -(u-1) & 0 & 0 \\ -u & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ -r\bar{K} & -\bar{w}h & \bar{c} & 0 & -\bar{w}h \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -(1-s) \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -(1-s) \\ 0 & 1 & 0 & 0 & s \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -1 & 0 \\ -1 & 0 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -s/g \\ s\bar{w}\bar{k} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{D\bar{c}}{\bar{M}/\bar{P}} & \left[\frac{s}{g} + \frac{D\bar{c}}{\bar{M}/\bar{P}} \right] \\ -(1+s)\bar{w}\bar{k} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \bar{w}\bar{k} & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$J = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -s/\bar{g} & 0 & 0 \\ s\bar{r} & -1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$L = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$N = \begin{bmatrix} x & 0 \\ 0 & f \end{bmatrix}$$

7.5 Resultados de la estimación para el shock de productiva y tasa de crecimiento del dinero

Modelo AR (1) a los residuos de Solow

Variable	Coefficiente	Error Estándar	Valor t	Valor P
C	1.052606	0.331562	3.17	0.0026
AR(1)	0.969684	0.045593	21.27	0.0000
R-squared	0.904067			
Adjusted R-squared	0.902068			
Error estándar de la regresión	0.033464			
Suma cuadrada residuos	0.053752			
Durbin-Watson	1.905065			
Inverted AR	.97			
Roots				

Modelo AR (1) a la Demanda de saldos reales

Variable	Coefficiente	Error Estándar	Valor t	Valor P
C	0.016308	0.002306	7.07	0.0000
AR(1)	0.194396	0.070423	2.76	0.0063
R-squared	0.038953			
Adjusted R-squared	0.033841			
S.E. of regression	0.025605			
Suma cuadrada residuos	0.123257			
Durbin-Watson stat	1.931338			
Inverted AR Roots	.19			