

Integración Vertical en la Industria de Videojuegos

Stefano Baratuche, Luciano Díaz, Christian Ducros, Kyros Jalife

Tutor de tesis: Leandro Arozamena

Universidad Torcuato Di Tella

12 de julio, 2013

1. Introducción

A grandes rasgos, la industria de videojuegos se divide en dos sectores: el de las consolas (hardware) y el de los juegos (software). El primero tiene una alta concentración de mercado y está conformado por tres compañías: Nintendo, Sony y Microsoft. No ocurre lo mismo con el mercado de videojuegos, ya que en este, además de las propias compañías de hardware, también participan “third-party publishers”. Estos pagan licencias o regalías a las compañías de hardware, y a cambio obtienen el permiso para manufacturar y publicar un determinado juego para una o más consolas (puede o no haber contratos de exclusividad). Esta modalidad de negocio surgió en respuesta a la crisis de la industria de 1983 en Estados Unidos, en que las ganancias cayeron un 97 % en dos años. El objetivo era controlar la cantidad y calidad de juegos disponibles para la consola, evitando la saturación de juegos de mala calidad. Previo a 1983, no existía este tipo de restricción para publicar juegos, y la situación era similar a lo que ocurre hoy en día con la publicación de aplicaciones para sistemas operativos “open source” como Android.

En la actualidad existen más de cien publicadores activos, y los videojuegos que venden son desarrollados “in-house” o por “third-party developers”, quienes reciben a cambio una suma fija o regalías sobre las ventas, dependiendo del contrato. El mercado de videojuegos tiene la característica fundamental de ser un mercado de plataforma (“two-sided market”): existen dos tipos de usuarios (los desarrolladores/publicadores y los usuarios finales) que interactúan entre sí a través de una plataforma (la consola), generando efectos de red, directos o indirectos. Esto último quiere decir que la utilidad que un usuario deriva del uso de la plataforma es creciente con el número de usuarios que también hacen uso de ella. Algunos ejemplos de plataformas son las tarjetas de crédito, las redes de comunicación (como la telefonía e internet), las redes sociales y los idiomas. En el caso del mercado de videojuegos se genera un efecto de red indirecto, ya que cuantos más usuarios hagan uso de una determinada consola, más juegos se van a desarrollar para ésta, y más utilidad va a derivar el usuario final.

En este trabajo haremos un modelo basado en la industria de videojuegos para el hogar, dejando de lado el sector portable, el cual tiene una composición de mercado muy distinta debido a la gran cantidad de dispositivos de hardware que compiten en él, y a la existencia de dos mecanismos de plataforma tan distintos como lo son el hardware de las consolas de videojuegos portátiles, y los sistemas operativos de celulares y tabletas (los cuales no cuentan con las restricciones de publicación de las consolas). Además, no haremos distinción entre desarrolladores y publicadores: consideraremos que el desarrollo siempre es “in-house”, independientemente de si la publicación es “first-party” o “third-party”. Nuestro objetivo es estudiar los efectos de restricciones verticales en la cadena de producción y comercialización de videojuegos sobre el mercado tanto de juegos como de consolas. Tal como se explico, esta cadena tiene varios eslabones, pero

nos concentramos en lo que ocurre cuando una empresa fabricante de consolas decide publicar videojuegos por sí misma, en lugar de cobrar regalías o licencias a otras empresas que publican juegos en su plataforma. Buscamos identificar las consecuencias de esta integración en la competencia entre distintas plataformas (algunas de las cuales se integran verticalmente y otras no) a través de distintas variables, como el nivel de precios de los juegos en cada plataforma, la variedad de juegos que se distribuye en cada una, y los precios resultantes de las consolas.

Para diseñar nuestro modelo tomamos como referencia el trabajo de Rochet y Tirole [?] sobre mercados de plataformas donde uno o varios intermediarios (i.e. sistemas operativos, tarjetas de crédito, etc.) compiten por la adhesión tanto de compradores y vendedores de un mismo producto. Por este servicio, la plataforma percibe compensaciones (ya sean fijas o variables respecto al monto de transacciones) de cada una de las partes. A diferencia de este paper, vamos a construir un modelo en el que las firmas pueden optar por integrarse o no, y el excedente por una transacción es endógeno.

2. Modelo

El modelo que empleamos consiste en una interacción en dos etapas. En la primera, dos fabricantes de consolas $j \in \{1, 2\}$ fijan el precio de su plataforma P_j (un cargo fijo para el individuo i) - cada individuo compra a lo sumo una consola. Denotamos como $U_j(i)$ la utilidad bruta del individuo i por comprar la consola j , y establecemos como condición para que i compre la consola 1:

$$\begin{aligned}U_1(i) - P_1 &\geq U_2(i) - P_2 \\U_1(i) - P_1 &\geq 0\end{aligned}$$

Luego de observar las ventas de cada consola, en la segunda etapa potenciales vendedores de videojuegos (o, en el caso de la consola integrada, posibles variedades de juegos que ella misma produce) ofrecen su producto en cada plataforma. Trabajamos sólo con integración absoluta: una consola que haya decidido producir sus propios videojuegos deberá encargarse exclusivamente de su provisión.

2.1. Problema del consumidor

La utilidad subjetiva de una consola en nuestro modelo deriva exclusivamente de los juegos que i consume en ella. A partir de este planteo, el tipo de un consumidor i se caracteriza por las preferencias sobre todos los juegos que se venden potencialmente en el segundo período. Representamos la variedad de juegos

y de consumidores como una ciudad circular de perímetro 1 y contemplamos que un mismo juego x se puede ofrecer en distintas consolas a precios distintos $(p_1(x), p_2(x))$, por lo que la utilidad de cada variedad consumida es contingente a la consola donde se juega:

$$u_j^i(x) = v - t|i - x| - p_j(x)$$

Donde i compra x si $u_j^i(x) > 0$. La diferencia en precios entre consolas surge

porque, aunque una misma variedad se puede vender en más de una consola, los mercados están separados: consideramos que la integración vertical implica que un juego producido por el fabricante de consolas es exclusivo en esa plataforma, mientras que los juegos que se ofrecen en plataformas no integradas están excluidos sólo de la consola integrada. Luego, definimos al conjunto de juegos consumidos por el individuo i como $A(i) = \{x \in [0, 1] : u_j^i(x) > 0\}$ y la utilidad de consumir la consola j se expresa:

$$U_j(i) = \int_{A(i)} u_j^i(x) dx$$

2.1.1. Construcción de las demandas de videojuegos

En nuestro modelo surgen efectos de red por la incompatibilidad entre consolas. Una variedad x puede tener gran parte de los consumidores en su entorno capturados por la consola 1 y así enfrentar una demanda mucho menor si un productor decide venderla en la consola 2, tomando los precios como dados; asimismo, un consumidor podría encontrarse con menos juegos en su localidad si su consola vendió pocas unidades ahí. Ahora construimos las funciones de demanda para un juego x ofrecido en la consola j , que notamos $D_j(x, p_j(x))$. Para ello, suponemos que cada consola cuenta con una base instalada compuesta por un intervalo cerrado $B_1 = [a, b]$. Sin pérdida de generalidad, cuando trabajemos con una consola en particular usaremos como punto de referencia el centro, respecto al cual el intervalo es simétrico: $[-h, h]$.

Para calcular la demanda de un juego x en una ciudad circular sin limitaciones de compatibilidad sólo es necesario encontrar al individuo θ que es indiferente entre comprar el producto y no hacerlo (En este modelo, la decisión de comprar un juego x es separable de la decisión de comprar un juego $y \neq x$).

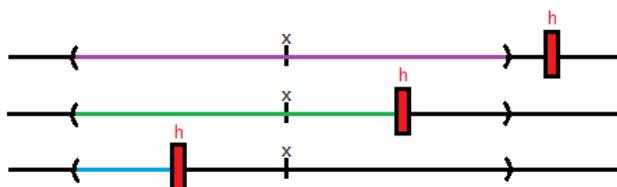
$$\begin{aligned} u_j^\theta(x) &= v - t|\theta - x| - p_j = 0 \\ \theta &= x \pm \frac{v-p_j}{t} \\ D(x, p) &= 2 \frac{v-p}{t} \end{aligned}$$

Sin embargo, puede ocurrir que el individuo indiferente entre consumir x y no hacerlo no tenga la consola j en primer lugar (i.e. $\theta \notin B_1$), lo que produce

quiebres en la función de demanda según la distancia de x a los extremos de B_1 . Esta es la fórmula que encontramos:

$$D_j(x, p_j(x)) = \begin{cases} \frac{v-p_j}{t} + x + h & \text{si } -h - \frac{v-p_j}{t} < x < -h + \frac{v-p_j}{t} \\ 2\frac{v-p_j}{t} & \text{si } -h + \frac{v-p_j}{t} < x < h - \frac{v-p_j}{t} \\ \frac{v-p_j}{t} + h - x & \text{si } h - \frac{v-p_j}{t} < x < h + \frac{v-p_j}{t} \\ 0 & \text{caso contrario} \end{cases}$$

En este gráfico se ilustra como se trunca la demanda del juego x por restricciones de compatibilidad:



La siguiente figura ilustra, en rojo, la base instalada de la consola j (los consumidores en el intervalo rojo compran j). Arriba se ve el intervalo de *juegos* que enfrentan demanda positiva en la consola a precio P . El color del segmento indica en qué punto un extremo de la base instalada ($-h$ o h) trunca la demanda de x (cuando x esta dentro de la base instalada se marca en verde, cuando esta fuera en azul)



2.2. Interacción entre firmas

Una vez construida la demanda que enfrenta un juego x en una consola a precio $p_j(x)$, falta definir los costos para plantear el problema de la segunda etapa. En nuestro modelo, la integración vertical es absoluta: el fabricante de consolas que decide integrarse producirá todos sus juegos, mientras que la empresa que no lo haga no producirá ninguno. La empresa que no se integra se limita a cobrar una licencia por unidad m_j (constante en x) al estudio que produce x para su plataforma. Suponemos que la consola 1 se integra verticalmente mientras que 2 no lo hace.

En cualquiera de las dos plataformas, la oferta de un juego está en manos de un monopolio: en el caso de la consola 1, el monopolista es el fabricante de consolas; en el caso de la consola 2, el mercado está en manos de una empresa que se dedica exclusivamente a desarrollar/publicar juegos. Ambas empresas cuentan con un costo marginal c de producir cada juego, pero la consola 1 enfrenta, como costo adicional por integrarse, una suma fija F por cada variedad introducida a su plataforma. Destacamos que se puede traducir esta implementación a un modelo donde todas las firmas trabajan con un costo fijo: F simplemente representa la diferencia entre ese costo en un contexto de integración vertical y uno por fuera.

2.2.1. Equilibrio en el segundo periodo

El problema de la consola integrada

Empezamos con el problema del primer fabricante de consolas, cuya función de costos para producir una cantidad q_1 de una variedad x es:

$$C_1(q_1(x)) = \begin{cases} F + cq_1(x) & \text{si } q_1(x) > 0 \\ 0 & \text{si } q_1(x) = 0 \end{cases}$$

Con su correspondiente función de demanda:

$$D_1(x, p_1(x)) = \begin{cases} \frac{v-p_1(x)}{t} + h + x & \text{si } -h - \frac{v-p_1(x)}{t} < x < -h + \frac{v-p_1(x)}{t} \\ 2\frac{v-p_1(x)}{t} & \text{si } -h + \frac{v-p_1(x)}{t} < x < h - \frac{v-p_1(x)}{t} \\ \frac{v-p_1(x)}{t} + h - x & \text{si } h - \frac{v-p_1(x)}{t} < x < h + \frac{v-p_1(x)}{t} \\ 0 & \text{caso contrario} \end{cases}$$

Vamos a modelar la decisión del único fabricante en una variedad x como la maximización de beneficios de un monopolio:

$$\max_{\{p_1(x)\}} (p_1(x) - c)D_1(x, p_1(x)) - F$$

$$\begin{aligned} & (p_1(x) - c)\left(\frac{v-p_1(x)}{t} + h + x\right) - F & \text{si } -h - \frac{v-p_1(x)}{t} < x < -h + \frac{v-p_1(x)}{t} & (1) \\ = & 2(p_1(x) - c)\frac{v-p_1(x)}{t} - F & \text{si } -h + \frac{v-p_1(x)}{t} < x < h - \frac{v-p_1(x)}{t} & (2) \\ & (p_1(x) - c)\left(\frac{v-p_1(x)}{t} + h - x\right) - F & \text{si } h - \frac{v-p_1(x)}{t} < x < h + \frac{v-p_1(x)}{t} & (3) \end{aligned}$$

A continuación enumeramos para cada segmento de la demanda (1), (2), (3) condiciones de primer orden, precio óptimo y condiciones para que la solución sea interior (que la demanda correspondiente al precio óptimo pertenezca al segmento especificado).

Problema en (1)

$$\max_{\{p_1(x)\}} (p_1(x) - c) \left(\frac{v - p_1(x)}{t} + h + x \right) - F$$

Condición de Primer Orden

$$\frac{v+c-2p}{t} + x + h = 0$$

$$p^* = \frac{1}{2}[v + c + t(x + h)] \quad (1,1)$$

Condiciones de interioridad $-h - \frac{v-p^*}{t} < x < -h + \frac{v-p^*}{t}$:

$$x > -h - \frac{v-c}{t}$$

$$x < -h + \frac{v-c}{3t}$$

Problema en (2)

$$\max_{\{p_1(x)\}} 2(p_1(x) - c) \frac{v - p_1(x)}{t} - F$$

Condición de Primer Orden

$$\left(\frac{v-2p+c}{t} \right) = 0$$

$$p^* = \frac{v+c}{2} \quad (2,1)$$

Condiciones de interioridad $-h + \frac{v-p^*}{t} < x < h - \frac{v-p^*}{t}$:

$$x > -h + \frac{v-c}{2t}$$

$$x < h - \frac{v-c}{2t}$$

Problema en (3)

$$\max_{\{p_1(x)\}} (p_1(x) - c) \left(\frac{v - p_1(x)}{t} + h - x \right) - F$$

Condición de Primer Orden

$$\frac{v+c-2p}{t} - x + h = 0$$

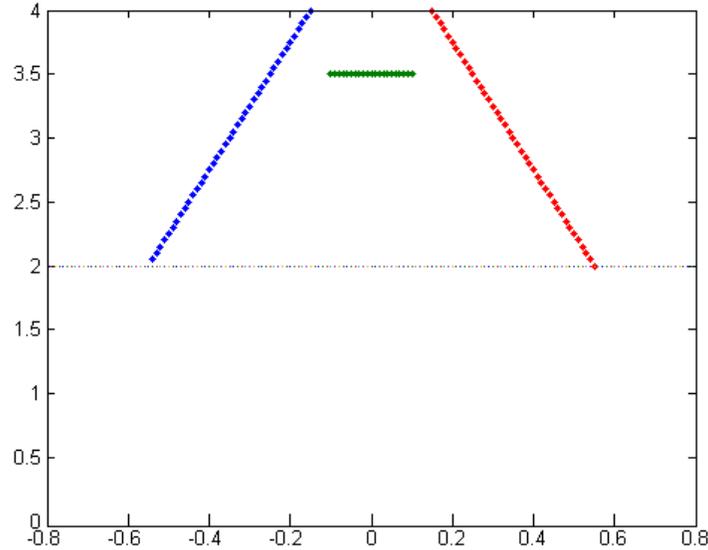
$$p^* = \frac{1}{2}[v + c + t(h - x)] \quad (3,1)$$

Condiciones de interioridad $h - \frac{v-p^*}{t} < x < h + \frac{v-p^*}{t}$

$$x > h - \frac{v-c}{3t}$$

$$x < h + \frac{v-c}{t}$$

Representamos las soluciones del problema de maximización para cada segmento en el siguiente gráfico (la línea negra es el costo marginal c).



Ejemplo de p^* con $v=5$, $c=2$, $t=10$, $h=0.25$

Quedan dos segmentos de x donde el nivel de precios no se puede caracterizar con condiciones de primer orden: $[-h + \frac{v-c}{3t}, -h + \frac{v-c}{2t}]$, $[h - \frac{v-c}{2t}, h - \frac{v-c}{3t}]$. Lo que ocurre en estos segmentos es que (por ejemplo en $[h - \frac{v-c}{2t}, h - \frac{v-c}{3t}]$) al precio óptimo que derivamos para el segmento 2 la demanda se trunca con un extremo de la base instalada, por lo que al precio máximo que mantiene al conjunto de compradores sin cortes (menor al óptimo) los beneficios marginales permanecen positivos. Mientras tanto, al precio óptimo que derivamos para el segmento 3 la demanda es demasiado chica y no se trunca, por lo que al precio mínimo (mayor al óptimo) que mantiene al conjunto de compradores cortado por un extremo de la base instalada los beneficios marginales son negativos. Entonces concluimos que el precio que compone la solución de esquina en estas áreas se obtiene igualando las demandas de los segmentos contiguos (1 y 2, 2 y 3 respectivamente):

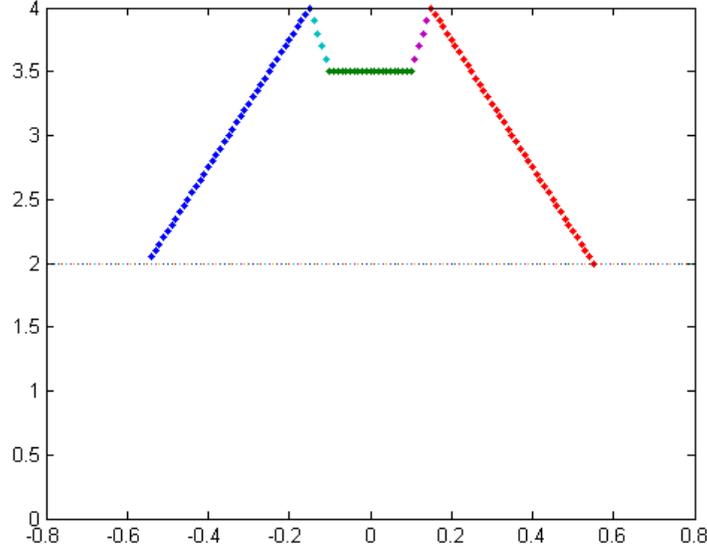
$$x \in [-h + \frac{v-c}{3t}, -h + \frac{v-c}{2t}] \rightarrow p^* : (\frac{v-p^*}{t} + h + x) = 2\frac{v-p^*}{t} \rightarrow p^* = v - t(h + x) \tag{4,1}$$

$$x \in [h - \frac{v-c}{2t}, h - \frac{v-c}{3t}] \rightarrow p^* : 2\frac{v-p^*}{t} = (\frac{v-p^*}{t} + h - x) \rightarrow p^* = v - t(h - x) \tag{5,1}$$

El sistema de precios en la consola 1 queda de la siguiente forma ¹

¹Para que el segmento intermedio esté bien definido, requerimos que la demanda de consolas

$$p_1^*(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}[v + c + t(x + h)] & \text{si } -h - \frac{v-c}{t} < x < -h + \frac{v-c}{3t} \\ v - t(h + x) & \text{si } -h + \frac{v-c}{3t} < x < -h + \frac{v-c}{2t} \\ \frac{v+c}{2} & \text{si } -h + \frac{v-c}{2t} < x < h - \frac{v-c}{2t} \\ v - t(h - x) & \text{si } h - \frac{v-c}{2t} < x < h - \frac{v-c}{3t} \\ \frac{1}{2}[v + c + t(h - x)] & \text{si } h - \frac{v-c}{3t} < x < h + \frac{v-c}{t} \end{cases}$$



Ahora, lo que queda para la consola 1 es determinar que juegos va a producir, considerando su costo fijo. Para que el problema de la primera etapa no sea trivial (o sea, para que la utilidad del individuo pivotal sea positiva para algun precio de la consola P_1), requerimos que este juego se ubique en el último tramo que derivamos para la demanda. Con nuestro supuesto de costo fijo por juego $F(x)$ no decreciente en $|x|$ alcanza con encontrar el juego \hat{x}_1 tal que los beneficios por ese juego, netos del costo fijo, se anulan.

$$\pi(\hat{x}_1) = (p_1^*(\hat{x}_1) - c)\left(\frac{v - p_1^*(\hat{x}_1)}{t} + h - \hat{x}_1\right) - F = 0$$

$$\hat{x}_1 = \frac{v - c - 2\sqrt{tF}}{t} + h$$

Dado este costo², el fabricante de consolas 1 vende juegos en el intervalo $[-\hat{x}_1, \hat{x}_1]$. Lo último que requerimos de la consola 1 son los beneficios que deriva de la venta de videojuegos, porque influyen en su problema de la primera etapa:

sea lo suficientemente grande, en términos de los parámetros $h > \frac{v-c}{2t}$

²Una solución para ambos períodos del modelo donde ambos fabricantes de consolas vendan su producto requiere que la utilidad del individuo h sea positiva, lo cual veremos que equivale a $\hat{x}_1 > h$. Con la expresión que acabamos de derivar para la última variedad vendida en la consola 1, esta condición equivale a que el costo fijo sea lo suficientemente chico $F < \frac{(v-c)^2}{4t}$.

$$\pi_1^{t=2}(h) = \frac{1}{18t^2}(v-c)^3 + \frac{1}{3t}(3h(v-c)^2 + 8F\sqrt{Ft} - 6F(v-c)) - 2Fh$$

Esta expresión para los beneficios de la consola 1 satisface las propiedades de ser decreciente en los costos t, F, c , crece con la máxima disposición a pagar de los individuos v y, en particular, crece con el tamaño de la base instalada h :

$$\frac{\partial \pi}{\partial h} = \frac{(v-c)^2}{t} - 2F \quad (1)$$

El problema de la consola no integrada

La consola 2 tiene un problema distinto en la segunda etapa: elige el margen m_2 que cobra por cada juego vendido, y su función de beneficios en este periodo es $\pi_2^{t=2} = m_2 \int_{-\hat{x}_2}^{\hat{x}_2} D_2(x, p_2(x)) dx$. Interpretamos que el fabricante de consolas se comporta como un líder respecto a los estudios de videojuegos, así que toma como dada su función de reacción a m_2 , $p_2^*(x, m_2)$ y tendremos un caso de marginalización doble. Sea el intervalo de consumidores que compran la consola 2 $B_2 = [-f, f]$

$$p_2^*(x, m_2) = \begin{cases} \frac{1}{2}[v + c' + t(x + f)] & \text{si } -f - \frac{v-c'}{t} < x < -f + \frac{v-c'}{3t} \\ v - t(f + x) & \text{si } -f + \frac{v-c'}{3t} < x < -f + \frac{v-c'}{2t} \\ \frac{v+c'}{2} & \text{si } -f + \frac{v-c'}{2t} < x < f - \frac{v-c'}{2t} \\ v - t(f - x) & \text{si } f - \frac{v-c'}{2t} < x < f - \frac{v-c'}{3t} \\ \frac{1}{2}[v + c' + t(f - x)] & \text{si } f - \frac{v-c'}{3t} < x < f + \frac{v-c'}{t} \end{cases}$$

Donde $c' = c + m_2$, los extremos de variedades vendidas se derivan inmediatamente con $\hat{x}_2 = f + \frac{v-c'}{t}$.

El volumen de ventas es:

$$\int_{-\hat{x}_2}^{\hat{x}_2} D_2(x, p_2(x)) dx = 2f \frac{v-c'}{t} + \frac{1}{6} \left(\frac{v-c'}{t} \right)^2$$

El problema entonces es elegir m_2 tal que:

$$\max_{\{m_2\}} m_2 \left[\frac{2f}{t} (v - c - m_2) + \frac{1}{6t^2} (v - c - m_2)^2 \right]$$

$$m_2^* = \frac{2}{3}(v-c) + 4ft - \frac{1}{3} \sqrt{(v-c)^2 + 12ft(v-c) + (12ft)^2}$$

Los beneficios en el margen óptimo quedan:

$$\begin{aligned} \pi_2^{t=2}(f) &= -\frac{1}{162t^2} [2(v-c+6ft) - E] [c-v+12ft-E] [v-c+24ft+E] \\ E &= \sqrt{(v-c)^2 + 12ft(v-c) + (12ft)^2} \end{aligned}$$

Representamos gráficamente el efecto de un aumento de la base instalada sobre los beneficios máximos de este fabricante:

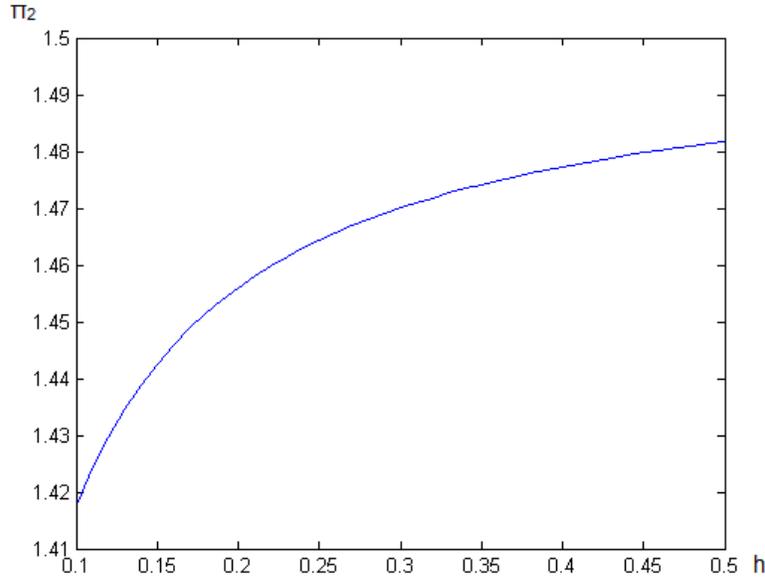


Gráfico de π_2 contra h con $v = 5, c = 2, t = 10$

2.2.2. Equilibrio en el primer periodo

Una vez computados los beneficios de cada fabricante de consolas en los subjuegos del segundo período (tomando f y h como dados), podemos volver al primero y encontrar los precios de equilibrio de las consolas (P_1, P_2) . La función objetivo de la consola i es simplemente la suma de sus beneficios durante las dos etapas. Por ejemplo, para la consola 1 (asumimos provisoriamente que las consolas se producen a costo nulo), cuya demanda por consolas es $2h(p_1, p_2)$:

$$\begin{aligned}\pi_i(P_1, P_2) &= \pi_i^{t=1}(P_1, P_2) + \pi_i^{t=2}(h(P_1, P_2)) \\ \pi_1(P_1, P_2) &= 2h(P_1, P_2)P_1 + \pi_1^{t=2}(h(P_1, P_2))\end{aligned}$$

Buscamos caracterizar un equilibrio con cobertura completa, donde la venta de consolas sume 1:

$$\begin{aligned}2f + 2h &= 1 \\ f &= \frac{1}{2} - h\end{aligned}$$

Para plantear el problema de maximización de beneficios, necesitamos encontrar $h(P_1, P_2)$. Para esto, solo tenemos que encontrar al individuo h indiferente

entre comprar cualquiera de las consolas. La utilidad que deriva el individuo de cada consola es la primera formula que enunciamos:

$$h : U_1(h) - P_1 = U_2(h) - P_2$$

$$U_j(h) = \int_{A(h)} u_j(h) dx$$

La utilidad por juego de h tambien surge de estas primeras formulas:

$$u_j(h, x) = v - t|h - x| - p_j(x, h)$$

Vamos a reemplazar en esta expresion los precios que encontramos en apartados anteriores y los extremos para los juegos vendidos en la consola. Las franjas relevantes de precios (los de los juegos que compra h) para el individuo h son 2:

$$p_1^*(x, h) = \begin{cases} v - t(h - x) & \text{si } h - \frac{v-c}{2t} < x < h - \frac{v-c}{3t} \\ \frac{1}{2}[v + c + t(h - x)] & \text{si } h - \frac{v-c}{3t} < x < \hat{x}_1 \end{cases}$$

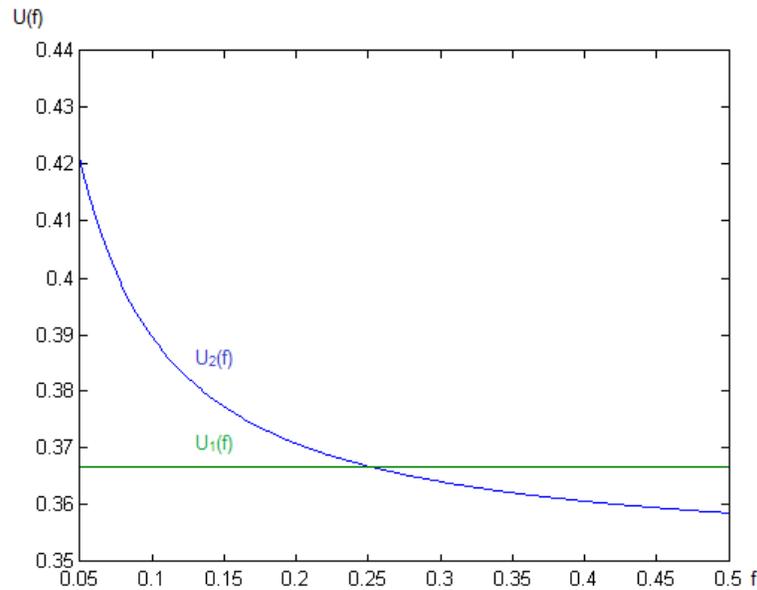
$$\text{Con } \hat{x}_1 = \frac{v-c-2\sqrt{tF}}{t} + h$$

$$p_2^*(x, m_2^*) = \begin{cases} v - t(f - x) & \text{si } f - \frac{v-c'}{2t} < x < f - \frac{v-c'}{3t} \\ \frac{1}{2}[v + c' + t(f - x)] & \text{si } f - \frac{v-c'}{3t} < x < f + \frac{v-c'}{t} \end{cases}$$

$$\text{Con } c' = c + m_2^*$$

Los primeros precios de cada consola son soluciones de esquina, donde el individuo pivotal es indiferente a consumir o no consumir; corroboramos reemplazando esos precios en la utilidad de h que su utilidad neta es 0. Entonces, la utilidad de h depende solamente del ultimo segmento de precios que encontramos en el segundo periodo. Vemos ademas como afecta a la demanda de consolas cada una de las características que le impusimos a la actividad de las consolas en la industria de juegos: el costo fijo por integracion de la consola 1 reduce los juegos que resultan utiles al individuo pivotal, lo que reduce la demanda previa de consolas, mientras que la marginalizacion doble en la consola 2 influye tanto sobre los precios de juegos, que son mayores en esa consola, como sobre el menu disponible.

$$\begin{aligned} U_1(h) &= \frac{1}{3t}(4(v-c)^2 - 12(v-c)\sqrt{tF} + 9tF) - p_1 \\ U_2(f) &= \frac{56f}{27}(c-v + 24ft - 6G) + \frac{28}{81t}(v-c)(v-c + 3G) - p_2 \\ G &= \sqrt{\frac{1}{9}(v-c)^2 + \frac{4}{3}ft(v-c) + 16f^2t^2} \end{aligned}$$



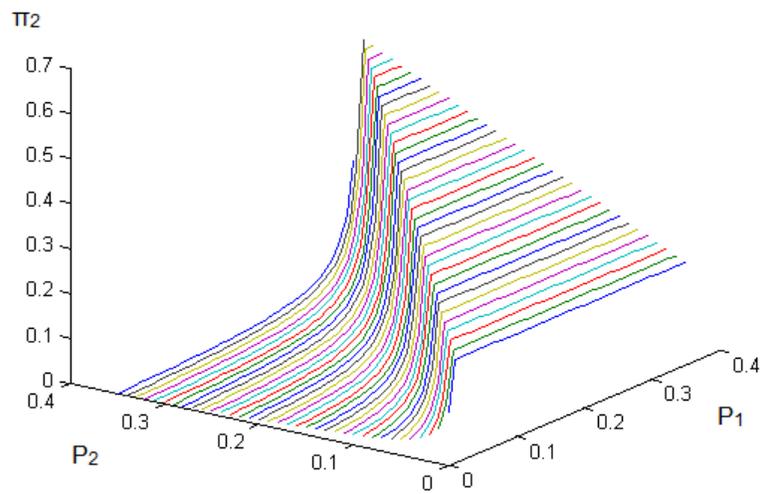
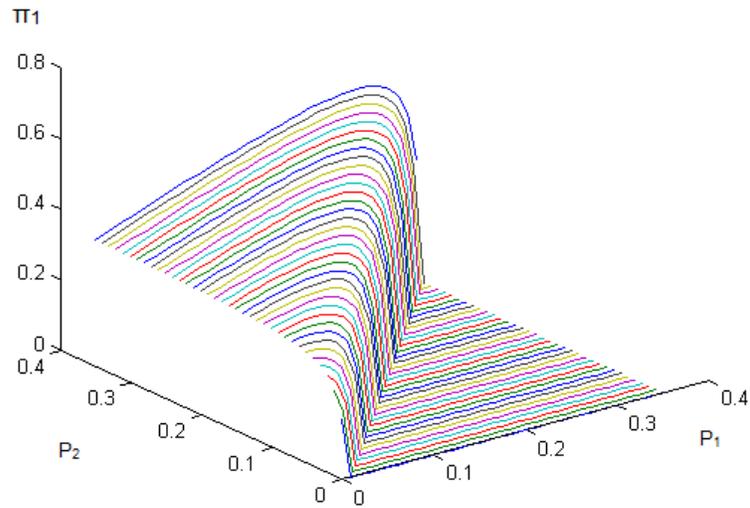
Intersección de las utilidades en $f = 0,25$, con $v = 5$, $c = 2$, $t = 10$, $F = 0,08$ y $P_1 = P_2 = 0$

Vamos a usar los valores de los parámetros con los que generamos el gráfico para resolver la elección de precios de las consolas; la expresión para $f(P_1, P_2)$ es un polinomio de grado 3 en P_1, P_2 . El problema de cada firma es:

$$\max_{\{P_1\}} 2h(P_1, P_2)P_1 + \pi_1^{t=2}(h(P_1, P_2))$$

$$\max_{\{P_2\}} 2f(P_1, P_2)P_2 + \pi_2^{t=2}(f(P_1, P_2))$$

$$\text{Con } h(P_1, P_2) = \frac{1}{2} - f(P_1, P_2)$$



Gráficos de las funciones de beneficios contra los precios de consolas P_1, P_2

2.3. Modelo con dos consolas sin integración vertical

Ahora planteamos el caso donde ninguna de las consolas se integra verticalmente (con los mismos parámetros) y buscamos un equilibrio. Ahora las plataformas son compatibles entre sí, por lo que el estudio que produce un juego x puede venderlo tanto en una consola como en la otra. Suponemos además que el precio que x cobre por su juego es el mismo en ambas consolas, como ocurre en la realidad. x toma como dado las licencias por venta que cada consola le cobra, m_1, m_2 :

$$\max_{\{p\}} \pi(x) = D_1(p, x)(p - c - m_1) + D_2(p, x)(p - c - m_2) \quad (2)$$

No podemos trabajar, como antes, con un punto de referencia distinto para el problema en cada consola (tomar dos centros distintos con los cuales caracterizamos a x), por lo que tenemos que calcular las demandas nuevamente. Interpretamos a x en este planteo como la distancia del juego en cuestión al centro de la base instalada de consumidores de la consola 1 (la distancia al centro de 2 es $\frac{1}{2} - x$). Las demandas para juegos en el intervalo $[0, \frac{1}{2}]$ son:

$$D_1(x, p(x)) = \begin{cases} 2 \frac{v-p(x)}{t} & \text{si } 0 < x < h - \frac{v-p(x)}{t} \quad (a) \\ \frac{v-p(x)}{t} + h - x & \text{si } h - \frac{v-p(x)}{t} < x < h + \frac{v-p(x)}{t} \quad (b) \\ 0 & \text{si } h + \frac{v-p(x)}{t} < x < \frac{1}{2} \quad (c) \end{cases}$$

$$D_2(x, p(x)) = \begin{cases} 0 & \text{si } (a) \\ \frac{v-p(x)}{t} - h + x & \text{si } (b) \\ 2 \frac{v-p(x)}{t} & \text{si } (c) \end{cases}$$

Para estos tres intervalos de x , enumeramos los precios que maximizan la función objetivo y condiciones de interioridad sobre los parámetros. Un cambio importante con el caso donde se integraba una consola es que estas condiciones de interioridad dependen de ambas licencias, m_1 y m_2 .

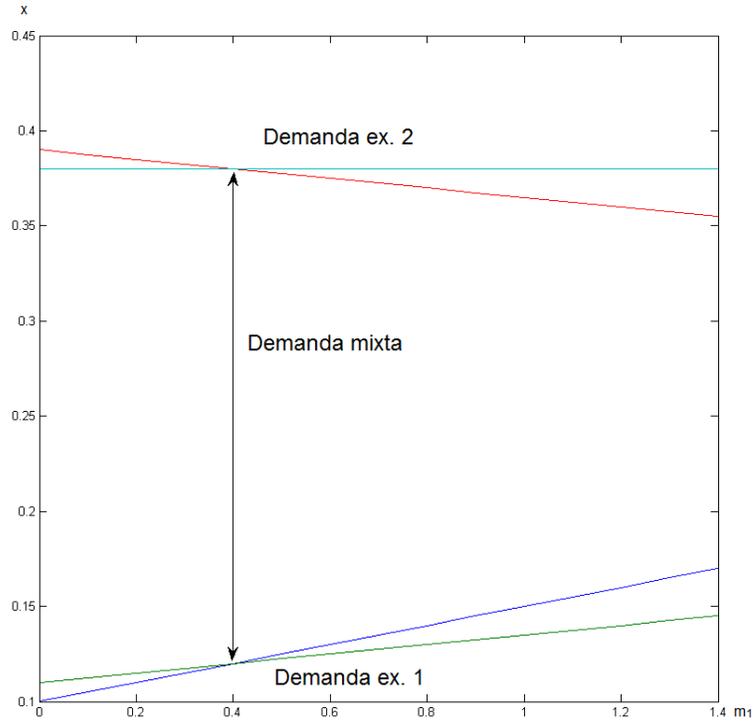
$$(a): p^*(x) = \frac{v+c+m_1}{2} \text{ con } x < h - \frac{v-c-m_1}{2t}$$

$$(b): p^*(x) = \frac{2(v+c)+m_1+m_2}{4} \text{ con } h - \frac{2(v-c)-m_1-m_2}{4t} < x < h + \frac{2(v-c)-m_1-m_2}{4t}$$

$$(c): p^*(x) = \frac{v+c+m_2}{2} \text{ con } x > h + \frac{v-c-m_2}{2t}$$

Cuando $m_1 = m_2 = m$, los puntos de corte y los precios coinciden en $p^*(x) = \frac{v+c+m}{2} \quad \forall x$. Sin embargo, cuando $m_1 \neq m_2$, los precios y los puntos de corte se separan, lo que nos trae dos inconvenientes: en una región hay dos

soluciones interiores, mientras que en otra no hay ninguna. Donde hay dos soluciones interiores, tenemos que evaluar los beneficios en cada punto y ver cuál es mayor.



Intervalos de demandas exclusivas y mixtas con $m_1 \in [0, 1,4]$ dado $m_2 = 0,4$

Cuando las licencias difieren, tenemos dos casos posibles. Si $m_1 > m_2$, ocurre para $h - \frac{2(v-c)-m_1-m_2}{4t} < x < h - \frac{v-c-m_1}{2t}$ que hay dos soluciones interiores que se corresponden con vender x sólo en la consola 1 o en ambas plataformas simultáneamente. La igualación de beneficios produce $\tilde{x} = \frac{1}{8t}(3m_1 + m_2 - 4(v - c) + 8ht)$ tal que:

$x \geq \tilde{x} \Rightarrow$ El juego se vende en ambas consolas.

$x < \tilde{x} \Rightarrow$ El juego se vende solo en la consola 1.

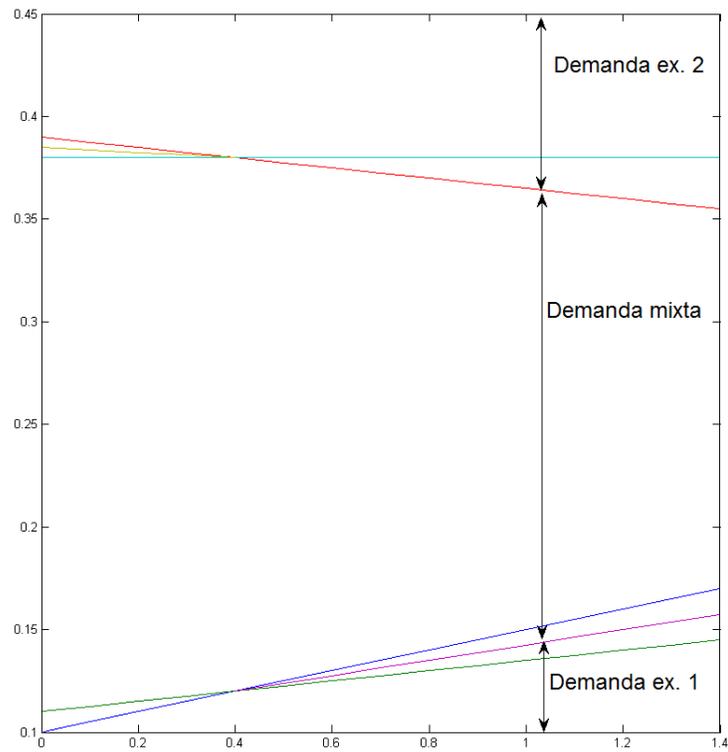
De manera análoga, cuando $m_1 < m_2$, podemos calcular $\hat{x} = \frac{1}{8t}(-m_1 - 3m_2 + 4(v - c) + 8ht)$ tal que:

$x \geq \hat{x} \Rightarrow$ El juego se vende solo en la consola 2.

$x < \hat{x} \Rightarrow$ El juego se vende en ambas consolas.

Cuando, por otro lado, no se cumple ninguna condición de interioridad en x , el precio óptimo es una solución de esquina en el nivel mínimo de precios tal que x se vende exclusivamente en una consola. Estas regiones ocurren según la discrepancia entre m_1 y m_2 :

$$p^*(x) = \begin{cases} v + t(h - x) & \text{si } h + \frac{2(v-c)-m_1-m_2}{4t} < x < h + \frac{v-c-m_2}{2t} & \text{cuando } m_1 > m_2 \\ v - t(h - x) & \text{si } h - \frac{v-c-m_1}{2t} < x < h - \frac{2(v-c)-m_1-m_2}{4t} & \text{cuando } m_1 < m_2 \end{cases}$$



Con esto, podemos construir la demanda agregada de juegos en cada consola en función de las licencias m_1, m_2 . Bajo las mismas restricciones paramétricas que empleamos a lo largo del trabajo ($x > \frac{v-c}{2t}, x \in \{h, 1 - 2h\}$), vale que la demanda agregada de juegos en una consola D_i es decreciente, cóncava en m_i .

$$D_1(m_1, m_2) =$$

$$= \frac{1}{128t^2} \{32[(v - c)(m_1 - m_2) + 2t(1 - 2h)(v - c - m_1)] + 9m_2^2 + 14m_1m_2 - 23m_1^2\} \quad \text{si } m_1 \geq m_2$$

$$= \frac{1}{64t^2} \{32[(v - c)(m_1 - m_2) + 2t(1 - 2h)(v - c - m_1)] + 7m_2^2 + 18m_1m_2 - 25m_1^2\} \quad \text{si } m_1 < m_2$$

$$D_2(m_1, m_2) =$$

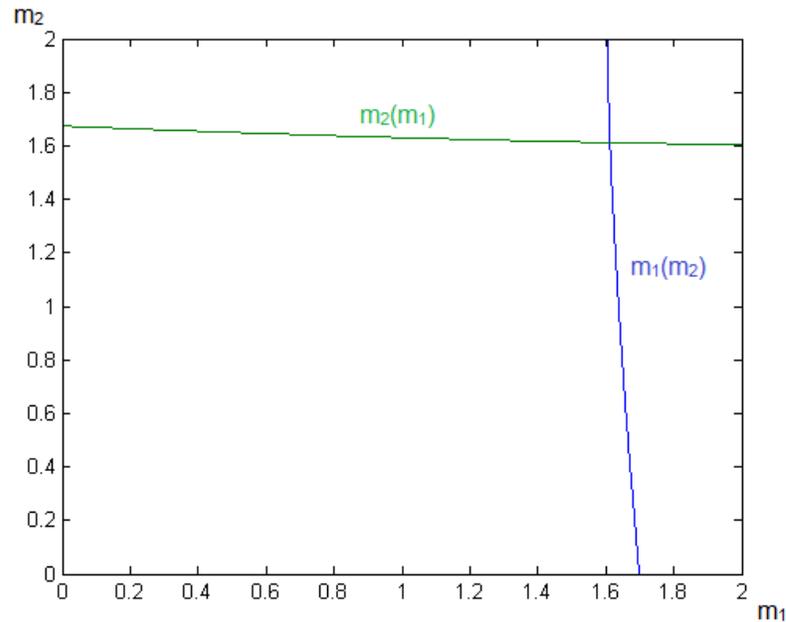
$$= \frac{1}{64t^2} \{32[(v - c)(m_2 - m_1) + 2t(1 - 2h)(v - c - m_2)] + 7m_1^2 + 18m_1m_2 - 25m_2^2\} \quad \text{si } m_2 \geq m_1$$

$$= \frac{1}{128t^2} \{32[(v - c)(m_2 - m_1) + 2t(1 - 2h)(v - c - m_2)] + 9m_1^2 + 14m_1m_2 - 23m_2^2\} \quad \text{si } m_2 < m_1$$

Con esto podemos definir la función objetivo de cada consola competidora y encontrar las funciones de respuesta óptima $m_1(m_2)$, $m_2(m_1)$:

$$\max_{\{m_i\}} m_i D_i(m_1, m_2) \quad i = 1, 2$$

Para terminar el contrafactual, reemplazamos en estas funciones de respuesta los valores de los parámetros que empleamos en el modelo original y el equilibrio:



Intersección de las curvas de reacción en $m_1 = m_2 = 1,6119$ con paridad de demandas de consolas, $2h = 1 - 2h = \frac{1}{2}$

En este gráfico notamos dos cosas: las licencias son sustitutos estratégicos, y la respuesta óptima a la licencia de una consola rival es mayor al margen elegido

en presencia de integración vertical por una competidora, a lo largo de todo el intervalo. Podemos explicar lo primero porque la demanda agregada de juegos en una consola, D_i , es decreciente también en la licencia de la firma competidora, m_j . Desde el punto de vista de i , una reducción de m_j produce dos cosas: por un lado, baja el nivel de precios para todos los juegos que tengan demanda positiva en ambas consolas; por el otro, aumenta la variedad de juegos que hacen *multihoming*. Todo esto redundará en un aumento de la demanda de juegos en la consola i , que produce un incremento del margen m_i elegido como respuesta. Además, se puede replicar en este modelo con compatibilidad la presencia de una consola j integrada verticalmente (desde la perspectiva de la consola i), simplemente considerando la respuesta a un m_j arbitrariamente alto. Como vimos que la demanda D_i es decreciente en m_j , en este caso ocurre que la demanda agregada de juegos en i es menor.

El problema de la primera etapa es, en los resultados, idéntico al del modelo anterior: hay un equilibrio (ahora simétrico) donde ambos fabricantes cobran 0 por su plataforma. Cada consola ocupa la mitad del mercado, o sea $h^* = \frac{1}{4}$.

3. Conclusiones

A partir de la comparación entre los modelos que diseñamos, podemos identificar dos factores que influyen sobre las variables de bienestar: la marginalización doble en cualquier consola que no se integre y la interacción entre plataformas compatibles, con la restricción de igualdad sobre los precios de juegos que se venden en más de una plataforma.

3.1. Efectos de la marginalización doble

Ceteris paribus, los precios de videojuegos son menores en una consola que está integrada verticalmente: la licencia m_2 por juego que cobra una consola sin integración se traslada directamente al precio en el caso de que ese precio sea una solución interior al problema de la firma.

$$\frac{\partial p^*(x)}{\partial m_2} = \frac{1}{2} \quad (3)$$

Esto reduce el bienestar de todos los consumidores en la plataforma, aunque nosotros planteamos también la existencia de un costo por integrarse, en la forma de un costo fijo F por variedad introducida en la consola integrada. Este costo, aunque no se traduce en aumentos de precios, disminuye el menú de opciones en la consola integrada. Un aumento de F reduce la demanda de la consola, aunque la relación no es lineal por la forma de estas demandas.

3.2. Efectos de la compatibilidad entre consolas

En el equilibrio que derivamos para un modelo simétrico con compatibilidad entre consolas, los precios de todos los juegos en equilibrio son iguales - notablemente, en el primer modelo el último juego vendido (en $h + \frac{v-c'}{t}$ donde c' es el costo marginal incluyendo licencias) se vendía a costo marginal, mientras que en un contexto de compatibilidad el precio permanece alto, en $\frac{v+c}{2}$. Esta política de precios por parte de los productores de videojuegos afecta negativamente a las plataformas, cuyos beneficios crecen estrictamente con el volumen de transacciones que canalizan. Rochet & Tirole [?] destacan que la posibilidad de un agente de operar en más de una plataforma - *multihoming* - aumenta su excedente; en este caso, ocurre a costa del intermediario.

La variedad de juegos se caracteriza en ambos modelos, para las consolas no integradas, con la expresión $h + \frac{v-c'}{t}$ para el último juego vendido en una consola. Como las licencias aumentan en el equilibrio con compatibilidad, este incremento en los costos se traduce a una reducción en el menú de juegos para una consola (al menos en el caso de una plataforma no integrada, donde el costo fijo F no entra en juego).

3.3. Comparación numérica y comentarios adicionales

Para los valores de parámetros con los que realizamos los gráficos podemos comparar rápidamente algunas variables entre los dos modelos. Con $(v, c, t, F) = (5, 2, 10, 0,08)$

	Una consola se integra verticalmente	No hay integración
π_1^*	0.36	0.11
π_2^*	0.22	0.11
m_1^*	-	1.61
m_2^*	1.46	1.61
$D_1(m_1^*, m_2^*)$	0.17	0.06
$D_2(m_1^*, m_2^*)$	0.08	0.06

Los parámetros fueron elegidos puntualmente para aislar los efectos de los distintos factores que incluimos en ambos modelos de la demanda de consolas en el primer período: $\frac{1}{4}$ en ambos casos. Los parámetros asociados a la utilidad de los consumidores, v, c, t , no condicionan en gran medida los resultados cualitativos (siempre y cuando no se violen las restricciones paramétricas con las que trabajamos), pero determinan los rangos de precios de videojuegos en equilibrio, la suma de los beneficios y algunos indicadores del mercado, como la elasticidad-precio de la demanda de juegos en la segunda etapa (directamente proporcionales al poder de mercado en el monopolio que construimos).

Por otro lado, bastan cambios pequeños en el parámetro F , que indica el costo fijo para la consola integrada de introducir nuevas variedades, para alterar los resultados, por los efectos de red previamente mencionados. El efecto sobre los costos totales de la consola integrada de un aumento en F es relativamente menor, pero la reducción de variedades introducidas al mercado generada por este aumento afecta a los consumidores y, en particular, al individuo pivotal h que caracteriza la demanda de la consola en la primera etapa. En el gráfico donde comparamos la utilidad de un individuo entre las dos plataformas, asumiendo que fuera el último en comprar una consola, un aumento en F es un desplazamiento paralelo de la utilidad total de comprar la consola 1, análogo a un incremento del precio P_1 en un segmento donde la demanda es *siempre* elástica.

Referencias

- [1] Rochet, Jean-Charles & Tirole, Jean, *Platform Competition in Two-Sided Markets*, Journal of the European Economic Association, 2003
- [2] Rochet, Jean-Charles & Tirole, Jean, *Two-sided markets: A progress report*, The RAND Journal of Economics, 2006
- [3] Lee, Robin S., *Vertical Integration and Exclusivity in Two-Sided Markets*, 2012
- [4] Gil, Ricard & Warzynski, Frederic, *Vertical Integration, Exclusivity and Game Sales Performance in the US Video Game Industry*, 2010