

Tipo de documento: Tesis de maestría



Escuela de Negocios. Maestría en Finanzas

Valuación de Credit Default Swaps

Autoría: Gil, José Andrés

Año: 2024

¿Cómo citar este trabajo?

Gil, J.(2024). *Valuación de Credit Default Swaps*. [Tesis de maestría. Universidad Torcuato Di Tella]. Repositorio Digital Universidad Torcuato Di Tella

<https://repositorio.utdt.edu/handle/20.500.13098/13016>

El presente documento se encuentra alojado en el Repositorio Digital de la Universidad Torcuato Di Tella bajo una licencia Creative Commons Atribución-No Comercial- Compartir igual 4.0 Argentina
Dirección: <https://repositorio.utdt.edu>

Trabajo Final de Graduación

Maestría en Finanzas UTDT

Año Académico 2024

Alumno: José Andrés Gil

Tutor: Juan Carlos Rodriguez

Valuación de Credit Default Swaps

Resumen

Un Credit Default Swap (CDS) es un derivado de crédito que provee cobertura frente al riesgo de *default* de un país o compañía. Los fundamentos, características y elementos necesarios para la confección de este tipo de contratos pueden encontrarse en la introducción del presente trabajo.

El objetivo de este trabajo final es detallar, implementar y analizar los modelos de valuación de Hull y White (2000) y la versión extendida del modelo de Merton (1974) propuesta por Drageseth (2012). A tales fines, se utilizan códigos en el *software* de programación RStudio que permiten calcular la prima teórica anual (CDS *spread*) a abonar por este tipo de cobertura crediticia conforme los modelos antes mencionados.

En cuanto a la implementación, se plantea, a modo de ejemplo, un ejercicio teórico-práctico donde se calculan los CDS *spreads* a partir de valores estimados para cada uno de los *inputs* correspondientes de los modelos en cuestión. Tomando como escenario base el ejemplo propuesto, se realiza un análisis de sensibilidad de cada modelo, modificando sus respectivos *inputs*, con la intención de estudiar y obtener conclusiones acerca de cómo varían los resultados obtenidos ante dichas modificaciones.

Para el modelo de Hull y White (2000), el programa calcula el CDS *spread* utilizando la resolución propuesta por Hull (2009) con probabilidades de *default* estimadas tanto a partir del *spread* de bonos corporativos como de información histórica y tiempos al *default* discretos. Por otro lado, el código propuesto por Drageseth (2012) correspondiente a su versión extendida del modelo de Merton (1974) realiza los cálculos mediante simulación estocástica.

ÍNDICE

| | |
|---|----|
| Resumen | 2 |
| 1. Introducción | 4 |
| 2. Mercado de Credit Default Swaps | 8 |
| 2.1 Contratos individuales, multi nominados e índices | 8 |
| 2.2 Descripción general y marco regulatorio | 10 |
| 2.3 Riesgos de liquidez y contraparte | 13 |
| 2.4 CDS como indicadores macroeconómicos e implicancias en mercados relacionados | 14 |
| 3. Tasas de riesgo y probabilidades de default | 15 |
| 3.1 Estimación a partir de información histórica | 15 |
| 3.2 Estimación a partir del spread de rendimiento de bonos corporativos | 16 |
| 3.3 El modelo de riesgo crediticio de Merton | 17 |
| 4. Valuación de Credit Default Swaps | 21 |
| 4.1 Modelo de Hull y White | 21 |
| 4.2 Modelo extendido de Merton | 27 |
| 4.3 Canastas o “basket” Credit Default Swaps | 32 |
| 4.4 Forwards sobre Credit Default Swaps | 34 |
| 4.5 Opciones sobre Credit Default Swaps | 36 |
| 5. Implementación teórico-práctica | 40 |
| 6. Resultados | 45 |
| 6.1 Modelo de Hull y White | 45 |
| 6.1.1 CDS spreads con probabilidades de default a partir del spread de bonos | 45 |
| 6.1.2 CDS spreads con probabilidades de default a partir de información histórica | 47 |
| 6.2 Modelo extendido de Merton | 48 |
| 6.3 Rol del analista financiero en la implementación práctica y análisis de resultados | 52 |
| 7. Conclusiones | 53 |
| 8. Bibliografía | 56 |
| Anexo I: Código en RStudio para el modelo de Hull y White | 60 |
| Anexo II: Código en RStudio para el modelo extendido de Merton | 63 |

1. Introducción

Los derivados de crédito son contratos financieros bilaterales que ofrecen cobertura frente al riesgo de incumplimiento contractual de la contraparte. Es decir, son instrumentos financieros derivados que permiten obtener protección ante el riesgo de crédito existente en el acuerdo contractual subyacente.

Un contrato de permuta sobre incumplimiento crediticio o Credit Default Swap (CDS) provee cobertura contra el riesgo de *default* de un país o una compañía particular. El país o compañía sobre la cual se adquiere dicha cobertura se denomina “entidad de referencia” y a un *default* de ésta se lo conoce como “evento de crédito”. De acuerdo con la International Swaps and Derivatives Association (ISDA¹), la bancarrota, la moratoria, la reestructuración, las novaciones, la aceleración obligada del pago, la imposibilidad de pago y el incumplimiento de las obligaciones, entre otras², constituyen un evento de crédito. Estas definiciones son actualizadas por el ISDA conforme modificaciones propias del mercado de CDS (Hull, 2009)³.

En cuanto a su confección, todo contrato de CDS correctamente celebrado debe detallar, como mínimo, su emisor, la entidad de referencia, el vencimiento o *maturity*, definir el evento de crédito que da lugar al pago de la parte vendedora y la forma en que dicho pago debe efectuarse. Pueden identificarse dos partes en este tipo de instrumentos: un comprador y un vendedor de cobertura.

El comprador realiza pagos periódicos⁴ al emisor del derivado hasta la finalización del contrato (o hasta que ocurra un evento de crédito) a cambio de un determinado pago único y contingente por parte del vendedor ante la eventual ocurrencia del *default* en cuestión. En caso de ocurrir el evento de crédito, la parte compradora obtiene el derecho de vender por su valor nominal una cierta cantidad de bonos emitidos por la entidad de referencia. El valor nominal⁵ del total de bonos que pueden ser vendidos por el tomador de cobertura representa el “principal notional” del contrato. Por otro lado, el pago eventual por parte del vendedor de protección puede concretarse mediante la entrega física de bonos o un pago en efectivo. En otras palabras, mientras el comprador de protección es vendedor de riesgo crediticio (posición vendedora), el oferente de cobertura es, a su vez, comprador de riesgo crediticio (posición compradora).

Un elemento distintivo de estos derivados de crédito es que no es necesario poseer el activo subyacente de este tipo de contratos para poder participar en ellos (transacciones conocidas como “sintéticas”). Por este motivo, estos derivados pueden ser utilizados con motivo de cobertura de posiciones físicas o con fines especulativos y representan, en algunos casos, una simple apuesta sobre la ocurrencia del *default* de la entidad de referencia (Hull, 2015)⁶.

Otro aspecto importante de los CDS es que son contratos negociados de manera privada, entre grandes empresas y por fuera de los mercados organizados (“*over-the-counter*”; “OTC”) y, por ello, sus términos y condiciones pueden ser modificados y negociados bilateralmente entre las partes. El “*Master Agreement*” del ISDA es un acuerdo internacionalmente aceptado que busca brindar protección legal a los participantes de este tipo de mercados. El ISDA no solo determina aquellas situaciones que constituyen un evento de crédito, sino que además provee un contrato de CDS “tipo” en donde se

¹ ISDA es una empresa privada cuyo objetivo es facilitar las transacciones con derivados originariamente en mercados “*over-the-counter*” (OTC).

² La lista completa puede consultarse en la página web oficial del ISDA: <https://www.isda.org/>. A los fines del presente trabajo, las mencionadas son suficientes para su desarrollo.

³ Hull, J. (2009). *Options, Futures, and Other Derivatives*, 7th Edition. University of Toronto. Pearson.

⁴ Es usual que los pagos periódicos sean realizados de manera vencida y trimestral, pero también pueden ser semestrales o anuales e incluso adelantados.

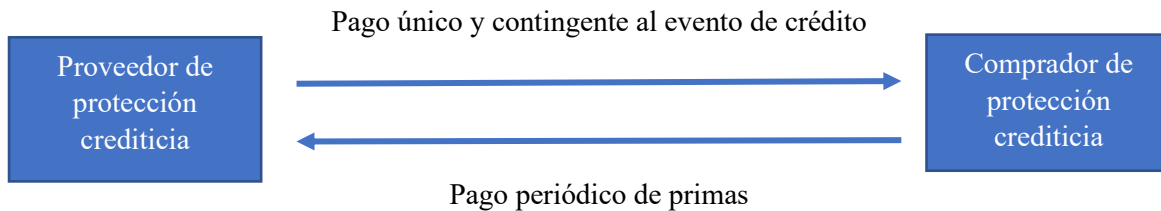
⁵ El valor nominal (o *par value*) de un bono con cupones es la cantidad principal que el emisor repaga al vencimiento (*maturity*) si no *defaultea*.

⁶ Hull, J. (2015). *Options, Futures, and Other Derivatives*, 9th Edition. University of Toronto. Pearson.

establecen términos y condiciones estandarizadas para negociar estos derivados de manera más sencilla y otorgar mayor previsibilidad a su mercado.

A continuación, se presenta un esquema del funcionamiento básico de un CDS genérico:

Figura 1: Esquema del funcionamiento básico de un CDS genérico



Fuente: elaboración propia en base a Hull (2015)

A modo de ejemplo, supongamos un CDS con *maturity* de T años, con un principal nocional⁷ de L unidades monetarias y con pagos trimestrales vencidos de $\frac{s}{4}$ puntos básicos sobre el principal nocional (es decir, un total de “ s ” puntos básicos por año) en concepto de cobertura contra el riesgo de *default* de una determinada entidad de referencia.

Si la entidad de referencia no incurre en *default* durante toda la vigencia del contrato, el comprador realiza pagos trimestrales vencidos de $\frac{s}{4} * L$ unidades monetarias hasta el vencimiento del contrato y no percibe ningún pago. Por el contrario, si existe un evento de crédito, el comprador debe devengar una última prima adicional, proporcional al tiempo transcurrido entre la anterior prima abonada y el momento en que notifica al vendedor del *default* en cuestión.

A su vez, el comprador adquiere el derecho de percibir el pago único y contingente estipulado en el contrato. Si el contrato estipulara la entrega física de bonos emitidos por la entidad de referencia (liquidación de tipo “*delivery*”), el comprador tendrá derecho a venderlos a su valor nominal por un total de L unidades monetarias. En el caso que se haya acordado una liquidación en efectivo (“*cash settlement*”), el ISDA estimará la tasa de recupero a partir del valor medio de mercado del *cheapest deliverable bond*⁸ mediante una subasta y con ello se calcula el *payoff* del comprador. Por ejemplo, si el ente regulador informase que los bonos en cuestión tienen un valor de \$30 por cada \$100 de valor nominal, el comprador percibiría un pago de $0,7 * L$ unidades monetarias por parte del vendedor. En otras palabras, si la opción de liquidación es “*cash settlement*”, se trata de una compensación por diferencia de precio conforme la regla de determinación de la tasa de recupero establecida por el ISDA (Hull, 2015).

De esta manera, cuando el CDS contempla la liquidación en efectivo de las obligaciones del proveedor de cobertura, el *payoff* de la parte compradora puede expresarse como:

$$Payoff = (1 - R) * L$$

⁷ La expresión “principal nocional” es simplemente la traducción literal de “*principal notional*” y debe ser entendida como el valor nominal referencial del título de deuda en cuestión.

⁸ Por lo general, un CDS especifica qué bonos son entregables al comprador ante un evento de crédito. Si bien estos bonos tienen mismo *seniority*, su valor de mercado puede no coincidir luego de un *default*. Por este motivo, al tenedor de un CDS se le otorga una “*cheapest to deliver bond option*”.

Dónde “L” es el principal nocional del contrato y “R” la tasa de recupero del bono⁹, representada por el valor medio del *cheapest deliverable bond*¹⁰ estimado por el ISDA por cada \$100 de valor nominal.

Relación entre el spread de un CDS y el rendimiento de los bonos

Se define como CDS *spread* a la cantidad total de puntos básicos sobre el principal nocional que el comprador paga por año para adquirir ese tipo de cobertura crediticia. Considerando este concepto, de acuerdo con Hull (2009), es usual utilizar este tipo de contratos para proteger una inversión en un bono corporativo (posición compradora tomada sobre dicho bono).

Por lo tanto, para no incurrir en arbitrajes, resulta evidente que el *spread*¹¹ existente entre el rendimiento de un bono corporativo de “n” años de una determinada entidad y el de la tasa libre de riesgo debe, al menos aproximadamente, coincidir con el *spread* de un CDS de “n” años acordado sobre el eventual *default* de dicha entidad (Hull, 2015).

Analíticamente, tiene que cumplirse la siguiente relación:

$$CDS\ Spread - Spread\ de\ rendimiento\ Bono\ corporativo \cong 0$$

Si dicha relación fuese marcadamente mayor a cero, un inversor podría obtener, sin riesgo, un rendimiento superior al que ofrece la tasa libre de riesgo comprando el bono corporativo y al mismo tiempo adquiriendo un CDS con mismo *maturity*. Si fuese marcadamente menor a cero, un inversor podría incurrir en un arbitraje al fondearse por un costo inferior al de la tasa libre de riesgo tomando una posición corta en el bono corporativo y emitiendo un CDS sobre el mismo (Hull, 2015).

Una diferencia con respecto a otros derivados negociados *over-the-counter* es que, en el mercado de *Credit Default Swaps*, existe lo que en la literatura económica se denomina “información asimétrica” entre los participantes del mercado. Como explica Hull (2015), mientras otros derivados negociados OTC dependen de variables tales como las tasas de interés, el tipo de cambio o el precio de *commodities*, el *spread* de un CDS depende de la probabilidad de *default* de la entidad de referencia en un determinado período.

En el primer tipo de derivados, detalla Hull (2015), no hay motivos para asumir que existan agentes de mercado con mejor información que otros acerca de esas variables. En el caso de los *Credit Default Swaps*, es dable suponer que una compañía que mantenga diversos negocios con la entidad de referencia posea mejor información acerca de su nivel de solvencia que otra compañía que no se relacione con

⁹ La tasa de recupero de un bono suele definirse como el valor de mercado de un bono algunos días después de ocurrido el *default*, expresado como un porcentaje de su valor nominal.

¹⁰ Del grupo de bonos entregables a la parte compradora ante la ocurrencia de un evento de crédito, el “*cheapest deliverable bond*” es aquel que tenga menor valor de mercado. Puede consultarse: Christopher L. Culp, Ph.D. *et al.* “*Single-name Credit Default Swaps: A Review of the Empirical Academic Literature*” September 2016. Disponible en: <https://www.isda.org/a/KSiDE/single-name-cds-literature-review-culp-van-der-merwe-staerkle-isda.pdf>

¹¹ Por *spread* se entiende a la sobretasa (con respecto a la tasa libre de riesgo de referencia) aplicable a los créditos o al rendimiento de los bonos emitidos por una empresa en particular, ya sea como servicios de intereses o implícita en la “*yield to maturity*” (o “rendimiento al vencimiento”). Por lo general, las tasas que suelen utilizarse como libre de riesgo son la tasa SOFR (*Secured Overnight Financing Rate*) o la tasa correspondiente a los bonos del tesoro de Estados Unidos.

ella. En este sentido, las agencias calificadoras de riesgo juegan un papel trascendental en reducir la existencia de información asimétrica entre los participantes del mercado. Para ello, es necesario contar con calificaciones crediticias transparentes y que reflejen fehacientemente la realidad financiera de las firmas.

El presente trabajo se encuentra estructurado en siete partes, siendo la primera esta introducción. La segunda parte realiza una descripción del mercado de Credit Default Swaps. La tercera detalla distintos métodos para la estimación de probabilidades de *default*. La cuarta desarrolla el modelo propuesto por Hull y White (2000) con la resolución de Hull (2009) y luego el modelo extendido de Merton desarrollado por Drageseth (2012). Adicionalmente, si bien excede los objetivos de este trabajo, la cuarta sección incluye una breve introducción a la valuación de canastas de CDS, los *forwards* y las opciones financieras sobre CDS. La quinta versa sobre las consideraciones realizadas en la implementación teórico-práctica y la sexta analiza los resultados de ella. Por último, en la séptima sección se enuncian las conclusiones.

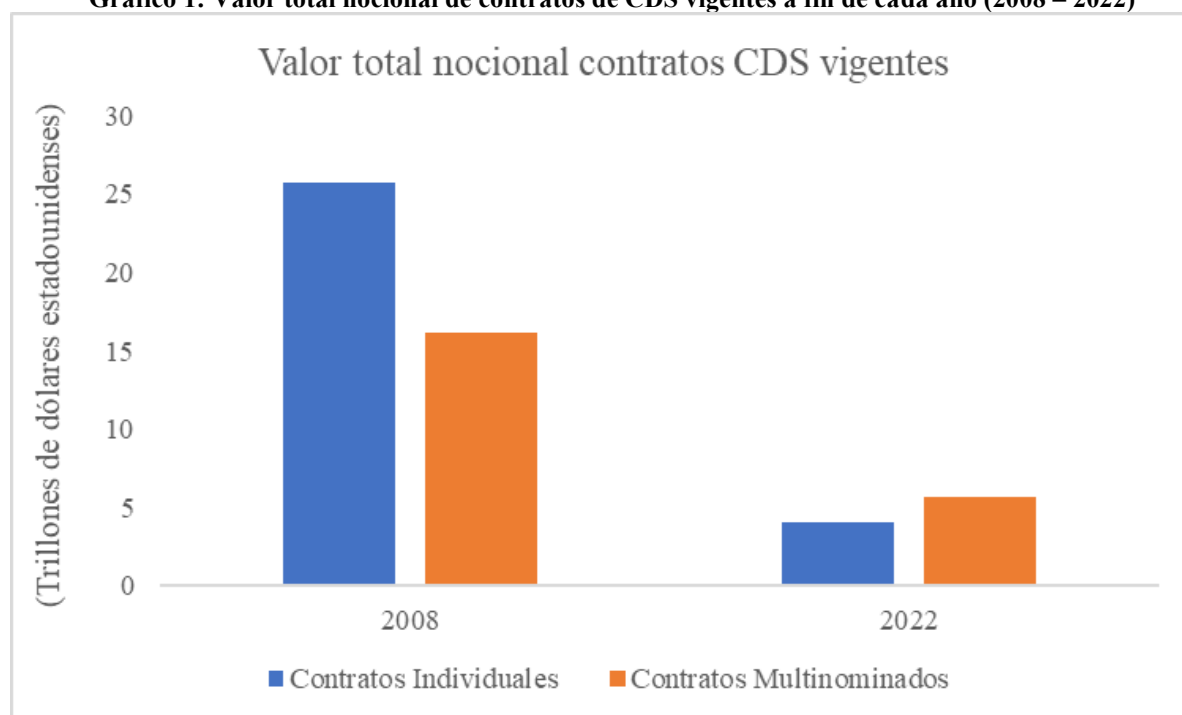
2. Mercado de Credit Default Swaps

2.1 Contratos individuales, multi nominados e índices

Los contratos de Credit Default Swaps individuales (“*single-name CDS*”) refieren a aquellos cuya entidad de referencia es única y, por tanto, el único *default* relevante para la realización del pago contingente es el de la entidad que en él se enuncie. Este tipo de contratos representan el objeto principal de estudio del presente trabajo y salvo expresa aclaración, siempre que en este texto se hable de contratos de CDS se hace referencia a los individuales.

Los contratos de CDS multi nominados (“*multi-name CDS*”), a diferencia de los individuales, detallan “n” entidades de referencia y se entiende que existe un evento de crédito cuando alguna (algunas) de ella (ellas) incurre (incurren) en *default*. De esta manera, quienes transaccionan esta forma contractual, pueden acordar no solo cuántos *defaults* son necesarios para considerar que existe un evento de crédito sino también el orden en que éstos deben ocurrir (“*n-th to default CDS*”). Estos tipos de contratos son también conocidos como “canastas” de CDS (“*basket CDS*”) puesto que se perfeccionan en base a un conjunto de compañías previamente definidas entre las partes. El siguiente gráfico compara los valores nacionales de contratos vigentes a fines del año 2008 y del año 2022 para cada tipo de contrato:

Gráfico 1: Valor total nacional de contratos de CDS vigentes a fin de cada año (2008 – 2022)



Fuente: elaboración propia en base a datos de BIS e ISDA

Una ventaja de los Credit Default Swaps multi nominados es que puede resultar menos costoso obtener cobertura crediticia de un grupo de compañías de esta manera que pagando la protección de cada una de ellas individualmente. Como mencionan Chen y Glasserman (2008)¹², en un contrato de tipo

¹² Chen, Z., and Glasserman, P., 2008. *Fast pricing of basket default swaps*. Operations Re-search, 56(2), pp.286-303. Disponible en: https://business.columbia.edu/sites/default/files-efs/pubfiles/4322/fast_pricing_chen_glasserman.pdf

“primero en *defaultear*” (“*first to default swap*”), el comprador del contrato recibe el pago contingente si cualquiera de las compañías incluidas en el portafolio de entidades de referencia *defaultea*, pero no recibe compensación alguna ante el eventual posterior *default* de las otras. Esto, explican los autores, además de resultar menos oneroso que adquirir “n” contratos individuales, puede otorgar protección adecuada en caso de que sea altamente improbable que más de una de las entidades de referencia en cuestión incurra en *default*. Por el contrario, en un contrato de tipo “*enésimo en defaultear*” (“*n-th to default swap*”), el comprador del contrato sigue pagando las primas periódicas sin recibir pago alguno durante los primeros n-1 *defaults* de las compañías incluidas en el portafolio de entidades de referencia consideradas en el contrato y solo percibe el pago único contingente en caso de que ocurran los n *defaults* (Chen y Glasserman, 2008).

Los índices de Credit Default Swaps son, en esencia, contratos multi nominados o basados en una canasta de entidades de referencia, pero, a diferencia de los detallados en el párrafo anterior, dicha canasta no es libremente pactada entre las partes, sino que es única y determinada por el mercado que estructura dicho producto. Al igual que otros índices, es utilizado como un punto de referencia (“*benchmark*”) acerca del costo de protección de un determinado grupo de compañías y para obtener protección crediticia generalizada, por ejemplo, de un sector o industria completa. Otras ventajas relevantes de este tipo de índices son la transparencia, la liquidez que proveen y la segmentación de acuerdo con el rating crediticio del conjunto de emisores. A modo de ejemplo, la siguiente imagen muestra el listado de los principales índices de Credit Default Swaps y como cotizaron a lo largo del año 2022 según Bloomberg:

Imagen 1: cotizaciones de índices de *Credit Default Swaps* a lo largo del año 2022

| 97) Settings ▾ | | CDS Index Monitor | | | | | | | | | | |
|------------------|-------------------------|-------------------|-------|------------|-------|--------|-------|----------|-------|-------|--------|---------|
| | | 01/03/22 | | - 12/30/22 | | Spread | | Custom ▾ | | | | |
| Markit Indices | | Spread | Chg | Spread | Basis | Roll | Low | Range | High | Avg | +/- | Hst Chg |
| | | ● Avg ● Now | | | | | | | | | | |
| 1) Americas | | | | | | | | | | | | |
| 10 | CDX Investment Grade | 58.26 | -1.35 | | -5.0 | 5.1 | 49.7 | —●— | 111.6 | 81.5 | -23.2 | +33.0 |
| 11 | CDX High Yield | 105.38* | +0.19 | | 1.5 | 0.0 | 95.3 | —●— | 109.2 | 101.7 | +3.7 | -8.4 |
| 12 | MCDX | 79.78 | +0.00 | | 0.0 | 13.2 | 70.0 | —●— | 86.8 | 79.1 | +0.7 | +11.9 |
| 2) EMEA | | | | | | | | | | | | |
| 20 | iTraxx Europe | 62.72 | -1.25 | | -4.7 | 5.2 | 47.7 | —●— | 139.1 | 94.8 | -32.1 | +44.2 |
| 21 | iTraxx Crossover | 334.32 | -6.18 | | -17.3 | 56.2 | 240.5 | —●— | 673.7 | 465.6 | -131.3 | +240.9 |
| 22 | iTraxx Sr Financial | 72.48 | -1.25 | | -3.0 | 5.9 | 55.0 | —●— | 153.5 | 105.0 | -32.5 | +46.5 |
| 23 | iTraxx Sub Financial | 134.36 | -1.89 | | 0.2 | 15.4 | 106.9 | —●— | 282.2 | 196.0 | -61.7 | +72.3 |
| 3) Asia | | | | | | | | | | | | |
| 30 | iTraxx Japan | 63.73 | +0.12 | | 4.3 | 8.9 | 46.7 | —●— | 118.4 | 79.9 | -16.2 | +40.4 |
| 31 | iTraxx Asia Ex Japan IG | | | | 6.3 | | 75.7 | —●— | 237.1 | 141.9 | | +58.5 |
| 32 | iTraxx Australia | | | | -5.9 | | 63.6 | —●— | 153.6 | 107.5 | | +29.6 |
| Emerging Markets | | | | | | | | | | | | |
| 40 | CDX Emerging Market | 96.49* | -0.04 | | 0.4 | -0.8 | 88.2 | —●— | 96.5 | 92.4 | +4.1 | -1.8 |
| 41 | CDX Emerging Market IG | 101.14* | -0.02 | | 0.0 | | | | | | | |
| 42 | CDX Emerging Market HY | 90.84* | -0.03 | | 0.7 | | | | | | | |

*These securities are price quoted.

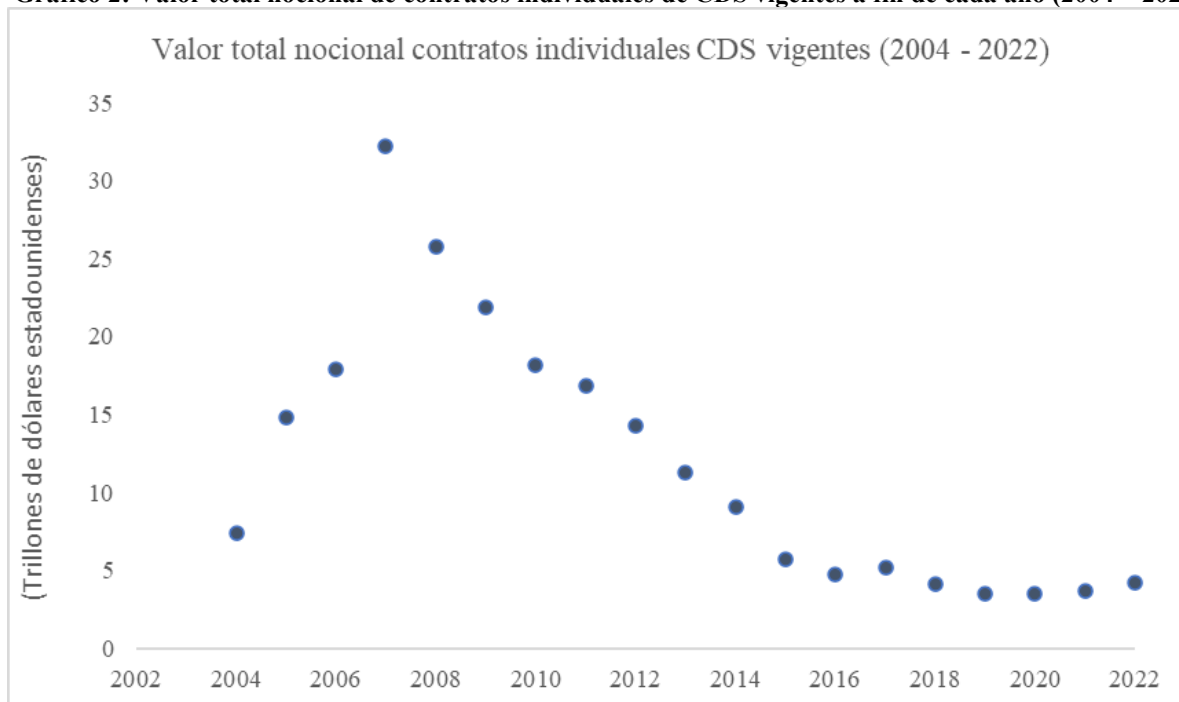
Fuente: Bloomberg

2.2 Descripción general y marco regulatorio

Desde su creación en la década de 1990, los Credit Default Swaps se han convertido en el derivado de crédito más utilizado y controversial de los de su especie (Augustin *et al*, 2014)¹³. De acuerdo con los datos publicados por el Bank for International Settlements (BIS)¹⁴ y la International Swaps and Derivatives Association (ISDA)¹⁵, este tipo de contratos tuvo su punto más alto en cuanto a participación y relevancia de mercado entre los años 2001 – 2007, siendo ampliamente vinculados a la gran crisis financiera del 2008.

Su gran popularidad puede estar asociada a su simpleza y efectividad para trasladar riesgos y su controversia relacionada al carácter especulativo de los mismos. Esto es un aspecto fundamental que muchos textos parecen ignorar e incluso incurrir en un error técnico no menor: suele definirse a los CDS como “seguros” de crédito. Si bien son estructuralmente semejantes, como se ha mencionado en la introducción de este trabajo, estos derivados pertenecen a la categoría conocida como “sintéticos” por permitir participar de los mismos sin poseer el activo subyacente (compra en descubierto o “*naked*” CDS). Por lo tanto, esto representa una diferencia sustancial con los contratos de seguros ya que en ellos es necesario que exista “interés asegurable” sobre lo que se quiera asegurar¹⁶.

Gráfico 2: Valor total nominal de contratos individuales de CDS vigentes a fin de cada año (2004 – 2022)



Fuente: elaboración propia en base a datos de BIS e ISDA

¹³ Augustin, P. *et al* (2014). *Credit Default Swaps: A Survey*. Foundations and Trends® in Finance. 9. 1-196. 10.1561/05000000040, Disponible en:

https://www.researchgate.net/publication/286174802_Credit_Default_Swaps_A_Survey

¹⁴ Bank for International Settlements: <https://www.bis.org/statistics/derstats.htm>

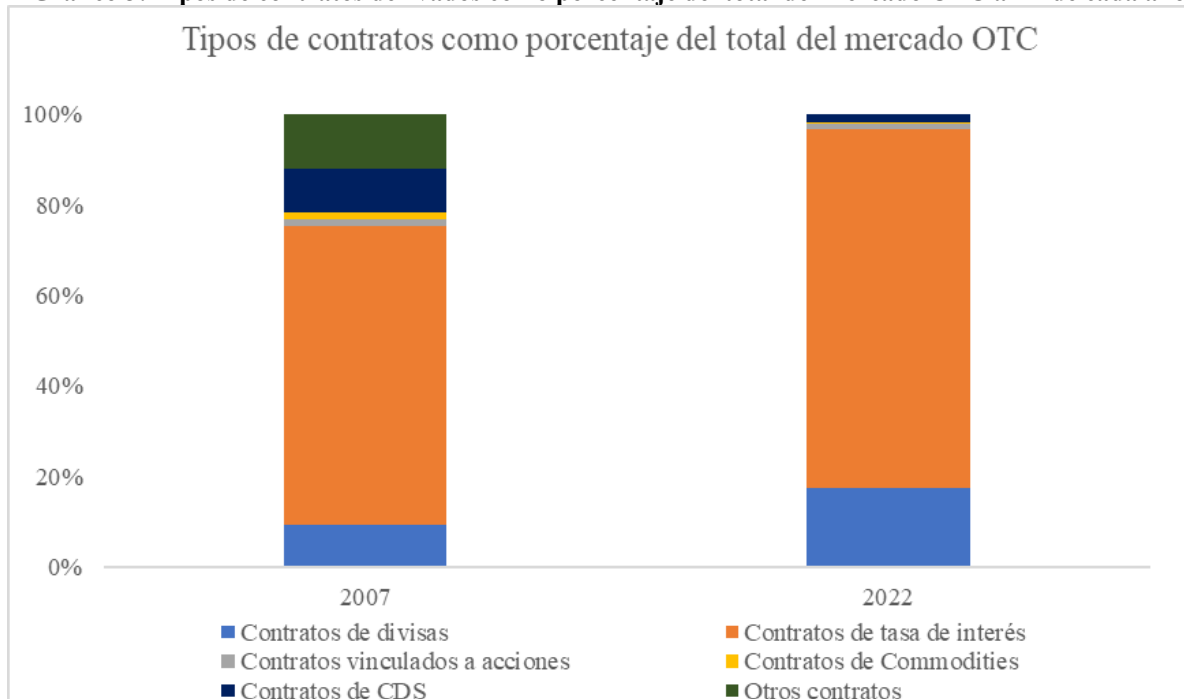
¹⁵ International Swaps and Derivatives Association: <https://www.isda.org/tag/credit-default-swaps/>

¹⁶ Para estudiar este tema en detalle puede consultarse: Fernandez Dirube, A. (1993), *Manual de Reaseguros*, Biblioteca General Re como así también: Meilij, G. (1998), *Manual de Seguros*, Ediciones Depalma.

Como bien explican Aldasoro y Ehlers (2018)¹⁷, la caída en el volumen del mercado de los Credit Default Swaps parece ser multicausal: por un lado, la compresión de portafolios por las enormes pérdidas económicas que sufrieron en el 2008 muchas de las empresas involucradas en este mercado, algunas incluso incurriendo en bancarrota, siendo Lehman Brothers el caso más icónico. Por otro lado, un mayor escrutinio gubernamental que, con la intención de otorgar mayor transparencia, introdujeron nuevas normativas que desalentaron, al menos de manera parcial, la actividad meramente especulativa. Un claro ejemplo de ello es el establecimiento de agencias centrales de liquidación de este tipo de transacciones (“*Central Counterparty Clearing House*” o “CCP” por sus siglas en inglés).

Al relativizar los datos con respecto al resto del mercado de derivados OTC, puede notarse como la relevancia sobre el total era considerablemente superior en el año 2007 que en el año 2022. Asimismo, los contratos sobre derivados de tasa de interés siguieron siendo los de mayor volumen, seguidos por los derivados de divisas:

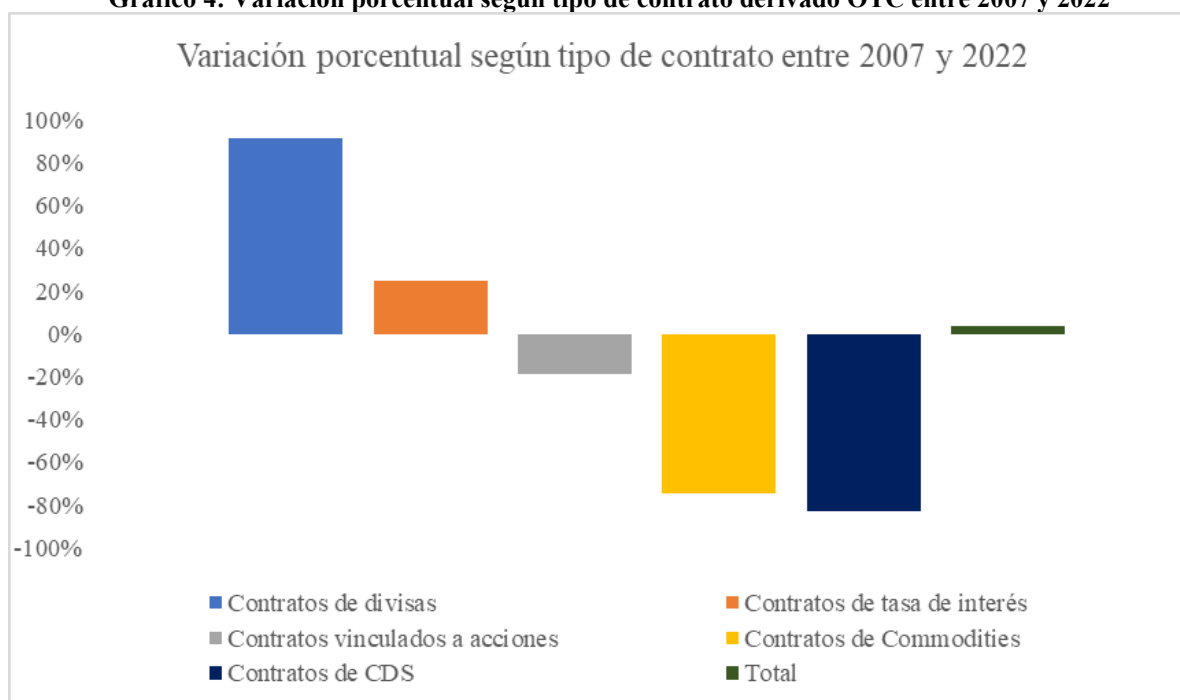
Gráfico 3: Tipos de contratos derivados como porcentaje del total del mercado OTC a fin de cada año



Fuente: elaboración propia en base a datos de BIS e ISDA

Se destaca también que los Credit Default Swaps fueron el tipo de contrato que más redujo su participación porcentual del mercado, seguido por los contratos de *commodities*. A su vez, los derivados de divisas consolidaron su posición e incrementaron su participación de mercado en un 91%. A nivel total, el conjunto de derivados OTC aumentó su volumen solamente un 4% en el período considerado.

¹⁷ Aldasoro, I. & Ehlers, T., *The Credit Default Swap Market: What a Difference a Decade Makes* (June 5, 2018). BIS Quarterly Review, June 2018, Disponible en SSRN: <https://ssrn.com/abstract=3193502>

Gráfico 4: Variación porcentual según tipo de contrato derivado OTC entre 2007 y 2022


Fuente: elaboración propia en base a datos de BIS e ISDA

Sin lugar a duda, la crisis financiera del 2008 fue un punto de inflexión en la historia de los Credit Default Swaps y en el marco legal en que éstos se negocian. En este sentido, en el año 2009, el ISDA implementó una serie de protocolos creados para estandarizar la negociación y liquidación de las obligaciones, aplicables tanto a los pagos periódicos como al pago contingente, conocidas como “Big Bang”¹⁸ y “Small Bang”¹⁹, respectivamente.

Cuadro 1: Medidas de estandarización de contratos de CDS introducidas en el protocolo "Big Bang"

| Medidas de estandarización de contratos de CDS introducidas en el protocolo "Big Bang" | |
|--|---|
| Medida | Implicancia |
| Tasas estándar de cupón | Junto con tamaños estándar de contratos, ayuda a homogeneizar el tamaño de los flujos de fondos de los contratos |
| Primeros cupones completos | Junto con tamaños estándar de contratos, homogeniza el valor de los pagos de los primeros cupones en diferentes contratos |
| Comités determinantes | Tratamiento consistente de contratos ante eventos de crédito |
| Protocolo de subasta | Determina precios únicos de liquidación de contrato ante eventos de crédito |
| Fechas efectivas estándar | Todos los contratos vigentes sobre una entidad de referencia determinada responden a los mismos eventos de crédito |

Fuente: elaboración propia en base a datos de BIS

¹⁸ Para más detalles puede consultarse: https://www.bis.org/publ/qtrpdf/r_qt1012z.htm

¹⁹ Para más información puede leerse: <https://www.isda.org/traditional-protocol/small-bang-protocol/>

No obstante, otros eventos posteriores, tales como los *defaults* de Grecia y Argentina, impulsaron mayores controles gubernamentales y regulaciones sobre estos contratos. Agentes que compraban este tipo de protección crediticia sin poseer bonos soberanos del país en cuestión (“*naked*” CDS) levantaron sospechas de que su única finalidad era especular con el *default* soberano, lo cual generaba incentivos a aumentar, artificialmente, el costo de fondeo de estos países (Augustin *et al*, 2014). Como consecuencia de ello, en 2010, la Autoridad Federal de Supervisión Financiera de Alemania (BaFin) impuso la prohibición temporaria de dichas transacciones sobre deuda soberana en la región del euro. Esta prohibición fue luego ratificada en el año 2011 y catalogada ya no como temporaria sino como permanente. A su vez, tanto el marco regulatorio para bancos de Basilea III como el Dodd-Frank Act de Estados Unidos, establecen normativas que apuntan a incrementar la transparencia y registro de estas transacciones, incluyendo la obligatoriedad de utilizar nuevas plataformas de *trading* y agencias centrales de liquidación de operaciones (Augustin *et al*, 2014).

De acuerdo con Aldasoro y Ehlers (2018), todo lo descripto anteriormente produjo un cambio no solo cuantitativo sino también cualitativo en el mercado de Credit Default Swaps. En rigor, según los autores, la introducción de nuevas regulaciones, la estandarización de contratos y la liquidación de obligaciones a través de contrapartes centrales aumentaron el volumen de contratos sobre entidades de referencia de mejor *rating* crediticio (“*Investment Grade*”) en detrimento de la cantidad de transacciones realizadas en torno a entidades de bajo *rating* crediticio (“*High Yield*”).

2.3 Riesgos de liquidez y contraparte

Conforme lo detallado por el Banco Central Europeo en su reporte “*Credit Default Swaps and Counterparty Risk*”²⁰ publicado en el año 2009, una característica de este mercado es el alto grado de concentración que posee: gran parte del volumen total negociado es justificado por un grupo reducido de bancos internacionales. Esto, explica el reporte, eleva considerablemente los riesgos de liquidez y de contraparte.²¹

Desde ya, el riesgo de liquidez en cualquier mercado concentrado es sumamente elevado puesto que el universo disponible de oferentes puede ser muy limitado. En particular, ante un aumento en los CDS *spreads* de una entidad de referencia, producto de un detrimento en la percepción acerca de su capacidad de pago o de su *rating* crediticio, los participantes que quieran cerrar su posición tomando el lado opuesto a su inversión original podrían no encontrar mercado para ello o hacerlo pagando un *spread* considerablemente elevado (aumento del “costo de reemplazo”) producto de la iliquidez característica de estos derivados.

De la misma manera, mercados que concentran un elevado porcentaje del total transado en pocos participantes, aumenta la interconectividad y correlación de *defaults* entre las contrapartes. Lo que es aún más alarmante, es que los inversores más relevantes de Credit Default Swaps son bancos internacionales, los cuales constituyen un sector naturalmente interconectado. En esencia, explica el Banco Central Europeo (2009), si la entidad de referencia es una institución financiera, el riesgo de contraparte puede ser sustancial ya que los intermediarios en el mercado de CDS son también instituciones financieras. Considerando que, habitualmente, el valor de las grandes firmas financieras a nivel global fluctúa en sintonía, si además éstas se encuentran enlazadas a través de contratos derivados

²⁰ European Central Bank, *Credit Default Swaps and Counterparty Risk*, Agosto 2009, Disponible en: https://www.ecb.europa.eu/pub/financial-stability/fsr/focus/2009/pdf/ecb~d953133e1f.fsrbox200912_12.pdf

²¹ Si bien este trabajo hace hincapié en el reporte del Banco Central Europeo antes mencionado, para más información sobre el riesgo de contraparte puede consultarse las recomendaciones realizadas por el Comité de Supervisión Bancaria de Basilea. En particular: Basel Committee on Banking Supervision, *Basel III: A global regulatory framework for more resilient banks and banking systems*, Junio 2011, Disponible en: <https://www.bis.org/publ/bcbs189.pdf>

OTC, el *default* de una de ellas puede significar no solo un aumento considerable en el CDS *spread* de las otras, sino también provocar el *default* de algunas de ellas, haciendo que sea realmente difícil para el inversor distinguir entre riesgo crediticio del deudor y riesgo de contraparte del contrato de CDS (Banco Central Europeo, 2009).

2.4 CDS como indicadores macroeconómicos e implicancias en mercados relacionados

Existe una amplia variedad de trabajos académicos con el objetivo de estudiar las implicancias macroeconómicas del mercado de Credit Default Swaps y como este afecta el comportamiento de otros mercados tales como el de bonos y acciones. En el año 2016, el ISDA realizó un estudio analizando más de 260 *papers* sobre esta temática con la intención de comprender y resumir estas relaciones en un único escrito. Algunas de las principales conclusiones enunciadas en el trabajo académico de Culp, Merwe y Stärkle (2016)²² pueden encontrarse a continuación:

- El mercado de contratos de CDS sobre una única entidad de referencia (“contratos individuales”) tiene un impacto positivo en la oferta de crédito a muchas de las entidades de referencia de dichos contratos. Además, la capacidad de los prestamistas de cubrir sus riesgos de crédito les otorga mayor incentivo a extender los créditos otorgados. En definitiva, la existencia de CDS motiva a los bancos a otorgar mayor volumen de préstamos y más largos a aquellas compañías que sean entidades de referencia en contratos de CDS.
- La disponibilidad de contratos individuales de CDS, generalmente, ayuda a reducir los costos de fondeo de las compañías y países que sean entidades de referencia de esos contratos. En particular, a aquellas entidades de menor riesgo y que muestren mayor transparencia respecto a sus actividades.
- Los contratos de CDS sobre una única entidad de referencia ayudan a las instituciones financieras a conseguir sus niveles de riesgo-retorno deseados y sus objetivos comerciales.
- La introducción de contratos individuales de CDS tiene, inicialmente, efectos negativos en la liquidez de los mercados de bonos y acciones de las entidades de referencia
- Los CDS *spreads* de contratos individuales agregan información y suelen ser un buen indicador acerca de la probabilidad de eventos de crédito y expectativas de tasas de recupero de las entidades de referencia. Además, por lo general, se anticipan a los mercados de bonos y acciones, en este sentido.

²² Culp, C. L., Merwe, A. & Stärkle, *Single-Name Credit Default Swaps: A Review of the Empirical Academic Literature*, (Septiembre 2016). Johns Hopkins Institute for Applied Economics, AF/No.11/September 2016, Disponible en SSRN: <https://ssrn.com/abstract=2851264>

3. Tasas de riesgo y probabilidades de default

3.1 Estimación a partir de información histórica

Las empresas calificadoras de riesgo tales como Standard & Poor's (S&P), Moody's y Fitch Ratings, publican tablas informativas acerca de la calidad crediticia de diversos tipos de bonos corporativos en base a su probabilidad de *default* estimada. Dichas tablas, suelen presentar las probabilidades de *default* acumuladas en distintos momentos (Hull, 2009). A partir de ellas, pueden calcularse probabilidades de *default* no condicionadas en un año genérico "t" como la resta entre la probabilidad de *default* acumulada en el año t y la acumulada en el año t-1. En otras palabras, la probabilidad no condicionada muestra lo que aporta un determinado año al total acumulado hasta ese momento.

Por otro lado, la probabilidad de supervivencia (entendida como la no ocurrencia de un *default*) hasta el año "t" puede calcularse como la resta entre la unidad y la probabilidad acumulada de *default* hasta ese año. Utilizando las dos probabilidades antes descritas, se puede calcular la probabilidad de que un bono *defaultee* en un año t, condicional a que no haya existido un *default* previo.

$$\text{Probabilidad Default condicional } (t; t + 1) = \frac{\text{Probabilidad Default no condicionada } (t; t + 1)}{\text{Probabilidad Supervivencia } (t)}$$

Como bien aclara Hull (2015), la probabilidad condicional anterior suele comprender un período anual. Para tasas de riesgo o intensidades de *default* menores al año, el autor introduce los siguientes elementos (Hull, 2015):

Sea:

- Δt un período de tiempo lo suficientemente pequeño;
- $\lambda(t)$ la tasa de riesgo o intensidad de *default* al momento t tal que $\lambda(t)\Delta t$ represente la probabilidad de *default* entre t y t + Δt condicional a la no ocurrencia de un *default* previamente;
- $V(t)$ la probabilidad de supervivencia acumulada (es decir, sin ocurrencia de *defaults* previos) al momento t.

Basado en lo anterior, la probabilidad de *default* condicional entre t y t + Δt es igual a $\frac{[V(t) - V(t + \Delta t)]}{V(t)}$ y esto último equivalente a $\lambda(t)\Delta t$. Consecuentemente:

$$[V(t) - V(t + \Delta t)] = \lambda(t) V(t)\Delta t$$

$$[V(t + \Delta t) - V(t)] = -\lambda(t)V(t)\Delta t$$

Dividiendo por Δt y haciéndolo tender a cero,

$$\frac{dV(t)}{dt} = -\lambda(t)V(t)$$

Despejando,

$$\lambda(t) = \frac{-1}{V(t)} * \frac{dV(t)}{dt}$$

La solución a esta ecuación diferencial es:

$$V(t) = e^{-\int_0^t \lambda(\tau) d\tau}$$

Por último, definiendo a $Q(t)$ como la probabilidad de *default* acumulada al momento t , se tiene:

$$Q(t) = 1 - V(t) = 1 - e^{-\int_0^t \lambda(\tau) d\tau}$$

$$Q(t) = 1 - e^{-\bar{\lambda}(t)}$$

Dónde $\bar{\lambda}(t)$ representa la tasa instantánea de mortalidad²³ (o tasa de riesgo) promedio entre 0 y t .

3.2 Estimación a partir del spread de rendimiento de bonos corporativos

Una alternativa al modelo presentado en la sección anterior para estimar probabilidades de *default* es a través del rendimiento adicional (*spread*) que ofrece un bono corporativo por sobre la tasa libre de riesgo²⁴. Definiendo a $s(T)$ como el *spread* de rendimiento anual de un bono con *maturity* de T años, la tasa promedio de pérdida del bono entre el momento 0 y el momento T , debería ser aproximadamente igual a $s(T)$ por año. Si $\bar{\lambda}(T)$ es la tasa de riesgo promedio entre $t=0$ y $t=T$, la tasa promedio de pérdida en ese intervalo es $\bar{\lambda}(T)(1 - R)$, siendo R la tasa de recupero estimada (Hull, 2015). Por lo tanto,

$$\bar{\lambda}(t)(1 - R) \cong s(T)$$

²³ Por “tasa instantánea de mortalidad” se entiende la probabilidad de que la entidad de referencia incurra en *default* exactamente en el instante “ t ” dado que no incurrió en *default* anteriormente.

²⁴ Por lo general, las tasas que se utilizan como libre de riesgo son la tasa SOFR (*Secured Overnight Financing Rate*) o la tasa correspondiente a los bonos del tesoro de Estados Unidos.

Despejando,

$$\bar{\lambda}(t) \cong \frac{s(T)}{(1 - R)}$$

3.3 El modelo de riesgo crediticio de Merton

Tal como menciona Hull (2009), los métodos para estimar probabilidades de *default* explicados anteriormente en el presente trabajo dependen en gran medida del rating crediticio que la calificadora de riesgo otorgue a los bonos. Como la recategorización de los bonos no es efectuada de manera constante, es importante definir otra forma de estimar probabilidades de *default* con un mayor grado de actualización.

A tal fin, Robert Merton (1974) propuso un modelo²⁵ donde el capital de una empresa es entendido como una opción financiera de compra (“*call*”) sobre el valor de sus activos con un precio de ejercicio equivalente al valor de la deuda que haya emitido. En palabras de Hull (2009), lo que plantea Merton (1974) es que si, al momento del vencimiento de la obligación financiera asumida, el valor de la empresa es menor al valor de dicha deuda, es dable asumir que esa empresa incurra en *default*. Por el contrario, si al momento del vencimiento de su deuda, el valor de la firma es mayor que el importe a pagar es razonable asumir que la compañía realice el pago correspondiente. En particular, y de acuerdo con Das y Sundaram (2010)²⁶, el modelo en cuestión realiza los siguientes supuestos:

- 1) El valor de los activos de la firma al momento “*t*” (V_t) puede describirse mediante un movimiento browniano geométrico de la forma:

$$dV_t = \mu V_t dt + \sigma V_t dW_t$$

Dónde μ representa el *drift* del valor de la firma y σ su volatilidad;

- 2) Estructura de deuda constante de la firma (una única emisión de deuda vigente y de tipo cupón cero);
- 3) La firma no tiene ningún tipo de pacto restrictivo (“*covenant*”) que pueda generar un *default* de su deuda emitida con anterioridad a su vencimiento (“*T*”);
- 4) Los *defaults* pueden ocurrir únicamente al momento “*T*”;
- 5) Los tenedores de deuda tienen prioridad plena de cobro ante los accionistas;
- 6) No existen costos de liquidación ante un eventual *default* de la empresa considerada;
- 7) No existen renegociaciones de deuda;
- 8) Tasa de interés, volatilidad y *drift* no estocásticas;
- 9) Distribución Normal de los retornos.

²⁵ Merton, R. (1974). *On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates*. Journal of Finance, 29(2), 449-470.

²⁶ Das, S. & Sundaram, R. (2010). *Derivatives*. McGraw Hill.

Al analizar los supuestos realizados por Merton (1974), puede notarse que muchos de ellos son altamente restrictivos y en algunos casos pueden incluso diferir con la evidencia empírica. Sin embargo, el modelo tiene muchas virtudes e intuiciones subyacentes en su razonamiento que sin lugar a duda vale la pena analizar. En este sentido, Das y Sundaram (2010) explican que, considerando los supuestos antes mencionados, al momento “T”, puede ocurrir que:

- a) El valor de los activos de la empresa sea mayor o igual al valor de su deuda. En este caso, los tenedores de deuda reciben el pago pactado y los accionistas el sobrante;
- b) El valor de los activos de la empresa sea menor al valor de su deuda. En este caso, los tenedores de deuda reciben un pago menor al pactado y equivalente al valor de la empresa mientras que los accionistas no perciben pago alguno.

De esta manera, la intuición del modelo y su correspondiente formulación matemática puede obtenerse tanto desde el lado del tenedor de deuda o del accionista. En el primer caso, conforme a lo mencionado con antelación, el cobro a recibir al momento “T” por parte del tenedor de deuda no es otra cosa que el mínimo entre el valor de los activos de la empresa al momento “T” (V_T) y el valor de la deuda (D). Es decir:

$$\text{Pago que recibe el tenedor de deuda al momento } T = \min(V_T; D) = D - \max(D - V_T; 0)$$

En su libro, Das y Sundaram (2010), incluyen la segunda expresión para poner de manifiesto que, para el tenedor de deuda, su pago equivale a comprar un bono libre de riesgo que paga “D” al vencimiento y vender a los accionistas una opción financiera de venta (“put”) donde los activos de la empresa representan el subyacente, con un precio de ejercicio igual a “D” y vencimiento “T”. En otras palabras, los acreedores cobran “D” al vencimiento a menos que los accionistas ejerzan la opción (lo cual solo tiene sentido si $V_T < D$).

Por otro lado, desde el lado del accionista, la intuición del modelo es entender el valor del capital de la empresa al momento “T” como el valor remanente de los activos de la empresa luego de pagar la deuda pactada con los acreedores. Dicho de otra forma, al momento “T”, a los accionistas les corresponde el máximo entre el valor de la empresa al momento “T” (V_T) y el valor de la deuda (D). En este caso, el valor de las acciones (“equity”) de la empresa puede interpretarse como si los accionistas adquirieran una opción financiera de compra (“call”) donde los activos de la empresa representan el subyacente, con un precio de ejercicio igual a “D” y vencimiento “T”. Este último es el enfoque aquí seleccionado para hacer el desarrollo matemático correspondiente al modelo de Merton (1974).

Analíticamente:

$$E_T = \max(V_T - D; 0)$$

Dónde,

- E_T : valor de las acciones de la empresa al momento T;
- V_T : valor de los activos de la empresa al momento T;
- D: deuda asumida por la empresa con vencimiento en el momento T.

Asimismo, Merton (1974) define las siguientes variables:

- E_0 : valor de las acciones de la empresa al momento 0;
- V_0 : valor de los activos de la empresa al momento 0;
- σ_E : volatilidad instantánea de las acciones de la empresa;
- σ_V : volatilidad de los activos de la empresa;
- $V_0 - E_0$: valor de mercado de la deuda asumida, al momento 0.

De acuerdo con la fórmula de valuación de una opción financiera de compra (“*call*”) en ausencia de arbitraje provista por Black, Scholes y Merton²⁷,

$$E_0 = V_0 * N[d1] - D * e^{-rT} * N[d2] \quad (1)$$

$$d1 = \frac{\ln\left(\frac{V_0}{D}\right) + \left(r + \frac{\sigma_V^2}{2}\right) * T}{\sigma_V * \sqrt{T}}$$

$$d2 = d1 - \sigma_V * \sqrt{T}$$

Siendo r la tasa libre de riesgo y $N[\cdot]$ la función de distribución acumulada de la distribución Normal estándar. Reescribiendo la expresión anterior como:

$$E_0 = e^{-rT} * \{V_0 * N[d1] * e^{rT} - D * N[d2]\} \quad (2)$$

Como detalla Drageseth (2012)²⁸, el minuendo puede interpretarse como el flujo de fondos esperado por poseer el *call* y el sustraendo el valor presente esperado del pago en caso de ejercerse la opción. Por otro lado, $N[d2]$ puede entenderse como la probabilidad (bajo un esquema de riesgo neutral) de ejercer la opción. Por lo tanto, la probabilidad de *default* está representada por $1 - N[d2]$ o, lo que es lo mismo, $N[-d2]$.

Puede notarse que, para calcular $N[-d2]$, es necesario definir los valores de V_0 y σ_V . Los mismos pueden encontrarse planteando el sistema de ecuaciones detallado a continuación. Al definir la dinámica

²⁷ Black, F. and Scholes, M. (1973). *The Pricing of Options and Corporate Liabilities*. Journal of Political Economy, 8, 637-654. Disponible en: <http://dx.doi.org/10.1086/260062>

²⁸ Eilif, Drageseth (2012). *A Valuation Method for Credit Default Swaps Using an Extended Version of the Merton Model*, Master’s Thesis in financial economics. Norwegian University of Science and Technology.

del valor de la empresa mediante una ecuación diferencial estocástica²⁹ y aplicando el Lema de Ito³⁰, se tiene que:

$$\sigma_E E_0 = \frac{\partial E}{\partial V} \sigma_V V_0 = N[d1] \sigma_V V_0 \quad (3)$$

Despejando,

$$E_0 = \frac{N[d1] \sigma_V V_0}{\sigma_E} \quad (4)$$

Asumiendo que la empresa cotiza en bolsa, el valor de E_0 es conocido (se calibra como el precio de mercado de la acción de la empresa en cuestión el momento de realizar la valuación) y σ_E puede estimarse a partir de información histórica como el desvío estándar de los retornos de la acción en el período considerado. La expresión de E_0 de la ecuación (1) resultante de la fórmula de Black-Scholes-Merton y la ecuación (4) provista por el Lema de Ito, conforman el sistema de ecuaciones que permite despejar los valores de V_0 y σ_V .

Habiendo presentado el razonamiento, los supuestos y la formulación matemática del modelo de Merton (1974), resulta pertinente realizar algunos comentarios acerca de la aplicabilidad del mismo y de sus características más criticables:

- En primer lugar, como mencionan Das y Sundaram (2010), para plazos muy cortos, el modelo genera *spreads* de crédito teóricos considerablemente inferiores a los observados en la práctica. Esto, explican los autores, tiene su fundamento en que el movimiento browniano geométrico en el que se basa el modelo de Merton (1974) evoluciona de manera continua y no permite saltos discretos. De esta manera, si $V_t > D$, en el marco teórico del modelo, al considerar un horizonte temporal corto, es poco probable que la firma incurra en *default* (es decir, que el valor de los activos de la firma disminuya de tal manera que sea menor al valor de su deuda).
- Por otro lado, Merton (1974) asume una estructura de deuda de la firma demasiado simplificada al describir una única emisión de deuda vigente y en su estructura más sencilla al plantear que es de tipo cupón cero. Por lo general, agregan Das y Sundaram (2010), la estructura de deuda de las empresas suele ser mucho más compleja y pueden tener un conjunto de emisiones de deuda en simultáneo y con diversas características, variando no solamente su vencimiento sino también su estructura de repago, de cupones y de políticas de subordinación entre tenedores de deuda y accionistas. Un aspecto no menor es que, en la práctica, las firmas pueden también renegociar su deuda y evitar así un *default*, cosa que el modelo en cuestión no considera en el marco teórico que describe.
- Por último, cabe destacar lo restrictivo que resulta el modelo de Merton (1974) en cuanto a su aplicabilidad: considerando que dos de sus parámetros fundamentales, tales como E_0 y σ_E , solo son observables si la empresa cotiza en bolsa, el modelo no es aplicable para empresas que no lo hagan.

²⁹ Para ver en detalle cómo se define el proceso en cuestión puede consultarse: Merton, R. (1974). *On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates*. Journal of Finance, 29(2), 449-470.

³⁰ Itô, K. (1944). *Stochastic integral*. Proceedings of the Imperial Academy, Proc. Imp. Acad. 20(8), 519-524.

4. Valuación de Credit Default Swaps

4.1 Modelo de Hull y White

Esta sección desarrolla los fundamentos del modelo de valuación de un *plain vanilla*³¹ CDS propuesto por Hull y White (2000) en ausencia de riesgo de *default* de la contraparte. El modelo en cuestión asume independencia entre las probabilidades de *default*, tasas de interés y tasas de recupero. A su vez, se presenta la resolución propuesta por Hull (2009) con probabilidades de *default* estimadas a partir de información histórica o del *spread* de bonos corporativos y tiempos al *default* discretos.

Sea:

- T el *maturity* del contrato;
- L el principal nocional del contrato;
- $q(t)$ la función de densidad de probabilidad de *default* bajo un esquema de riesgo neutral al momento t ;
- $\lambda(t)$ la tasa de riesgo o intensidad de *default* al momento t ;
- π la probabilidad de que no ocurra un evento de crédito durante la vigencia del contrato bajo un esquema de riesgo neutral;
- w el total de pagos realizados por año por el comprador del CDS;
- $u(t)$ el valor presente de los pagos periódicos del CDS entre los momentos 0 y t a razón de una unidad monetaria por año;
- $e(t)$ el valor presente del último pago periódico a devengar en caso de un evento de crédito al momento t con pagos periódicos realizados a razón de una unidad monetaria por año;
- $v(t)$ el valor presente de una unidad monetaria percibida en el momento t ;
- $A(t)$ el interés devengado por el bono de referencia al momento t , expresado como un porcentaje de su valor nominal;
- \hat{R} la tasa de recupero esperada del bono de referencia bajo un esquema de riesgo neutral, expresada como un porcentaje de su valor exigible.

Tal como se detalla en el trabajo de Hull y White (2000), los pagos periódicos realizados por el comprador de protección crediticia son efectuados hasta el vencimiento del contrato o, en caso de ocurrir, hasta el evento de crédito. Con lo cual, si el evento de crédito ocurriese previo al vencimiento del contrato, de acuerdo con las variables antes mencionadas, el valor presente de dichos pagos puede

³¹ La expresión “*plain vanilla*” es simplemente una forma de referirse al tipo de contratos “estándar” como el que se encuentra detallado en la introducción de este trabajo.

expresarse como: $w[u(t) + e(t)]$. Como la cantidad de pagos periódicos a realizar es condicional a la ocurrencia de un evento de crédito, es necesario incorporar la función de densidad de probabilidad de *default* correspondiente, representada por $q(t)$, para calcular su valor esperado. De esta manera, la expresión anterior se reescribe como: $w \left\{ \int_0^T q(t)[u(t) + e(t)] dt \right\}$, donde $q(t)[u(t) + e(t)]$ representa la probabilidad de que ocurra un *default* al momento “t”, haciendo que no sea necesario efectuar pagos periódicos adicionales a los efectuados entre el momento inicial del contrato y “t”. Por el contrario, si no existiese evento de crédito durante la vigencia del contrato, el comprador debería realizar todos los pagos periódicos allí estipulados. De esta forma, el valor presente de la totalidad de los pagos de primas a realizar es simplemente: $wu(T)$.

Por lo tanto, el valor presente del total de pagos periódicos esperados debe contemplar tanto la probabilidad de que se efectúen la totalidad de los pagos estipulados en el contrato hasta el vencimiento como la probabilidad de que ocurra un evento de crédito durante la vigencia del mismo y la cantidad de pagos a efectuar sea, consecuentemente, menor. En otras palabras, de acuerdo con lo planteado por Hull y White (2000), la expresión para calcular dicho valor presente es la siguiente:

$$\text{Valor presente pagos esperados} = w \left\{ \int_0^T q(t)[u(t) + e(t)] dt + \pi u(T) \right\}$$

Por otro lado, como fuera mencionado en la introducción del presente trabajo, en caso de ocurrir un evento de crédito previo a la conclusión del contrato, el comprador recibiría un pago único equivalente al principal notional del contrato multiplicado por el valor facial del bono menos la tasa de recupero estimada por el ISDA. En este caso, Hull y White (2000), incorporan además el interés devengado (“accrued”) del bono en cuestión al momento del *default*. Utilizando las variables previamente definidas, esto es:

$$L - RL[1 + A(t)] = L[1 - R - A(t)R]$$

De esta manera, considerando la probabilidad de que el evento de crédito ocurra durante la vigencia del contrato y suponiendo un principal notional equivalente a una unidad monetaria, el valor presente del *payoff* esperado puede plantearse como:

$$\text{Valor presente del payoff esperado} = \int_0^T [1 - \hat{R} - A(t)\hat{R}]q(t)v(t)dt$$

Dónde:

$$q(t) = \lambda(t)e^{-\int_0^t \lambda(\tau)d\tau}$$

$$\pi = 1 - \int_0^T q(t)dt$$

De acuerdo con Hull (2015), para no incurrir en arbitrajes, el valor del CDS para la parte compradora debe ser igual al valor presente del beneficio esperado menos el valor presente de las obligaciones esperadas:

$$L \int_0^T [1 - \hat{R} - A(t)\hat{R}]q(t)v(t)dt - Lw \left\{ \int_0^T q(t)[u(t) + e(t)]dt + \pi u(T) \right\}$$

Definiendo al CDS *spread* (“s”) como el valor de w que hace valer cero a la expresión anterior y despejando:

$$s = \frac{\int_0^T [1 - \hat{R} - A(t)\hat{R}]q(t)v(t)dt}{\int_0^T q(t)[u(t) + e(t)]dt + \pi u(T)}$$

Contratos de CDS binarios

Los contratos de tipo binarios contemplan un pago contingente por la totalidad de un monto previamente acordado en el contrato o un pago nulo si no ocurre el evento previsto. En el caso particular de un CDS, ante un evento de crédito el pago a percibir por el comprador será el principal nominal del contrato. De esta forma, a diferencia de un *plain vanilla CDS*, la tasa de recupero no afecta el *payoff* del comprador. Por lo tanto, el único elemento a modificar con respecto a la valuación detallada anteriormente es el *payoff* esperado por el comprador.

$$\text{Valor presente del payoff esperado} = \int_0^T q(t)v(t)dt$$

Definiendo al CDS *spread* de un contrato de tipo binario como s' se tiene que:

$$s' = \frac{\int_0^T q(t)v(t)dt}{\int_0^T q(t)[u(t) + e(t)]dt + \pi u(T)}$$

CDS spread y tasa de riesgo implícita

Al igual que el *smile* de volatilidad³² en los mercados de opciones, las tasas de riesgo implícitas utilizadas en la valuación de un CDS pueden estimarse a partir de conocer el valor del CDS *spread*. En este caso, el proceso a realizar es el inverso al desarrollado anteriormente. Conociendo el valor del CDS

³² Las volatilidades implícitas se estiman en función del precio de ejercicio (contado y futuro), del plazo de la opción, de su prima y de la tasa de interés libre de riesgo. En particular, a la relación gráfica existente entre la volatilidad implícita y el precio de ejercicio de una determinada opción suele llamársela “*smile*” de volatilidad ya que, por lo general, tiene forma de sonrisa.

spread y la tasa a la cual se descuentan los fondos, se busca el valor de λ que haga que el cociente entre el valor presente de todos los pagos esperados y el valor presente del *payoff* esperado iguale al valor del CDS *spread* observado. Este planteo puede resolverse mediante la utilización de un *software* que permita realizar iteraciones hasta encontrar la tasa de riesgo que satisfaga dichas restricciones (Hull, 2009).

Resolución tabular con tiempos al default discretos

A continuación, se detalla el procedimiento de valuación de un CDS discretizando los tiempos al *default* y tomando como punto de partida un contrato con *maturity* de T años bajo el esquema de estimación de probabilidades de *default* a través de tasas de riesgo presentado en la sección 3 de este trabajo.

Para una entidad de referencia con tasa de riesgo igual a λ y constante hasta la maduración del contrato, la probabilidad de supervivencia para un año “ t ” (con $t < T$) de dicha entidad será: $e^{-\lambda t}$. La probabilidad de *default* durante el transcurso de un año “ t ” es calculada como la probabilidad de supervivencia al inicio del año menos la probabilidad de supervivencia al fin de ese mismo año (Hull, 2009).

Tabla 1: Probabilidades de default y supervivencia no condicionadas

| Año | Probabilidad de supervivencia a fin del año | Probabilidad de default durante el transcurso del año |
|-----|---|---|
| 1 | $e^{-\lambda*1}$ | $1 - e^{-\lambda*1}$ |
| 2 | $e^{-\lambda*2}$ | $e^{-\lambda*1} - e^{-\lambda*2}$ |
| 3 | $e^{-\lambda*3}$ | $e^{-\lambda*2} - e^{-\lambda*3}$ |
| 4 | $e^{-\lambda*4}$ | $e^{-\lambda*3} - e^{-\lambda*4}$ |
| 5 | $e^{-\lambda*5}$ | $e^{-\lambda*4} - e^{-\lambda*5}$ |
| ... | ... | ... |
| T | $e^{-\lambda*T}$ | $e^{-\lambda*(T-1)} - e^{-\lambda*T}$ |

Fuente: elaboración propia en base a Hull (2015)

La resolución se desarrolla bajo el supuesto de que los *defaults* pueden ocurrir únicamente a mitad de año³³ y que los pagos periódicos del CDS se realizan con frecuencia anual y al final de cada año. La tabla 2 muestra el cálculo del valor presente de los pagos esperados realizados por el comprador asumiendo que dichos pagos son realizados a razón de “ s ” por año y que el principal notional es de \$1. El pago esperado para cada año se obtiene como el producto entre la probabilidad de supervivencia de ese año y las “ s ” unidades monetarias. Por otro lado, su valor presente se define como el producto entre dicho pago esperado y e^{-r*t} , siendo “ r ” la tasa libre de riesgo anual y “ t ” el año considerado.

³³ Este supuesto es realizado para simplificar los cálculos. No obstante, puede suponerse otra frecuencia sin inconveniente.

Tabla 2: Valor presente de los pagos periódicos esperados a razón de “s” por año.

| Año | Probabilidad de supervivencia | Pago esperado | Factor de descuento | Valor presente del pago esperado |
|--------------|-------------------------------|----------------------|---------------------|--|
| 1 | $e^{-\lambda*1}$ | $s * e^{-\lambda*1}$ | e^{-r*1} | $s * e^{-\lambda*1} * e^{-r*1}$ |
| 2 | $e^{-\lambda*2}$ | $s * e^{-\lambda*2}$ | e^{-r*2} | $s * e^{-\lambda*2} * e^{-r*2}$ |
| 3 | $e^{-\lambda*3}$ | $s * e^{-\lambda*3}$ | e^{-r*3} | $s * e^{-\lambda*3} * e^{-r*3}$ |
| 4 | $e^{-\lambda*4}$ | $s * e^{-\lambda*4}$ | e^{-r*4} | $s * e^{-\lambda*4} * e^{-r*4}$ |
| 5 | $e^{-\lambda*5}$ | $s * e^{-\lambda*5}$ | e^{-r*5} | $s * e^{-\lambda*5} * e^{-r*5}$ |
| ... | ... | ... | ... | ... |
| T | $e^{-\lambda*T}$ | $s * e^{-\lambda*T}$ | e^{-r*T} | $s * e^{-\lambda*T} * e^{-r*T}$ |
| Total | | | | $\sum_{t=1}^T s * e^{-\lambda*t} * e^{-r*t}$ |

Fuente: elaboración propia en base a Hull (2015)

Tabla 3 (I): Valor presente del payoff esperado con un principal nominal de \$1

| Año | Probabilidad de default | Tasa de recupero | Factor de descuento |
|-------|---------------------------------------|------------------|---------------------|
| 0,5 | $1 - e^{-\lambda*1}$ | R | $e^{-r*0,5}$ |
| 1,5 | $e^{-\lambda*1} - e^{-\lambda*2}$ | R | $e^{-r*1,5}$ |
| 2,5 | $e^{-\lambda*2} - e^{-\lambda*3}$ | R | $e^{-r*2,5}$ |
| 3,5 | $e^{-\lambda*3} - e^{-\lambda*4}$ | R | $e^{-r*3,5}$ |
| 4,5 | $e^{-\lambda*4} - e^{-\lambda*5}$ | R | $e^{-r*4,5}$ |
| ... | ... | ... | ... |
| T-0,5 | $e^{-\lambda*(T-1)} - e^{-\lambda*T}$ | R | $e^{-r*(T-0,5)}$ |

Fuente: elaboración propia en base a Hull (2015)

Tabla 3 (II): Valor presente del payoff esperado con un principal nominal de \$1

| Año | Payoff esperado | Valor presente payoff esperado |
|--------------|---|--|
| 0,5 | $(1 - e^{-\lambda*1}) * (1 - R)$ | $(1 - e^{-\lambda*1}) * (1 - R) * e^{-r*0,5}$ |
| 1,5 | $(e^{-\lambda*1} - e^{-\lambda*2}) * (1 - R)$ | $(e^{-\lambda*1} - e^{-\lambda*2}) * (1 - R) * e^{-r*1,5}$ |
| 2,5 | $(e^{-\lambda*2} - e^{-\lambda*3}) * (1 - R)$ | $(e^{-\lambda*1} - e^{-\lambda*2}) * (1 - R) * e^{-r*2,5}$ |
| 3,5 | $(e^{-\lambda*3} - e^{-\lambda*4}) * (1 - R)$ | $(e^{-\lambda*1} - e^{-\lambda*2}) * (1 - R) * e^{-r*3,5}$ |
| 4,5 | $(e^{-\lambda*4} - e^{-\lambda*5}) * (1 - R)$ | $(e^{-\lambda*1} - e^{-\lambda*2}) * (1 - R) * e^{-r*4,5}$ |
| 0 ... | ... | ... |
| T-0,5 | $(e^{-\lambda*(T-1)} - e^{-\lambda*T}) * (1 - R)$ | $(e^{-\lambda*(T-1)} - e^{-\lambda*T}) * (1 - R) * e^{-r*(T-0,5)}$ |
| Total | | $\sum_{t=1}^T \text{Payoff esperado}_{(t-0,5)} * e^{-r*(t-0,5)}$ |

Fuente: elaboración propia en base a Hull (2015)

Las tablas 3 (I) y 3 (II) muestran (en conjunto) el cálculo del valor presente del *payoff* esperado por el comprador del CDS, con un principal nominal de \$1 y manteniendo el supuesto de que los *defaults* ocurren únicamente a mitad de año. La fórmula para calcular el *payoff* es la que se presentó en la introducción de este trabajo:

$$Payoff = (1 - R) * L$$

Para cada año, el valor esperado surge de la multiplicación entre el *payoff* correspondiente y la probabilidad de *default* a mitad de año. Su valor presente esperado se calcula como el producto entre el *payoff* esperado y $e^{-r*(t-0,5)}$, siendo “r” la tasa libre de riesgo anual y “t” el momento considerado. Por otro lado, será necesario considerar el último pago periódico de 0,5s unidades monetarias a devengar en caso de un eventual *default*. El valor presente esperado de dicho pago para cada período se presenta en la siguiente tabla:

Tabla 4: Valor presente del pago a devengar esperado.

| Año | Probabilidad de <i>default</i> | Pago a devengar esperado | Valor presente pago a devengar esperado |
|--------------|---------------------------------------|--|---|
| 0,5 | $1 - e^{-\lambda*1}$ | $0,5s * (1 - e^{-\lambda*1})$ | $0,5s * (1 - e^{-\lambda*1}) * e^{-r*0,5}$ |
| 1,5 | $e^{-\lambda*1} - e^{-\lambda*2}$ | $0,5s * (e^{-\lambda*1} - e^{-\lambda*2})$ | $0,5s * (e^{-\lambda*1} - e^{-\lambda*2}) * e^{-r*1,5}$ |
| 2,5 | $e^{-\lambda*2} - e^{-\lambda*3}$ | $0,5s * (e^{-\lambda*2} - e^{-\lambda*3})$ | $0,5s * (e^{-\lambda*2} - e^{-\lambda*3}) * e^{-r*2,5}$ |
| 3,5 | $e^{-\lambda*3} - e^{-\lambda*4}$ | $0,5s * (e^{-\lambda*3} - e^{-\lambda*4})$ | $0,5s * (e^{-\lambda*3} - e^{-\lambda*4}) * e^{-r*3,5}$ |
| 4,5 | $e^{-\lambda*4} - e^{-\lambda*5}$ | $0,5s * (e^{-\lambda*4} - e^{-\lambda*5})$ | $0,5s * (e^{-\lambda*4} - e^{-\lambda*5}) * e^{-r*4,5}$ |
| ... | ... | ... | ... |
| T-0,5 | $e^{-\lambda*(T-1)} - e^{-\lambda*T}$ | $0,5s * (e^{-\lambda*(T-1)} - e^{-\lambda*T})$ | $0,5s * (e^{-\lambda*(T-1)} - e^{-\lambda*T}) * e^{-r*(T-0,5)}$ |
| Total | | | $\sum_{t=1}^T VP \text{ pago a devengar esperado}_{(t-0,5)}$ |

Fuente: elaboración propia en base a Hull (2015)

Para calcular el CDS *spread* (“s”), se iguala el valor presente de los pagos esperados totales de las tablas 2 y 4 con el valor presente del *payoff* esperado de la tabla 3 (II). Es decir, el CDS *spread* del modelo de Hull y White (2000) puede aproximarse mediante esta discretización como:

$$CDS \text{ spread} = \frac{\sum_{vt} VP \text{ payoff esperado}_t}{\sum_{vt} VP \text{ pagos esperados}_t + \sum_{vt} VP \text{ pago a devengar esperado}_t}$$

Para un binary CDS, el único elemento a modificar es el *payoff* esperado por el comprador de la tabla 3 (II). Haciendo las modificaciones pertinentes se obtiene la siguiente tabla:

Tabla 5: Valor presente del payoff esperado de un binary CDS con un principal notional de \$1.

| Año | Payoff esperado | Valor presente payoff esperado |
|--------------|--|--|
| 0,5 | $(1 - e^{-\lambda*1})$ | $(1 - e^{-\lambda*1}) * e^{-r*0,5}$ |
| 1,5 | $(e^{-\lambda*1} - e^{-\lambda*2})$ | $(e^{-\lambda*1} - e^{-\lambda*2}) * e^{-r*1,5}$ |
| 2,5 | $(e^{-\lambda*2} - e^{-\lambda*3})$ | $(e^{-\lambda*1} - e^{-\lambda*2}) * e^{-r*2,5}$ |
| 3,5 | $(e^{-\lambda*3} - e^{-\lambda*4})$ | $(e^{-\lambda*1} - e^{-\lambda*2}) * e^{-r*3,5}$ |
| 4,5 | $(e^{-\lambda*4} - e^{-\lambda*5})$ | $(e^{-\lambda*1} - e^{-\lambda*2}) * e^{-r*4,5}$ |
| ... | ... | ... |
| T-0,5 | $(e^{-\lambda*(T-1)} - e^{-\lambda*T})$ | $(e^{-\lambda*(T-1)} - e^{-\lambda*T}) * e^{-r*(T-0,5)}$ |
| Total | $\sum_{t=1}^T \text{Payoff esperado}_{(t-0,5)} * e^{-r*(t-0,5)}$ | |

Fuente: elaboración propia en base a Hull (2015)

4.2 Modelo extendido de Merton

El modelo “estándar” de Merton (1974) presentado en la sección 3.3 de este trabajo, realiza algunos supuestos que no describen correctamente la realidad de las firmas. Entre ellos:

- El nivel de deuda de una compañía se mantiene constante en términos absolutos hasta su vencimiento;
- Las tasas de volatilidad son constantes;
- El *drift* considerado en el proceso que describe el valor de la firma es constante.

Con la intención de relajar estos supuestos y de representar la realidad de las firmas de mejor manera, pueden realizarse ciertas modificaciones al modelo original. A continuación, se presentan los fundamentos y características del modelo extendido desarrollado por Drageseth (2012):

Nivel de deuda como un proceso con reversión a la media

Como bien explica en su escrito Drageseth (2012), por lo general, las firmas establecen como objetivo mantener una proporción (“*ratio*”) de endeudamiento que estimen óptimo para su estructura. De esta manera, si el valor de la compañía se incrementa (disminuye), la compañía intentará (omitirá) emitir más deuda para mantener la proporción en su nivel óptimo (no alejarse en mayor medida del óptimo).

Por otro lado, pueden existir momentos donde la firma, por más que supere su nivel objetivo (“*ratio target*”), tenga que emitir nueva deuda para hacer frente a una necesidad de liquidez. De la misma manera, ante situaciones donde no haya disponibles opciones de inversión redituables, la firma puede no encontrar sentido a seguir expandiendo su nivel de deuda (Drageseth, 2012).

Entonces, el proceso que describa el nivel de deuda de la firma considerada debe no solo revertir a la media sino también ser volátil. Analíticamente:

$$dD_t = k_D * (D^{target} - D_t)dt + \sigma_D dz_t^D$$

Dónde:

- k_D representa el coeficiente de reversión a la media ($0 < k_D < 1$);
- D^{target} es el nivel de deuda objetivo;
- D es el nivel de la deuda observado;
- σ_D es la volatilidad del proceso ($\sigma_D > 0$);
- z^D es un proceso de Wiener estándar.

Volatilidad como un proceso con reversión a la media

La volatilidad de un activo varía por cambios en las condiciones tanto de la firma como de la macroeconomía. Por lo tanto, la volatilidad, explica Drageseth (2012), debería modelarse como un proceso que varía a lo largo del tiempo y que revierta a la media. En este caso:

$$d\sigma_t = (\alpha - k_\sigma \sigma_t)dt + \eta\sqrt{\sigma_t}dz_t^\sigma$$

Dónde:

- α representa el promedio ajustado de la volatilidad a largo plazo;
- k_σ es la velocidad de reversión a la media del proceso;
- η es la tasa de volatilidad del proceso de volatilidad;
- z^σ es un proceso de Wiener estándar.

Tasa de drift estocástica

A diferencia del *drift* constante propuesto por Merton (1974), el modelo extendido propone incluir un componente estocástico a las perspectivas de crecimiento del valor de la firma. En particular, Drageseth (2012) modela la tasa del *drift* como un movimiento browniano geométrico de la forma:

$$d\mu_t = a\mu_t dt + b\mu_t dz_t^\mu$$

Dónde:

- a representa el *drift*;
- b es la volatilidad del proceso del *drift*;
- z^μ es un proceso de Wiener estándar.

Modelización del valor de la firma

Al igual que en el modelo inicial, el valor de la firma se describe mediante el siguiente proceso:

$$dV_t = \mu_t V_t dt + \sigma_t V_t dz_t^V$$

A diferencia del modelo original, los valores de μ y σ ya no son constantes, sino que se comportan de acuerdo con las ecuaciones antes detalladas. Para la implementación práctica de este trabajo, los parámetros se calibran conforme los valores propuestos por Drageseth (2012)³⁴. El siguiente cuadro muestra los valores correspondientes a cada *input*:

Cuadro 2: Calibración parámetros modelo extendido de Merton

| Parámetro | Significado | Valor propuesto |
|--------------|---|-----------------|
| D | Valor inicial del nivel de deuda como % del valor inicial de la firma. | 60,00% |
| μ | Valor inicial de la tasa de drift del valor de los activos de la firma. | 12,20% |
| a | Tasa de drift del proceso de la tasa de drift. | 0,00% |
| b | Volatilidad del proceso de la tasa de drift. | 25,00% |
| α | Promedio ajustado de la volatilidad a largo plazo. | 12,00% |
| η | Volatilidad del proceso de volatilidad. | 18,00% |
| D^{target} | Valor objetivo del nivel de deuda. | 50,00% |
| σ | Valor inicial de la volatilidad de los activos de la firma. | 50,00% |
| $k\sigma$ | Velocidad de reversión a la media del proceso de volatilidad. | 20,00% |
| kD | Velocidad de reversión a la media del proceso del nivel de deuda. | 10,00% |
| σD | Volatilidad del proceso del nivel de deuda. | 15,00% |

Fuente: elaboración propia en base a Drageseth (2012)

³⁴ Para una discusión detallada acerca de los fundamentos de la calibración de los parámetros propuestos para implementar el modelo en cuestión puede consultarse: Eilif, Drageseth (2012). *A Valuation Method for Credit Default Swaps Using an Extended Version of the Merton Model*, Master's Thesis in financial economics. Norwegian University of Science and Technology.

Cálculo del CDS spread

Una forma de obtener el CDS *spread* para el modelo de Merton (1974) es a través de procesos estocásticos de tipo martingala. En particular, definiendo a $c_{0,T}$ como el CDS *spread* al momento 0 para un contrato con vencimiento al momento T , puede plantearse que:

$$c_{0,T} = \frac{E^Q[(1 - R)e^{-r\tau}1_{\{\tau \leq T\}}]}{E^Q[\sum_{i=1}^z(\Delta t_i e^{-rt_i}1_{\{\tau > t_i\}} + (\tau - t_{i-1})e^{-r\tau}1_{\{t_{i-1} < \tau < t_i\}})]}$$

Dónde:

- R es la tasa de recupero;
- τ es el momento de *default*;
- $1_{\{\tau \leq T\}}$ es una función indicadora que toma el valor 1 si al momento t_i no ocurrió un *default* y el valor 0 en caso contrario;
- z es la cantidad total de primas periódicas a abonar por la parte compradora;
- E^Q es el operador esperanza definido bajo un esquema de probabilidades “Q” tal que el proceso es una martingala;
- $E^Q[(1 - R)e^{-r\tau}1_{\{\tau \leq T\}}]$ representa el valor presente del *payoff* esperado por parte del comprador de cobertura crediticia;
- $E^Q[\sum_{i=1}^z(\Delta t_i e^{-rt_i}1_{\{\tau > t_i\}})]$ representa el valor presente de los pagos periódicos de primas esperados en caso de que no ocurra un *default*.
- $E^Q[\sum_{i=1}^z(\tau - t_{i-1})e^{-r\tau}1_{\{t_{i-1} < \tau < t_i\}}]$ representa el valor presente del pago a devengar esperado en caso de que ocurra un *default*.

La deducción de la expresión de $c_{0,T}$ sigue la misma lógica de no arbitraje planteada para el modelo de Hull y White (2000): el valor del CDS *spread* es tal que hace valer cero a la diferencia entre el valor presente del beneficio esperado y el valor presente de las obligaciones esperadas de la parte compradora.

Sin embargo, en el modelo de Merton (1974) (como así también en la versión extendida antes presentada), el *default* ocurre si y solo si el nivel de deuda es mayor al valor de la firma al vencimiento del contrato. Por lo tanto, el modelo asume que se realizan todos los pagos periódicos de primas y que no existe pago a devengar adicional. El CDS *spread* bajo estos modelos puede definirse como:

$$c_{0,T} = \frac{E^Q[(1-R)e^{-r\tau}1_{\{\tau \leq T\}}]}{E^Q[\sum_{i=1}^z (\Delta t_i e^{-rt_i} 1_{\{\tau > t_i\}})]}$$

En caso de tratarse de un CDS binario, la expresión para $c_{0,T}$ es la misma, pero definiendo $R = 0$.

Resolución mediante simulación estocástica

A continuación, se detalla el procedimiento propuesto³⁵ por Drageseth (2012) para obtener el valor del CDS *spread* utilizando simulación estocástica (p. 27):

- 1) Determinar los momentos de pago de primas periódicas (t_p) como fracción del *maturity* del contrato (T). Se define $\Delta t = t_p - t_{p-1}$ (con $p = 1, 2, \dots, z$) donde z es la cantidad total de pagos periódicos a abonar por la parte compradora hasta el momento T con $t_0 = 0$;
- 2) Definir el valor presente de la suma de todos los pagos periódicos (DPP del inglés *Discounted Protection Payments*) como:

$$DPP = \sum_{p=1}^z \Delta t e^{-rt_p}$$

- 3) Definir un total de N pasos temporales a lo largo de la vigencia del contrato. Para cada paso j (con $j = 1, 2, \dots, N$), realizar N_{sim} simulaciones, donde cada simulación “ i ” (con $i = 1, 2, \dots, N_{sim}$) conste de los siguientes pasos:
 - i) Simular el valor del proceso del *drift* al momento T ;
 - ii) Simular el valor del proceso de volatilidad al momento T ;
 - iii) Simular el valor del proceso del valor de la firma al momento T a partir de los valores simulados en los pasos i) y ii);
 - iv) Simular el valor del proceso del nivel de deuda al momento T ;
 - v) Determinar si ocurrió un *default* y calcular el *payoff* como:

$$DDP_i = \begin{cases} (1-R)e^{-rT} & \text{si } V_T \leq D_T \\ 0 & \text{si } V_T > D_T \end{cases}$$

- 4) Calcular el CDS *spread* como:

³⁵ Eilif, Drageseth (2012). *A Valuation Method for Credit Default Swaps Using an Extended Version of the Merton Model*, Master’s Thesis in financial economics. Norwegian University of Science and Technology.

$$C_{0,T} = \frac{(1/N_{sim}) \sum_{i=1}^{N_{sim}} DDP_i}{DPP}$$

4.3 Canastas o “basket” Credit Default Swaps

En este caso, la valuación debe incluir la estimación de la probabilidad de *default* de un conjunto de entidades de referencia, pero no solamente de forma individual sino además incorporar la correlación existente entre ellas. A tal propósito, pueden distinguirse dos grandes grupos de formalizar dicha dependencia: los modelos de forma reducida y los modelos estructurales.

Como bien explica Hull (2009), los modelos de forma reducida proponen estimar la correlación de *default* a partir de variables macroeconómicas y asumen que las tasas de riesgo de las compañías siguen procesos estocásticos. Su principal ventaja, detalla el autor, es que son matemáticamente sencillos e introducen en el análisis el efecto que producen los ciclos económicos en la correlación de *default*. Sin embargo, su principal desventaja radica en que, incluso si existiera correlación perfecta entre las tasas de riesgo de dos compañías, la probabilidad de que ambas *defaulteen* al mismo tiempo es generalmente muy pequeña ya que la correlación que se encuentra a partir de variables macroeconómicas es limitada.

Acerca de los modelos estructurales, Hull (2009) aclara que éstos introducen la correlación de *default* entre dos compañías al asumir que el proceso estocástico que siguen los activos de una compañía se correlaciona con el proceso estocástico que siguen los activos de otra. De acuerdo con Hull (2009), comparativamente con los modelos de forma reducida, estos modelos permiten definir una correlación entre compañías tan elevada como se desee, pero pueden ser computacionalmente muy lentos.

Según (Chen y Glasserman, 2008), la forma más habitual de modelizar estas correlaciones es a través de Cópulas Gaussianas. Las cópulas de Gauss, las cuales pueden incluirse dentro de los modelos estructurales, tal como menciona Hull (2009), permiten representar la correlación entre variables a partir de una distribución normal multivariada a pesar de que sus distribuciones marginales no se distribuyan normalmente, mediante una transformación de las variables en cuestión. De esta forma, la Cópula Gaussiana asume que luego de la transformación, las variables en conjunto se distribuyen como normales multivariadas independientemente de cuál sea su distribución marginal antes de ser transformadas. Una forma de enunciar este modelo es como lo hace Hull (2009):

Sean:

- t_i el tiempo al *default* de la compañía i (con $i=1; 2; \dots; n$);
- Q_i la distribución de probabilidad acumulada de t_i ;
- $N^{-1}[Q_i(t_i)]$ la inversa de la distribución de probabilidad normal estándar acumulada;
- x_i una variable con distribución normal estándar luego de aplicar a t_i una transformación del tipo percentil a percentil.

Por ejemplo, para la compañía “i” y la compañía “j” se define t_i y t_j como sus tiempos al *default* respectivamente. Tal cual explica Hull (2009), Si cada una de sus distribuciones de probabilidad fueran una normal, su probabilidad conjunta podría plantearse como una normal bivariada. Pero, como menciona el autor, ese no suele ser el caso y ahí es donde toma relevancia utilizar cópulas de Gauss. El primer paso es transformar todos los t_i en nuevas “n” variables x_i , asumiendo que todas las x_i se distribuyen como una normal estándar multivariada. La transformación, percentil a percentil toma la siguiente forma:

$$x_i = N^{-1}[Q_i(t_i)]$$

De acuerdo con Hull (2009), se conoce como “correlación de Cópula” a estimar la correlación de *default* entre el tiempo al *default* de la compañía *i* (t_i) y el de la compañía *j* (t_j) como la correlación existente entre x_i y x_j . Una aproximación a dicha correlación puede obtenerse como la correlación entre la rentabilidad financiera de la compañía *i* y la compañía *j* (Hull, 2009).

Una alternativa al modelo de Cópula Gaussiana presentada anteriormente es modificar los x_i de forma tal que no sea necesario estimar la correlación entre cada par de compañías *i* y *j* tal cual detalla Hull (2015).

En particular:

$$x_i = a_i F + \sqrt{1 - a_i^2} Z_i$$

Dónde:

- a_i es un parámetro constante para la compañía *i* con valores entre -1 y 1;
- F es un factor que afecta a todas las compañías consideradas;
- Z_i es un factor que afecta únicamente a la compañía *i*.

El factor F y los factores Z_i tienen distribuciones normal estándar independientes. Por otro lado, la correlación entre x_i y x_j se define como $a_i a_j$.

Sea:

- $Q_i(T)$ la probabilidad de que la compañía *i* incurra en *default* al momento T .

De acuerdo con Hull (2015), utilizando el modelo de Cópula de Gauss, una compañía incurra en *default* al momento T cuando $N(x_i) < Q_i(T)$ o, lo que es lo mismo, cuando $x_i < N^{-1}[Q_i(T)]$.

Entonces:

$$x_i = a_i F + \sqrt{1 - a_i^2} Z_i < N^{-1}[Q_i(T)]$$

Despejando:

$$Z_i < \frac{N^{-1}[Q_i(T)] - a_i F}{\sqrt{1 - a_i^2}}$$

Por lo tanto, la probabilidad de *default* al momento T, condicional al valor del factor común F se define como:

$$Q_i(T|F) = N\left(\frac{N^{-1}[Q_i(T)] - a_i F}{\sqrt{1 - a_i^2}}\right)$$

Si la distribución de probabilidad de default es la misma para cada una de las i compañías (con $i = 1; 2; \dots; n$) entonces, la correlación entre x_i y x_j es la misma para cada par de compañías i y j . Por lo tanto, $Q_{1T} = Q_{2T} = \dots = Q_{nT} \therefore Q_{iT} = Q(T)$. Definiendo a ρ como la correlación común tal que $a_i = \sqrt{\rho}$ para todo i , se tiene que:

$$Q_i(T|F) = N\left(\frac{N^{-1}[Q(T)] - \sqrt{\rho}F}{\sqrt{1 - \rho}}\right)$$

4.4 Forwards sobre Credit Default Swaps

Un contrato *forward* sobre un CDS representa la obligación de adquirir o vender dicho CDS con un cierto *spread* y en un determinado momento futuro previamente pactados. Este tipo de contratos se extingue, sin generar obligaciones de pago, en caso de que el *default* en cuestión ocurra antes del momento futuro establecido en el contrato (Hull, 2009). Una forma de valorar un *forward* de estas características es como lo plantean Hull y White (2003)³⁶:

Sean:

- 0 el momento en que se celebra el contrato *forward*;
- T el momento futuro previamente pactado donde se efectiviza la obligación de comprar o vender el CDS considerado;
- T' el momento en que cesa la cobertura de riesgo crediticio adquirida o vendida;
- $0 < T < T'$;
- K el *spread* anual del CDS o el strike acordado en el contrato *forward*;
- L el principal notional.
- $q(t)\delta t$ es la probabilidad de *default*, entre t y $t + \delta t$, definida al momento cero y bajo un esquema de riesgo neutral;

³⁶ J. C. Hull and A. White, “*The Valuation of Credit Default Swap Options*”, Journal of Derivatives, 10, 5 (Spring 2003): 40–50.

- $\lambda(t)$ es la tasa de riesgo o intensidad de *default* al momento t ;
- $q(t)$ es la función de densidad de probabilidad de *default* al momento t definida como $\lambda(t)e^{-\int_0^t \lambda(\tau)d\tau}$;
- $\pi(t)$ es la probabilidad de supervivencia de la entidad de referencia al momento t , definida como $1 - \int_{\tau=0}^t q(\tau)d\tau$;
- $u(t)$ es el valor presente de los pagos periódicos del CDS entre los momentos T y t (con $T < t \leq T'$) a razón de una unidad monetaria por año;
- $e(t)$ es el valor presente del último pago periódico a devengar en caso de un evento de crédito al momento t con pagos periódicos realizados a razón de una unidad monetaria por año;
- $v(t)$ es el valor presente de una unidad monetaria cobrada en el momento t ;
- $A(t)$ es el interés devengado por el bono de referencia al momento t , expresado como un porcentaje de su valor facial;
- \hat{R} es la tasa de recupero esperada del bono de referencia bajo un esquema de riesgo neutral, expresada como un porcentaje de su valor exigible.

Los pagos periódicos a realizar dependen no solamente de la ocurrencia del evento de crédito sino también con el momento contractual en que ocurra. De esta manera, como se mencionó anteriormente, si ocurriese un *default* con antelación al momento futuro previamente pactado donde se efectiviza la obligación de comprar o vender el CDS considerado ($t < T$) los pagos a realizar son cero. Por el contrario, como explican Hull y White (2003), si el evento de crédito tuviese lugar luego del inicio de las obligaciones contractuales, pero antes de su finalización ($T < t < T'$) el valor presente de los pagos es $LK[u(t) + e(t)]$ mientras que, si no existiera un *default* antes de que concluya el contrato, el valor presente de los pagos es simplemente: $LKu(T')$. Considerando todos estos escenarios, el valor presente de los pagos a realizar esperados puede definirse como:

$$\text{Valor presente pagos esperados} = LK \left\{ \int_{t=T}^{t=T'} q(t)[u(t) + e(t)]dt + \pi(T')u(T') \right\}$$

En cuanto al pago único y contingente al evento de crédito a realizar por el vendedor del contrato (*payoff* del comprador), solamente interesa analizar el caso en donde ocurra un *default* y que sea dentro de la vigencia del contrato, es decir cuando ($T < t < T'$) puesto que si no ocurre u ocurriese por fuera de los momentos estipulados en el contrato no corresponde ejecutar ningún pago. Nuevamente, al igual que en los contratos de CDS spot, el *payoff* en cuestión es: $L - L\hat{R}[1 + A(t)]$. Por lo tanto,

$$\text{Valor presente payoff esperado} = L \int_{t=T}^{t=T'} [1 - \hat{R} - A(t)\hat{R}]q(t)v(t)dt$$

El mismo argumento que fuera utilizado anteriormente para los Credit Default Swaps *spot* acerca de que, para el comprador, el valor del contrato es igual a la diferencia entre el valor presente del *payoff* esperado y el valor presente de los pagos esperados a realizar, es también aplicable en este caso. De acuerdo con Hull y White (2003), el *spread* de un *forward* sobre un CDS (“F”) puede definirse como el valor de K, que hace valer cero a la siguiente expresión³⁷:

$$L \int_{t=T}^{t=T'} [1 - \hat{R} - A(t)\hat{R}]q(t)v(t)dt - LK \left\{ \int_{t=T}^{t=T'} q(t)[u(t) + e(t)]dt + \pi(T')u(T') \right\}$$

Es decir,

$$F = \frac{\int_{t=T}^{t=T'} [1 - \hat{R} - A(t)\hat{R}]q(t)v(t)dt}{\int_{t=T}^{t=T'} q(t)[u(t) + e(t)]dt + \pi(T')u(T')}$$

Por “valor exigible del bono de referencia” suele entenderse al valor facial de dicho bono sumado al interés devengado por el mismo. En la práctica, es usual asumir que el valor exigible del bono es simplemente su valor facial. Consistentemente, el valor de $A(t)$ utilizado para calcular el *spread* de un CDS es cero. Por otro lado, nótese que, cuando $T = 0$, el *spread* del *forward* (F) coincide con el *spread* de un CDS *spot* (s).

4.5 Opciones sobre Credit Default Swaps

Una opción financiera sobre un CDS otorga el derecho de adquirir o vender dicho CDS con un cierto *spread* y en un determinado momento futuro previamente pactados. Este tipo de contratos se extingue, sin generar obligaciones de pago, en caso de que el *default* en cuestión ocurra antes del momento en que puede ejercerse la opción (Hull, 2009). Esta sección detalla el modelo de valuación propuesto por Hull y White (2003) basado en el modelo de valuación de *swaptions* europeas de Jamshidian (1997)³⁸. Resumidamente, Hull y White (2003), explican que lo planteado por Jamshidian (1997) implica que la tasa *forward* de un *swap* (“R”) puede interpretarse como la división entre dos valores negociables. En particular, “R” surge de la división entre el valor presente de los pagos variables a realizar (f) y el valor presente de los pagos constantes contemplados en el contrato subyacente (g).

De esta manera, como explican Hull y White (2003), lo que enuncia Jamshidian (1997) implica que “g” sea la unidad de cuenta en la valuación de *swaptions* europeas y para ello, define un esquema de probabilidades “M” tal que “R” quede definida como una martingala. Denominando a R_0 como el valor de “R” en $t = 0$, a S_T como la tasa swap al momento $t = T$ y a E_M como la esperanza matemática bajo las probabilidades “M” se tiene que:

$$R_0 = E_M(S_T)$$

³⁷ La deducción de esta expresión puede consultarse en: Hull, J.& White, A., “The Valuation of Credit Default Swap Options”, Journal of Derivatives, 10, 5 (Spring 2003): 40–50.

³⁸ F. Jamshidian, “The LIBOR and swap market models and measures”, Finance and Stochastics, Springer, 1, (1997): 293-330.

Si “V” es valor de un *swaption* europeo, la variable “V/g” es la división entre dos valores negociables y son también martingalas bajo las probabilidades “M” (Hull y White, 2003). Definiendo a V_0 y a g_0 como los valores de “V” y “g” en $t = 0$ y a V_T , g_T como sus valores en $t = T$, respectivamente:

$$\frac{V_0}{g_0} = E_M \left[\frac{V_T}{g_T} \right]$$

En otras palabras, el lado derecho de ecuación anterior representa el valor esperado del *payoff* de la opción financiera bajo el esquema de probabilidades “M”. Con lo cual, de forma genérica, dicha ecuación podría reescribirse como $V_0 = g_0 E_M [Payoff]$. En particular, al considerar una opción de compra y utilizando la fórmula de Black & Scholes, se tiene que³⁹:

$$V_0 = g_0 E_M [\max(S_T - K, 0)] = g_0 [R_0 N(d_1) - KN(d_2)]$$

$$d_1 = \frac{\ln \left(\frac{R_0}{K} \right) + \frac{\sigma_s^2}{2} T}{\sigma_s \sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma_s \sqrt{T}$$

Utilizando el modelo de Jamshidian (1997) como referencia, se enuncia el modelo propuesto por Hull y White (2003) para valorar opciones financieras de Credit Default Swaps. Para ello, los autores definen las siguientes variables:

- 0 el momento en que se celebra el contrato;
- T el momento futuro previamente pactado donde se efectiviza la opción sobre el CDS considerado;
- T' el momento en que cesa la cobertura de riesgo crediticio sobre la entidad de referencia;
- K el *spread* anual del CDS o el *strike* acordado en la opción;
- $\pi(T)$ la probabilidad de que no ocurra un evento de crédito anterior al momento T ;
- f el valor presente del *payoff* del CDS con un principal nocional de una unidad monetaria;
- g el valor presente de los pagos periódicos del CDS a razón de una unidad monetaria por año;
- g_0 el valor de g al momento 0;
- S_T el CDS *spread* al momento T ;

³⁹ Esta expresión implica asumir que $\ln(S_T)$ se distribuye normalmente con un desvío estándar igual a $\sigma_s \sqrt{T}$

- V el valor de la opción;
- V_0 el valor de la opción al momento 0.

A partir de la expresión del *Forward CDS spread* enunciada en la sección anterior y asumiendo un principal notional de una unidad monetaria se tiene que:

$$F = \frac{f}{g}$$

En particular:

$$F_0 = \frac{f_0}{g_0} = \frac{\int_{t=T}^{t=T'} [1 - \hat{R} - A(t)\hat{R}]q(t)v(t)dt}{\int_{t=T}^{t=T'} q(t)[u(t) + e(t)]dt + \pi(T')u(T')}$$

Ahora bien, si la entidad de referencia incurre en *default* en algún momento posterior a la suscripción de la opción, pero anterior al momento T , la función F quedaría indefinida puesto que $f = g = 0$. Por este motivo, el modelo propone condicionar sus variables a la no ocurrencia de *defaults* hasta el momento T . A tal fin, se definen las siguientes variables:

- f' el valor presente del *payoff* del CDS con un principal notional de una unidad monetaria, condicional a la no ocurrencia de un evento de crédito anterior al momento T ;
- g' el valor presente de los pagos periódicos del CDS a razón de una unidad monetaria por año, condicional a la no ocurrencia de un evento de crédito anterior al momento T ;
- g_0' el valor de g' al momento 0;
- V_0' el valor de la opción al momento 0, condicional a la no ocurrencia de un evento de crédito anterior al momento T .

Es decir:

$$g_0 = \pi(T)g_0'$$

$$V_0 = \pi(T)V_0'$$

Bajo estos supuestos, el *forward CDS spread* puede definirse como:

$$F = \frac{f'}{g'}$$

Al considerar una opción de compra (“*call*”) y utilizando el modelo de Jamshidian (1997) para *swaptions* europeas, el valor de la opción, condicional a la no ocurrencia de un evento de crédito anterior al momento T se define como:

$$V'_0 = g'_0 [F_0 N(d_1) - KN(d_2)]$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{F_0}{K}\right) + \frac{\sigma^2}{2}T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

Por lo tanto, el valor de una opción financiera de compra (“*call*”) sobre un CDS es:

$$V'_0 \pi(T) = g'_0 \pi(T) [F_0 N(d_1) - KN(d_2)]$$

$$V_0 = g_0 [F_0 N(d_1) - KN(d_2)]$$

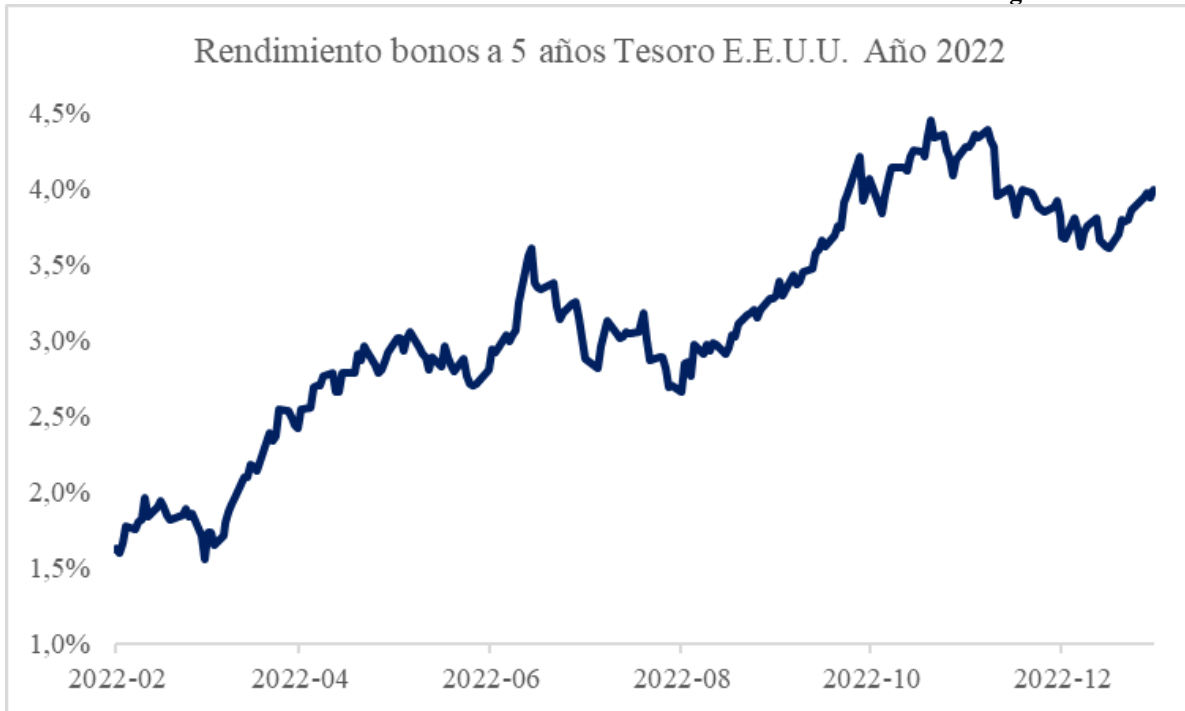
Para una opción financiera de venta (“*put*”):

$$V_0 = g_0 \{K[1 - N(d_2)] - F_0[1 - N(d_1)]\}$$

5. Implementación teórico-práctica

Para ambos modelos se plantean cinco escenarios distintos y se realiza un análisis de tipo *ceteris paribus* para aislar el efecto que tiene una variación de cada parámetro en cada modelo. Se toma como escenario base aquel con tasa de recupero del 40.00% y tasa libre de riesgo⁴⁰ de 3.00% (valor promedio del rendimiento de mercado de los bonos a 5 años del Tesoro de Estados Unidos en 2022 de acuerdo con los datos publicados por la Federal Reserve Bank of St. Louis⁴¹). Para todos los casos, $T = 5$.

Gráfico 5: Rendimiento de los bonos del Tesoro de Estados Unidos a 5 años a lo largo de 2022



Fuente: Elaboración propia en base a datos de FRED, Federal Reserve Bank of St. Louis

Tabla 6: Planteo de escenarios

| Escenario | R | r |
|-----------|--------|-------|
| 1 | 40,00% | 3,00% |
| 2 | 40,00% | 6,00% |
| 3 | 40,00% | 0,00% |
| 4 | 10,00% | 3,00% |
| 5 | 70,00% | 3,00% |

Fuente: elaboración propia.

Para la resolución del modelo de Hull y White (2000) propuesta por Hull (2009) se estiman las probabilidades de *default* a partir del *spread* de bonos corporativos (ver sección 2.2 de este trabajo).

⁴⁰ La tasa libre de riesgo fue seleccionada de forma tal que sea consistente no solo con el T seleccionado para todos los casos sino también con la matriz de probabilidades promedio de *default* acumulada considerada.

⁴¹ <https://fred.stlouisfed.org/series/DGS5>

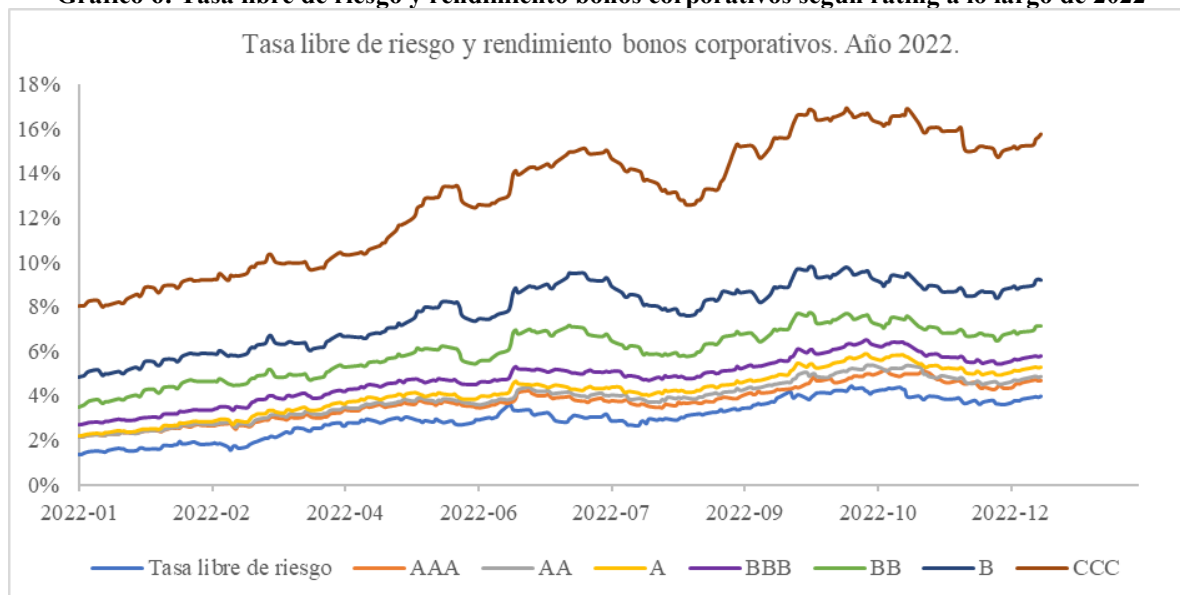
Los *spreads* son estimados en base a las series diarias del año 2022 correspondientes a cada categoría crediticia⁴² de la *ICE BofA US Corporate Index*.

Tabla 7: Spread de bonos corporativos

| Rating | Rendimiento Promedio | Spread Promedio de Rendimiento |
|--------|----------------------|--------------------------------|
| AAA | 3,73% | 0,73% |
| AA | 3,90% | 0,90% |
| A | 4,18% | 1,18% |
| BBB | 4,79% | 1,79% |
| BB | 6,00% | 3,00% |
| B | 7,78% | 4,78% |
| CCC | 12,98% | 9,98% |

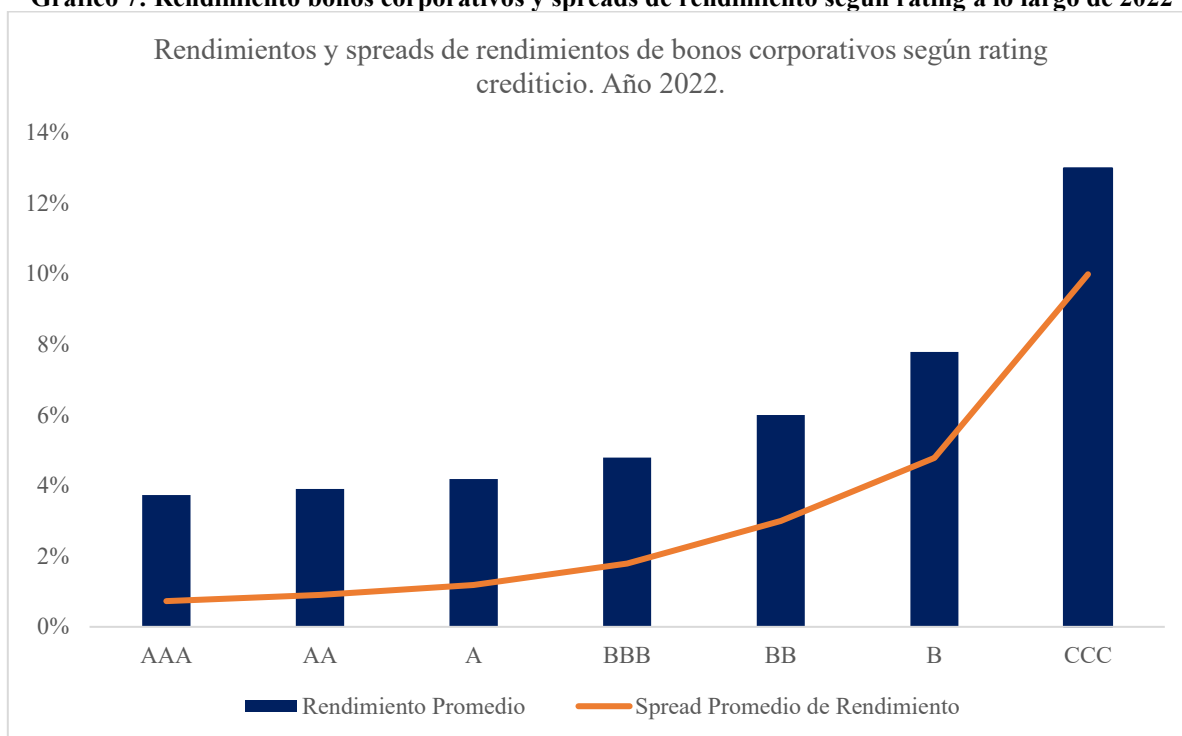
Fuente: Elaboración propia en base a datos de FRED, Federal Reserve Bank of St. Louis.

Gráfico 6: Tasa libre de riesgo y rendimiento bonos corporativos según rating a lo largo de 2022



Fuente: Elaboración propia en base a datos de FRED, Federal Reserve Bank of St. Louis.

⁴² Para cada categoría puede consultarse respectivamente:
 AAA: <https://fred.stlouisfed.org/series/BAMLC0A1CAAAEY>
 AA: <https://fred.stlouisfed.org/series/BAMLC0A2CAAAY>
 A: <https://fred.stlouisfed.org/series/BAMLC0A3CAEY>
 BBB: <https://fred.stlouisfed.org/series/BAMLC0A4CBBBEY>
 BB: <https://fred.stlouisfed.org/series/BAMLH0A1HYBBEY>
 B: <https://fred.stlouisfed.org/series/BAMLH0A2HYBEY>
 CCC: <https://fred.stlouisfed.org/series/BAMLH0A3HYCEY>.

Gráfico 7: Rendimiento bonos corporativos y spreads de rendimiento según rating a lo largo de 2022


Fuente: Elaboración propia en base a datos de FRED, Federal Reserve Bank of St. Louis.

Bajo el método seleccionado:

$$\text{Tasa de riesgo promedio} = \bar{\lambda}(t) \cong \frac{s(T)}{(1 - R)}$$

Tabla 8: Tasas de riesgo promedio

| Rating | R = 40% | R = 10% | R = 70% |
|--------|---------|---------|---------|
| AAA | 1,22% | 0,81% | 2,43% |
| AA | 1,50% | 1,00% | 3,00% |
| A | 1,97% | 1,31% | 3,94% |
| BBB | 2,99% | 1,99% | 5,97% |
| BB | 5,00% | 3,33% | 10,00% |
| B | 7,97% | 5,32% | 15,95% |
| CCC | 16,64% | 11,09% | 33,27% |

Fuente: elaboración propia.

Como alternativa, se considera la matriz de probabilidades promedio de *default* acumulada publicada por Standard & Poor's⁴³ para el año 2022. Aquí, el método seleccionado para la estimación de las tasas de riesgo se corresponde con el esquema presentado en la sección 2.1 del presente trabajo. Para la implementación, se utilizan las tasas de riesgo promedio correspondientes a bonos con un *maturity* de 5 años. El esquema seleccionado implica que:

$$\text{Tasa de riesgo promedio} = \bar{\lambda}(t) = -\frac{1}{t} * \ln[1 - Q(t)]$$

A continuación, se presentan las respectivas tablas:

Tabla 9: Promedio acumulado tasas de default bonos corporativos globales (1981-2022) (%)

| Rating | Horizonte temporal (años) | | | | | | | | | |
|--------|---------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| AAA | 0,00 | 0,03 | 0,13 | 0,24 | 0,34 | 0,45 | 0,50 | 0,58 | 0,64 | 0,69 |
| AA | 0,02 | 0,05 | 0,11 | 0,20 | 0,29 | 0,39 | 0,47 | 0,54 | 0,60 | 0,67 |
| A | 0,05 | 0,12 | 0,20 | 0,31 | 0,42 | 0,55 | 0,71 | 0,84 | 0,97 | 1,11 |
| BBB | 0,14 | 0,39 | 0,69 | 1,04 | 1,42 | 1,78 | 2,09 | 2,40 | 2,70 | 2,99 |
| BB | 0,59 | 1,84 | 3,28 | 4,70 | 6,04 | 7,27 | 8,33 | 9,31 | 10,18 | 10,94 |
| B | 3,07 | 7,18 | 10,85 | 13,80 | 16,12 | 17,98 | 19,46 | 20,64 | 21,72 | 22,72 |
| CCC/C | 25,70 | 35,37 | 40,48 | 43,43 | 45,63 | 46,68 | 47,78 | 48,53 | 49,14 | 49,70 |

Fuentes: S&P Global Ratings Credit Research & Insights y S&P Global Market Intelligence's CreditPro®.

Tabla 10: Tasas de riesgo promedio (1981-2022) (%)

| Rating | Horizonte temporal (años) | | | | | | | | | |
|--------|---------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|-------|-------|-------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| AAA | 0,000 | 0,015 | 0,043 | 0,060 | 0,068 | 0,075 | 0,072 | 0,073 | 0,071 | 0,069 |
| AA | 0,020 | 0,025 | 0,037 | 0,050 | 0,058 | 0,065 | 0,067 | 0,068 | 0,067 | 0,067 |
| A | 0,050 | 0,060 | 0,067 | 0,078 | 0,084 | 0,092 | 0,102 | 0,105 | 0,108 | 0,112 |
| BBB | 0,140 | 0,195 | 0,231 | 0,261 | 0,286 | 0,299 | 0,302 | 0,304 | 0,304 | 0,304 |
| BB | 0,592 | 0,929 | 1,112 | 1,204 | 1,246 | 1,258 | 1,243 | 1,222 | 1,193 | 1,159 |
| B | 3,118 | 3,725 | 3,828 | 3,713 | 3,516 | 3,303 | 3,092 | 2,890 | 2,721 | 2,577 |
| CCC/C | 29,706 | 21,825 | 17,295 | 14,242 | 12,187 | 10,481 | 9,281 | 8,302 | 7,512 | 6,872 |

Fuente: elaboración propia en base a datos de la Tabla 9.

⁴³ Kraemer, N.W. & Palmer, J. (2023). *Default, Transition, and Recovery: 2022 Annual Global Corporate Default and Rating Transition Study*. Spglobal.com. Disponible en: <https://www.spglobal.com/ratings/en/research/articles/230425-default-transition-and-recovery-2022-annual-global-corporate-default-and-rating-transition-study-12702145>

Un aspecto no menor para destacar de la tabla 9 es como, para ciertos horizontes temporales, la categoría de mejor *rating* crediticio (“AAA”) tiene mayores probabilidades de *default* que su categoría inmediata inferior (“AA”). Si bien resulta contra intuitivo, esto no es un error, sino que refleja e implica que la empresa encargada de realizar estas estimaciones asume que muchas, o al menos algunas, de las compañías consideradas en la categoría “AAA” al momento de la publicación de esta tabla podrían, en el futuro, empeorar su calidad crediticia y ser rebajadas a una categoría inferior.

En el caso del modelo de Drageseth (2012), se plantean distintos niveles de deuda para cada una de las categorías de *rating* crediticio de S&P conforme la siguiente tabla:

Tabla 11: *Rating* crediticio y niveles de deuda

| Rating | Nivel de deuda | Nivel de deuda objetivo |
|---------------|-----------------------|--------------------------------|
| AAA | 30,00% | 30,00% |
| AA | 40,00% | 30,00% |
| A | 50,00% | 40,00% |
| BBB | 60,00% | 40,00% |
| BB | 65,00% | 50,00% |
| B | 70,00% | 50,00% |
| CCC | 80,00% | 60,00% |

Fuente: elaboración propia en base a Drageseth (2012)

En la tabla anterior, puede notarse que, cuanto mayor es el nivel de deuda, menor es la calidad crediticia asumida de la entidad de referencia. Sin embargo, las instituciones financieras, tales como los bancos, pueden mantener elevados niveles de deuda y aun así ser muy solventes (Drageseth, 2012). Por lo tanto, aquí se asume que la entidad de referencia considerada no es una institución financiera. Los demás parámetros necesarios para implementar este modelo se mantienen constantes para todas las categorías y se corresponden con los valores propuestos por Drageseth (2012).

6. Resultados

6.1 Modelo de Hull y White

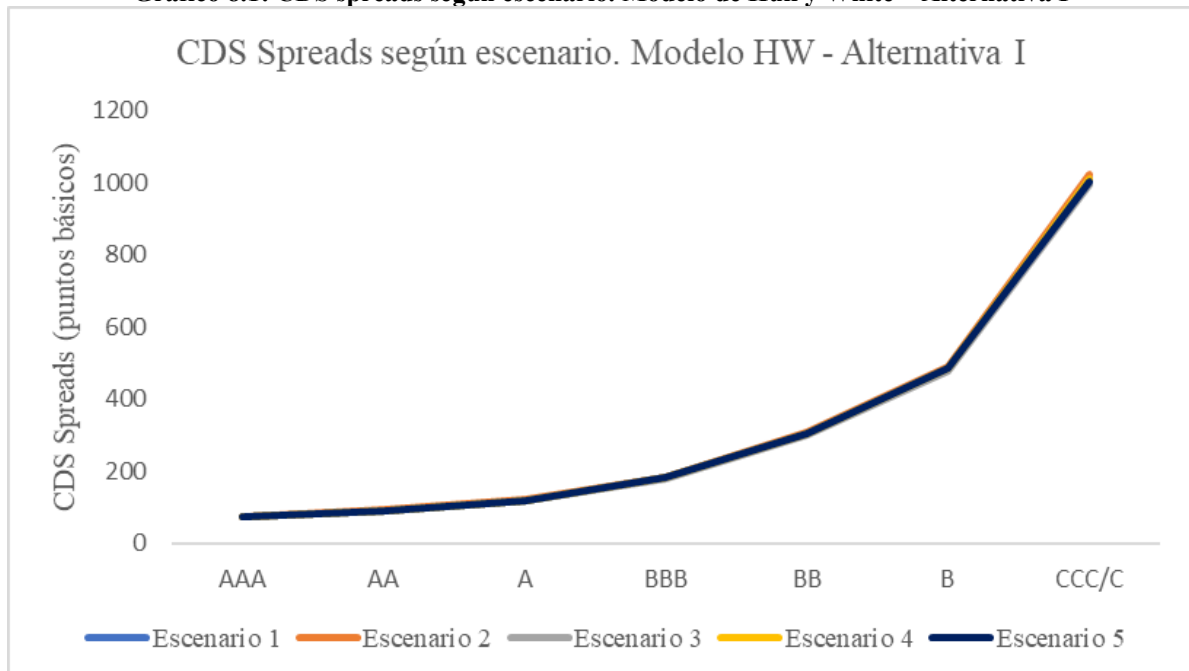
6.1.1 CDS spreads con probabilidades de default a partir del spread de bonos

Tabla 12: CDS spreads modelo de Hull y White – Alternativa I

| Rating | Escenario | | | | |
|--------|-----------|---------|--------|---------|---------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| AAA | 74,30 | 75,42 | 73,20 | 73,99 | 73,98 |
| AA | 91,35 | 93,01 | 89,90 | 91,35 | 91,33 |
| A | 119,96 | 121,76 | 118,20 | 119,67 | 119,93 |
| BBB | 182,06 | 184,77 | 179,39 | 181,77 | 181,67 |
| BB | 304,36 | 308,84 | 299,93 | 304,12 | 304,05 |
| B | 484,87 | 491,91 | 477,95 | 485,73 | 484,12 |
| CCC/C | 1009,89 | 1023,85 | 996,10 | 1011,30 | 1001,45 |

Fuente: elaboración propia. Valores expresados en puntos básicos.

Gráfico 8.1: CDS spreads según escenario. Modelo de Hull y White – Alternativa I



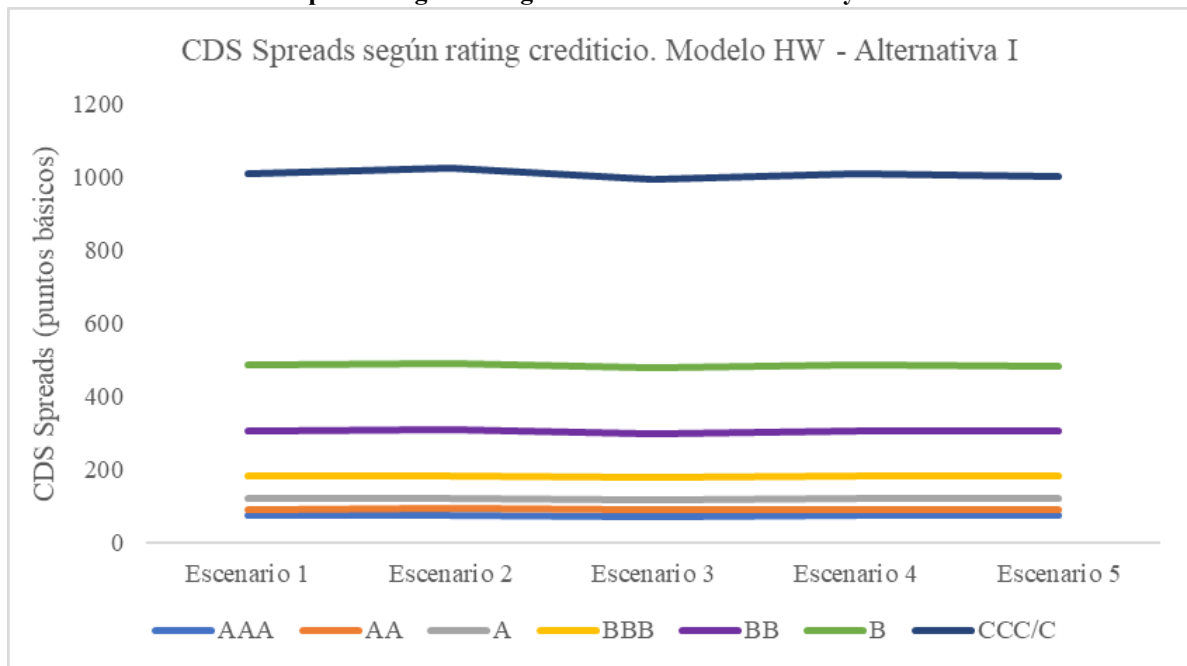
Fuente: elaboración propia.

Los resultados muestran que, ante una variación en la tasa de riesgo promedio, el CDS *spread* varía aproximadamente en la misma proporción. A su vez, puede notarse que al modificarse la tasa libre de riesgo a la cual se descuentan los fondos, el CDS *spread* varía con mismo signo, pero en mínima proporción (aproximadamente un 1,50% con respecto a una variación del 100% en r). Si bien el *payoff*

es proporcional a $(1 - R)$, el valor del CDS *spread* no es sensible a la tasa de recupero⁴⁴ dado que las probabilidades de *default* estimadas bajo este esquema son aproximadamente proporcionales a $(1 - R)^{-1}$. En consecuencia, al cambiar el valor de $(1 - R)$, el CDS *spread* se altera mínimamente.

El gráfico 8.2 pone de manifiesto lo mencionado en los párrafos anteriores y muestra claramente cómo el *output* del modelo para un mismo *rating* crediticio prácticamente no se modifica ante variaciones considerables en los valores de sus *inputs*.

Gráfico 8.2: CDS spreads según rating crediticio. Modelo de Hull y White – Alternativa I



Fuente: elaboración propia.

Un aspecto relevante, independientemente del escenario que se analice, es que el valor del *spread* para la categoría CCC es, en términos aproximados, un 1.300% superior a la categoría AAA. Este crecimiento en el valor del CDS *spread* conforme empeora la calidad crediticia de la entidad de referencia se ve reflejado en la curva de tipo exponencial del gráfico 8.1.

Por otro lado, las curvas superpuestas en el gráfico 8.1 demuestran lo planteado en los párrafos precedentes acerca de cómo esta alternativa del modelo es prácticamente insensible a variaciones en los valores de r y $(1 - R)$.

⁴⁴ Esta afirmación implica asumir que la tasa de recupero utilizada para estimar las probabilidades de *default* (bajo un esquema de riesgo neutral) y para realizar la valuación del CDS es la misma.

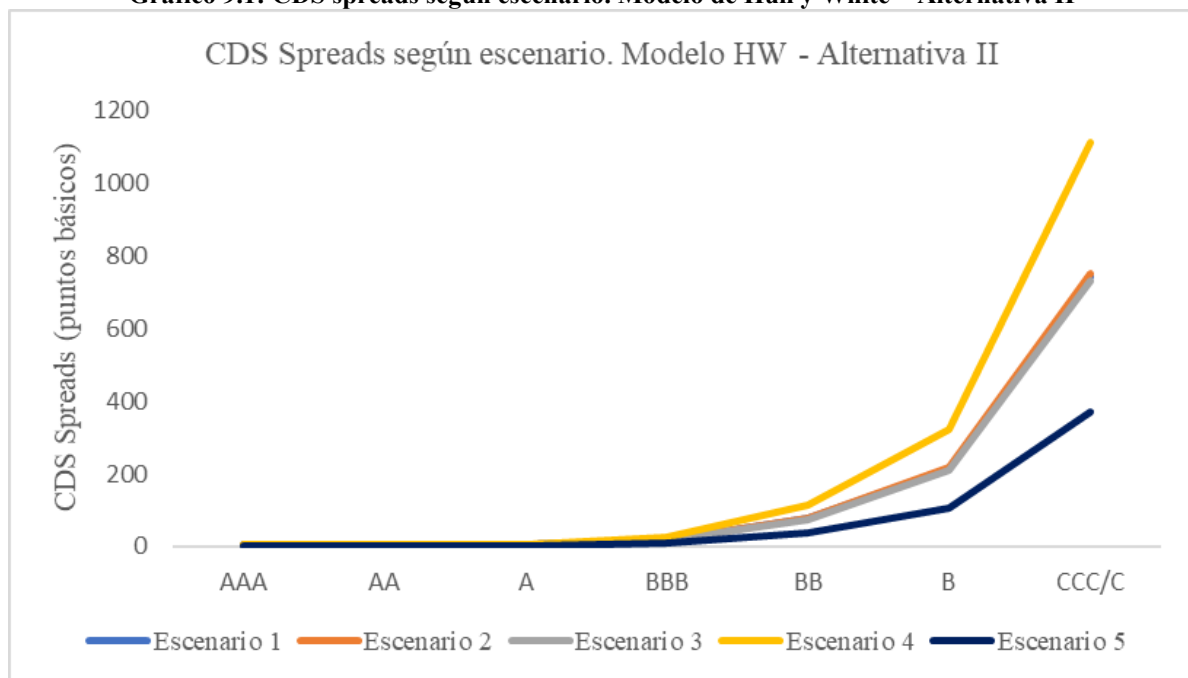
6.1.2 CDS spreads con probabilidades de default a partir de información histórica

Tabla 13: CDS spreads modelo de Hull y White – Alternativa II

| Rating | Escenario | | | | |
|--------|-----------|--------|--------|---------|--------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| AAA | 4,14 | 4,20 | 4,08 | 6,21 | 2,07 |
| AA | 3,53 | 3,59 | 3,48 | 5,30 | 1,76 |
| A | 5,11 | 5,19 | 5,04 | 7,68 | 2,56 |
| BBB | 17,42 | 17,68 | 17,16 | 26,12 | 8,71 |
| BB | 75,89 | 77,02 | 74,76 | 113,82 | 37,95 |
| B | 214,07 | 217,24 | 210,93 | 321,10 | 107,03 |
| CCC/C | 740,67 | 751,16 | 730,31 | 1111,08 | 370,34 |

Fuente: elaboración propia. Valores expresados en puntos básicos.

Gráfico 9.1: CDS spreads según escenario. Modelo de Hull y White – Alternativa II

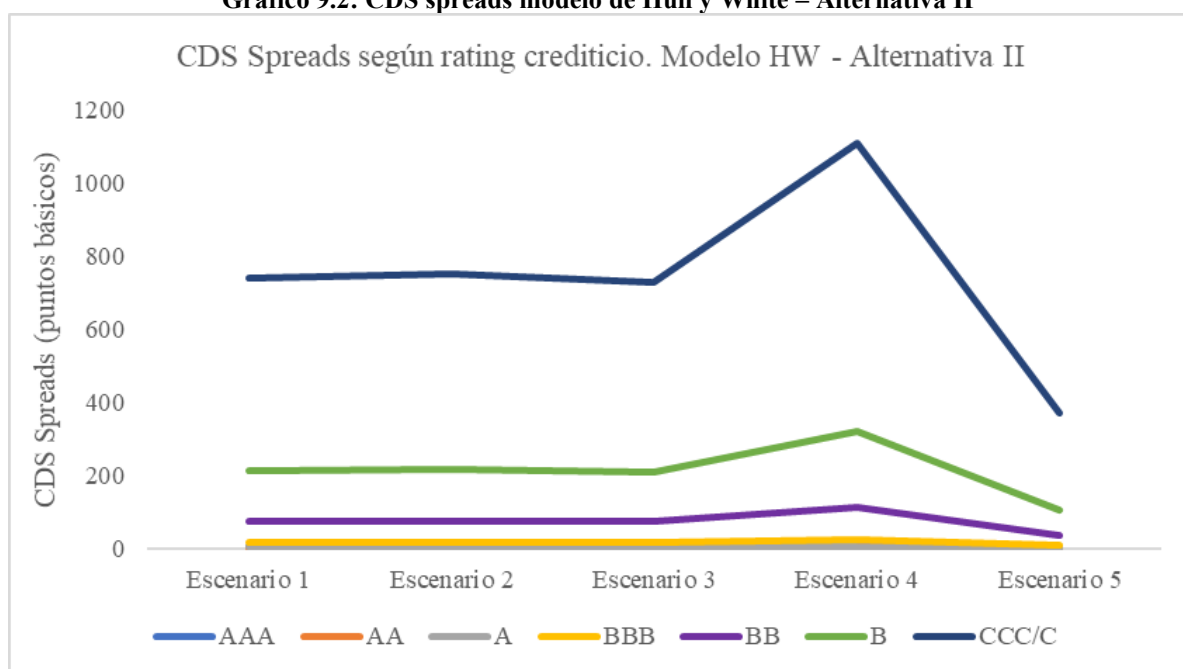


Fuente: elaboración propia en base a Hull (2015)

De acuerdo con los resultados, el comportamiento del CDS *spread* ante variaciones en $\bar{\lambda}$ y en r es análogo al descrito anteriormente para la alternativa que estima las probabilidades de *default* a partir del *spread* de bonos. Es decir, *ceteris paribus*, variaciones en $\bar{\lambda}$ genera un efecto proporcional y con mismo signo en la prima teórica anual mientras que es prácticamente insensible a variaciones en la tasa libre de riesgo, pero también con mismo signo. Sin embargo, a diferencia de la alternativa enunciada con antelación, el CDS *spread* varía exactamente en la misma proporción que $(1 - R)$. Por este motivo es que al graficar los valores para cada escenario (ver gráfico 9.1) ya no lucen como una única curva como sucedía en el gráfico 8.1.

Otra diferencia significativa con respecto a la primera alternativa aquí considerada es que el método que estima las probabilidades de *default* a partir de información histórica aumenta exponencialmente la diferencia entre el CDS *spread* de las categorías CCC y AAA, pasando de 1.300% a 17.800%, aproximadamente. Cabe destacar que, si bien es contra intuitivo que los valores estimados de *spreads* para la categoría AAA sean mayores a los de la categoría AA, esto no es un error, sino que responde directamente a lo explicado en la sección anterior (ver tabla 9).

Gráfico 9.2: CDS spreads modelo de Hull y White – Alternativa II



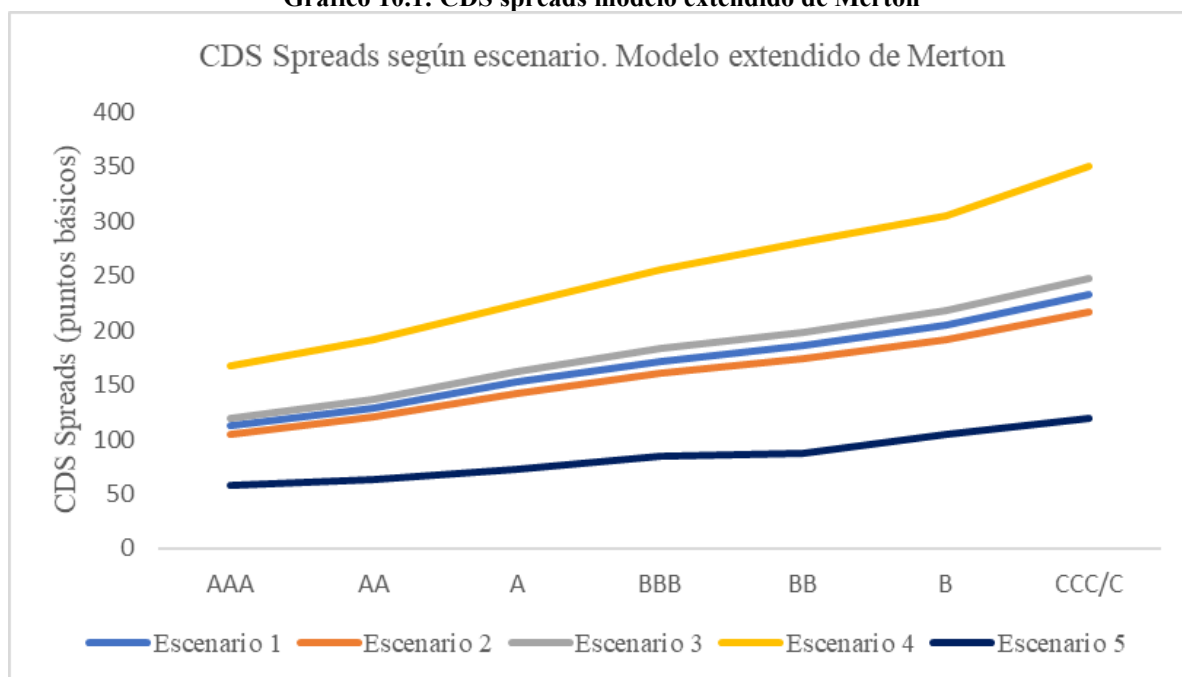
Fuente: elaboración propia.

6.2 Modelo extendido de Merton

Tabla 14: CDS spreads modelo extendido de Merton

| Rating | Escenario | | | | |
|--------|-----------|--------|--------|--------|--------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| AAA | 112,22 | 104,82 | 119,60 | 167,10 | 57,29 |
| AA | 128,62 | 120,14 | 137,10 | 190,91 | 63,72 |
| A | 152,01 | 141,99 | 162,16 | 223,79 | 72,01 |
| BBB | 171,65 | 160,34 | 182,98 | 255,59 | 84,22 |
| BB | 186,08 | 173,78 | 198,34 | 280,40 | 87,21 |
| B | 204,54 | 191,10 | 218,02 | 304,56 | 104,52 |
| CCC/C | 232,40 | 217,13 | 247,72 | 350,76 | 118,76 |

Fuente: elaboración propia. Valores expresados en puntos básicos.

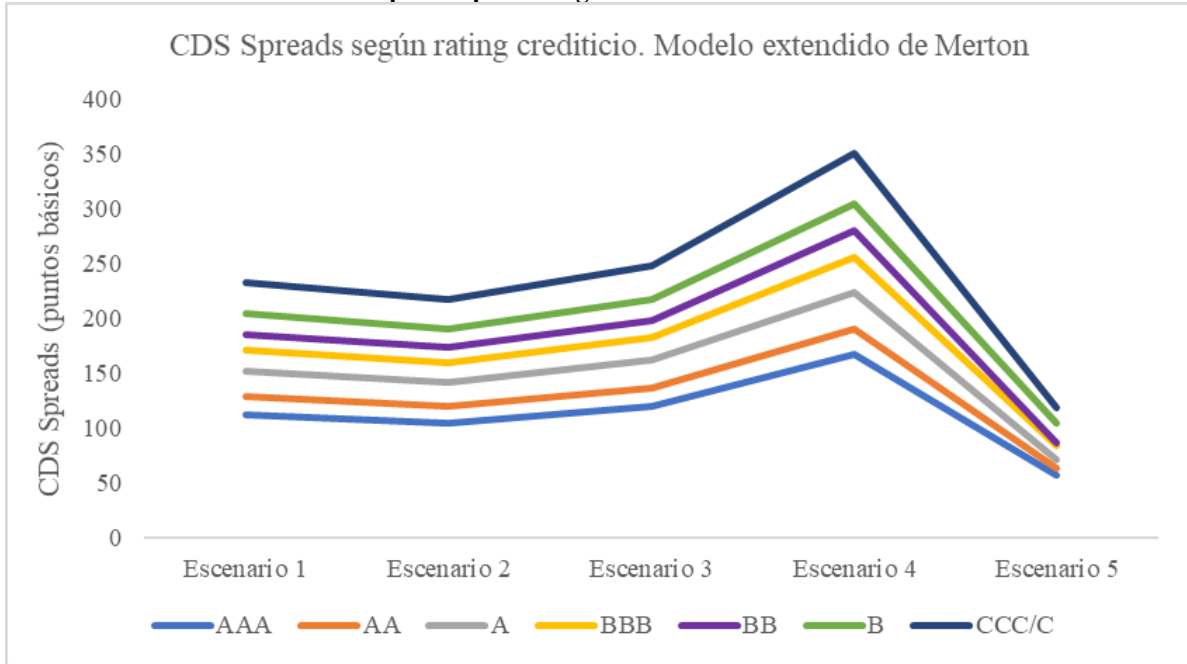
Gráfico 10.1: CDS spreads modelo extendido de Merton


Fuente: elaboración propia.

En este caso, si bien el efecto de una variación en la tasa libre de riesgo sobre el CDS *spread* es bajo, es ampliamente superior al observado en ambas alternativas del modelo anterior (aquí el *spread* se modifica en, aproximadamente, un 6,50% con respecto a la variación del parámetro r). A su vez, difiere de los resultados de las secciones 5.1.1 y 5.1.2 en que el sentido de las variaciones en r y el CDS *spread* es inverso (cuanto mayor es r , menor es el *spread* y cuanto menor sea r , mayor es el *spread*). Por otro lado, al igual que en la sección 5.1.2, el CDS *spread* varía, aproximadamente, en la misma proporción que $(1 - R)$. A diferencia de los gráficos anteriores, en el gráfico 10.1 pueden distinguirse las curvas de cada uno de los escenarios.

Puede notarse también, que estas curvas no tienen pendientes tan pronunciadas como las correspondientes a las alternativas del modelo de Hull y White. Esto se debe a la pequeña diferencia, comparativamente con el modelo anterior, que existe en el valor del CDS *spread* para las distintas categorías de *rating* crediticio. En los resultados obtenidos para el modelo extendido de Merton hay, aproximadamente, un 107% de diferencia entre la categoría CCC y la AAA.

Resulta pertinente señalar que, al tratarse de un código que realiza los cálculos mediante el método de Montecarlo, si se realizaran nuevas simulaciones, es altamente probable que los valores obtenidos no coincidan con los resultados aquí exhibidos. Sin embargo, cuanto mayor sea el número asignado a las variables " N_{sim} " y " N ", mayor es la convergencia entorno a un valor y consecuentemente, menor la volatilidad de los resultados obtenidos.

Gráfico 10.2: CDS spreads por rating crediticio modelo extendido de Merton


Fuente: elaboración propia.

Un aspecto interesante acerca del código desarrollado por Drageseth (2012) es que calcula la probabilidad de *default* para cada valor de CDS *spread* obtenido. A partir de ello, pueden tomarse dichas probabilidades y estimar las tasas de riesgo promedio implícitas de los resultados obtenidos para cada *rating* crediticio e introducirse en el modelo de Hull y White para comparar los *outputs* que se obtendrían en el mismo.

Tabla 15: Probabilidades de default implícitas obtenidas modelo extendido de Merton

| Rating | Escenario | | | | |
|--------|-----------|--------|--------|--------|--------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| AAA | 9,35% | 9,06% | 10,08% | 9,37% | 9,72% |
| AA | 10,76% | 10,78% | 11,42% | 10,82% | 10,78% |
| A | 12,36% | 12,09% | 13,50% | 12,57% | 12,14% |
| BBB | 14,33% | 13,24% | 15,08% | 14,21% | 14,12% |
| BB | 15,80% | 14,73% | 16,51% | 15,66% | 14,72% |
| B | 17,08% | 16,07% | 18,35% | 16,75% | 16,56% |
| CCC/C | 19,23% | 18,07% | 20,21% | 19,46% | 19,83% |

Fuente: elaboración propia.

Tabla 16: Tasas de riesgo promedio implícitas obtenidas modelo extendido de Merton

| Rating | Escenario | | | | |
|--------|-----------|-------|-------|-------|-------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| AAA | 1,96% | 1,89% | 2,13% | 1,96% | 2,04% |
| AA | 2,28% | 2,29% | 2,43% | 2,29% | 2,28% |
| A | 2,64% | 2,57% | 2,91% | 2,68% | 2,58% |
| BBB | 3,09% | 2,84% | 3,27% | 3,07% | 3,04% |
| BB | 3,44% | 3,18% | 3,61% | 3,41% | 3,18% |
| B | 3,75% | 3,51% | 4,06% | 3,67% | 3,62% |
| CCC/C | 4,28% | 3,98% | 4,52% | 4,33% | 4,42% |

Fuente: elaboración propia.

Tabla 17: CDS spreads modelo de Hull y White implícitos del modelo extendido de Merton

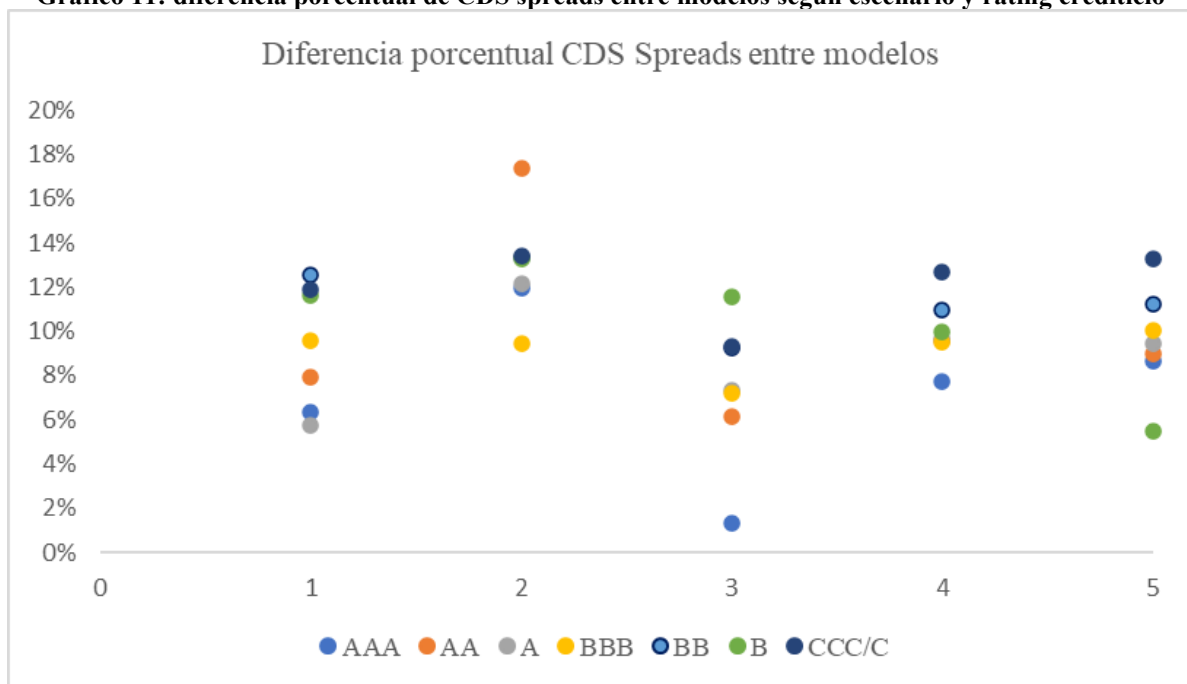
| Rating | Escenario | | | | |
|--------|-----------|--------|--------|--------|--------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| AAA | 119,36 | 117,37 | 127,51 | 179,98 | 62,25 |
| AA | 138,84 | 140,98 | 145,49 | 209,17 | 69,45 |
| A | 160,75 | 159,25 | 174,05 | 245,42 | 78,82 |
| BBB | 188,14 | 175,50 | 196,12 | 279,93 | 92,67 |
| BB | 209,44 | 196,93 | 216,65 | 311,06 | 96,98 |
| B | 228,31 | 216,51 | 243,25 | 334,89 | 110,23 |
| CCC/C | 259,95 | 246,25 | 270,85 | 395,21 | 134,53 |

Fuente: elaboración propia. Valores expresados en puntos básicos.

Al comparar las tablas 14 y 17, puede notarse que el modelo de Hull y White, para mismas probabilidades de *default*, calcula mayores primas teóricas anuales que el modelo propuesto extendido de Merton para todos los escenarios y *ratings* crediticios. Es importante destacar que esta relación existe al respetar los valores de *inputs* propuestos por Drageseth (2012) de algunas variables relevantes del modelo tales como los coeficientes de reversión a la media y de volatilidad de los procesos estocásticos descriptos. Modificando los valores asignados a dichas variables, la diferencia en los niveles de CDS *spreads* calculados es menor o mayor conforme el sentido en que se realicen las mismas.

El gráfico 11 ilustra lo expresado en el párrafo anterior y muestra la diferencia porcentual existente en el ejemplo desarrollado con antelación para cada escenario y *rating* crediticio:

Gráfico 11: diferencia porcentual de CDS spreads entre modelos según escenario y rating crediticio



Fuente: elaboración propia.

6.3 Rol del analista financiero en la implementación práctica y análisis de resultados

Independientemente del modelo seleccionado, es importante destacar el rol del analista financiero a lo largo de este proceso donde debe verificar los modelos, sus supuestos y los datos a utilizar en la implementación práctica, además de analizar rigurosamente los resultados obtenidos y su relación con las condiciones de negociación del producto en el mercado respectivo.

En cuanto a la formulación de supuestos, el profesional de finanzas no debe basarse únicamente en la experiencia pasada, sino también incorporar el impacto de las tendencias con la intención de proporcionar estimaciones útiles que representen la realidad de la mejor manera posible. A su vez, los expertos financieros deben seleccionar los modelos y métodos a emplear de acuerdo con su juicio profesional y conocimientos especializados con absoluta neutralidad y sin sesgos.

Un aspecto relevante es la gestión del riesgo (tanto en sus aspectos cualitativos como cuantitativos con valuación de la cartera, y en este caso particular teniendo en cuenta los aspectos de dependencia con relación al riesgo de crédito de los distintos emisores de títulos de deuda) a través del planteo y consideración de distintos escenarios, la realización de análisis de sensibilidad y el desarrollo de pruebas de *stress*. Por otro lado, es preciso cumplir con las normas prudenciales establecidas por los distintos entes reguladores sobre los límites de posición y requerimiento de capital propio.

7. Conclusiones

Se introdujeron los conceptos y características fundamentales de un Credit Default Swap como así también distintos modelos para estimar su prima anual teórica. A los fines de implementar y comparar los modelos descriptos a lo largo del trabajo, se utilizó el *software* de programación RStudio.

Por un lado, se presentó el modelo de Hull y White (2000). Para su implementación se consideró la resolución propuesta por Hull (2009). Esta resolución permite calcular el CDS *spread* de manera sencilla haciendo que el código utilizado para ello sea computacionalmente liviano. Este método permite estimar las probabilidades de *default* de diversas maneras. En este trabajo se consideraron dos alternativas: a partir de información histórica y del *spread* de bonos. Si bien contar con distintas opciones representa, *a priori*, una ventaja por darle mayor flexibilidad al modelo, los resultados muestran que los *spreads* conseguidos mediante una y otra alternativa son altamente disímiles entre sí e incluso muestran distintos comportamientos ante variaciones en sus parámetros.

Por otro lado, se presentó una versión extendida del modelo de riesgo crediticio de Merton (1974) desarrollada por Drageseth (2012). En este caso, como el cálculo del CDS *spread* se realiza mediante simulación estocástica, el código de programación utilizado es computacionalmente pesado. La versión extendida del modelo de Merton introduce modificaciones relevantes con respecto al original en el sentido de relajar algunos supuestos que parecen no representar fehacientemente el funcionamiento de las empresas. Sin embargo, al igual que en el modelo original, en la versión extendida los *defaults* solo pueden verificarse al vencimiento del contrato de CDS.

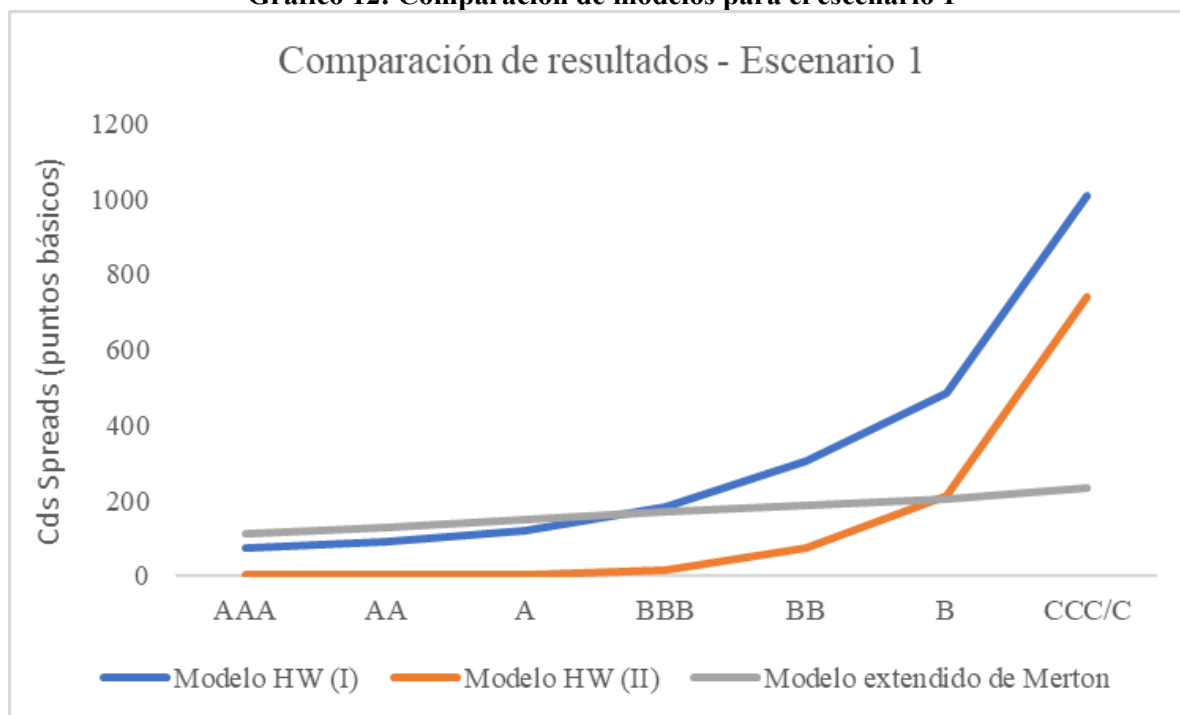
De los resultados de la implementación práctica surgen las siguientes conclusiones:

- En el modelo de Hull y White, el valor del CDS *spread* varía, aproximadamente, en la misma proporción que varía la tasa de riesgo promedio. Por lo tanto, la explicación de la gran diferencia existente en el valor de los *spreads* entre la primera y segunda alternativa puede encontrarse en las tablas 8 y 10. En dichas tablas puede notarse que la tasa de riesgo calculada a partir del *spread* de bonos es considerablemente mayor a la estimada por medio de información histórica.
- Se verifica un comportamiento inverso entre la diferencia relativa y la diferencia absoluta de la tasa de riesgo estimada entre ambos métodos. Es decir, cuanto peor es la calidad crediticia de los bonos corporativos, mayor es la diferencia en términos absolutos y menor en términos relativos⁴⁵.
- La primera alternativa del modelo de Hull y White aquí considerada genera CDS *spreads* ampliamente inferiores a los del modelo extendido de Merton para los *ratings* crediticios AAA; AA y A. Para la categoría BBB la diferencia ya es mucho menor y a partir del *rating* BB la primera alternativa produce CDS *spreads* enormemente superiores.
- La segunda alternativa planteada es el que menor CDS *spreads* generó para las categorías AAA; AA; A; BBB y BB. Para los *ratings* crediticios B y CCC se encuentra en un punto medio entre la opción que estima las probabilidades de *default* a partir del *spread* de bonos y la versión extendida del modelo de Merton.

⁴⁵ Para analizar este tema en detalle puede consultarse: J. Hull, M. Predescu, and A. White, “Bond Prices, Default Probabilities, and Risk Premiums,” *Journal of Credit Risk*, 1, 2 (Spring 2005): 53–60.

El gráfico 12 muestra lo comentado en los párrafos anteriores para el escenario 1. Para los demás escenarios puede comprobarse que los comportamientos son, aproximadamente, iguales.

Gráfico 12: Comparación de modelos para el escenario 1



Fuente: elaboración propia.

- El análisis de sensibilidad realizado muestra que solamente la primera alternativa del modelo de Hull y White prácticamente no modifica el valor de los CDS *spreads* ante variaciones en $(1 - R)$.
- En cuanto a la tasa libre de riesgo a la cual se descuentan los pagos esperados, el efecto de una variación en dicho parámetro sobre el valor del CDS *spread* es realmente bajo para ambos modelos. Sin embargo, en términos relativos, en el modelo de Drageseth es ampliamente superior al observado en ambas alternativas del modelo de Hull y White.
- Los *spreads* estimados para el primer modelo muestran que, independientemente de la alternativa considerada, son completamente sensibles a variaciones en la tasa de riesgo promedio. Por este motivo, de las tres opciones que se desarrollaron en este trabajo, el modelo extendido de Merton es el que muestra menor volatilidad en el valor de los CDS *spreads* entre las distintas categorías de *rating* crediticio.

En otro orden de ideas, luego de analizar los modelos aquí presentados, se advierte fácilmente que ninguno de ellos incorpora un elemento que resulta trascendental en la tarea financiera de estimar riesgos. Tal como indica Hull (2015), no resulta extraño que dos o más compañías que desarrollen sus actividades en la misma industria o en la misma ubicación puedan verse afectadas de manera negativa y simultánea ante eventos externos adversos. Estos eventos, que pueden ir desde crisis macroeconómicas hasta catástrofes naturales en la región geográfica donde se desempeñen, pueden empeorar la situación financiera de las compañías y con ello afectar su capacidad de pago. Consecuentemente, la probabilidad de *default* de todas las compañías afectadas por ese shock externo aumenta.

Más aún, el *default* de una compañía puede generar el *default* de otra. Esta situación se denomina efecto de contagio crediticio y se da cuando el funcionamiento de una compañía, por cualquier motivo, se encuentra altamente relacionado al funcionamiento de la otra. La existencia de correlación de *default* implica que el riesgo de crédito no pueda ser diversificado en su totalidad (Hull, 2015).

Sin embargo, ninguno de los modelos presentados en este trabajo contempla la correlación de *default* existente entre compañías. No calcular la tendencia de que éstas incurran en *default* prácticamente al mismo tiempo representa un gran problema para el analista financiero en su tarea de estimar los fondos necesarios para hacer frente a las posibles contingencias de este tipo de contratos o, en otras palabras, las reservas a constituir. Al no contemplar el efecto de contagio crediticio en el modelado del CDS *spread*, puede que las primas cobradas no sean suficientes para afrontar los eventuales compromisos que puedan surgir al suscribir este tipo de contratos (es decir, que no se verifique la suficiencia de primas). Un claro ejemplo de esto es lo ocurrido en la crisis bursátil del 2008. Desarrollar un modelo que incorpore este fenómeno probablemente elevaría el valor de las primas teóricas y simplificaría, al menos parcialmente, la labor financiera de hacer este tipo de estimaciones.

No obstante, calcular las primas “correctamente” puede no ser suficiente ya que, al no contar necesariamente con un colectivo de riesgos independientes, el concepto de diversificación puede no verificarse. Por este motivo, resulta necesario además tener una gestión del riesgo empresarial, realizar una valuación permanente de la solvencia y muy especialmente contar con normas internas claras respecto de las posiciones apalancadas o suma máxima posible de pérdida por contrato de CDS como así también por conjunto de contratos.

Se propone, como posible continuación de este trabajo, investigar y comparar las primas teóricas anuales que surgen de aplicar los modelos aquí detallados con precios de mercado para determinar la pertinencia de cada modelo en función de cuan bien se ajusten los *spreads* estimados a los datos reales.

8. Bibliografía

Acharya, V. V., Cooley, T. F., Richardson, M. P., & Walter, I. (Eds.). (2011). *Regulating Wall Street: The Dodd-Frank Act and the New Architecture of Global Finance*. John Wiley & Sons, Inc.

Ahamed, L. (2009). *Lords of Finance: The Bankers Who Broke the World*. Penguin Press.

Aldasoro, I. & Ehlers, T., *The Credit Default Swap Market: What a Difference a Decade Makes* (June 5, 2018). BIS Quarterly Review, June 2018, Disponible en SSRN: <https://ssrn.com/abstract=3193502>

Augustin, P. *et al* (2014). *Credit Default Swaps: A Survey*. Foundations and Trends® in Finance. 9. 1-196. 10.1561/05000000040, Disponible en: https://www.researchgate.net/publication/286174802_Credit_Default_Swaps_A_Survey

Bielecki, T. R., & Rutkowski, M. (2002). *Credit Risk: Modeling, Valuation and Hedging*. Springer.

Black, F. & Scholes, M. (1973). The pricing of options and corporate liabilities. *Journal of Political Economy*, 81 (3), 637–654.

Board of Governors of the Federal Reserve System (US), Market Yield on U.S. Treasury Securities at 5-Year Constant Maturity, Quoted on an Investment Basis [DGS5], retrieved from FRED, Federal Reserve Bank of St. Louis; <https://fred.stlouisfed.org/series/DGS5>, January 5, 2024.

Brigo, Damiano, and Fabio Mercurio. (2007). *Interest rate models-theory and practice: with smile, inflation and credit*. Springer Science – Business Media.

Chen, Z., and Glasserman, P., 2008. Fast pricing of basket default swaps. *Operations Research*, 56(2), pp.286-303. Disponible en: https://business.columbia.edu/sites/default/files-efs/pubfiles/4322/fast_pricing_chen_glasserman.pdf

Choudhry, M. (2010). *An Introduction to Credit Derivatives*. Academic Press.

Chris Brooks. (2008). *Introductory Econometrics for Finance*, Second Edition, Cambridge University Press.

Cohan, W. (2009). “House of Cards: A Tale of Hubris and Wretched Excess on Wall Street”. Doubleday.

Cooper, G. (2008). *The Origin of Financial Crises: Central Banks, Credit Bubbles and the Efficient Market Fallacy*. Vintage Books.

Culp, C. L., Merwe, A. & Stärkle, Single-Name Credit Default Swaps: A Review of the Empirical Academic Literature, (Septiembre 2016). Johns Hopkins Institute for Applied Economics, AF/No.11/September 2016, Disponible en SSRN: <https://ssrn.com/abstract=2851264>

Das, S. & Sundaram, R. (2010). *Derivatives*. McGraw Hill.

Dickinson, Eric (2008), *Credit Default Swaps: So Dear To Us, So Dangerous*, Online resource (<http://ssrn.com/abstract=1315535>)

Duffie, D. (1999). Credit Swap Valuation. *Financial Analysts Journal*, 55(6), 73-87.

Duffie, D. (2010). *How Big Banks Fail and What to Do about It*. Princeton University Press.

Duffie, D., & Singleton, K. J. (2003). Credit Risk. In G. M. Constantinides, M. Harris, & R. M. Stulz (Eds.), *Handbook of the Economics of Finance* (Vol. 1A, pp. 283-356). North-Holland.

Eilif, Drageseth (2012). *A Valuation Method for Credit Default Swaps Using an Extended Version of the Merton Model*, Master's Thesis in financial economics. Norwegian University of Science and Technology.

Ericsson, J., Jacobs, K., & Oviedo, R. (2009). *The Determinants of Credit Default Swap Premia*. Federal Reserve International Finance Discussion Paper, No. 967.

Fitch Ratings: <https://www.fitchratings.com/research/fund-asset-managers/2022-transition-default-studies-29-03-2023>

FRED, Federal Reserve Bank of St. Louis: <https://fred.stlouisfed.org/>

Fry, E. H. (2010). "The Secret Club That Runs the World: Inside the Fraternity of Commodity Traders." *Vanity Fair*.

Gorton, G. B. (2008). *The Panic of 2007*. NBER Working Paper, No. 14358.

Green, R. C., & Kenyon, C. T. (2010). *Credit Derivatives and Synthetic Structures: A Guide to Instruments and Applications*. Wiley.

Greenberger, M. (2009). "The Credit Default Swap Ponzi Scheme: How Breaking a \$62 Quadrillion Dollar Bubble Brought the World Financial System to Its Knees." *University of Pennsylvania Journal of Business Law*, 12(3), 719-742.

Gregory, J. (2009). *Counterparty Credit Risk: The New Challenge for Global Financial Markets*. John Wiley & Sons.

Hull, J. (2009). *Options, Futures, and Other Derivatives*, 7th Edition. University of Toronto. Pearson.

Hull, J. (2015). *Options, Futures, and Other Derivatives*, 9th Edition. University of Toronto. Pearson.

Hull, J., Predescu, M. & White, A. "Bond Prices, Default Probabilities, and Risk Premiums", *Journal of Credit Risk*, 1, 2 (Spring 2005): 53–60.

Hull, J., Predescu, M., & White, A. (2004). The relationship between credit default swap spreads, bond yields, and credit rating announcements. *The Journal of Banking and Finance*, 28(11), 2789-2811.

Hull, John & White, Alan. (2000). *Valuing Credit Default Swaps I: No Counterparty Default Risk*.

Ice Data Indices, LLC, ICE BofA AA US Corporate Index Effective Yield [BAMLC0A2CAAAY],

retrieved from FRED, Federal Reserve Bank of St. Louis;
<https://fred.stlouisfed.org/series/BAMLC0A2CAAAY>, January 6, 2024.

Ice Data Indices, LLC, ICE BofA AAA US Corporate Index Effective Yield [BAMLC0A1CAAAY],
retrieved from FRED, Federal Reserve Bank of St. Louis;
<https://fred.stlouisfed.org/series/BAMLC0A1CAAAY>, January 6, 2024.

Ice Data Indices, LLC, ICE BofA BB US High Yield Index Effective Yield [BAMLH0A1HYBBEY],
retrieved from FRED, Federal Reserve Bank of St. Louis;
<https://fred.stlouisfed.org/series/BAMLH0A1HYBBEY>, January 6, 2024.

Ice Data Indices, LLC, ICE BofA BBB US Corporate Index Effective Yield [BAMLC0A4CBBBEY],
retrieved from FRED, Federal Reserve Bank of St. Louis;
<https://fred.stlouisfed.org/series/BAMLC0A4CBBBEY>, January 6, 2024.

Ice Data Indices, LLC, ICE BofA CCC & Lower US High Yield Index Effective Yield
[BAMLH0A3HYCEY], retrieved from FRED, Federal Reserve Bank of St. Louis;
<https://fred.stlouisfed.org/series/BAMLH0A3HYCEY>, January 6, 2024.

Ice Data Indices, LLC, ICE BofA Single-A US Corporate Index Effective Yield [BAMLC0A3CAEY],
retrieved from FRED, Federal Reserve Bank of St. Louis;
<https://fred.stlouisfed.org/series/BAMLC0A3CAEY>, January 6, 2024.

Ice Data Indices, LLC, ICE BofA Single-B US High Yield Index Effective Yield
[BAMLH0A2HYBEY], retrieved from FRED, Federal Reserve Bank of St. Louis;
<https://fred.stlouisfed.org/series/BAMLH0A2HYBEY>, January 6, 2024.

Jarrow, R. A., & Turnbull, S. M. (1995). "Pricing Derivatives on Financial Securities Subject to Credit Risk." *The Journal of Finance*, 50(1), 53-85.

Jarrow, R. A., & Turnbull, S. M. (1995). Pricing derivatives on financial securities subject to credit risk. *The Journal of Finance*, 50(1), 53-85.

Jorion, P. (2011). *Financial Risk Manager Handbook* (6th ed.). Wiley. *Journal of Derivatives*.

Kraemer, N.W. & Palmer, J. (2023). Default, Transition, and Recovery: 2022 Annual Global Corporate Default and Rating Transition Study. *Spglobal.com*. Disponible en:
<https://www.spglobal.com/ratings/en/research/articles/230425-default-transition-and-recovery-2022-annual-global-corporate-default-and-rating-transition-study-12702145>

Lando, D. (2004). *Credit Risk Modeling: Theory and Applications*. Princeton University Press.

Lewis, M. (2010). *The Big Short: Inside the Doomsday Machine*. W. W. Norton & Company.

Longstaff, F. A., Mithal, S., & Neis, E. (2005). Corporate yield spreads: Default risk or liquidity? New evidence from the credit default swap market. *The Journal of Finance*, 60(5), 2213-2253

MacDonald, L. G., & Robinson, P. (2009). *A Colossal Failure of Common Sense: The Inside Story of*

the Collapse of Lehman Brothers. Crown.

Malkiel, Burton. (2016). *A Random Walk Down Wall Street: The Time-Tested Strategy for Successful Investing*. Norton & Co.

Mark J. Anson. (2007). *Quantitative Investment Analysis (CFA Institute Investment Series)*, Third edition. John Wiley & Sons.

Merton, R. (1974). On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates. *Journal of Finance*, 29, 449—70.

Morgenson, G., & Story, L. (2009). "Behind Insurer's Crisis, Blind Eye to a Web of Risk." *The New York Times*.

Morris, C. R. (2009). *The Two Trillion Dollar Meltdown: Easy Money, High Rollers, and the Great Credit Crash (Public Affairs Revised Edition)*.

Newbold, P., Carlson, W.L. & Thorne (2012). *B.M. Statistics for Business and Economics*, 8th edition. Prentice Hall.

Pagano, M., & von Thadden, E. L. (2004). The Determinants of CDS Spreads. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 39(1), 29-58.

Phillips, K. (2009). *Bad Money: Reckless Finance, Failed Politics, and the Global Crisis of American Capitalism*. Penguin Group Updated Edition.

Richard A. DeFusco, Dennis W. McLeavey, Jerald E. Pinto, David E. Runkle, and

Schonbucher, P. J. (2003). "Credit Derivatives Pricing Models: Models, Pricing, and Implementation." *Wilmott Magazine*, 68-99.

Sundaresan, S. (2017). "Credit Default Swaps: Past, Present, and Future." *The Journal of Derivatives*, 24(2), 13-28.

Tavakoli, J. M. (2014). *Structured Finance and Collateralized Debt Obligations: New Developments in Cash and Synthetic Securitization (2nd ed.)*. John Wiley & Sons.

Tett, G. (2009). *Fool's Gold: How the Bold Dream of a Small Tribe at J.P. Morgan Was Corrupted by Wall Street Greed and Unleashed a Catastrophe*. Free Press.

Veronesi, Pietro. (2010). *Fixed Income Securities: Valuation, Risk, and Risk Management*, 1st edition. Wiley.

Zhou, C. (2001). *The Handbook of Credit Derivatives*. McGraw-Hill.

Zuckerman, G., & Waldman, P. (2010). *The Greatest Trade Ever: The Behind-The-Scenes Story of How John Paulson Defied Wall Street and Made Financial History*. Crown Business.

Anexo I: Código en RStudio para el modelo de Hull y White

El código aquí propuesto debe entenderse como una de las tantas formas posibles de calcular la prima teórica anual conforme el modelo en cuestión utilizando esta herramienta de programación, pero de ninguna manera pretende dar a entender que es la única ni la más eficiente.

```
# Instalar y cargar la librería 'tidyverse'

if (!requireNamespace("tidyverse", quietly = TRUE)) {
  install.packages("tidyverse")
}

# Cargar la librería 'tidyverse'

library(tidyverse)

# Definir funciones con parámetros

prob_supervivencia <- function(tasa_riesgo, t) {
  exp(-tasa_riesgo * t)
}

prob_default <- function(tasa_riesgo, t) {
  exp(-tasa_riesgo * (t-1)) - exp(-tasa_riesgo * t)
}

pago_esperado <- function(tasa_riesgo, uni_monetarias, t) {
  uni_monetarias * prob_supervivencia(tasa_riesgo, t)
}

factor_descuento <- function(tasa_libre_riesgo, t) {
  exp(-tasa_libre_riesgo * t)
}

valor_presente_pago_esperado <- function(tasa_riesgo, uni_monetarias, tasa_libre_riesgo, t) {
  pago_esperado(tasa_riesgo, uni_monetarias, t) * factor_descuento(tasa_libre_riesgo, t)
}

total_valor_presente_pago_esperado <- function(tasa_riesgo, uni_monetarias, tasa_libre_riesgo, T) {
  tot <- 0
  for (t in 1:T) {
    tot <- tot + valor_presente_pago_esperado(tasa_riesgo, uni_monetarias, tasa_libre_riesgo, t)
  }
  tot
}

payoff_esperado <- function(tasa_riesgo, tasa_recupero, t) {
  prob_default(tasa_riesgo, t) * (1 - tasa_recupero)
}
```

```

valor_presente_payoff_esperado <- function(tasa_riesgo, tasa_recupero, tasa_libre_riesgo, t) {
  payoff_esperado(tasa_riesgo, tasa_recupero, t) * factor_descuento(tasa_libre_riesgo, t-0.5)
}

total_valor_presente_payoff_esperado <- function(tasa_riesgo, tasa_recupero, tasa_libre_riesgo, T) {
  tot <- 0
  for (t in 1:T) {
    tot <- tot + valor_presente_payoff_esperado(tasa_riesgo, tasa_recupero, tasa_libre_riesgo, t)
  }
  tot
}

pago_devengar_esperado <- function(tasa_riesgo, uni_monetarias, t) {
  prob_default(tasa_riesgo, t) * 0.5 * uni_monetarias
}

valor_presente_pago_devengar_esperado <- function(tasa_riesgo, uni_monetarias, tasa_libre_riesgo,
t) {
  pago_devengar_esperado(tasa_riesgo, uni_monetarias, t) * factor_descuento(tasa_libre_riesgo, t-0.5)
}

total_valor_presente_devengar_esperado <- function(tasa_riesgo, uni_monetarias, tasa_libre_riesgo,
T) {
  tot <- 0
  for (t in 1:T) {
    tot <- tot + valor_presente_pago_devengar_esperado(tasa_riesgo, uni_monetarias, tasa_libre_rie
sgo, t)
  }
  tot
}

CDS_spread <- function(tasa_riesgo, tasa_recupero, tasa_libre_riesgo, uni_monetarias, T) {
  total_payoff <- total_valor_presente_payoff_esperado(tasa_riesgo, tasa_recupero, tasa_libre_riesgo,
o, T)
  total_pago <- total_valor_presente_pago_esperado(tasa_riesgo, uni_monetarias, tasa_libre_riesgo,
T)
  total_devengar <- total_valor_presente_devengar_esperado(tasa_riesgo, uni_monetarias, tasa_libr
e_riesgo, T)

  cds_spread <- total_payoff / (total_pago + total_devengar)

  return(cds_spread)
}

# Valores para los inputs

tasa_riesgo_values <- c(0.0122, 0.015, 0.0197, 0.0299, 0.05, 0.0797, 0.1664)
tasa_recupero_values <- c(0.4, 0.4, 0.4, 0.4, 0.4, 0.4, 0.4)
tasa_libre_riesgo_values <- c(0.03, 0.03, 0.03, 0.03, 0.03, 0.03, 0.03)
uni_monetarias_values <- c(1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)
T_values <- c(5, 5, 5, 5, 5, 5, 5)

# Almacenar resultados en una lista

```

```
resultados_lista <- list()

# Iterar sobre los valores de los inputs

for (tasa_riesgo in tasa_riesgo_values) {
  for (tasa_recupero in tasa_recupero_values) {
    for (tasa_libre_riesgo in tasa_libre_riesgo_values) {
      for (uni_monetarias in uni_monetarias_values) {
        for (T in T_values) {
          resultados <- CDS_spread(tasa_riesgo, tasa_recupero, tasa_libre_riesgo, uni_monetarias, T)

# Almacenar resultados en la lista

resultados_lista[[paste("TasaR:", tasa_riesgo, "_TasaRec:", tasa_recupero, "_TasaLibreR:", tasa_libre_riesgo, "_UniMon:", uni_monetarias, "_T:", T, sep = "")]] <- resultados
        }
      }
    }
  }
}

# Crear un data frame con los resultados de CDS_Spread

output_df <- data.frame(
  Orden = seq_along(resultados_lista),
  CDS_Spread = unlist(resultados_lista)
)

# Mostrar resultados como data frame

print(output_df)
```

Anexo II: Código en RStudio para el modelo extendido de Merton

En este caso, el código a utilizar es simplemente la transcripción al lenguaje R del código original⁴⁶ propuesto por Drageseth (2012) (p.61):

```
T <- 5 #time to maturity
Nsim <- 100000 #the number of simulations for the Vt process for each step considered
N <- 1000 #the maximum number of steps
h <- T/N #the step size (dt)
l <- (0:h
      :T) #l is a vector [0 1h 2h 3h ... Nh] to be used to rescale the x-axis for plotting

V <- 100 #the initial value of the firm (process V)
D <- 0.60*V #the starting value for the debt
r <- 0.03 #the risk free rate

mu <- 0.122 #the initial value for the drift of the V process
sigma <- 0.5 #the initial value for the volatility of V process
a <- 0 #the drift of the mu process
b <- 0.25 #the volatility of the mu process
alpha <- 0.12 #the adjusted long run mean of the volatility process
k <- 0.2 #the mean rate of reversion to the long run mean for the volatility process
eta <- 0.18 #the volatility of the sigma (volatility) process

Dtrgt <- 0.5 #the target leverage level
kD <- 0.10 #the reversion speed to the long run mean for the debt process
sigmaD <- 0.15 #the volatility of the debt process

R <- 0.4 #percent recovery in the case of default
Np <- 50 #the maximum number of protection payments if the firm does not default before maturity
hp <- T/Np #the time between protection payments

###Calculation of the denominator in the CDS spread formula

# Note !!!
# Since in the Merton model default can only occur at maturity,
# all protection payments are made and there is no accrual payment(i.e. the second term in the denominator vanishes).

DPP <- 0
for (m in 1:Np) {
  tp <- hp * m #determine the time points tp on which periodic protection payments are made.
  #In this case it is assumed that the time between successive protection payments is constant.
  ertp <- exp(-r * tp)
  deltatp <- hp * ertp
  DPP <- DPP + deltatp
}
```

⁴⁶ Eilif, Drageseth (2012). *A Valuation Method for Credit Default Swaps Using an Extended Version of the Merton Model*, Master's Thesis in financial economics. Norwegian University of Science and Technology.


```

}
DPP

#### The random variables to be used

epsV <- rnorm(Nsim)
epsmu <- rnorm(Nsim)
epssigma <- rnorm(Nsim)
epsD <- rnorm(Nsim)

#### The Loop

spread <- numeric(N)
CDS <- numeric(N)
PD <- numeric(N)
for (j in 1:N) {
  t <- h*j
  ert <- exp(-r*t) #the discounting factor
  sum <- 0
  sumDDP <- 0
  sumprobab <- 0

  for (i in 1:Nsim) {
    mu1 <- mu + mu*a*t + mu*b*sqrt(t)*epsmu[i] #the GBM process followed by the mean of the firm's value
    sigma1 <- sigma + (alpha - k*sigma)*t + eta*sqrt(sigma)*sqrt(t)*epssigma[i] #the CIR process followed by the volatility of the firm's value
    V1 <- V + mu1*V*t + V*sigma1*sqrt(t)*epsV[i] #the value of the firm with time varying mean and volatility
    D1 <- D + kD*(Dtrgt-D)*t + sigmaD*D*sqrt(t)*epsD[i] #the mean reverting process for the debt level
    sum <- sum + min(V1,D1) #Here we generate values for the risky bond directly.
    if (V1 < D1) { #We determine whether a default has occurred.
      sumDDP <- sumDDP + (1-R)*ert #Calculate the default payment.
      #Note again that we are in the Merton model framework.
      #The default can occur only at maturity therefore the discount factor used is ert.
      sumprobab <- sumprobab + 1
    }
  }
}
B <- ert*sum/Nsim #the bond value estimation
spread[j] <- -log(B/D)/t-r #the spread estimation
DDP <- sumDDP/Nsim #the DDP estimation
CDS[j] <- DDP/DPP #the CDS spread estimation
PD[j] <- sumprobab/Nsim #the probability of default estimation
}

spread

```