



**UNIVERSIDAD
TORCUATO DI TELLA**

**UNIVERSIDAD TORCUATO DI TELLA
DEPARTAMENTO DE ECONOMÍA
MAESTRÍA EN ECONOMÍA APLICADA**

***UN MODELO DE CICLO REAL APLICADO A LA
ECONOMÍA ARGENTINA***

Alumna: María Margarita Musante

Tutor: Prof. Hernán Ruffo

Fecha: Mayo de 2018

UN MODELO DE CICLO REAL APLICADO A LA ECONOMÍA ARGENTINA

Resumen

Este trabajo pretende analizar los efectos de ciertos shocks no esperados sobre las principales variables macroeconómicas de Argentina. Para ello, se plantea un modelo de equilibrio general dinámico y estocástico para una economía pequeña y abierta y se calibra para la economía argentina en el período 2004:1-2017:4. Mediante el análisis de funciones impulso-respuesta se examina la reacción de variables clave ante un incremento no esperado de la productividad, del gasto público, y de la tasa de interés internacional. Si bien los resultados hallados no son irrefutables, ya que dependen en gran medida de los supuestos subyacentes en el modelo, se concluye que un modelo RBC es una herramienta muy útil para analizar los potenciales efectos de diferentes decisiones de política económica.

Palabras Clave: Modelo de Ciclo Real, Economía Pequeña y Abierta, Argentina, shock estocástico, Equilibrio General Dinámico y Estocástico.

Contenido

I. Introducción	4
II. Datos y Construcción de Variables	7
II.1. Hechos Estilizados de la Economía Argentina.....	7
II.2. Evidencia Empírica	8
III. El Modelo.....	12
III.1. Los Hogares.....	12
III.2. Las Firmas	14
III.3. El Gobierno	15
III.4. El Sector Externo.....	15
III.5. Equilibrio Competitivo	16
III.6. Solución del Equilibrio Competitivo	16
III.7. El Estado Estacionario	18
III.8. Log-linearización del Estado Estacionario.....	20
IV. Metodología de Estimación	21
IV.1. Calibración de los Parámetros	21
IV.2. Sistema Log-linearizado en Forma Matricial y Aproximación Computacional	25
V. Resultados	26
V.1. Resultados Cualitativos. Shocks Estocásticos y Funciones Impulso-Respuesta.....	26
V.1.1. Shock de Productividad	26
V.1.2. Shock de Gasto Público.....	29
V.1.3. Shock de Tasa de Interés Internacional	31
V.2. Resultados Cuantitativos. Volatilidad Relativa y Correlaciones Contemporáneas.....	33
V.2.1. Desvíos Estándar.....	33
V.2.1. Correlaciones Contemporáneas	34
VI. Conclusiones.....	36
VII. Referencias.....	38
VIII. Anexo	39
VIII.1. Matrices Uhlig (para MATLAB).....	39

I. Introducción

En los últimos años se ha demostrado que la utilización de modelos de equilibrio general dinámicos estocásticos (DSGE, por sus siglas en inglés) por parte de muchos Bancos Centrales de países en desarrollo es una herramienta útil para la evaluación de políticas públicas o para efectuar pronósticos acerca de la evolución de la economía.

Entre las bondades de este tipo de modelos se puede destacar la fundamentación microeconómica subyacente, ya que las decisiones de los agentes económicos se evalúan en contextos de problemas de optimización característicos de dichos agentes, que ayudan a los hacedores de política a comprender mejor el comportamiento de ciertas relaciones económicas observado en los datos.

Entre los trabajos relevantes en la literatura para América Latina en general y para Argentina en particular, se encuentran Kydland y Zarazaga (2002), quienes argumentan que el modelo RBC puede replicar satisfactoriamente la “década perdida” de los años '80 en Argentina. Por su parte, Aguiar y Gopinath (2007) sugieren que un modelo RBC conducido originalmente por un shock permanente a la productividad puede explicar correctamente los ciclos de negocios en países en desarrollo. Estos autores reconocen el hecho que son numerosos y de diferente naturaleza los shocks que inciden en las economías emergentes, pero argumentan que el efecto combinado de ellos puede modelarse como un shock agregado a la productividad total de los factores con un amplio componente no estacionario. En suma, ellos sostienen que el modelo neoclásico es un marco adecuado para entender la transmisión de tales shocks.

Más recientemente y en el otro extremo, García-Cicco, Pancrazi y Uribe (2010) estudian la hipótesis que los ciclos de negocios en economías en desarrollo son conducidos por cambios exógenos, permanentes o transitorios, en la productividad total de los factores y transmitidos a través del mecanismo del RBC sin fricciones. Analizan los ciclos económicos en Argentina y México utilizando series agregadas que abarcan más de un siglo. Comparan las predicciones del modelo con los datos, y arriban a la conclusión que el modelo RBC presenta un desempeño pobre a la hora de explicar los ciclos en estos dos países. Una de las dimensiones en las cuales el modelo falla en explicar la data es en el ratio balanza comercial – producto. Otra de las fallas, es el hecho que en estos dos países como en otros países emergentes, el crecimiento del consumo privado es significativamente más volátil que el crecimiento del producto, mientras que el modelo predice que el crecimiento del consumo es menos volátil que el del producto. Los autores proponen para futuras investigaciones incorporar fricciones financieras basadas en micro-fundamentos.

Otros antecedentes para Argentina son los trabajos de Perri y Neumeyer (2005), Escudé (2007), y McCandless (2010). Según Perri y Neumeyer (2005), un paper influyente que estudia evidencia internacional sobre las propiedades históricas de los ciclos económicos

es el de Backus y Kehoe (1992), que encuentran que aunque la magnitud de las fluctuaciones del producto ha variado entre países y períodos, las relaciones cualitativas se han mantenido relativamente estables. La investigación de Perri y Neumeyer sobre ciclos de negocios en cinco países emergentes confirma ese hallazgo. Una característica interesante que encuentran en los datos de estos países en desarrollo es que el consumo es consistentemente más volátil que el producto. Los autores atribuyen el exceso de volatilidad del consumo al rol dominante de los shocks de tasa de interés en estas economías. Encuentran evidencia de una fuerte correlación entre las tasas de interés y las exportaciones netas, donde las primeras tienen un rol fundamental en la asignación de recursos de la economía.

Por su parte, el trabajo de Escudé (2007) sostiene que en los países en desarrollo surge la necesidad de contar con mejores modelos micro-fundados que puedan contribuir al análisis de política, y Argentina no es la excepción. El paper de este autor desarrolla un modelo de equilibrio general dinámico y estocástico aplicado a la economía argentina, que incorpora rigideces, asume shocks tecnológicos correlacionados (entre el del país y el del resto del mundo), incorpora el sector bancario e instrumentos de política monetaria utilizados por el Banco Central.

Asimismo, McCandless (2010) sostiene que siguiendo a Lucas¹, se ha desarrollado una extensa literatura sobre información imperfecta y macroeconomía. Una rama de esta literatura se ha concentrado en los efectos del error de medición, especialmente en la publicación de datos agregados. Algunos de los trabajos más recientes en macroeconomía dinámica asociada con imperfecciones de información son Collard y Dellas (2004), Collard, Dellas y Smets (2010), y Lorenzoni (2010). En el paper de McCandless, la información imperfecta es un error de medición común a la información pública, y se trata de un error idiosincrático. Muestra que la existencia de un error de medición introduce sesgo en la estimación, alterando la amplitud y magnitud de los ciclos económicos.

La economía argentina presenta un ciclo económico que tiene características típicas de los ciclos en países emergentes: inversión muy volátil, consumo e inversión procíclicos y saldo de balanza comercial contracíclico. El objetivo del presente trabajo es reproducir de la manera más ajustada posible los hechos estilizados de la economía argentina mediante un modelo de ciclo real (RBC) de una economía pequeña y abierta calibrado para Argentina, a fin de analizar mediante funciones impulso respuesta la reacción en el tiempo de las principales variables macroeconómicas a shocks exógenos de productividad, de gasto público, y de tasa de interés internacional.

¹ Lucas, R. (1975) "An Equilibrium Model of the Business Cycle", *Journal Political Economy*, 83 (6).

Se plantea un modelo estructural que considera una economía pequeña y abierta, compuesta por familias (u hogares), empresas (o firmas), sector público (gobierno) y sector externo. El modelo se log-lineariza alrededor del estado estacionario y se resuelve. Previamente, mediante un análisis empírico se calibran los parámetros del modelo, tratando de reproducir lo más próximo posible las relaciones existentes en la economía argentina en el período 2004 – 2017. Sobre el modelo calibrado se simulan los shocks mencionados y mediante el análisis de funciones impulso respuesta se estudia el impacto sobre los principales agregados macroeconómicos. Asimismo, se analizan algunos estadísticos descriptivos relevantes para caracterizar los ciclos económicos (segundos momentos y correlaciones contemporáneas).

Se concluye que el modelo RBC con las características planteadas reproduce satisfactoriamente una parte importante de los hechos empíricos verificados en la economía argentina durante el período estudiado.

Con la elaboración de este trabajo se espera contribuir con una herramienta útil para profundizar la comprensión de los potenciales efectos de determinadas decisiones de política económica y que sea de utilidad para los hacedores de política con el fin de tomar las decisiones más eficaces y eficientes dentro del abanico de opciones.

El documento se estructura de la siguiente manera. En primer lugar se presenta un análisis de las regularidades empíricas de la economía argentina en el período 2004 – 2017. Luego, se plantea y desarrolla el modelo propuesto, su solución y la calibración de los parámetros para Argentina en el período mencionado. Por último se exponen los resultados arrojados mediante el análisis de funciones impulso respuesta y de estadísticos descriptivos que caracterizan el ciclo económico del país. Culmina el documento con conclusiones y algunas consideraciones finales.

II. Datos y construcción de variables

Las series utilizadas para la elaboración de este trabajo provienen del Instituto Nacional de Estadística y Censos (INDEC). Corresponden a series desestacionalizadas de PIB, consumo privado, formación bruta de capital fijo, consumo público (gasto público), exportaciones e importaciones, todas ellas valuadas a precios constantes del año base 2004.

Se considera para el estudio el período 2004 – 2017. La elección de 2004 como inicio del período de análisis obedece al cambio de la metodología de medición de las Cuentas Nacionales de Argentina, ya que la modificación del año base de 1993 a 2004 impide que las series sean compatibles en un período previo a este último año. La periodicidad de los datos es trimestral y el lapso temporal de referencia abarca desde el primer trimestre de 2004 (2004:1) hasta el cuarto trimestre de 2017 (2017:4).

La serie stock de capital se elabora con el método del inventario permanente (MIP)², donde el valor inicial del stock de capital se obtiene como $K_{2004:1} = \frac{FBCF_{2004:1}}{g+\delta}$, donde g es la tasa de crecimiento promedio del PIB en el período de referencia, y δ corresponde a la depreciación trimestral del capital. Luego, para obtener la serie completa del stock de capital se utiliza la siguiente expresión, $K_{t+1} = K_t - \delta K_t + FBCF_t$.

Los datos sobre horas promedio de trabajo semanal se obtienen de la Encuesta Permanente de Hogares Continua (EPH-C), publicada por el INDEC, y corresponden a datos de la ocupación principal.

II.1. Hechos Estilizados de la Economía Argentina

Los hechos estilizados de la economía argentina se analizan siguiendo la literatura estándar sobre Real Business Cycle (RBC). Se asume que las variables estudiadas son originadas por un proceso estocástico y sus realizaciones son los datos disponibles. Además, se sabe que toda serie temporal puede desagregarse en un componente tendencial y otro cíclico, donde la tendencia es el componente de largo plazo determinado por los fundamentos, y el cíclico, el componente de corto plazo que fluctúa alrededor de dicha tendencia. Esta última se ve afectada generalmente por el método utilizado para extraerla de la serie original. En este trabajo se utiliza el filtro Hodrick-Prescott (HP) para remover la tendencia del logaritmo de la serie en cuestión. El componente cíclico se obtiene como la diferencia entre el logaritmo de la serie original y su tendencia. La utilización de las series en logaritmos obedece a que facilita la interpretación de los

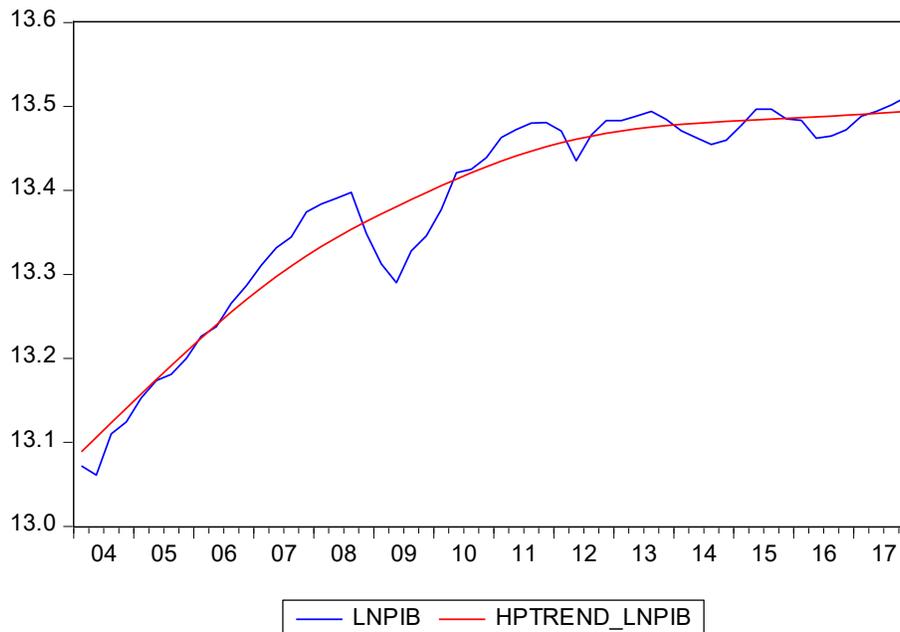
² Para un mayor detalle veáse “Medición del Capital”, Manual OCDE 2009, segunda edición.

resultados, esto es, el ciclo puede interpretarse como desvíos porcentuales de la serie con respecto a su tendencia HP.

La economía argentina, al igual que otras economías, presenta un ciclo real. A continuación, se observa el Producto Interno Bruto (PIB) de Argentina y su tendencia (**Ver Gráfico N° 1**). También se distingue el ciclo, representado como la diferencia entre la serie original y su tendencia de largo plazo. Se verifican alternadamente períodos de crecimiento acelerado y de decrecimiento, lo cual trae aparejado co-movimientos de otras variables macroeconómicas relevantes, tales como consumo, inversión, balanza comercial, empleo, etc.

Gráfico N° 1. Argentina: PIB real y tendencia Hodrick-Prescott.

Período 2004:1-2017:4



Fuente: Elaboración propia en base a INDEC.

II.2. Evidencia Empírica

Se analiza, como se mencionó anteriormente, la economía argentina en el período 2004:1-2017:4. Se presentan las propiedades estadísticas básicas de los ciclos correspondientes a las variables de interés. Éstas son PIB, consumo privado, gasto de consumo del gobierno, inversión, balanza comercial y trabajo (**Ver Cuadro N° 1**).

En esta instancia, cabe mencionar que una variable se define procíclica si su correlación contemporánea con el PIB es positiva; en tanto, es contracíclica si presenta una

correlación contemporánea negativa con el producto. Las variables procíclicas se mueven en el tiempo en la misma dirección que el PIB; mientras que las variables contracíclicas se mueven en dirección contraria u opuesta al mismo.

En el Cuadro N° 1 se observa también que tanto el ciclo del producto como el de las demás variables presentan persistencia, es decir, los valores de las mismas se encuentran, por algunos trimestres, por encima o por debajo de su respectiva tendencia.

Por otro lado, se verifica que todas las variables son procíclicas en el período bajo estudio, a excepción de la balanza comercial, cuyo comportamiento es contracíclico. Además, tanto el consumo como la inversión presentan mayor volatilidad en relación al PIB, siendo el primero apenas algo más volátil (1.2 veces aproximadamente más volátil), mientras que la segunda variable tiene una volatilidad casi tres veces superior (3 veces aproximadamente más volátil). Asimismo, el gasto de consumo del gobierno, la balanza comercial, y el trabajo presentan menor volatilidad en relación al producto.

Cuadro N° 1. Comportamiento cíclico de la economía argentina: desvíos con respecto a la tendencia (filtro HP) de variables relevantes.

Período 2004:1-2017:4

Comportamiento cíclico de la economía argentina: Desvíos respecto a la tendencia. Período 2004:1-2017:4															
Variable	SD X %	SD X / SD Y	Autocorrelación				Correlación cruzada del Producto (Y) con								
			1	2	3	4	X(-4)	X(-3)	X(-2)	X(-1)	X	X(+1)	X(+2)	X(+3)	X(+4)
PIB	0.028	1.000	0.798	0.484	0.149	-0.150	-0.150	0.149	0.484	0.798	1.000	0.798	0.484	0.149	-0.150
Consumo Privado	0.033	1.156	0.704	0.421	0.164	-0.087	-0.001	0.256	0.512	0.760	0.896	0.710	0.383	0.065	-0.224
Gasto Público ⁽¹⁾	0.014	0.475	0.507	0.175	-0.186	-0.348	-0.327	-0.322	-0.152	0.019	0.222	0.248	0.136	0.005	-0.101
Inversión	0.085	2.973	0.830	0.520	0.171	-0.138	-0.086	0.227	0.566	0.835	0.953	0.782	0.440	0.096	-0.183
Balanza comercial (% PIB)	0.015	0.537	0.506	0.279	-0.017	-0.164	0.047	-0.120	-0.352	-0.552	-0.592	-0.544	-0.244	0.051	0.268
Trabajo	0.016	0.570	0.424	-0.063	0.043	0.311	0.153	0.286	0.425	0.473	0.504	0.415	0.211	0.020	-0.067

Nota: ⁽¹⁾ Gasto de consumo del gobierno.

Fuente: Elaboración propia en base a INDEC.

A continuación, se observan las principales relaciones macroeconómicas obtenidas a partir de los datos disponibles (**Ver cuadro N° 2**).

Cuadro N° 2. Principales Ratios Macroeconómicos

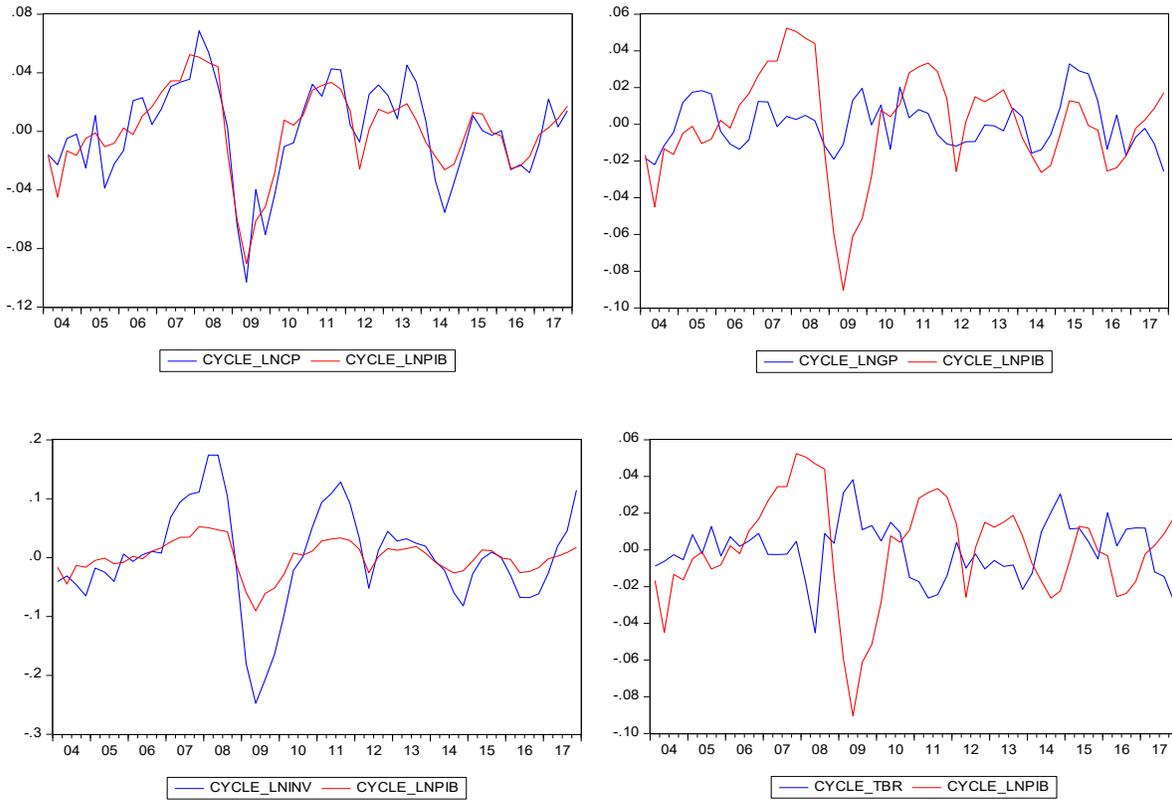
Razón	Valor
Consumo Privado/PIB	0.69
Gasto Público/PIB	0.12
Inversión/PIB	0.19
Capital/PIB	6.40
Balanza Comercial/PIB	-0.01
PIB/Trabajadores	1.62
Inversión/Capital	0.03
Capital/Trabajadores	10.35

Fuente: Elaboración propia en base a INDEC.

Esencialmente, los hechos encontrados pueden resumirse en:

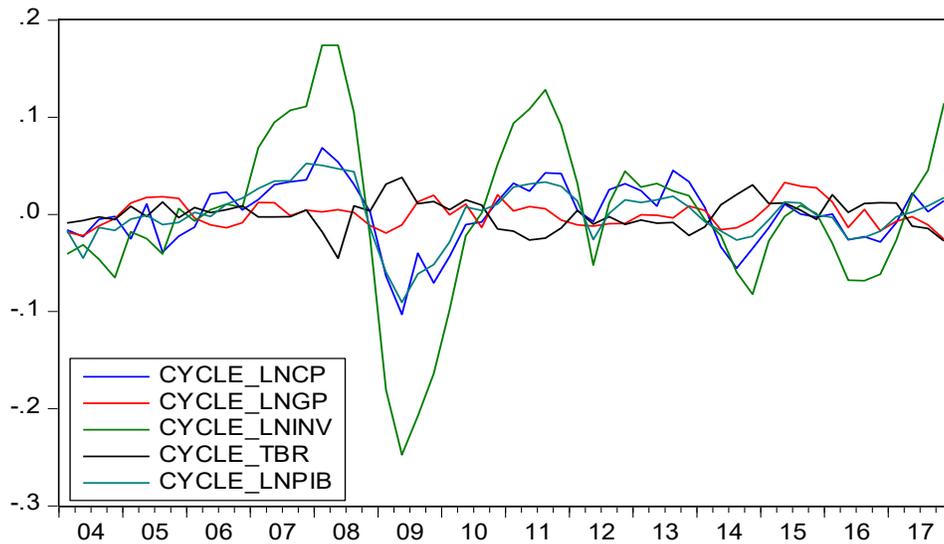
- El producto fluctúa 2,8% aproximadamente alrededor de su tendencia;
- El consumo privado fluctúa algo más que el PIB;
- La inversión fluctúa mucho más que el producto;
- El gasto público, la balanza comercial y las horas promedio trabajadas fluctúan mucho menos que el PIB;
- El ratio balanza comercial – producto es contracíclico;
- La inversión y el consumo son fuertemente procíclicas;
- El gasto del gobierno y las horas promedio trabajadas son procíclicos;
- Todos los ratios macroeconómicos, a excepción del saldo de Balanza Comercial/PIB, tienden a ser constantes.

Gráfico N° 2. Ciclos de PIB y sus componentes (filtro HP)
 Período 2004:1-2017:4



Fuente: Elaboración propia en base a INDEC.

Gráfico N° 3. Ciclos económicos de Argentina (filtro HP)
 Período 2004:1-2017:4



Fuente: Elaboración propia en base a INDEC.

Lo expuesto anteriormente representa los principales hechos estilizados de la economía argentina en el período bajo análisis, 2004:1-2017:4.

A continuación, se presenta el modelo teórico correspondiente a una economía pequeña y abierta. Se espera que dicho modelo reproduzca, con la mayor aproximación posible, los hechos estilizados de la economía argentina.

III. El Modelo

Se utiliza un modelo sencillo de economía pequeña y abierta (SOE) para generar una economía artificial que reproduzca de la manera más aproximada posible los principales hechos y características del ciclo económico de Argentina durante el período bajo estudio.

La economía considerada está compuesta por tres tipos de agentes: individuos u hogares, firmas (empresas), y sector público (gobierno).

Los individuos son los dueños de las empresas y de los factores de producción, capital y trabajo, cuyos precios son r_t^k y w_t respectivamente. Dichos individuos tienen preferencias sobre la cantidad de consumo del bien final existente en la economía y la cantidad de tiempo utilizado en actividades no laborales (ocio), y pueden intercambiar recursos con el resto del mundo mediante activos externos.

Las empresas utilizan capital y trabajo para producir un único bien final. Los beneficios de éstas son transferidos a los individuos, pero en equilibrio son cero.

El gobierno cobra impuestos de suma fija a los hogares, que luego son devueltos en forma de transferencias en la restricción presupuestaria de los mismos.

III.1. Los Hogares

Los hogares reciben utilidad del consumo del único bien final existente, c_t , y del tiempo dedicado a actividades no laborales (ocio), o_t . Se normaliza el tiempo asumiendo que las familias disponen de una unidad de tiempo que debe repartirse entre trabajo y ocio. Ello implica que $o_t = 1 - l_t$.

Las preferencias se representan mediante una función de utilidad, $u(c_t, o_t)$, que puede ser representada equivalentemente como $u(c_t, 1 - l_t)$; y cumple con las siguientes propiedades:

- Es creciente en sus argumentos, esto es, $u_c(c_t, 1 - l_t) > 0$ y $u_{1-l}(c_t, 1 - l_t) > 0$;
- Asume rendimientos marginales decrecientes, es decir, $\frac{\partial^2 u(c_t, 1 - l_t)}{\partial^2 c_t} < 0$ y $\frac{\partial^2 u(c_t, 1 - l_t)}{\partial^2 (1 - l_t)} < 0$;
- No admite soluciones de esquina.

Asimismo, se asume la siguiente forma funcional para la utilidad del hogar representativo³:

$$u(c_t, l_t) = \ln c_t + B(1 - l_t) \quad (1)$$

Donde $B > 0$.

Los individuos son los únicos agentes económicos con acceso al mercado externo, quienes suavizan el consumo mediante atesoramiento o desacumulación de activos externos, lo cual los hace vulnerables frente a shocks internacionales.

Además, se asume la existencia de costos de ajuste de inversión en capital fijo, dado la alta volatilidad verificada en las economías emergentes.

La restricción presupuestaria de los hogares en cada período está dada por:

$$c_t + x_t + \Phi(k_{t+1} - k_t) + \tau_t + a_{t+1} \leq w_t l_t + r_t^k k_t + (1 + r_t^{ext}) a_t + \pi_t \quad (2)$$

Donde k_t es el stock de capital físico, $x_t = k_{t+1} - (1 - \delta)k_t$ es la inversión o formación bruta de capital fijo, δ es la tasa de depreciación del stock de capital, $\Phi(k_{t+1} - k_t)$ es una función de costos de ajuste de la inversión en capital físico, tal que $\Phi(0) = 0$ y $\frac{\partial \Phi(0)}{\partial k_t} = 0$, τ_t son los impuestos de suma fija que cobra el gobierno, a_t es el stock de activos externos netos del hogar representativo, π_t son los beneficios de las empresas, y r_t^{ext} es la tasa de interés internacional relevante para los activos externos de la economía.

Dicha restricción presupuestaria de los hogares indica que los ingresos de los individuos, que se obtienen de la oferta de trabajo en el mercado laboral, la renta del capital, los retornos de los activos externos netos, y de las transferencias del gobierno, no deben superar a los gastos en consumo, inversión, activos externos y los costos de ajuste del capital. En el óptimo, los ingresos deben ser iguales a los gastos, de modo que la restricción presupuestaria esté balanceada para cada período temporal.

Luego, el problema del hogar representativo consiste en maximizar su utilidad esperada descontada sujeto a la restricción presupuestaria intertemporal, eligiendo una secuencia óptima de consumo, trabajo, capital y activos externos, dado el factor de descuento, β , los salarios, w_t , y las tasas de retorno del capital y de los activos externos, r_t^k y r_t^{ext} , respectivamente.

$$\text{Max}_{c_t, l_t, k_{t+1}, a_{t+1}} E_t [\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t, 1 - l_t)] \quad (3)$$

S. a

³ Función de utilidad al estilo Hansen (1985), separable en consumo y ocio.

$$c_t + x_t + \Phi(k_{t+1} - k_t) + \tau_t + a_{t+1} \leq w_t l_t + r_t^k k_t + (1 + r_t^{exr}) a_t + \pi_t \quad (4)$$

$$x_t = k_{t+1} - (1 - \delta)k_t \quad (5)$$

$$r_t^{exr} = r_t^* + \gamma \left[\exp\left(\bar{a} - \frac{a_t}{y_t}\right) - 1 \right]; \quad k_0 > 0 \text{ y } a_0 \text{ dado} \quad (6)$$

Donde $E_t[\cdot]$ es el valor esperado dado el conjunto de información disponible en t , y $\beta \in (0,1)$ es el factor de descuento subjetivo que representa la valoración relativa de la utilidad presente y futura que asignan los individuos. Particularmente, $u(c_t, 1 - l_t) = \ln c_t + B(1 - l_t)$, con $B > 0$ implica que las preferencias son separables en consumo y ocio.

La función de costos de ajuste de la inversión se define como $\Phi(k_{t+1} - k_t) = \frac{\phi}{2}(k_{t+1} - k_t)^2$, con $\phi \geq 0$.

III.2. Las Firmas

Las firmas o empresas disponen de una única tecnología de producción para un único bien, y_t , utilizando los factores de capital, k_t , y trabajo, l_t , que puede representarse mediante la función de producción $A_t f(k_t, l_t)$. Esta función de producción cumple con las propiedades neoclásicas de ser creciente en sus argumentos, presenta rendimientos marginales decrecientes, es homogénea de grado uno (rendimientos constantes a escala), y no admite soluciones de esquina. Específicamente,

- $f(k_t, l_t) \geq 0$ $f(0, l_t) = f(k_t, 0) = 0$
- $f_k(k_t, l_t) > 0$ $f_l(k_t, l_t) > 0$
- $f(\lambda k_t, \lambda l_t) = \lambda f(k_t, l_t)$ con $\lambda = 1$
- $\lim_{k \rightarrow \infty} f_k(k_t, l_t) = 0$ y $\lim_{k \rightarrow 0} f_k(k_t, l_t) = \infty$

El término A_t de la función de producción es un parámetro de escala que representa la productividad general de la economía, generalmente conocido como Productividad Total de los Factores (TFP). Se asume también que la productividad está dada por un proceso estocástico exógeno autorregresivo de orden uno, $\ln A_{t+1} = (1 - \rho_A) \ln \bar{A} + \rho_A \ln A_t + \varepsilon_{t+1}^A$ (AR1), donde \bar{A} es el valor esperado de la productividad, $\rho_A \in (0,1)$, y ε_{t+1}^A es una variable aleatoria tal que $E_t[\varepsilon_{t+1}^A] = 0$, $V[\varepsilon_t^A] = \sigma_A^2$ y $E_t[\varepsilon_i^A \varepsilon_j^A] = 0 \forall i \neq j$. Por lo tanto, ε_t^A es ruido blanco.

Particularmente, se asume una función de producción de tipo Cobb-Douglas, $f(k_t, l_t) = A_t k_t^\alpha l_t^{1-\alpha}$, donde $\alpha \in (0,1)$ representa la participación del capital en el producto.

La empresa busca maximizar los beneficios en cada período, y los transferirá a los hogares. Entonces, el problema de la firma es escoger una secuencia óptima de trabajo y capital, dados los salarios y el retorno del capital, en cada período t tal que:

$$\begin{aligned} \text{Max}_{l_t, k_t} \quad & A_t k_t^\alpha l_t^{1-\alpha} - w_t l_t - r_t^k k_t \end{aligned} \quad (7)$$

S. a

$$y_t = A_t f(k_t, l_t) \quad (8)$$

III.3. El Gobierno

El gobierno recauda impuestos de suma fija de los hogares. Con estos recursos efectúa gasto corriente, el cual se define exógenamente. A su vez, el presupuesto del gobierno se mantiene balanceado en cada período, y se asume que no emite ningún tipo de deuda pública.

Por lo tanto:

$$\tau_t = g_t \quad (9)$$

Donde el gasto público, g_t , sigue un proceso autorregresivo de orden uno, $\ln g_{t+1} = (1 - \rho_g) \ln \bar{g} + \rho_g \ln g_t + \varepsilon_{t+1}^g$ (AR1), donde \bar{g} es el valor esperado del gasto público, $\rho_g \in (0,1)$ y ε_t^g es ruido blanco.

III.4. El Sector Externo

A los efectos de evitar problemas de raíz unitaria, esto es, la imposibilidad de hallar el estado estacionario, se asume que la tenencia de activos netos diferente del nivel de estado estacionario se penaliza en el mercado internacional con una prima de riesgo. Los activos netos representan la riqueza externa del país y se supone que el sector externo no está dispuesto a asumir riesgos que no estén cubiertos con dichos activos.

Siguiendo a Schmitt-Grohe y Uribe (2002) se asume la siguiente forma funcional para la tasa de interés externa:

$$r_t^{ext} = r_t^* + \gamma \left[\exp \left(\bar{a} - \frac{a_t}{y_t} \right) - 1 \right] \quad (10)$$

Donde r_t^* es la tasa internacional libre de riesgo. En caso que $a_t < \bar{a}$ y $\gamma > 0$, entonces $r_t^{ext} > r_t^*$, es decir, se penaliza con una tasa de interés internacional mayor una menor tenencia de activos externos netos (en relación al nivel de estado estacionario).

La tasa de interés internacional libre de riesgo sigue un proceso autorregresivo de orden uno, $\ln r_{t+1}^* = (1 - \rho_r) \ln r^* + \rho_r \ln r^* + \varepsilon_{t+1}^r$ (AR1), donde r^* es el valor esperado de la tasa de interés internacional libre de riesgo, $\rho_r \in (0,1)$ y ε_t^r es ruido blanco.

III.5. Equilibrio Competitivo

En este modelo, el equilibrio competitivo se define como una secuencia óptima de precios $(r_t^k, r_t^{ext}, w_t)_{t=0}^{\infty}$ y cantidades $(y_t, c_t, l_t, k_{t+1}, a_{t+1})_{t=0}^{\infty}$, tales que se satisfacen las condiciones de óptimo, las restricciones presupuestarias y tecnológica y los mercados se vacían.

III.6. Solución del Equilibrio Competitivo

El problema de maximización de la utilidad de los hogares se resuelve mediante el método de Lagrange:

$$\mathcal{L} = \beta^t E_t \left\{ \ln c_t + B(1 - l_t) - \lambda_t \left[c_t + k_{t+1} - (1 - \delta)k_t + \frac{\phi}{2}(k_{t+1} - k_t)^2 + \tau_t + a_{t+1} - w_t l_t - r_t^k k_t - (1 + r_t^{ext})a_t - \pi_t \right] \right\} \quad (11)$$

Las condiciones de primer orden (CPO) del problema de maximización son:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial c_t} = \beta^t \left[\frac{1}{c_t} - \lambda_t \right] = 0 \quad (12)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial l_t} = \beta^t [-B + \lambda_t w_t] = 0 \quad (13)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial k_{t+1}} = \beta^{t+1} E_t [\lambda_{t+1} (1 - \delta + r_{t+1}^k + \phi(k_{t+2} - k_{t+1}))] - \beta^t \lambda_t [1 + \phi(k_{t+1} - k_t)] = 0 \quad (14)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial a_{t+1}} = \beta^{t+1} E_t [\lambda_{t+1} (1 + r_{t+1}^{ext})] - \beta^t \lambda_t = 0 \quad (15)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_t} = c_t + k_{t+1} - (1 - \delta)k_t + \frac{\phi}{2}(k_{t+1} - k_t)^2 + \tau_t + a_{t+1} - w_t l_t - r_t^k k_t - (1 + r_t^{ext})a_t - \pi_t = 0 \quad (16)$$

$$k_0 > 0 \text{ y } a_0 \text{ dado}$$

De (12) y (13) se obtiene la tasa marginal de sustitución óptima entre consumo y trabajo:

$$B c_t = w_t \quad (17)$$

De (12) y (14) se obtiene la condición de Euler del consumo:

$$\beta E_t \left[\frac{c_t (1 - \delta + r_{t+1}^k + \phi(k_{t+2} - k_{t+1}))}{c_{t+1} [1 + \phi(k_{t+1} - k_t)]} \right] = 1 \quad (18)$$

De (14) y (15) se obtiene una relación entre el precio del capital y el de los activos externos:

$$E_t [r_{t+1}^{ext}] = E_t [r_{t+1}^k - \delta + \phi(k_{t+2} - k_{t+1})] \quad (19)$$

Del problema de las firmas, que equivale a

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & A_t k_t^\alpha l_t^{1-\alpha} - w_t l_t - r_t^k k_t \\ & l_t, k_t \end{aligned}$$

Las CPO son:

$$\frac{\partial \pi_t}{\partial l_t} = (1 - \alpha) A_t k_t^\alpha l_t^{-\alpha} - w_t = 0 \quad (20)$$

$$\frac{\partial \pi_t}{\partial k_t} = \alpha A_t k_t^{\alpha-1} l_t^{1-\alpha} - r_t^k = 0 \quad (21)$$

De (20) se obtiene:

$$(1 - \alpha) \frac{y_t}{l_t} = w_t \quad (22)$$

De (21) se obtiene:

$$\alpha \frac{y_t}{k_t} = r_t^k \quad (23)$$

Por lo tanto, las firmas contratan factores hasta el punto en que el producto marginal de una unidad adicional se iguala a su costo marginal.

En resumen, el sistema de ecuaciones diferenciales estocásticas que caracteriza a esta economía es:

$$B c_t - w_t = 0$$

$$E_t[r_{t+1}^{ext}] - E_t[r_{t+1}^k - \delta + \phi(k_{t+2} - k_{t+1})] = 0$$

$$\beta E_t \left[\frac{c_t}{c_{t+1}} \frac{(1 - \delta + r_{t+1}^k + \phi(k_{t+2} - k_{t+1}))}{[1 + \phi(k_{t+1} - k_t)]} \right] - 1 = 0$$

$$A_t k_t^\alpha l_t^{1-\alpha} - w_t l_t - r_t^k k_t = 0$$

$$(1 - \alpha) \frac{y_t}{l_t} - w_t = 0$$

$$\alpha \frac{y_t}{k_t} - r_t^k = 0$$

$$x_t - k_{t+1} + (1 - \delta)k_t = 0$$

$$y_t - c_t - x_t - g_t - n x_t = 0$$

$$c_t + x_t + \Phi(k_{t+1} - k_t) + \tau_t + a_{t+1} - w_t l_t - r_t^k k_t - (1 + r_t^{ext})a_t = 0$$

$$r_t^{ext} - r_t^* - \gamma \left[\exp \left(\bar{a} - \frac{a_t}{y_t} \right) - 1 \right] = 0$$

$$\ln A_{t+1} - (1 - \rho_A) \ln \bar{A} - \rho_A \ln A_t - \varepsilon_{t+1}^A = 0$$

$$\ln g_{t+1} - (1 - \rho_g) \ln \bar{g} - \rho_g \ln g_t - \varepsilon_{t+1}^g = 0$$

$$\ln r_{t+1}^* - (1 - \rho_r) \ln r^* - \rho_r \ln r_t^* - \varepsilon_{t+1}^r = 0$$

III.7. El Estado Estacionario

El estado estacionario de una economía se define como aquel en el que los valores que adoptan las variables se mantienen constantes en el tiempo. Para el caso de variables aleatorias se asume que adoptan el valor de su esperanza matemática.

De las condiciones de equilibrio, se encuentra que de las ecuaciones (12) y (13) se tiene la relación entre consumo y ocio, $Bc_t = w_t$.

De las ecuaciones (14) y (15) se tiene la relación entre el precio del capital y el de los activos externos, $E_t[r_{t+1}^{ext}] = E_t[r_{t+1}^k - \delta + \phi(k_{t+2} - k_{t+1})]$. Por lo tanto, en el óptimo es indiferente invertir en capital físico local o en activos externos.

Además, dado que en el estado estacionario se tiene que $k_{t+2} = k_{t+1} = k_t$, $\Phi(0) = 0$ y $\frac{\partial \Phi(0)}{\partial k_t} = 0$, los costos de ajuste se anulan y no afectan marginalmente a la economía.

Finalmente, de las ecuaciones (20) y (21) se tiene que $\pi_t = 0$ para todos los períodos, ya que por homogeneidad de grado uno de la función de producción, $y_t = w_t l_t - r_t^k k_t$.

Seguidamente, las variables del modelo se expresan en su nivel de estado estacionario:

III.7.1. Inversión

$$x^{ss} = k^{ss} - (1 - \delta)k^{ss} = \delta k^{ss} \quad (24)$$

III.7.2. Salario

$$w^{ss} = (1 - \alpha)\bar{A}(k^{ss})^\alpha (l^{ss})^{-\alpha} \quad \text{ó} \quad w^{ss} = (1 - \alpha) \frac{y^{ss}}{l^{ss}} \quad (25)$$

III.7.3. Consumo

$$c^{ss} = \frac{w^{ss}}{B} = \frac{(1 - \alpha)\bar{A}(k^{ss})^\alpha (l^{ss})^{-\alpha}}{B} = \frac{(1 - \alpha)y^{ss}}{Bl^{ss}} \quad (26)$$

III.7.4. Ratio Consumo / Producto

$$\frac{c^{ss}}{y^{ss}} = \frac{(1 - \alpha)}{Bl^{ss}} \quad (27)$$

III.7.5. Capital

De la ecuación de Euler se obtiene que $\frac{E_t[c_{t+1}]}{\beta c_t} = \frac{1-\delta+E_t[r_{t+1}^k]+\phi E_t[k_{t+2}-k_{t+1}]}{1+\phi E_t[k_{t+1}]-\phi k_t}$. Entonces, en estado estacionario:

$$\frac{c^{ss}}{\beta c^{ss}} = \frac{1-\delta+r^k+\phi[k^{ss}-k^{ss}]}{1+\phi[k^{ss}-k^{ss}]}$$

$$\frac{1}{\beta} = 1-\delta+r^k$$

$$\frac{1}{\beta} = 1-\delta+\alpha\bar{A}(k^{ss})^{\alpha-1}(l^{ss})^{1-\alpha} \Rightarrow \frac{1}{\beta}-1+\delta = \alpha\bar{A}\left(\frac{l^{ss}}{k^{ss}}\right)^{1-\alpha}$$

$$\frac{1-\beta(1-\delta)}{\alpha\beta\bar{A}} = \left[\frac{l^{ss}}{k^{ss}}\right]^{1-\alpha} \Rightarrow \left[\frac{1-\beta(1-\delta)}{\alpha\beta\bar{A}}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}} = \frac{l^{ss}}{k^{ss}}$$

$$k^{ss} = \left[\frac{\alpha\beta\bar{A}}{1-\beta(1-\delta)}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}} l^{ss} \quad (28)$$

También debe cumplirse $\frac{1}{\beta} = 1+r^*$.

III.7.6. Ratio Capital / Producto

$$\frac{k^{ss}}{y^{ss}} = \frac{k^{ss}}{\bar{A}(k^{ss})^\alpha(l^{ss})^{1-\alpha}} = \frac{1}{\bar{A}} \left[\frac{k^{ss}}{l^{ss}}\right]^{1-\alpha} = \frac{\alpha\beta\bar{A}}{\bar{A}[1-\beta(1-\delta)]}$$

$$\frac{k^{ss}}{y^{ss}} = \frac{\alpha\beta}{1-\beta(1-\delta)} \quad (29)$$

III.7.7. Ratio Inversión / Producto

$$\frac{x^{ss}}{y^{ss}} = \frac{\delta k^{ss}}{\bar{A}(k^{ss})^\alpha(l^{ss})^{1-\alpha}} = \frac{\delta}{\bar{A}} \left[\frac{k^{ss}}{l^{ss}}\right]^{1-\alpha} = \frac{\delta\alpha\beta\bar{A}}{\bar{A}[1-\beta(1-\delta)]}$$

$$\frac{x^{ss}}{y^{ss}} = \frac{\delta\alpha\beta}{1-\beta(1-\delta)} \quad (30)$$

III.7.8. Tasa de Interés Internacional

En estado estacionario se asume que $\frac{a_t}{y_t} = \bar{a}$, entonces $(r^{ext})^{ss} = r^*$. Es decir, en estado estacionario la tasa de interés relevante para la tenencia de activos externos es la tasa internacional libre de riesgo.

III.7.9. Activos Externos y Balanza Comercial

La restricción agregada de la economía en su estado estacionario es $c^{ss} + x^{ss} + \bar{g} = y^{ss} + (r^{ext})^{ss} a^{ss}$.

Como se vio anteriormente, $c^{ss} + x^{ss} + \bar{g} = y^{ss} + r^* a^{ss}$.

Entonces se tiene que:

$$\frac{r^* a^{ss}}{y^{ss}} = \frac{c^{ss}}{y^{ss}} + \frac{x^{ss}}{y^{ss}} + \frac{\bar{g}}{y^{ss}} - 1 \quad (31)$$

La identidad macroeconómica básica de una economía abierta dice que $y = c + x + g + nx$, donde nx representa las exportaciones netas. Por lo tanto, en estado estacionario se tiene $-\frac{(nx)^{ss}}{y^{ss}} = \frac{c^{ss}}{y^{ss}} + \frac{x^{ss}}{y^{ss}} + \frac{\bar{g}}{y^{ss}} - 1$, entonces $-(nx)^{ss} = r^* a^{ss}$. Los retornos de los activos externos equivalen al negativo del saldo de la balanza comercial. Esto es, la suma de la balanza comercial y la remuneración neta de factores (la cuenta corriente) es igual a cero, e igual a la cuenta capital, que se define como la variación de los activos externos netos, y por definición es cero en estado estacionario.

III.8. Log-linearización del Estado Estacionario

Las ecuaciones log-linearizadas alrededor del estado estacionario son:

$$\tilde{c}_t - \frac{w^{ss}}{BC^{ss}} \tilde{w}_t = 0$$

$$\tilde{y}_t - \tilde{A}_t - \alpha \tilde{k}_t - (1 - \alpha) \tilde{l}_t = 0$$

$$\tilde{w}_t - \tilde{y}_t + \tilde{l}_t = 0$$

$$\tilde{r}_t^k - \tilde{y}_t + \tilde{k}_t = 0$$

$$\delta \tilde{x}_t - \tilde{k}_{t+1} + (1 - \delta) \tilde{k}_t = 0$$

$$-\frac{r^* a^{ss}}{y^{ss}} \tilde{n} \tilde{x}_t - \tilde{y}_t + \frac{c^{ss}}{y^{ss}} \tilde{c}_t + \frac{x^{ss}}{y^{ss}} \tilde{x}_t + \tilde{g} \tilde{g}_t = 0$$

$$c^{ss} \tilde{c}_t + x^{ss} \tilde{x}_t + \tilde{g} \tilde{g}_t + \bar{a} \tilde{a}_{t+1} - w^{ss} l^{ss} (\tilde{l}_t + \tilde{w}_t) - (r^* + \delta) k^{ss} \tilde{k}_t - (r^* + \delta) k^{ss} \tilde{r}_t^k - \bar{a} (1 + r^*) \tilde{a}_t - \bar{a} r^* \tilde{r}_t^{ext} = 0$$

$$r^* \tilde{r}_t^{ext} - r^* \tilde{r}_t^* + \gamma \bar{a} \tilde{a}_t - \gamma \bar{a} \tilde{y}_t = 0$$

$$E_t[r^* \tilde{r}_{t+1}^{ext} - (r^* + \delta) \tilde{r}_{t+1}^k - \phi k^{ss} \tilde{k}_{t+2} + \phi k^{ss} \tilde{k}_{t+1}] = 0$$

$$E_t[\tilde{c}_t + r^* \tilde{c}_t - \tilde{c}_{t+1} - r^* \tilde{c}_{t+1} + (r^* + \delta) \tilde{r}_{t+1}^k + \phi k^{ss} \tilde{k}_{t+2} - (2 + r^*) \phi k^{ss} \tilde{k}_{t+1} + (1 + r^*) \phi k^{ss} \tilde{k}_t] = 0$$

$$-\tilde{A}_{t+1} + \rho_A \tilde{A}_t + \varepsilon_{t+1}^A = 0$$

$$-\tilde{g}_{t+1} + \rho_g \tilde{g}_t + \varepsilon_{t+1}^g = 0$$

$$-\tilde{r}_{t+1}^* + \rho_r \tilde{r}_t^* + \varepsilon_{t+1}^r = 0$$

IV. Metodología de Estimación

Para la estimación del modelo se sigue un procedimiento basado en Prada Sarmiento (2005); Schmitt-Grohe y Uribe (2002); Uhlig (1999); y Cooley y Prescott (1995).

A continuación se presenta el procedimiento efectuado.

IV.1. Calibración de los Parámetros

IV.1.1. Depreciación del Capital, δ

Como se vio anteriormente, en estado estacionario, $x^{ss} = \delta k^{ss}$. El parámetro depreciación del capital se calibra usando el ratio Inversión/Capital. Como inversión se toma la formación bruta de capital fijo, obtenida de las Cuentas Nacionales que publica periódicamente el INDEC. Para el stock de capital, se genera una serie asumiendo una depreciación trimestral de 0.018, que significa una depreciación anual de 7.4%.

IV.1.2. Tiempo de Trabajo, l^{ss}

Se toma el promedio de horas trabajadas por semana de la población con ingresos de la ocupación principal para el período considerado (2004:1 – 2017:4) de la información brindada por la EPH-C, que publica el INDEC. El promedio de horas trabajadas por semana es de 39.6. Dado que la semana tiene 168 horas, el parámetro l^{ss} se calibra de modo que coincida con los datos observados para la economía argentina, esto es $l^{ss} = \frac{39.6}{168} \cong 0.236$.

Esto significa que aproximadamente un 24% del tiempo se destina a actividades laborales remuneradas.

IV.1.3. Factor de Descuento, β

El factor de descuento se calibra para reproducir la siguiente relación $\frac{x^{ss}}{y^{ss}}$ de estado estacionario. El factor de descuento que reproduce dicha relación está dado por la

siguiente expresión $\beta = \frac{\frac{x^{ss}}{y^{ss}}}{(1-\delta)\frac{x^{ss}}{y^{ss}} + \delta\alpha}$.

De los datos obtenidos de las Cuentas Nacionales se obtiene un $\beta \cong 0.974$.

IV.1.4. Remuneración del Trabajo en el Producto, $(1-\alpha)$

De la función de producción Cobb-Douglas se halla que $\frac{w^{ss}l^{ss}}{y^{ss}} = (1-\alpha)$, siendo α la participación del capital en el producto. Luego, la participación del trabajo en el ingreso total se toma del trabajo de Katz, Lanteri y Vargas (2007), donde se asigna un valor de $1-\alpha = 0.52$, que implica un $\alpha = 0.48$.

IV.1.5. Utilidad Marginal del Ocio, B

Del estado estacionario se obtiene que $\frac{c^{ss}}{y^{ss}} = \frac{(1-\alpha)}{Bl^{ss}}$, por lo tanto se sigue que $B = \frac{(1-\alpha)y^{ss}}{l^{ss}c^{ss}} = \frac{(1-\alpha)}{l^{ss}\frac{c^{ss}}{y^{ss}}}$. Entonces, la razón consumo/producto para Argentina en el período bajo estudio es, en promedio, constante e igual a $\frac{c^{ss}}{y^{ss}} \cong 0.695$. Luego, con $l^{ss} \cong 0.24$ y $\alpha = 0.48$, se estima una utilidad marginal del ocio de $B \cong 3.174$.

IV.1.6. Tasa de Interés Internacional de Estado Estacionario, $(r^{ext})^{ss}$

De las CPO surge que $1+r^* = \frac{1}{\beta} \Rightarrow r^* = \frac{1-\beta}{\beta}$. Dado que β calibrado trimestralmente es $\beta \cong 0.974$, entonces se tiene que $r^* \cong 0.027$. Esto significa que la tasa de interés trimestral es 2.7%, que anualizada representa aproximadamente un 10.9%.

IV.1.7. Activos Externos Netos de Estado Estacionario, \bar{a}

Tal como se vio en párrafos anteriores, en estado estacionario se tiene que $-\frac{(nx)^{ss}}{y^{ss}} = \frac{r^*a^{ss}}{y^{ss}}$. En el lapso temporal 2004:1-2017:4, la balanza comercial representa, en promedio, el -0.9% del PIB. Por lo tanto, como $\frac{a^{ss}}{y^{ss}} = \bar{a} = -\frac{(nx)^{ss}}{r^*y^{ss}}$, surge de la calibración efectuada que $\bar{a} \cong 0.329$.

IV.1.8. Parámetros del Proceso de Productividad, \bar{A}, ρ_A y σ_A

La productividad total de la economía sigue un proceso autorregresivo de orden uno, $\ln A_{t+1} = (1-\rho_A)\ln \bar{A} + \rho_A \ln A_t + \varepsilon_{t+1}^A$ (AR1).

La calibración del parámetro ρ_A se realiza a partir de la estimación de la productividad total obtenida de la función de producción Cobb-Douglas, donde $\ln A = \ln y_t - \alpha \ln k_t - (1-\alpha)\ln l_t$.

Al estimar el proceso autorregresivo de la productividad total se tiene que $\rho_A \cong 0.906$ y el desvío estándar de los residuos de la regresión es $\sigma_A \cong 0.019$. Cabe notar que el parámetro de escala \bar{A} se normaliza (esto es, se iguala a la unidad).

IV.1.9. Parámetros del Proceso de Gasto Público, \bar{g}, ρ_g y σ_g

El parámetro \bar{g} se calibra de modo tal que reproduzca la relación Gasto Público/PIB para la economía argentina en el período 2004:1-2017:4. Se tiene entonces que $\bar{g} \cong 0.12$.

El gasto público también sigue un proceso autorregresivo de orden uno,

$$\ln g_{t+1} = (1 - \rho_g) \ln \bar{g} + \rho_g \ln g_t + \varepsilon_{t+1}^g.$$

El parámetro ρ_g se calibra a partir de la estimación del modelo de regresión AR(1) para el componente cíclico del gasto público, obtenido de la aplicación del filtro HP a la serie trimestral del logaritmo natural del gasto público. Por último, la calibración del parámetro $\sigma_g \cong 0.011$ surge del desvío estándar de los residuos de dicha regresión, que tiene intercepto no significativo, coeficiente de autocorrelación $\rho_g \cong 0.542$ significativo, y residuos que son ruido blanco.

IV.1.10. Parámetros del Proceso Exógeno de Tasa de Interés Libre de Riesgo, r^* , ρ_r y σ_r

Anteriormente, se vio que en estado estacionario $(r^{ext})^{ss} = r^*$, por lo tanto $r^* = \frac{1-\beta}{\beta}$. De la calibración de parámetro β se tiene que $r^* \cong 0.027$. Es decir, la tasa internacional libre de riesgo del modelo es aproximadamente 2.7% trimestral o 10.9% anual.

Empíricamente, puede considerarse una tasa internacional libre de riesgo la de las Letras del Tesoro de Estados Unidos (US Treasury Bills). La tasa trimestral promedio de los US Treasury Bills en el mercado secundario para el período 2004:1-2017:4 es $r^{ustb} \cong 0.012$, es decir, aproximadamente 1.2% trimestral. Esto indica que la calibración obtenida es mayor que lo observado en los datos, pero puede considerarse razonable si se tiene en cuenta las dificultades que ha atravesado la economía argentina en materia de deuda externa y acceso al mercado internacional del crédito. No obstante, se utiliza la serie trimestral de US Treasury Bills y se estima una regresión sobre el ciclo de dicha tasa internacional libre de riesgo, obtenido de la aplicación del filtro HP, asumiendo que esta tasa sigue un proceso autorregresivo de orden uno (AR1). Los resultados de la regresión arrojan un intercepto no significativo, un coeficiente de autocorrelación $\rho_r \cong 0.907$ significativo, y un desvío estándar $\sigma_r \cong 0.003$.

IV.1.11. Costo de Ajuste, ϕ , y Prima de Riesgo, γ

Los resultados del modelo son sensibles a la elección de estos parámetros, ya que cambios en dichos parámetros cambian las volatilidades simuladas de ciertas variables del modelo, tales como la razón balanza comercial/PIB, la tasa de interés internacional, la inversión, y el producto (PIB) en menor medida.

Es necesario un valor positivo de ϕ para reducir la volatilidad excesiva de la inversión y del capital que presenta este tipo de modelos en ausencia de estos costos de ajuste. Asimismo, la presencia de estos costos de ajuste disminuye la volatilidad de la tasa de interés externa, r_t^{ext} y del ratio balanza comercial/PIB en relación a un modelo que no incorpora costos de ajuste. A su vez, el parámetro γ también afecta las volatilidades del modelo.

De acuerdo con el trabajo de Schmitt-Grohe y Uribe (2002) se opta por un $\phi = 0.028$. En dicho trabajo, los autores mencionados utilizan un $\gamma = 0.000742$, pero con un valor tan reducido de ese parámetro se genera en el modelo volatilidad excesiva de balanza comercial, producto, inversión, etc. Por ello, siguiendo el trabajo de Prada Sarmiento (2005), se escoge un $\gamma = 0.316$.

Cuadro N° 3. Modelo SOE: Parámetros calibrados (*)

Descripción	Valor
Depreciación	$\delta = 0.018$
Fracción horas de trabajo	$l^{ss} = 0.236$
Factor de descuento	$\beta = 0.974$
Elasticidad capital-producto	$\alpha = 0.48$
Utilidad marginal del trabajo	$B = 3.174$
Tasa de interés internacional libre de riesgo	$r^* = 0.027$
Activos externos netos (bonos) de estado estacionario	$\bar{a} = 0.329$
Productividad total de estado estacionario	$\bar{A} = 1$
Gasto público promedio	$\bar{g} = 0.12$
Costos de ajuste	$\phi = 0.028$
Prima de riesgo	$\gamma = 0.316$

Nota: (*) La calibración es trimestral.

Fuente: Elaboración propia en base a INDEC, Federal Reserve Bank of St. Louis, Schmitt-Grohe y Uribe (2002), y Prada Sarmiento (2005).

IV.2. Sistema Log-linearizado en Forma Matricial y Aproximación Computacional

De las condiciones halladas en el equilibrio se infiere que es difícil encontrar una solución analítica cerrada para el sistema de ecuaciones diferenciales estocásticas que representa el equilibrio competitivo del modelo. Por ello, se necesita una solución computacional. En este trabajo se emplea el procedimiento de log-linearización de las condiciones de óptimo alrededor del estado estacionario. Se utiliza para esto el método de solución de Uhlig implementado en MATLAB, en el que se introducen los valores de los parámetros calibrados, las ecuaciones de estado estacionario y las ecuaciones log-lineales de la siguiente forma:

$$AX_t + BX_{t-1} + CY_t + DZ_t = 0 \quad (32)$$

$$FE_t X_{t+1} + GX_t + HX_{t-1} + JE_t Y_{t+1} + KY_t + LE_t Z_{t+1} + MZ_t = 0 \quad (33)$$

$$Z_{t+1} = NZ_t + \varepsilon_{t+1} \quad (34)$$

$$\text{Con } E_t[\varepsilon_t] = 0$$

Donde $X_t, Y_t, Z_t, \varepsilon_t$ son matrices que contienen respectivamente las variables endógenas de estado del modelo $(\tilde{k}_{t+1}, \tilde{a}_{t+1})$, las variables endógenas de control $(\tilde{y}_t, \tilde{c}_t, \tilde{l}_t, \tilde{x}_t, \tilde{w}_t, \tilde{n}x_t, \tilde{r}_t^{ext}, \tilde{r}_t^k)$, las variables exógenas afectadas por el shock estocástico $(\tilde{A}_t, \tilde{g}_t, \tilde{r}_t^*)$, y los shocks estocásticos $(\varepsilon_t^A, \varepsilon_t^g, \varepsilon_t^r)$.

Luego, el modelo tiene una solución que puede expresarse de la siguiente forma:

$$X_t = PX_{t-1} + QZ_t \quad (35)$$

$$Y_t = RX_{t-1} + SZ_t \quad (36)$$

$$Z_{t+1} = NZ_t + \varepsilon_{t+1} \quad (37)$$

Donde,

$$P = \begin{bmatrix} 0.9484 & 0.0108 \\ 0.7790 & 0.0089 \end{bmatrix} \quad Q = \begin{bmatrix} 0.1219 & -0.0039 & -0.0027 \\ 0.2519 & 0.0117 & 0.2300 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} 0.2436 & -0.0164 \\ 0.6982 & 0.0151 \\ -0.4546 & -0.0316 \\ -1.8609 & 0.5994 \\ 0.6982 & 0.0151 \\ 20.3149 & -2.5929 \\ 0.9446 & -3.9407 \\ -0.7564 & -0.0164 \end{bmatrix} \quad S = \begin{bmatrix} 1.6171 & 0.0102 & 0.0021 \\ 0.4303 & -0.0094 & -0.0019 \\ 1.1868 & 0.0196 & 0.0040 \\ 6.7589 & -0.2181 & -0.1470 \\ 0.4303 & -0.0094 & -0.0019 \\ 0.2382 & -1.1156 & 0.5770 \\ 6.2697 & 0.0395 & 1.0080 \\ 1.6171 & 0.0102 & 0.0021 \end{bmatrix}$$

V. Resultados

V.1. Resultados Cualitativos. Shocks Estocásticos y Funciones Impulso-Respuesta

Un enfoque muy útil que se deriva de la solución computacional del modelo es el análisis impulso respuesta. En principio, se asume que la economía en cuestión se encuentra en estado estacionario en el período inicial (período 0), y en el período siguiente (período 1) recibe un único shock exógeno de un desvío estándar.

Vale mencionar que el modelo RBC admite tres tipos shocks: shock de productividad, de gasto público y de tasa de interés internacional. En el presente trabajo se analizan los efectos de estos tres tipos de shocks mencionados.

Entonces, los procesos autorregresivos del modelo reciben los shocks exógenos de la siguiente forma:

$$q_{t+1} = (1 - \rho_q)\bar{q} + \rho_q q_t + \varepsilon_{t+1}^q \quad (38)$$

Donde $q = A, g, r^*$, y el shock está representado por ε_{t+1}^q .

Para generar funciones impulso respuesta se asumen secuencias con estructura $\varepsilon^q = \{\sigma_q, 0, 0, \dots\}$.

Los impulsos respuesta pueden interpretarse como la reacción (en términos de desvío del estado estacionario) de las variables endógenas del modelo a un único shock de un desvío estándar en las variables exógenas del sistema. Aquí se asume que los shocks son ortogonales entre sí, es decir, no están correlacionados entre ellos. Adicionalmente, la solución del modelo a través del método de log-linearización posibilita interpretar los impulsos respuesta en términos de desvíos porcentuales de las variables con respecto a su valor de estado estacionario en presencia de un shock no esperado.

V.1.1. Shock de Productividad

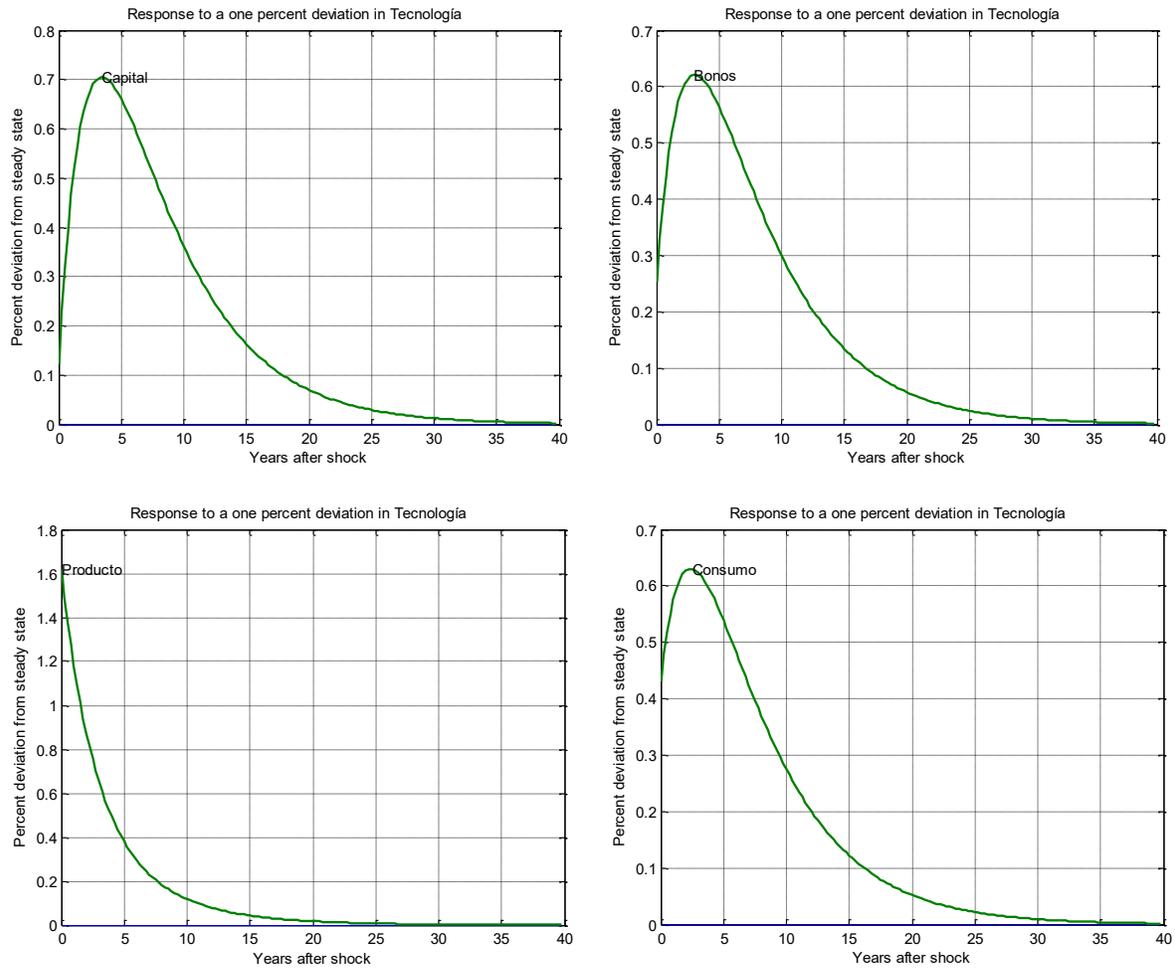
Un shock positivo de productividad produce un aumento de la demanda de factores (trabajo y capital) por parte de las firmas. Dados valores iniciales de w_t y r_t^k , se incrementan los precios y las cantidades de equilibrio; consecuentemente aumenta el producto, y_t .

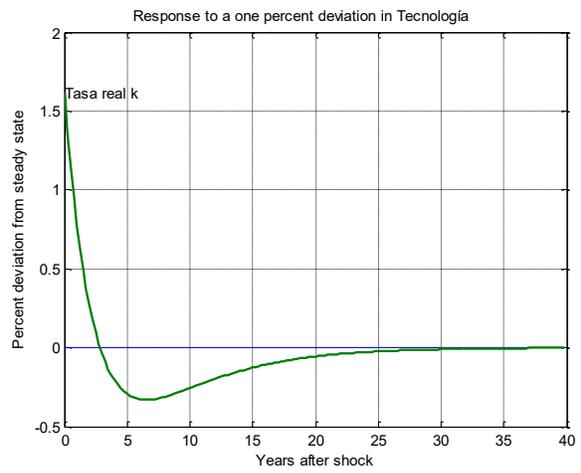
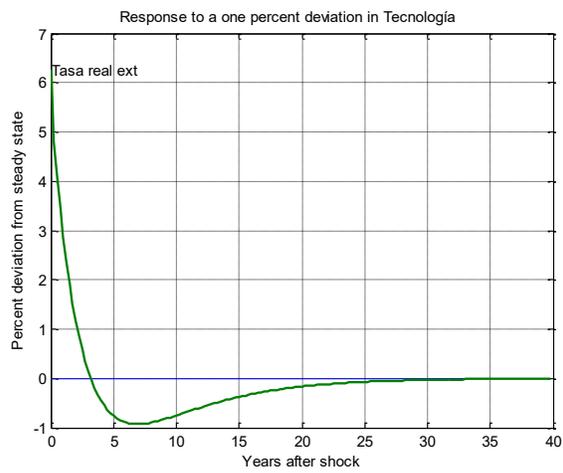
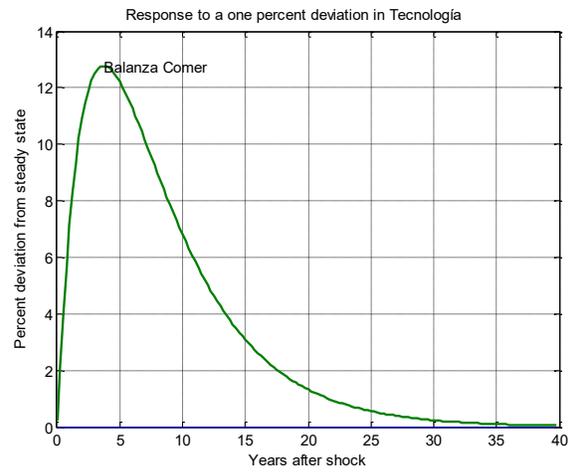
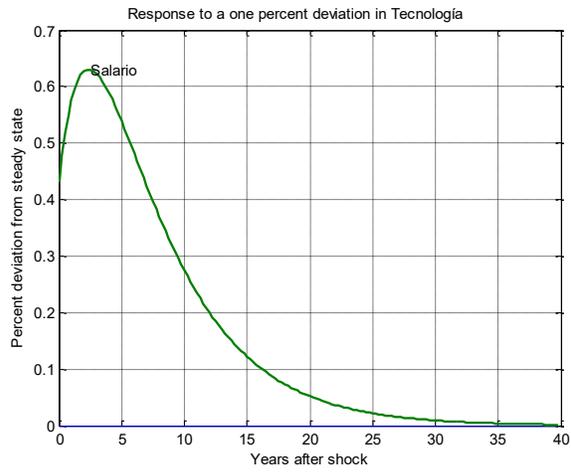
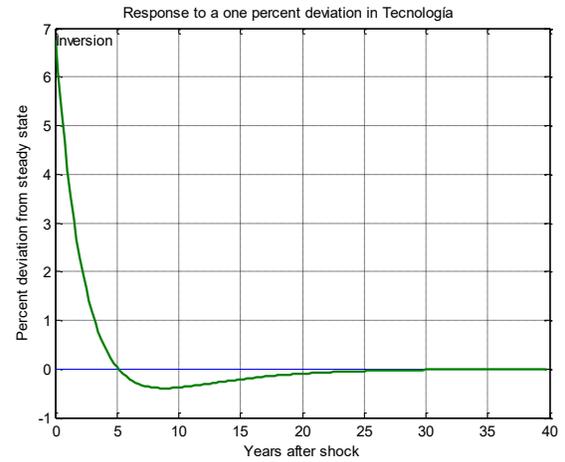
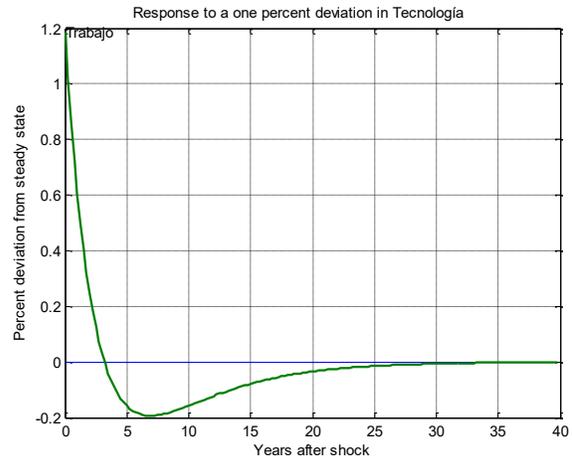
El aumento del salario provoca un incremento del consumo (efecto ingreso positivo). Asimismo, el ocio se encarece con respecto a las horas trabajadas. Existe un efecto sustitución, los hogares sustituyen ocio por consumo presente, por lo tanto ofrecen una mayor cantidad de horas de trabajo en el mercado laboral.

Como resultado del incremento en el retorno del capital, aumenta la inversión y consecuentemente el stock de capital.

El aumento del producto se refleja en una mejora del saldo de la balanza comercial, por lo tanto, se reduce la tenencia de activos externos netos de la economía.

Gráfico N° 4. Funciones Impulso-Respuesta a un shock de productividad de los factores ε_{t+1}^A (de 1 sd)





Fuente: Elaboración propia.

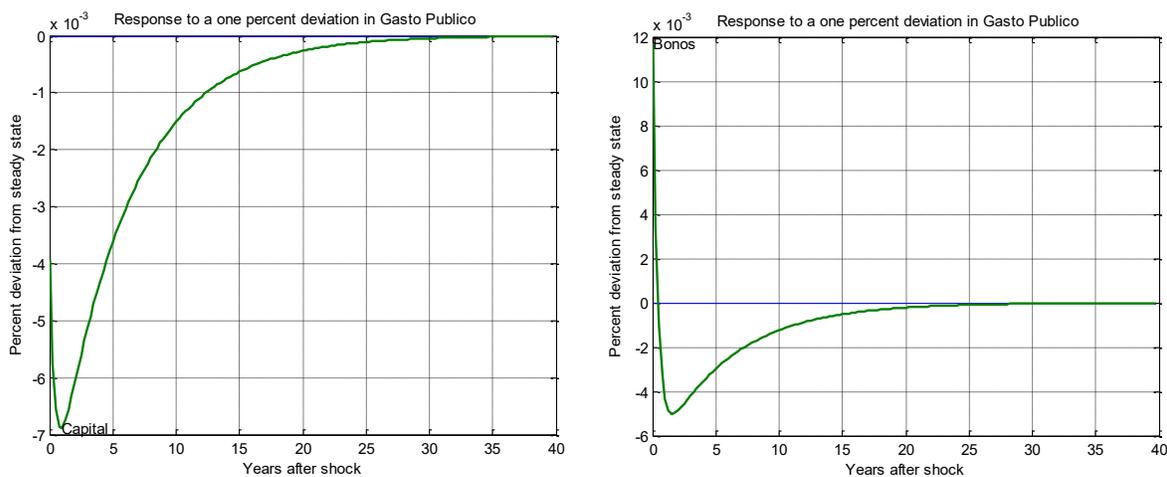
V.1.2. Shock de Gasto Público

Un aumento no esperado del gasto público (i.e. un shock fiscal, ε_{t+1}^g) produce una caída en el ingreso de los hogares, ya que el presupuesto balanceado del gobierno se financia con impuestos de suma fija que recauda de los mismos. Este efecto ingreso negativo para las familias origina una caída del consumo y un aumento de la oferta de trabajo⁴, que genera a su vez una caída de los salarios y un aumento del producto. Por lo tanto, hay un efecto crowding out. La utilización de recursos de la economía para financiar gasto público corriente provoca un aumento de tasas de interés, que produce una disminución de la inversión y del stock de capital.

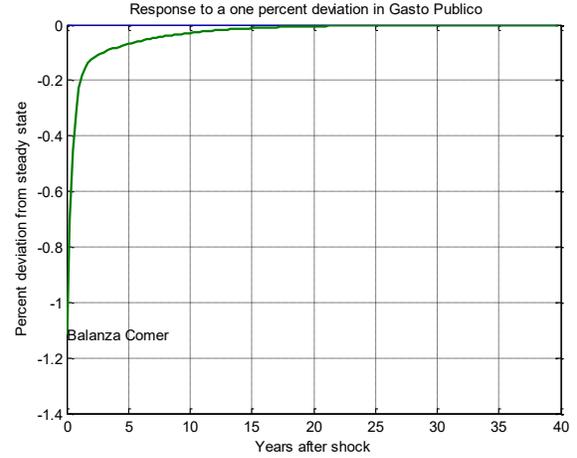
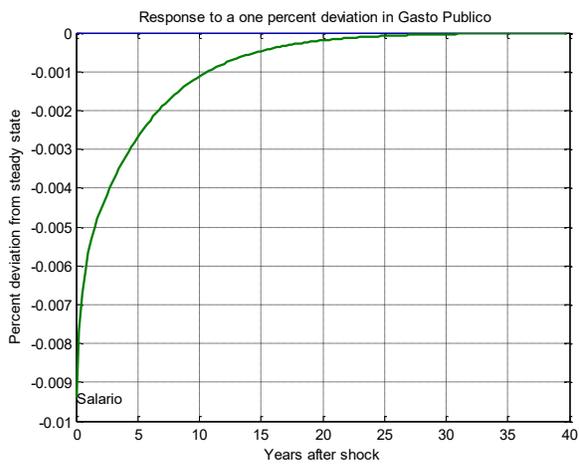
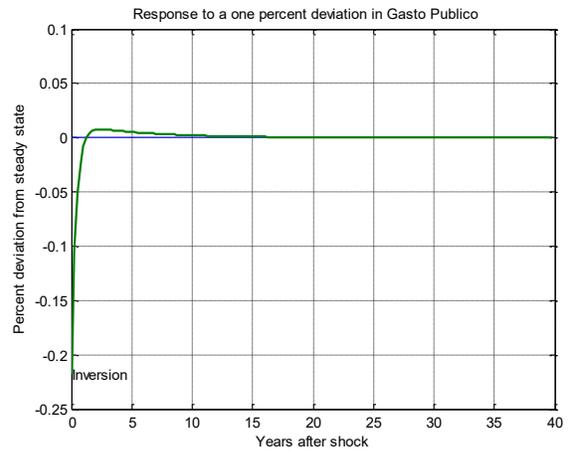
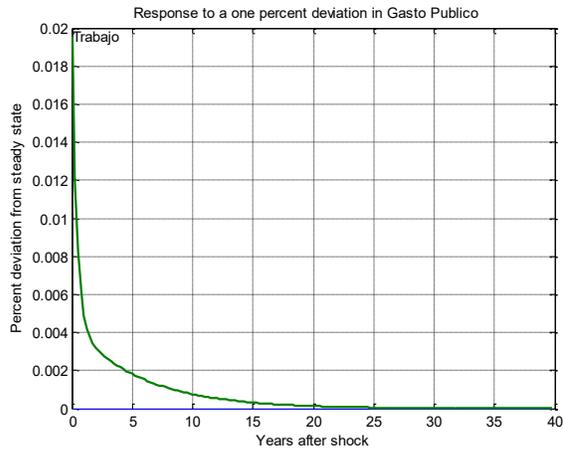
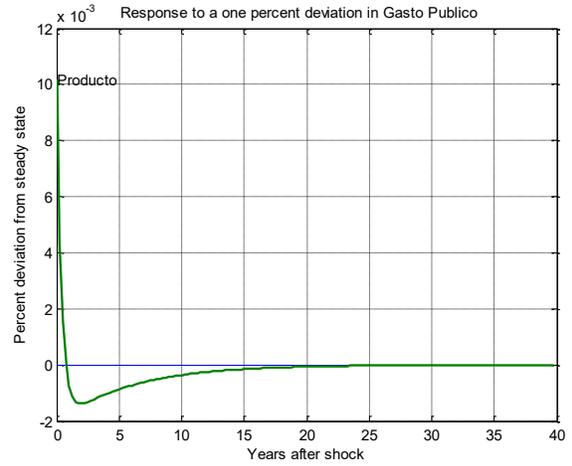
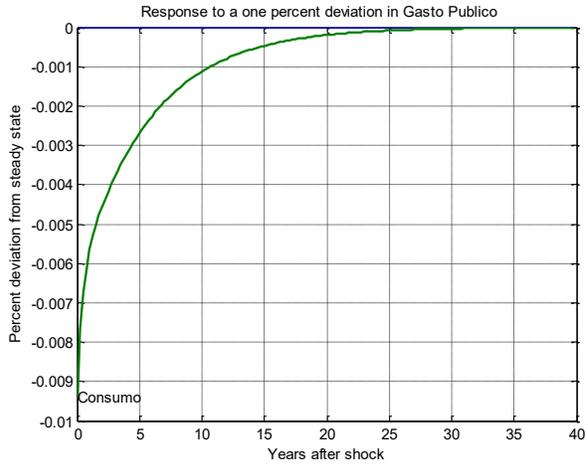
El aumento del producto conjuntamente con una reducción del consumo y la inversión debería ocasionar una mejora en la posición de la balanza comercial, pero posiblemente es compensada por un incremento de las importaciones por aumento del producto. Además, para financiar el mayor gasto público, las familias deben aumentar su tenencia de bonos, por lo tanto, el aumento de la demanda de bonos genera una caída de la tasa de interés externa de la economía.

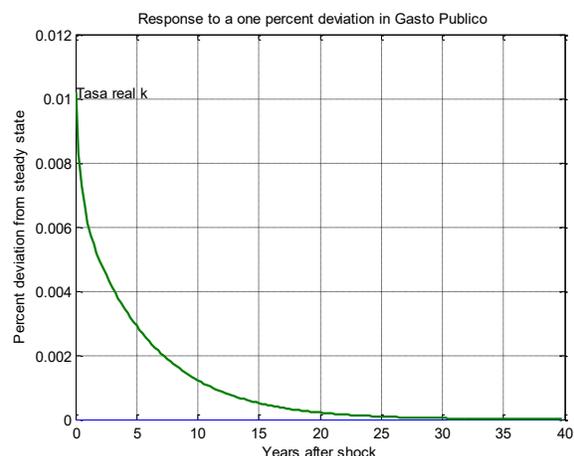
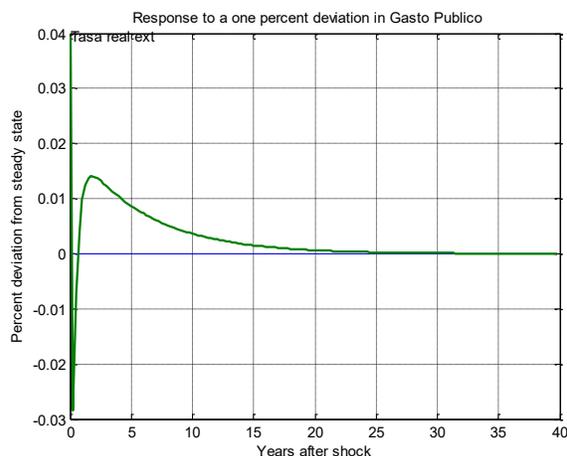
Por último, cabe mencionar que los efectos del shock no esperado del gasto público desaparecen después de 25 a 30 períodos.

Gráfico N° 5. Funciones Impulso-Respuesta a un shock de gasto público ε_{t+1}^g (de 1 sd)



⁴ El ocio y el consumo se consideran “bienes normales”.





Fuente: Elaboración propia.

V.1.3. Shock de Tasa de Interés Internacional

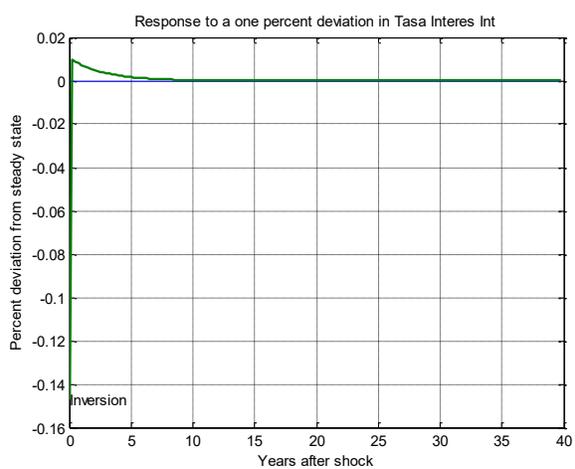
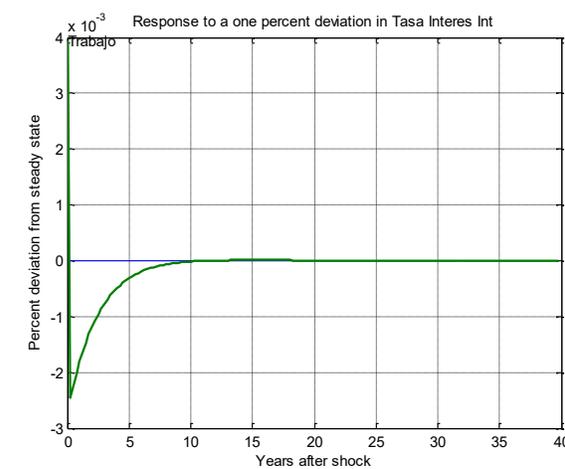
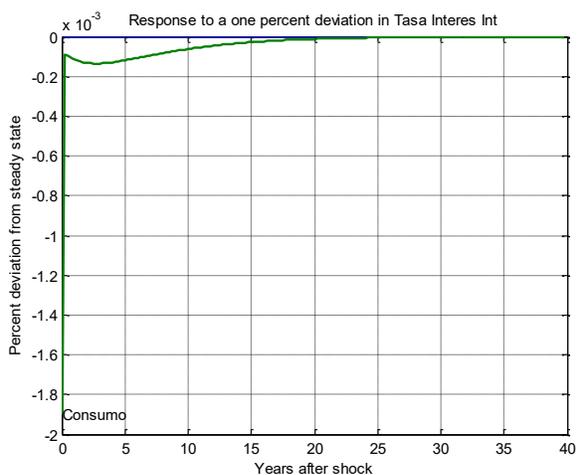
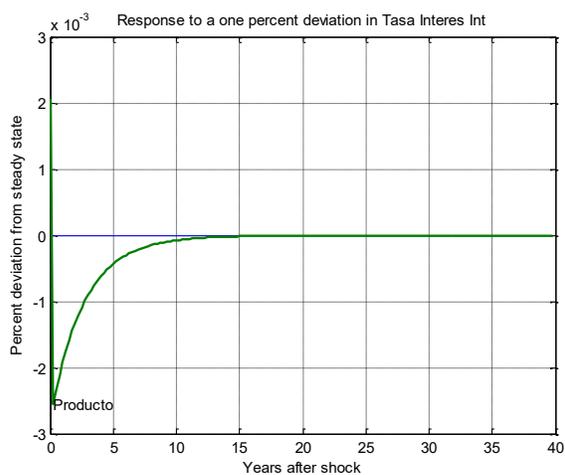
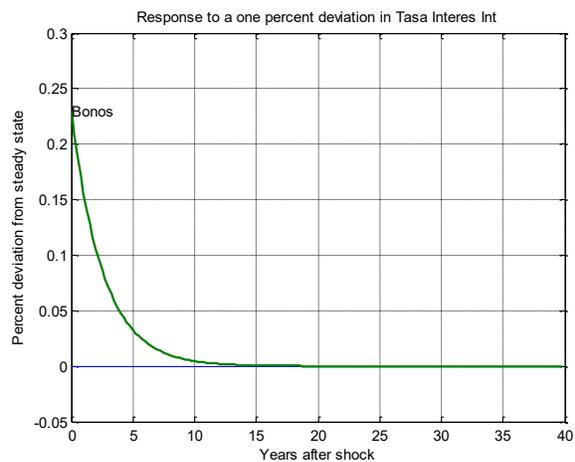
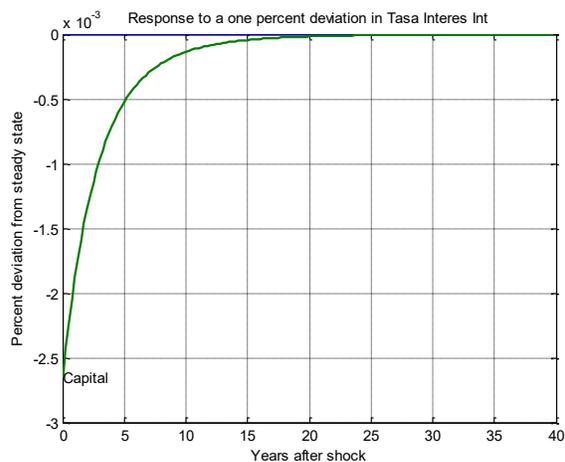
Un incremento exógeno de la tasa de interés internacional libre de riesgo genera un aumento inmediato de la tasa de interés correspondiente a los activos externos de la economía, r^{ext} . Dado que la calibración utilizada reproduce una balanza comercial débilmente negativa en estado estacionario, la economía simulada mantiene una tenencia de activos externos netos positiva. Por lo tanto, el incremento en los retornos de dichos activos genera incentivos a que las familias incrementen sus tenencias (acumulación), y consecuentemente, el saldo de la balanza comercial desmejora. El aumento de la inversión en activos financieros provoca una caída de la inversión física, por lo tanto, cae el stock de capital físico y se incrementa su retorno.

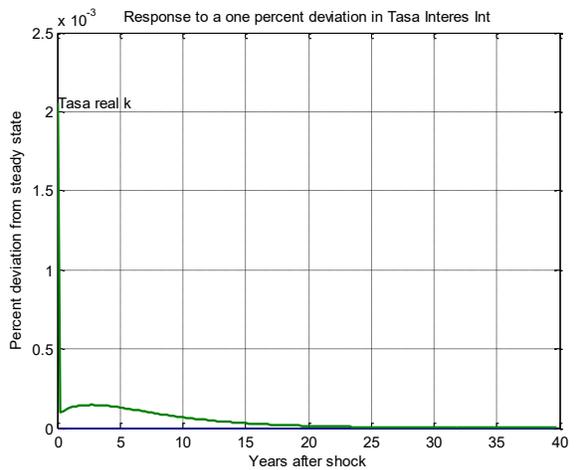
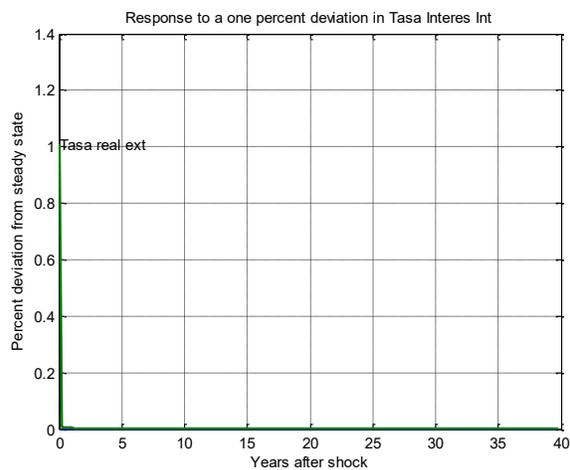
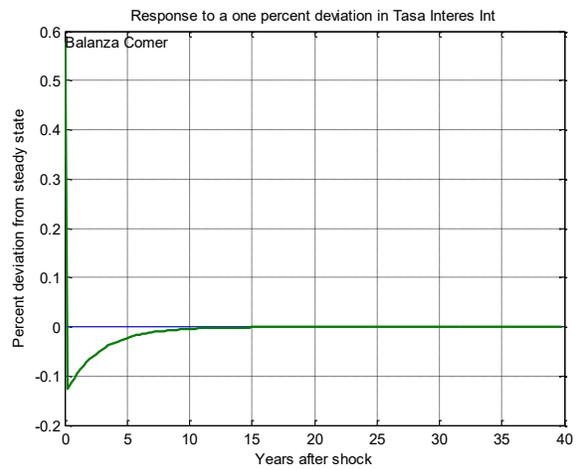
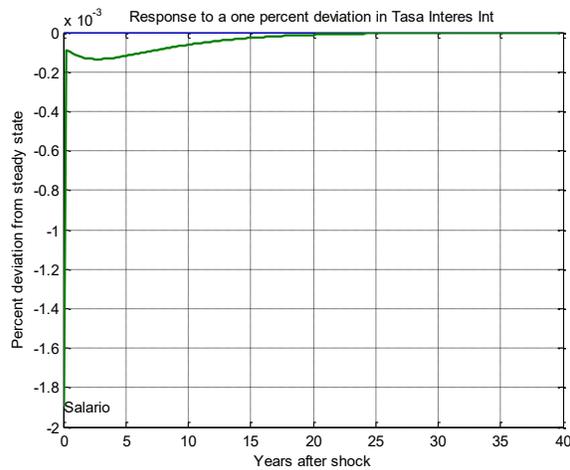
Asimismo, el incremento de tasas de interés encarece el consumo presente en relación al consumo futuro, por lo tanto, las familias reducen su consumo presente, disminuyendo el salario proporcionalmente.

A su vez, el incremento inicial del costo del capital para las firmas hace que para éstas sea más atractivo contratar más trabajo, ya que el trabajo se vuelve relativamente más barato con respecto al capital, no obstante el producto cae.

Gráfico N° 6. Funciones Impulso-Respuesta a un shock de tasa de interés internacional

$$\varepsilon_{t+1}^{r^*} \text{ (de 1 sd)}$$





Fuente: Elaboración propia.

V.2. Resultados Cuantitativos. Volatilidad Relativa y Correlaciones Contemporáneas.

A continuación se presentan los estadísticos descriptivos que caracterizan los ciclos de las variables macroeconómicas relevantes, y se compara la economía simulada a través del modelo con el comportamiento observado de dichas variables en la economía real.

V.2.1. Desvíos Estándar

Según los datos recolectados, el consumo presenta una volatilidad que supera la del PIB, mientras que en la economía simulada se observa que el modelo suaviza excesivamente la variabilidad del consumo.

Por su parte, en los hechos el gasto público parece tener aproximadamente la mitad, en puntos porcentuales, de la variabilidad del producto, mientras que en el modelo la volatilidad relativa del mismo es baja.

En cuanto a la inversión, según los datos obtenidos presenta casi el triple de volatilidad con respecto al producto, mientras que en la economía simulada más que cuatriplica la variabilidad del PIB. Tal como se observa, a pesar que el modelo incorpora costos de ajuste para atenuar la excesiva volatilidad de la inversión que suele presentar este tipo de modelos, tal como se mencionara anteriormente, el mismo sobreestima la volatilidad relativa de esta variable. Lo mismo se verifica en el caso de la variabilidad del ratio saldo de la balanza comercial - producto.

El modelo parece reproducir en forma relativamente correcta la variabilidad del capital y de las horas promedio trabajadas, aunque en este último caso, las sobreestima ligeramente ya que su modelización solo toma en cuenta el aspecto intensivo del ajuste en el mercado laboral⁵.

Cuadro N° 4. Volatilidad relativa

Variable	Economía real	Economía simulada
	Desvío Relativo σ_x/σ_y	Desvío Relativo σ_x/σ_y
PIB	1.000	1.000
Consumo Privado	1.156	0.250
Gasto Público	0.475	0.125
Inversión	2.973	4.125
Stock de capital	0.300	0.250
Balanza comercial (% PIB)	0.537	4.375
Trabajo	0.570	0.750

Fuente: Elaboración propia en base a INDEC y modelo simulado.

V.2.2. Correlaciones Contemporáneas

El consumo y la inversión son fuertemente procíclicos y presentan alta correlación con el producto, principalmente la inversión. La economía simulada reproduce de manera aproximada estas características típicas de las economías emergentes.

⁵ Según Hansen (1985), la variación en el empleo puede originarse por una variación en las entradas y salidas al mercado laboral, esto es, en el número trabajadores (aspecto extensivo) y/o por una variación en la fracción de horas trabajadas (aspecto intensivo). El modelo aquí propuesto toma en cuenta solamente el aspecto intensivo del ajuste del mercado laboral.

Los datos disponibles de gasto público parecen dar cuenta de un comportamiento débilmente procíclico en la economía real, mientras que en la economía simulada aparece como acíclico. Esto obedece a que el modelo asume que éste deriva de un proceso exógeno que no tiene relación con el comportamiento del PIB.

El stock de capital en la economía real aparece como contracíclico, mientras que el modelo da cuenta de un comportamiento procíclico, aunque la correlación con el PIB es relativamente baja. Esto podría obedecer al rezago existente entre el movimiento del producto y del stock de capital de la economía, ya que el ajuste de este último no es contemporáneo.

La balanza comercial es contracíclica en los datos, hecho característico también de las economías en desarrollo, mientras que en el modelo aparece como acíclica.

Por su parte, el trabajo es procíclico aunque en los datos no presenta una relación tan estrecha con el PIB como aparece en el modelo. Esto podría obedecer a que en la modelización se toma en cuenta solo la parte intensiva del trabajo, medida en horas promedio trabajadas, para los ajustes del mercado laboral durante el ciclo, mientras que se deja afuera el aspecto extensivo del mismo, medido por el número de trabajadores. En el modelo todo el ajuste se da a través del aspecto intensivo, reflejando una elevada correlación con el producto⁶.

Cuadro N° 5. Correlaciones contemporáneas

Variable	Economía real	Economía simulada
PIB	1.000	1.000
Consumo Privado	0.896	0.857
Gasto Público	0.222	0.002
Inversión	0.953	0.991
Stock de capital	-0.276	0.341
Balanza comercial (% PIB)	-0.592	0.039
Trabajo	0.504	0.975

Fuente: Elaboración propia en base a INDEC y modelo simulado.

⁶ Hansen (1985) propone un modelo donde los aspectos relativos al mercado laboral se incorporen mediante el concepto de trabajo indivisible.

VI. Conclusiones

Con la elaboración de este trabajo se buscó analizar los efectos de diferentes shocks exógenos (a la productividad de los factores de producción, fiscal y a la tasa de interés internacional) sobre las principales variables macroeconómicas, utilizando un modelo RBC adaptado al caso de una economía pequeña y abierta que permitiese recrear una economía similar a la de Argentina.

Se planteó un modelo sencillo compuesto por hogares, empresas, gobierno y sector externo. Se hallaron las condiciones de óptimo y se obtuvo la solución por el método de log-linearización de las condiciones óptimas alrededor del estado estacionario, con una calibración de los parámetros del modelo que permitiera reproducir lo más ajustado posible las relaciones existentes en la economía argentina en el período bajo análisis, 2004:1-2017:4.

Del estudio de las funciones impulso respuesta se obtiene que el shock a la productividad de los factores presenta la mayor persistencia, mientras que los efectos del shock a la tasa de interés internacional son relativamente pequeños y desaparecen luego de 15 a 20 períodos, en tanto que el shock de gasto público origina un efecto crowding-out sobre la economía, cuyos efectos desaparecen después de aproximadamente 25 trimestres.

Se encontró, asimismo, que el modelo planteado logra replicar con éxito algunas relaciones típicas de las economías emergentes: consumo e inversión fuertemente procíclicos, alta volatilidad de la inversión, baja variabilidad del gasto público y del capital. Sin embargo, el modelo exagera la volatilidad de la balanza comercial, mientras que suaviza demasiado la variabilidad del consumo. A su vez, el modelo presenta un gasto público acíclico, ya que asume que éste se genera por un proceso exógeno, mientras que en los hechos se verifica como levemente procíclico. Asimismo, si bien el modelo muestra correctamente la baja correlación existente entre el stock de capital y el producto, lo hace con signo opuesto. En cuanto a la balanza comercial, en el modelo figura acíclica mientras que en los hechos se presenta contracíclica. Por otra parte, exagera la asociación entre el producto y las horas promedio trabajadas, ya que sólo toma en cuenta el aspecto intensivo del mercado laboral.

A pesar de las salvedades mencionadas, el modelo propuesto logra reproducir con éxito una parte considerable de los hechos estilizados hallados en la economía argentina, y permite, mediante el estudio de las mencionadas funciones impulso respuesta, examinar las reacciones de las principales variables macroeconómicas frente a distintos shocks no esperados por parte de los agentes económicos, convirtiéndose en una herramienta muy útil para indagar sobre los eventuales impactos de determinadas decisiones de política económica.

No obstante, como los resultados encontrados están sujetos a los supuestos subyacentes en el modelo, futuros direccionamientos sugieren incorporar algunas rigideces al modelo (i.e. de precios o de salarios), incluir el aspecto extensivo del mercado laboral, readecuar algunos parámetros como los costos de ajuste y la prima de riesgo, incorporar cambios en las preferencias de los agentes económicos, y/o permitir correlación con otros shocks, son algunas variantes interesantes para luego efectuar un estudio comparativo de los resultados obtenidos.

VII. Referencias

- Cooley, T. F. and Prescott, E.C. (eds.) (1995). "Frontiers of business cycle research. Chap. 1: Economic growth and business cycle". Princeton University Press.
- Cubas, G. (2011). "A Dynamic Stochastic General Equilibrium Model for Policy Analysis in Uruguay". Working Paper N° 0013 (2011), Banco Central del Uruguay.
- Escudé, G. (2007). "ARGEM: a DSGE model with banks and monetary policy regimes with two feedback rules, calibrated for Argentina". Working Paper 21, Banco Central de la República Argentina.
- García-Cicco, J., Pancrazi, R., y Uribe, M. (2010). "Real Business Cycles in Emerging Countries?". *American Economic Review*, 100.
- Hansen, G. D. (1985). "Indivisible Labor and the Business Cycle". *Journal of Monetary Economics*, 16, 309-327.
- Katz, S., Lanteri, L. y Vargas, S. (2007). "Un vínculo sutil y no siempre comprendido en medio siglo: una nota sobre la tasa de inversión y el crecimiento económico". Ensayos Económicos, Banco Central de la República Argentina.
- McCandless, G. (2010). "Idiosyncratic measurement error in a simple RBC model". Banco Central de la República Argentina.
- Neumeyer, P. A. and Perri, F. (2005). "Business Cycles in Emerging Economies: The Role of Interest Rates". *Journal of Monetary Economics*, 52 (2), 345-380.
- OCDE (2009). Medición del Capital. *Manual OCDE 2009*, segunda edición.
- Prada Sarmiento, J. D. (2005). "Un modelo de ciclo real para Colombia". Working Paper 16286, MPRA.
- Schmitt-Grohe, S. and Uribe, M. (2002). "Closing Small Open Economy Models". Working Paper 9270, *National Bureau of Economic Research*.

VIII. Anexo

VIII.1. Matrices Uhlig (para MATLAB)

Para la aproximación log-lineal de las condiciones de óptimo del modelo alrededor del estado estacionario, se utiliza el método de solución implementado por Uhlig (1999) en MATLAB. El sistema de ecuaciones diferenciales estocásticas log-linearizado, expresado en forma matricial, se presenta a continuación:

$$AX_t + BX_{t-1} + CY_t + DZ_t = 0 \quad (1)$$

$$FE_t X_{t+1} + GX_t + HX_{t-1} + JE_t Y_{t+1} + KY_t + LE_t Z_{t+1} + MZ_t = 0 \quad (2)$$

$$Z_{t+1} = NZ_t + \varepsilon_{t+1} ; E_t \varepsilon_{t+1} = 0 \quad (3)$$

Donde:

X_t : Matriz que contiene las variables de estado del sistema $(\tilde{k}_{t+1}, \tilde{a}_{t+1})$.

Y_t : Matriz que contiene las variables de control del modelo $(\tilde{y}_t, \tilde{c}_t, \tilde{l}_t, \tilde{x}_t, \tilde{w}_t, \tilde{n}\tilde{x}_t, \tilde{r}_t^{ext}, \tilde{r}_t^k)$.

Z_t : Matriz que contiene las variables exógenas que sufren un shock estocástico $(\tilde{A}_t, \tilde{g}_t, \tilde{r}_t^*)$.

ε_t : Matriz que contiene los shocks estocásticos $(\varepsilon_t^A, \varepsilon_t^g, \varepsilon_t^r)$.

Seguidamente, se especifican las matrices utilizadas:

$$Y_t = \begin{bmatrix} \tilde{y}_t \\ \tilde{c}_t \\ \tilde{l}_t \\ \tilde{x}_t \\ \tilde{w}_t \\ \tilde{n}\tilde{x}_t \\ \tilde{r}_t^{ext} \\ \tilde{r}_t^k \end{bmatrix} \quad Y_{t+1} = \begin{bmatrix} \tilde{y}_{t+1} \\ \tilde{c}_{t+1} \\ \tilde{l}_{t+1} \\ \tilde{x}_{t+1} \\ \tilde{w}_{t+1} \\ \tilde{n}\tilde{x}_{t+1} \\ \tilde{r}_{t+1}^{ext} \\ \tilde{r}_{t+1}^k \end{bmatrix} \quad \varepsilon_t = \begin{bmatrix} \varepsilon_t^A \\ \varepsilon_t^g \\ \varepsilon_t^r \end{bmatrix} \quad \varepsilon_{t+1} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{t+1}^A \\ \varepsilon_{t+1}^g \\ \varepsilon_{t+1}^r \end{bmatrix}$$

$$X_{t-1} = \begin{bmatrix} \tilde{k}_t \\ \tilde{a}_t \end{bmatrix} \quad X_t = \begin{bmatrix} \tilde{k}_{t+1} \\ \tilde{a}_{t+1} \end{bmatrix} \quad X_{t+1} = \begin{bmatrix} \tilde{k}_{t+2} \\ \tilde{a}_{t+2} \end{bmatrix} \quad Z_t = \begin{bmatrix} \tilde{A}_t \\ \tilde{g}_t \\ \tilde{r}_t^* \end{bmatrix} \quad Z_{t+1} = \begin{bmatrix} \tilde{A}_{t+1} \\ \tilde{g}_{t+1} \\ \tilde{r}_{t+1}^* \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} \bar{k}_{t+1} & \bar{a}_{t+1} \\ -1 & \bar{a} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \bar{k}_t & \bar{a}_t \\ -\alpha & 1 \\ 1 & (1-\delta) \\ -(r^* + \delta)k^{ss} & -\bar{a}(1+r^*) \\ & \gamma\bar{a} \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} \bar{y}_t & \bar{c}_t & \bar{l}_t & \bar{x}_t & \bar{w}_t & \bar{n}\bar{x}_t & \bar{r}_t^{ext} & \bar{r}_t^k \\ & 1 & & & -w^{ss}/Bc^{ss} & & & \\ 1 & & -(1-\alpha) & & & & & \\ -1 & & 1 & & 1 & & & \\ -1 & & & & & & & \\ -1 & c^{ss}/y^{ss} & & \delta x^{ss}/y^{ss} & & -\bar{a}r^*/y^{ss} & & \\ -\gamma\bar{a} & c^{ss} & -w^{ss}l^{ss} & x^{ss} & -w^{ss}l^{ss} & & -\bar{a}r^* & -(r^* + \delta)k^{ss} \\ & & & & & & r^* & \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} \bar{A}_t & \bar{g}_t & \bar{r}_t^* \\ -1 & & \\ & \bar{g} & \\ & \bar{g} & \\ & & -r^* \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} \bar{k}_{t+2} & \bar{a}_{t+2} \\ -\phi k^{ss} & \phi k^{ss} \end{bmatrix} \quad G = \begin{bmatrix} \bar{k}_{t+1} & \bar{a}_{t+1} \\ \phi k^{ss} & \\ -(2+r^*)\phi k^{ss} & \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} \bar{k}_t & \bar{a}_t \\ (1+r^*)\phi k^{ss} & \end{bmatrix} \quad J = \begin{bmatrix} \bar{y}_{t+1} & \bar{c}_{t+1} & \bar{l}_{t+1} & \bar{x}_{t+1} & \bar{w}_{t+1} & \bar{n}\bar{x}_{t+1} & \bar{r}_{t+1}^{ext} & \bar{r}_{t+1}^k \\ & & & & & & r^* & -(r^* + \delta) \\ & & & & & & & (r^* + \delta) \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} \bar{y}_t & \bar{c}_t & \bar{l}_t & \bar{x}_t & \bar{w}_t & \bar{n}\bar{x}_t & \bar{r}_t^{ext} & \bar{r}_t^k \\ & (1+r^*) & & & & & & \end{bmatrix} \quad L = \begin{bmatrix} \bar{A}_{t+1} & \bar{g}_{t+1} & \bar{r}_{t+1}^* \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} \bar{A}_t & \bar{g}_t & \bar{r}_t^* \end{bmatrix} \quad N = \begin{bmatrix} \rho_A & \\ & \rho_g \\ & & \rho_r \end{bmatrix}$$

La solución del modelo puede expresarse como:

$$X_t = PX_{t-1} + QZ_t \quad (4)$$

$$\tilde{k}_{t+1} = 0.9484\tilde{k}_t + 0.0108\tilde{a}_t + 0.1219\tilde{A}_t - 0.0039\tilde{g}_t - 0.0027\tilde{r}_t^* \quad (4.1)$$

$$\tilde{a}_{t+1} = 0.779\tilde{k}_t + 0.0089\tilde{a}_t + 0.2519\tilde{A}_t + 0.0117\tilde{g}_t + 0.23\tilde{r}_t^* \quad (4.2)$$

$$Y_t = RX_{t-1} + SZ_t \quad (5)$$

$$\tilde{y}_t = 0.2436\tilde{k}_t - 0.0164\tilde{a}_t + 1.6171\tilde{A}_t + 0.0102\tilde{g}_t + 0.0021\tilde{r}_t^* \quad (5.1)$$

$$\tilde{c}_t = 0.6982\tilde{k}_t + 0.0151\tilde{a}_t + 0.4303\tilde{A}_t - 0.0094\tilde{g}_t - 0.0019\tilde{r}_t^* \quad (5.2)$$

$$\tilde{l}_t = -0.4546\tilde{k}_t - 0.0316\tilde{a}_t + 1.1868\tilde{A}_t + 0.0196\tilde{g}_t + 0.004\tilde{r}_t^* \quad (5.3)$$

$$\tilde{x}_t = -1.8609\tilde{k}_t + 0.5994\tilde{a}_t + 6.7589\tilde{A}_t - 0.2181\tilde{g}_t - 0.147\tilde{r}_t^* \quad (5.4)$$

$$\tilde{w}_t = 0.6982\tilde{k}_t + 0.0151\tilde{a}_t + 0.4303\tilde{A}_t - 0.0094\tilde{g}_t - 0.0019\tilde{r}_t^* \quad (5.5)$$

$$\tilde{n}\tilde{x}_t = 20.3149\tilde{k}_t - 2.5929\tilde{a}_t + 0.2382\tilde{A}_t - 1.1156\tilde{g}_t + 0.577\tilde{r}_t^* \quad (5.6)$$

$$\tilde{r}_t^{ext} = 0.9446\tilde{k}_t - 3.9407\tilde{a}_t + 6.2697\tilde{A}_t + 0.0395\tilde{g}_t + 1.008\tilde{r}_t^* \quad (5.7)$$

$$\tilde{r}_t^k = -0.7564\tilde{k}_t - 0.0164\tilde{a}_t + 1.6171\tilde{A}_t + 0.0102\tilde{g}_t + 0.0021\tilde{r}_t^* \quad (5.8)$$

$$Z_{t+1} = NZ_t + \varepsilon_{t+1} \quad (6)$$

$$\tilde{A}_{t+1} = 0.9062\tilde{A}_t \quad (6.1)$$

$$\tilde{g}_{t+1} = 0.5418\tilde{g}_t \quad (6.2)$$

$$\tilde{r}_{t+1}^* = 0.9071\tilde{r}_t^* \quad (6.3)$$

Donde:

$$P = \begin{bmatrix} 0.9484 & 0.0108 \\ 0.7790 & 0.0089 \end{bmatrix} \quad Q = \begin{bmatrix} 0.1219 & -0.0039 & -0.0027 \\ 0.2519 & 0.0117 & 0.2300 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} 0.2436 & -0.0164 \\ 0.6982 & 0.0151 \\ -0.4546 & -0.0316 \\ -1.8609 & 0.5994 \\ 0.6982 & 0.0151 \\ 20.3149 & -2.5929 \\ 0.9446 & -3.9407 \\ -0.7564 & -0.0164 \end{bmatrix} \quad S = \begin{bmatrix} 1.6171 & 0.0102 & 0.0021 \\ 0.4303 & -0.0094 & -0.0019 \\ 1.1868 & 0.0196 & 0.0040 \\ 6.7589 & -0.2181 & -0.1470 \\ 0.4303 & -0.0094 & -0.0019 \\ 0.2382 & -1.1156 & 0.5770 \\ 6.2697 & 0.0395 & 1.0080 \\ 1.6171 & 0.0102 & 0.0021 \end{bmatrix} \quad N = \begin{bmatrix} 0.9062 & & \\ & 0.5418 & \\ & & 0.9071 \end{bmatrix}$$