

DINAMICA DE UN MODELO NO LINEAL DEL CICLO ECONOMICO *

ANA M. MARTIRENA-MANTEL **

I — INTRODUCCION

Entre las teorías del ciclo económico nacidas en el período inmediato postkeynesiano, el modelo de Kaldor¹ ocupa lugar especial al constituir un importante intento de superar los problemas producidos por las teorías lineales en la explicación del ciclo económico.

Pertenece a la serie de trabajos que buscaron, poco después de la publicación de la Teoría General de la Ocupación, el Interés y el Dinero, explorar dinámicamente las proposiciones de estática comparada de la teoría keynesiana del ingreso y el empleo.

Es aceptado que las teorías lineales deterministas, formalizadas en sistemas de ecuaciones diferenciales o en diferencias, aunque logran explicar la existencia del ciclo económico, no consiguen explicar la persistencia del mismo a través del tiempo¹, salvo en un caso límite especial fácilmente descartable². Al no poder explicarla, resultan inadecuadas interpretaciones de la realidad, ya que la evidencia empírica reciente³ señala en una serie de países la existencia de fluctuaciones de mediano y corto plazo aún después de la segunda guerra mundial.

* Agradezco los comentarios recibidos de mis colegas Eusebio DEL REY, Douglas STEED, Rolf MANTEL, Julio H. OLIVERA y Oscar BRAUN. Una versión preliminar de este trabajo fue presentado en la VI Reunión Anual de Centros de Investigación Económica, llevada a cabo en la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Rosario, en octubre de 1970.

** Investigadora Jefe del Centro de Investigaciones Económicas del Instituto T. Di Tella y Profesora Titular de Fluctuaciones Económicas de la Universidad de Buenos Aires.

¹ KALDOR, N., "A Model of the Trade Cycle", *Economic Journal*, March, 1940.

² Cuando la raíz de mayor valor absoluto de la ecuación característica sea compleja y el módulo iguale la unidad. Ver BAUMOL, W., *Dynamic Economics* (MacMillan, Co.).

³ BRONFENBRENNER, M. (Editor), *Is the Business Cycle Obsolete?* (Wiley & Interscience, 1969).

Esta evidencia empírica constata un grado mayor de amortiguación del ciclo, manifestada en cambios de la amplitud con respecto a los movimientos cíclicos del período entre las dos guerras mundiales. No obstante, esta amortiguación ha sido irregular y las observaciones estadísticas son demasiado escasas como para poder extraer conclusiones definitivas acerca de la amplitud de ciclos futuros o para pronosticar seriamente sobre su desaparición.

Por lo tanto, resulta de interés no solo teórico sino práctico analizar con métodos dinámicos explícitos la naturaleza de las fuerzas económicas cuya interacción puede dar lugar al ciclo económico. De este modo, conocidas las causas, es posible concebir y aplicar en forma más coherente las medidas de política económica que buscan dominar el ciclo.

Nuestro objetivo en este breve trabajo consiste en analizar y explicitar el comportamiento dinámico del sistema económico a que el modelo de Kaldor da lugar, demostrando como es posible obtener un ciclo límite y así explicar la persistencia temporal de movimientos cíclicos en el ingreso. Para ello haremos uso del método geométrico que Ll. Metzler diseñara en⁴ a fin de especificar el comportamiento del sistema en desequilibrio, ya que el problema que nos ocupa no admite aproximaciones lineales.

II — SOLUCIONES AL DILEMA DE LA TEORIA LINEAL

A corregir las diferencias de las teorías lineales, estuvieron encaminados los modelos de Hicks⁵, Goodwin⁶ y Kaldor, los cuales logran con un mínimo de supuestos explicar la existencia y persistencia temporal del ciclo económico, dentro de un marco de análisis determinista, considerado en oposición a un marco de análisis estocástico.

Esto significa reconocer dos formas alternativas de enfocar la teoría del ciclo económico. Una forma lleva a aceptar las regiones inestables del modelo interacción de Hansen-Samuelson⁷, pero cier-

⁴ METZLER, Ll., "Wealth, Savings and the Rate of Interest", *Journal of Political Economy*, Abril 1951.

⁵ HICKS, J. R., *A Contribution to the Theory of the Trade Cycle*, Oxford, 1950.

⁶ GOODWIN, R., "The Nonlinear Accelerator and the Persistence of Business Cycles", *Econometrica*, January, 1951.

⁷ SAMUELSON, P., "Interactions between the Multiplier Analysis and the Principle of Acceleration", *The Review of Economics and Statistics*, May 1939, y en *Ensayos sobre el ciclo económico* (Fondo de Cultura, 1944).

tas no linealidades impiden la "desaparición de la sociedad" (explosión indebida del sistema). La otra forma, admite las regiones estables al suponer que el sistema económico es lineal y endógenamente amortiguado, pero está sujeto a choques exógenos, no sincronizados con el ciclo mismo, que "golpean" al sistema económico en puntos de tiempo estratégicos. La esencia de esta idea que expusiera Wicksell y elaborara R. Frisch⁸ surge del famoso ejemplo de Wicksell "si se golpea un caballete-mecedora de madera con un palo, el movimiento del caballo será muy distinto del movimiento del palo". De esta forma, aquí sólo esbozada, el ciclo persiste en el tiempo a pesar de las fuerzas de amortiguación endógeno-deterministas, representando estas fuerzas el sistema de ponderaciones a ser usado en la acumulación de los choques erráticos⁹.

Entre los modelos que, utilizando leyes de ajuste dinámico no Walrasiano, adoptan las regiones inestables como punto de partida, ya mencionamos las teorías no lineales de Hicks, Goodwin y Kaldor, las cuales representan explicaciones puramente endógenas del ciclo económico.

Hicks explica la persistencia temporal del ciclo uniendo elementos del esquema de crecimiento Harrodiano con una función de inversión inducida cuyos parámetros toman dos únicos valores posibles a lo largo del ciclo. El primero de ellos implica aceptar la versión sencilla del acelerador, mientras que el segundo lleva a reconocer un límite natural máximo a la tasa de desacumulación de capital fijo durante la depresión.

Goodwin en forma independiente y casi simultánea proporciona una explicación del ciclo, introduciendo explícitamente en su análisis del stock de capital fijo, apartándose así de una función de inversión acelerador simple. Los empresarios en su modelo tratan de alcanzar la meta de un stock de capital óptimo (determinado por el estado de la tecnología y el nivel de producto real) pero esta meta nunca se alcanza, ya que, en el proceso de lograrla se produce un sobrepasaje sistemático de metas, fruto del funcionamiento del mul-

⁸ FRISCH, R., "Propagations and Impulse Problems in Dynamic Economic" en R. Gordon y L. Klein (Ed.), *Readings in Business Cycle* (G. Allen W Unwin, 1965).

⁹ Ver en más detalle estas teorías en la Introducción al libro *Un Modelo de Fluctuaciones Económicas*, de Ana M. MARTIRENA-MANTEL, Editorial Instituto T. Di Tella, 1971 (en prensa).

tiplicador instantáneo. Este modelo ilustra claramente la generación de un ciclo límite en el sistema económico, independientemente de las condiciones iniciales y, a pesar de constituir una simplificación excesiva del ciclo, posee el mérito de representar un conjunto de proposiciones generales suficientes para explicar la autopersistencia del ciclo. Al ser un modelo estacionario, posee un rasgo poco satisfactorio al producir una fase de depresión demasiado extensa ya que el sistema necesita desacumular todo el capital logrado en el auge previo, antes de comenzar el ascenso. No obstante, la introducción de una forma simple de avance tecnológico¹⁰, permite obviar este inconveniente: no se necesita retornar al nivel previo de capital para retomar la fase de la expansión económica ya que el crecimiento económico subyacente acorta la fase de contracción.

III — CICLO LIMITE EN EL MODELO DE KALDOR

Este modelo explica la existencia del ciclo como la resultante de presiones que buscan llevar al sistema económico a un nivel de actividad compatible con la igualdad entre ahorro e inversión planeados.

El rasgo fundamental, a diferencia de Hicks y Goodwin, es que considera explícitamente el efecto de la acumulación de capital sobre las decisiones de inversión y de ahorro, y este efecto es parte integral de la teoría.

La estructura del modelo está constituida por las siguientes relaciones y supuestos, donde todas las variables son funciones continuas de tiempo y donde éste se omite a continuación para simplificar la notación.

$$(1) \quad I = I(Y, K)$$

Una función de inversión bruta ex-ante, I , que varía positivamente con el nivel del producto real, Y , (medido en términos de empleo y que representa el nivel de beneficios corrientes), y negativamente con el stock de capital, K , (que incluye equipo o capital fijo y stock de inventarios) debido a la disminución de las oportunidades de inversión producida por el proceso de acumulación de capital a través de la menor eficiencia marginal de la inversión.

¹⁰ Como hace GOODWIN en sus modelos II y IV del trabajo ya citado.

Esta función de inversión representa la forma general de un acelerador flexible a diferencia del acelerador simple¹¹.

Además, la función (1) adopta la forma especial del Gráfico N° 1, debido a los siguientes supuestos:

- Para niveles muy bajos de actividad económica \underline{Y} la función de inversión de corto plazo (con K constante) es tal que I_Y es pequeña, debido a la escasa utilización del stock inicial (positivo) de capital existente (capacidad ociosa).
- Para niveles elevados de actividad económica, \overline{Y} , I_Y también es pequeña relativamente a niveles “normales” de actividad, “because of rising costs of production, increasing cost and increasing difficulties of borrowing will dissuade entrepreneurs from expanding still faster”¹².
- Entre estos dos límites, la función de inversión varía positivamente con el nivel “normal” de producto, dado el stock de capital.

$$(2) \quad S = S(Y, K)$$

Una función de ahorro planeado que varía positivamente con el nivel del ingreso (la recíproca del multiplicador keynesiano) y pudiendo variar en forma positiva, nula o negativa con el stock de capital. En caso del signo negativo, la estabilidad orbital del sistema requiere que I_K posea mayor valor absoluto que S_K , como veremos más adelante.

¹¹ Esto es así, ya que una forma especial de la expresión (1) surge de postular que el stock de capital en un momento dado es proporcional a un promedio ponderado de los niveles de producción del pasado con ponderaciones que declinan en forma geométrica.

$$\text{Si } K(t) = k \int_{-\infty}^t g e^{g(t-s)} Y(s) ds$$

donde k es una constante y g la tasa de declinación de las ponderaciones, entonces tendremos que la inversión neta está positivamente relacionada con Y y negativamente con K .

$$\dot{K} = k(gY - K)$$

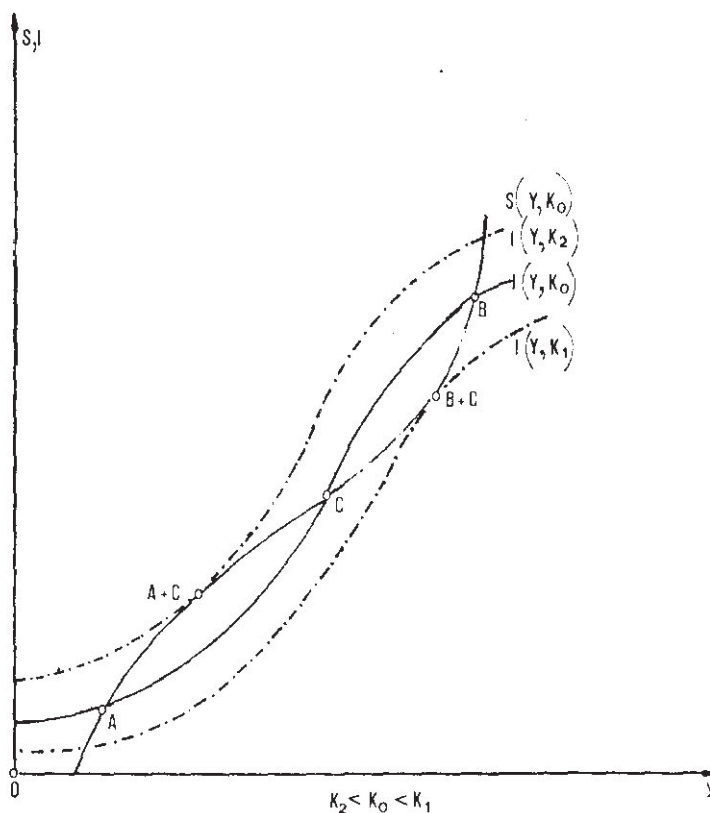
usando la transformación de KOYCK (KOYCK, L., *Distributed lags and investment analysis*, North Holland, 1954).

¹² KALDOR, op. cit., pág. 81. Es difícil reconciliar este argumento con la función de producción de coeficientes tecnológicos fijos y con la constancia de precios implícitos en KALDOR, donde el peso del ajuste es soportado por los cambios en el stock de inventarios y no por los cambios de precios.

La no-linealidad especial de la función (2) en el corto plazo también se justifica definiendo dos niveles de ingreso, relativamente a un "nivel de vida acostumbrado" o cotidiano, donde el ahorro varía proporcionalmente al nivel de ingreso normal.

- Para niveles muy bajos de Y , los consumidores tratan de mantener su nivel de vida acostumbrado, consumiendo su riqueza acumulada, y para niveles muy altos del ingreso ahorran una proporción mayor del mismo, relativamente al tramo normal.
- A lo largo del tramo normal de actividad económica, el valor de la propensión marginal a invertir I_Y excede el valor de la propensión marginal a ahorrar S_Y , dado el stock de capital, supuesto que define una posición de equilibrio inestable en el corto plazo para el nivel de actividad económica. Finalmente para los niveles extremos del producto, I_Y es menor que S_Y .

GRAFICO N.º 1



Estos supuestos permiten dibujar la situación consiguiente de equilibrios múltiples del Gráfico N° 1 indicada por la línea llena, donde C representa un punto de equilibrio inestable y donde A y B son estables en el corto plazo e inestables en el largo plazo.

Finalmente, tenemos la siguiente relación,

$$(3) \quad R = R(Y, K)$$

una función de reposición del stock de capital donde R_Y y R_K son ambas positivas. La positividad de R_Y indica que la depreciación aumenta con la tasa de utilización del capital y la positividad de R_K representa el hecho de que, a mayor stock de capital, mayor es el gasto de reposición por unidad de tiempo.

Para poder estudiar la estabilidad del sistema en los puntos A, B y C del Gráfico N° 1, necesitamos especificar las funciones de ajuste que definen el comportamiento de este sistema en desequilibrio. (El método de Kaldor, al describir el ciclo resultante, consiste en hacer desplazar las curvas según el signo de sus derivadas parciales).

$$(4) \quad \frac{dY}{dt} = k [I(Y, K) - S(Y, K)]$$

Esta ecuación nos define el proceso de ajuste en el mercado de bienes y servicios. El nivel de ingreso real para el cual la demanda agregada de bienes iguala la oferta agregada, es necesariamente el nivel al cual la cantidad de ahorros que la economía desea realizar iguala la cantidad que desea invertir. Decir que en equilibrio el ahorro ex-ante iguala la inversión ex-ante es equivalente a decir que en equilibrio la demanda excedente de bienes y servicios es nula. Si la inversión ex-ante es mayor que el ahorro ex-ante, (4) dice que el producto aumenta a una velocidad dada por la constante de ajuste k .

¿Cuál es la señal que este sistema económico percibe en desequilibrio para incrementar el nivel de producto?

La señal del exceso (defecto) de inversión ex-ante sobre ahorro ex-ante está dada por la desacumulación (acumulación) no deseada de inventarios. Esto es así porque en un marco de análisis como el que nos ocupa, es posible argüir que *no* es el ahorro ex-post el que se ajusta a los planes de inversión, ya que hay mayores posibilidades de equivocación por parte de las empresas en su papel

de vendedores de bienes almacenables. Si los consumidores se equivocan en sus planes de consumo, que realizan en base al ingreso percibido, (el cual puede diferir del ingreso esperado) ahorrarán mayor o menor cantidad, siendo la inversión ex-post de las empresas el remanente de esta decisión. Las empresas poseen menor "fuerza" para hacer valer sus planes de inversión.

$$(5) \quad \frac{dK}{dt} = [S (Y, K) - R (Y, K)]$$

Esta ecuación (5) nos dice que el cambio en el stock de capital o inversión neta ex-post iguala el ahorro neto ex-ante (S - R). En otras palabras, supone que la inversión ex-post se ajusta a los ahorros ex-ante, según el argumento anterior. En equilibrio de largo plazo, $\frac{dK}{dt}$ es nulo cuando $S = R$.¹³

La posibilidad de generación de un ciclo límite se torna más clara si nos concentramos en las dos ecuaciones dinámicas (4) y (5) que resumen las primeras tres funciones.

Señalemos que este modelo no sólo permite explicar el ciclo en una economía estacionaria sino que es compatible con una economía regularmente progresiva, si las variables macroeconómicas se interpretan en términos per cápita.

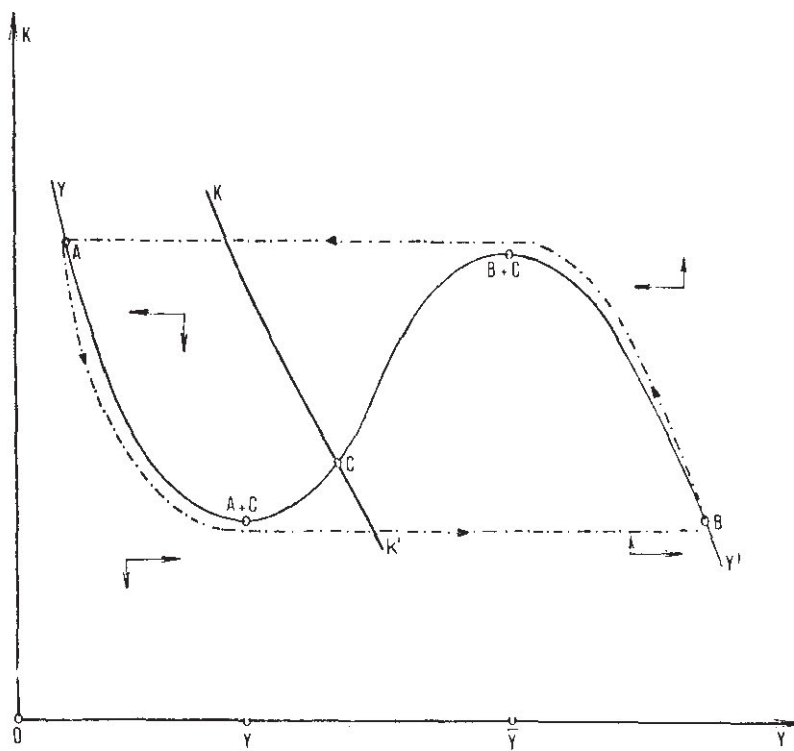
Dados los supuestos sobre las derivadas parciales de las funciones de ahorro, inversión y reposición con respecto al producto y al stock de capital, podemos dibujar las curvas definidas entre K e Y del Gráfico Nº 2, denotada como YY' y KK', las cuales son respectivamente, el resultado de "cortes" a lo largo de una tercera coordenada que mide las diferencias (I - S) y (S - R), en los puntos donde $I = S$ y $S = R$.

La condición de equilibrio en el mercado de bienes y servicios, o igualdad entre el ahorro y la inversión ex-ante, permite obtener una función K (Y) de modo tal que K' (Y) es negativa si el nivel

¹³ Alternativamente podría suponerse el caso menos probable de que los ahorros ex-post se ajustan a la inversión planeada, "...according as the disappointment of expectations occurs on the side of incomes or in the level of entrepreneurial stocks", KALDOR, op. cit., pág. 84. Este supuesto dinámico (5), es utilizado por ICHIMURA, S., "Toward a General Non-linear Macrodynamical Theory of Economic Fluctuations", en K. Kurihara (Ed), *Post Keynesian Economics* (New Brunswick, 1954), donde presenta un tratamiento alternativo del modelo de KALDOR.

de actividad económica está fuera de los límites del tramo normal y positiva dentro de ese tramo. En el caso en que el signo de S_K sea negativo, la forma de $K(Y)$ en este mercado requiere que $|I_K|$ sea mayor que $|S_K|$ para todo Y . El valor algebraico de esta pendiente se obtiene diferenciando (4) para $\frac{dY}{dt}$ nula. Así tenemos que $K'(Y) = \frac{S_Y - I_Y}{I_K - S_K}$. Es inmediato deducir que esta pendiente en el tramo normal es siempre positiva cualquiera sea el signo de S_K , siempre que $|I_K|$ sea mayor que $|S_K|$ cuando S_K es negativo. En los tramos extremos es negativa siempre, en las anteriores condiciones.

GRAFICO N.º 2



Esta función es dibujada en el Gráfico N.º 2 como la curva YY' que representa la combinación de valores de K y de Y para los cua-

les el mercado de bienes y servicios está en equilibrio, vale decir, donde se cumple que $\frac{dY}{dt} = 0$.

Los dos puntos de flexión corresponden a los dos niveles críticos del ingreso, representando \bar{Y} un nivel alto e \underline{Y} un nivel bajo de actividad económica, respectivamente.

En forma análoga, la curva KK' representa la combinación de valores de K y de Y para los cuales existe equilibrio de largo plazo, esto es, donde la acumulación neta de capital es cero ($\dot{K} = 0$) o el ahorro bruto iguala la reposición de capital. La forma dibujada implica que para mantenerse en la posición de \dot{K} nulo, el sistema debe compensar un aumento en K con una disminución en Y . Esta pen-

diente toma el valor $\frac{R_Y - S_Y}{S_K - R_K}$. Es negativa cuando S_K es positiva y positiva con S_K nula o negativa.

Las flechas indican la naturaleza y fuerza de los ajustes dinámicos cuando el sistema está en desequilibrio. Así, por arriba de la curva YY' , un aumento en K desde una posición de equilibrio produce una disminución en I y un aumento o no cambio en S ; luego la demanda excedente de bienes disminuye. La ecuación (4) indica que al ser negativa la diferencia $(I - S)$, $\frac{dY}{dt}$ debe ser negativa (pues k es positiva), o sea Y disminuye.

En forma análoga se deduce que por debajo de YY' (a lo largo de la cual $\frac{dY}{dt}$ es nula) una disminución en K desde un punto de equilibrio, produce un aumento en $(I - S)$, un signo positivo en $\frac{dY}{dt}$, o sea un aumento en Y .

Veamos como se ajusta K geométricamente, partiendo de un punto sobre KK' . Un aumento en Y produce un aumento en el ahorro neto $(S - R)$, debido a que es dable suponer una mayor respuesta del ahorro bruto que de la reposición al cambio en Y . La ecuación (5) indica entonces que $\frac{dK}{dt}$ es positiva, o sea K aumenta. Análogamente, si la situación inicial está por debajo de KK' , $\frac{dK}{dt}$ será negativa.

La dirección del ajuste de K no cambia si S_K es negativa o nula, ya que tal posibilidad va acompañada de una pendiente positiva para K' (Y). Es inmediato deducir el ajuste del sistema en las regiones restantes como combinación de los anteriores.

Con estos elementos podemos describir un ciclo límite.

Partimos de un punto como B sobre YY' o de equilibrio inestable en el corto plazo. Si la velocidad del ajuste en el mercado de bienes se supone grande (y este supuesto es necesario al modelo de Kaldor), el sistema se moverá hacia la izquierda muy cerca de la curva YY' , a lo largo de la fase de la depresión, debido a que la acumulación de capital a un nivel inicial alto de actividad deprime la inversión, lo cual a su vez deprime el nivel del producto total. Así se llega hasta las cercanías del punto $B + C$ desde el cual el sistema se contrae más rápidamente pues se acerca al punto donde cesa la inversión neta (corte de YY' y KK'), pasado el cual comienza a ser negativa hasta llegar al punto A .

Qué sucede entre los puntos $B + C$ y A ? Observamos que el cambio del ingreso no depende directamente de la acumulación de capital sino del desequilibrio del mercado de bienes. Mientras el sistema va hacia $B + C$ movido por una demanda excedente negativa de bienes, aumenta K debido a la acumulación indeseada de stocks y al mismo tiempo Y disminuye pues las empresas tratan de corregir el exceso de stocks disminuyendo la producción. No obstante, en el tramo bajo estudio —que va desde $B + C$ hasta que se alcanza la función KK' — la disminución de Y no es lo suficientemente rápida como para corregir completamente el exceso de inventarios. La inversión neta sigue siendo positiva en la medida en que los stocks se siguen acumulando por falta de demanda. A la izquierda de KK' , el equipo de capital se desacumula debido a la falta de reposición, pasando el sistema por A hacia $A + C$. Entre A y $A + C$ notamos que K disminuye debido a la inversión neta negativa que predomina sobre la desacumulación de stocks. Esto es así debido a que el sistema atraviesa la región con demanda excedente positiva de bienes y servicios (inversión ex-ante mayor que ahorro ex-ante). En consecuencia, el sistema produce para reponer los stocks de inventarios usando el capital ocioso creado durante el proceso de desacumulación, hasta que se alcanza el punto inferior de intersección entre KK' e YY' . Hasta allí, el aumento de la producción que crea inventarios usando el capital fijo desempleado, no es suficiente como para com-

pensar la desacumulación de equipo por falta de reposición, de modo que vemos como K sigue descendiendo. El sistema atraviesa una especie de "trade off" entre la reposición del equipo y el cambio del stock de inventarios.

Desde $A + C$ la recuperación es apoyada por inversión neta positiva en equipos de capital hasta llegar a B , donde el ciclo se repite a sí mismo, siguiendo la órbita estable, B , $B + C$, A , $A + C$, independientemente del punto inicial. Sólo si inicialmente, el sistema se halla en el punto de equilibrio de largo plazo C (donde se cortan KK' y YY') no existen fuerzas que lo saquen de allí en ausencia de perturbaciones.

Notamos que la obtención de este ciclo límite estable requiere que, si la pendiente de KK' es positiva, ésta corta a YY' en un solo punto del tramo de actividad "normal". Si en cambio YY' posee mayor pendiente que KK' en el mismo tramo de modo que ésta la corta en tres puntos, el sistema no podría lograr el ciclo límite arriba descrito y el ciclo, de existir, desaparecería en el tiempo en los dos puntos de equilibrio estable así logrados¹⁴.

La esencia de este ciclo límite reside entonces en dos factores: la no linealidad de la función de inversión y el factor depresivo de la acumulación de capital sobre las decisiones de inversión.

Esta forma de analizar las fuerzas dinámicas que con los supuestos de Kaldor mantienen al sistema dentro de una órbita estable a pesar de las fuerzas inestables que operan en el corto plazo, permite visualizar las posibilidades locales dibujadas en los Gráficos 3 y 4.

— La condición de que la propensión marginal a invertir sea mayor que la propensión marginal a ahorrar que según Kaldor es crucial para la existencia del ciclo¹⁵ no es esencial para la existencia misma aunque sí lo es para su persistencia orbital. Esto puede verse en el Gráfico N° 4 donde el ciclo desaparece en el tiempo cuando la función inversa de K (Y) es univalente. En otras palabras, el supuesto keynesiano, S_Y mayor que I_Y , que produce el equilibrio único monótonamente estable de la teoría del ingreso y empleo, al aplicarse en el contexto de un modelo dinámico que toma en cuenta la acumulación de capital, *no es ya suficiente* para produ-

¹⁴ Este punto me fue observado por Eusebio del REY.

¹⁵ KALDOR, N., op. cit., pág. 85-86.

GRAFICO N° 3

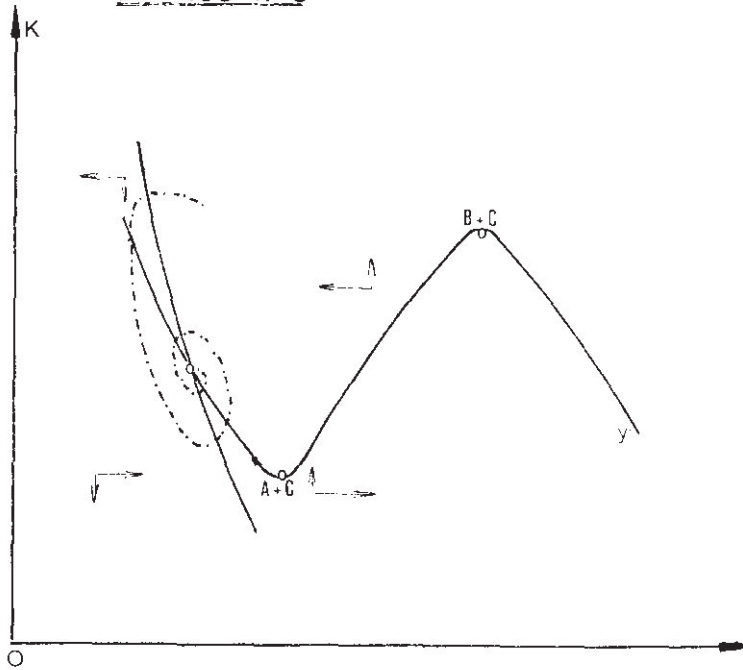
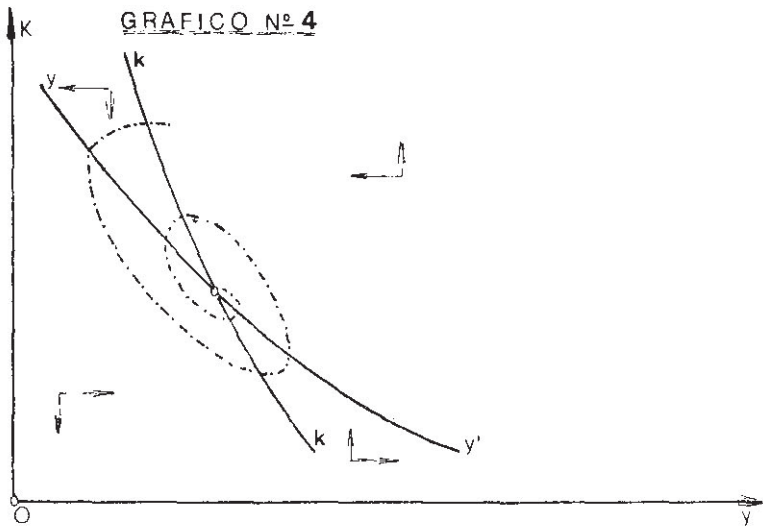


GRAFICO N° 4



cir el mismo resultado. Se requiere además, cuando S_K es positiva, que la velocidad del ajuste en el mercado de bienes sea muy grande. Si k es pequeña el sistema es inestable. Ahora bien, en el caso en que S_K sea nula o negativa, el supuesto de estabilidad keynesiano es válido aún si k es pequeña.

Por otra parte, como es sencillo deducir de las condiciones de estabilidad en lo pequeño que siguen a continuación, aún cuando I_Y es mayor que S_Y para todo Y , puede haber estabilidad, i.e, el ciclo o bien no existe, o no perdura, cuando S_K es nula o negativa y k es pequeña.

El motivo de estos resultados es que en el modelo keynesiano *la inversión no crea capital*, ya que el largo plazo no está analizado.

La prueba de este resultado local surge de linealizar el sistema (4) - (5) y hallar las condiciones de estabilidad en lo pequeño. El determinante del sistema es igual a:

$$(6) \quad \text{Det } k [(I_Y - S_Y) (S_K - R_K) - (I_K - S_K) (S_Y - R_Y)]$$

Esta expresión es positiva si se cumple la siguiente condición sobre las pendientes de YY' y KK' , respectivamente:

$$(7) \quad \frac{I_Y - S_Y}{I_K - S_K} \text{ sea menor que } \frac{S_Y - R_Y}{S_K - R_K}$$

Por otra parte, la traza de la matriz del sistema es igual a

$$(8) \quad \text{Traza} = k (I_Y - S_Y) + (S_K - R_K)$$

Si se cumple (7) vemos que cuando S_Y es mayor que I_Y y S_K es positivo, la traza es negativa sólo si k es grande. Si S_K es nula o negativa, el sistema es siempre estable para todo valor positivo de k .

Finalmente, cuando I_Y es mayor que S_K para todo Y , y S_K es nula o negativa, (8) es negativa cuando k es pequeña y (6) es positiva si KK' posee menor pendiente que YY' .

Otra posibilidad fácilmente analizable con este método es la del estancamiento crónico. Kaldor admite esta posibilidad cuando el sistema alcanza la posición A del Gráfico N° 1 con la inversión neta aún positiva o nula. Con la ayuda del Gráfico N° 3 vemos que tal posibilidad no existe. En cambio, la condición del estancamiento perpetuo es que la curva KK' corte a la curva YY' a la izquierda de $A + C$. Entonces con una velocidad de ajuste grande, antes que el sistema

tenga tiempo de llegar a B, las fuerzas del ajuste lo llevarán a atraer a YY' y así converger al equilibrio del estancamiento.

DINAMICA DE UN MODELO NO LINEAL DEL CICLO ECONOMICO

Resumen

El propósito del trabajo consiste en explicitar el comportamiento dinámico del sistema económico a que el modelo Kaldoriano del ciclo da lugar. Vale decir, busca explicar la existencia y persistencia temporal de los movimientos cíclicos en el ingreso al demostrar la posibilidad de la obtención de un ciclo límite.

En el proceso de lograr tal objetivo, entre otros resultados, se arroja nueva luz sobre la estabilidad del equilibrio en la teoría del ingreso y empleo keynesiano. La condición de que la propensión marginal a ahorrar sea mayor que la propensión marginal a invertir para que el equilibrio del ingreso y empleo sea estable en forma monótona, no es suficiente cuando se toma en cuenta el proceso de acumulación de capital. Se requiere además que la velocidad de ajuste en el mercado de bienes sea muy grande, dado que si ésta es pequeña puede haber inestabilidad. El motivo de este resultado es que en el modelo keynesiano la inversión no crea capital, ya que el largo plazo no está analizado.

DYNAMICS OF NONLINEAR MODEL OF THE TRADE CYCLE

Summary

The purpose of this paper is to analyze the dynamic economic behavior implicit in the Kaldorian model of the trade cycle. It is concerned with the explanation of the conditions for the existence and temporal persistence of cyclical movements in an aggregative economy where a limit cycle can be obtained.

In looking for this objective —among other results— new light is shed on the stability of equilibrium in the keynesian employment and income theory. When the process of capital accumulation is taken into account in the dynamic adjustment process, the condition of the marginal propensity to save greater than the marginal propensity to invest is no longer sufficient for the monotonic convergence of the economic system. It is additionally required that the adjustment velocity in the commodity market be sufficiently high.