Diseño de Subastas Maximizadoras del Bienestar de los Compradores

Sebastián Darío Bauer*

Resumen

En este trabajo derivo el mecanismo incentivo compatible e individualmente racional que maximiza la suma de las utilidades esperadas *ex-ante* de los compradores. También demuestro que dicho mecanismo mimimiza el ingreso del vendedor, y que la asignación resultante del mismo usualmente no es eficiente *ex-post*. Esto implica que desde el punto de vista de los compradores, el costo de resolver el problema de información incompleta por medio de una subasta excede los beneficios esperados que los compradores reciben como consecuencia de dicha solución. En este trabajo también presento algunas interacciones adicionales con la eficiencia *ex-post* y discuto algunas aplicaciones para el mecanismo.

Clasificación JEL: C72, D44

Palabras Clave: subastas; eficiencia *ex-ante*; diseño de mecanismos; bienestar de los compradores; información incompleta.

"*We don't want to waste our time (...) we don't participate in auctions.*"

Warren Buffett, *Berkshire Hathaway*

1. Introducción

En muchos escenarios de la vida real, las subastas juegan un rol primordial en la asignación de bienes y servicios. Si bien es cierto que en una subasta bien diseñada el objeto siempre termina en manos del oferente que más lo valora, existe la posibilidad de que surja una ineficiencia si el vendedor no puede redimir el dinero pagado por los oferentes.

Para ilustrar esta idea, imaginemos el siguiente escenario: el gobierno dispone de una unidad de un bien valorado por un grupo de individuos. Por algún motivo, el gobierno no puede diseñar una subasta estándar, y en lugar de eso debe operar un esquema "por orden de llegada": la oficina gubernamental abre a las 8 de la mañana, y la primera persona que llegue a la ventanilla se lleva el bien. Obviamente, los individuos intentarán llegar a la oficina antes de las 8, para así aumentar sus probabilidades de obtener el bien. Pero como todos los individuos deben elegir la hora a la que llegan a la oficina simultáneamente, todos excepto uno volverán a casa con las manos vacías: estos individuos pagaron con su tiempo de sueño, pero nadie recibe dichos pagos.

Por otro lado, incluso cuando los pagos se realizan en dinero, existe otra potencial salvedad en el uso de subastas si se considera el bienestar de los compradores. Esencialmente, las subastas resuelven un problema de información incompleta entre los compradores: cada comprador sólo conoce su propia valuación, pero cuando participan en una subasta estándar, todos los compradores revelan sus verdaderas valuaciones a través de sus ofertas. Sin embargo, este mecanismo solo logra revelar la información privada de los agentes cuando al menos uno de los oferentes debe realizar

*Universidad Torcuato di Tella, Departamento de Economía (sbauer@mail.utdt.edu). Un especial agradecimiento merecen Leandro Arozamena y Federico Weinschelbaum por su trabajo como tutores de tesis. A su vez agradezco los valiosos comentarios y sugerencias de Matías Cersosimo, Florencia Hnilo y Pedro Martínez Bruera.

un pago. Este pago puede interpretarse como el "costo" de resolver el problema de información incompleta. Una pregunta interesante es si este costo es demasiado alto comparado con el beneficio provisto por la subasta.

Existe abundante evidencia de que los compradores son reticentes a participar en subastas. Además de la cita que abre este trabajo, correspondiente al reporte anual de Berkshire Hathaway, una encuesta de 2006 mostró que cerca del 90 por ciento de las firmas de capital privado prefieren evitar participar de subastas a la hora de realizar compras.[1] Por otro lado, el banquero estadounidense Bruce Wasserstein escribió en 2001 que "los compradores sofisticados intentarán por todos los medios evitar el formato de subasta",[2]. Esta idea es secundada por muchas compañías de bienes raíces de todo el mundo, las cuales afirman en sus sitios web que a los oferentes no les suelen gustar las subastas debido a que las mismas los fuerzan a competir.[3]

Si bien la literatura usualmente atribuye la reticencia de los compradores a participar en subastas a la competencia,[4] en este trabajo demuestro que existe un segundo factor que explica este rechazo de los compradores a las subastas: el costo pagado por los compradores para resolver el problema de información incompleta a través de una subasta excede el beneficio esperado provisto por dicha solución.

Para lograrlo, en este trabajo encuentro el mecanismo incentivo-compatible e individualmente racional que maximiza la suma de las utilidades esperadas *ex-ante* de los compradores. También demuestro que dicho mecanismo minimiza el ingreso esperado del vendedor. Este mecanismo podría ser de utilidad cuando el vendedor no puede redimir los pagos de los compradores, o cuando el bienestar del vendedor no importa a la hora de diseñar el mecanismo. A diferencia de lo que ocurre en una subasta estándar, este mecanismo no logra resolver el problema de información incompleta que enfrentan los compradores. Sin embargo, debido a que el mecanismo maximiza las utilidades esperadas *ex-ante*, es posible concluir que al menos desde el punto de vista de los compradores no vale la pena resolver este problema de información incompleta.

El resto del trabajo está estructurado del siguiente modo: en la sección 2 realizo la revisión de la literatura relacionada al problema; la sección 3 presenta el modelo base y deriva el resultado principal de este trabajo; la sección 4 explora algunas de las implicancias del modelo base y analiza algunas extensiones y aplicaciones del mecanismo; la sección 5 sirve de conclusión.

2. Revisión de Literatura

El problema de diseño de mecanismos que sirve como marco para el presente trabajo fue analizado por primera vez en Myerson (1981)[27]. La noción de eficiencia *ex-post* contrapuesta a mi mecanismo se origina en los trabajos de Vickrey (1961)[35], Clarke (1971)[12] y Groves (1973)[20], los cuales sirven de base para el mecanismo VCG eficiente *ex-post*. Klemperer (2004)[21], Milgrom (2004)[26], Menezes y Monteiro (2005)[25], Krishna (2009)[22] y Börgers (2015)[5] constituyen buenas síntesis de la literatura en torno a las subastas y el diseño de mecanismos. Dentro de esta literatura, algunos trabajos comparan distintos mecanismos de venta en términos de su eficiencia, pero a mi entender hasta el día de hoy nadie ha intentado derivar el mecanismo eficiente *ex-ante* en una configuración estándar de subastas.

Dos trabajos relacionados a lo que aquí presento son los de Bulow y Klemperer (1996, 2009)[6][7]. Ambos trabajos comparan subastas *vis-à-vis* varios mecanismos alternativos, en términos de eficiencia e ingresos.

El trabajo clásico de Bulow y Kemplerer (1996)[6] muestra que bajo el supuesto de valuaciones independientes un vendedor siempre tendrá un mayor ingreso si vende el bien por medio de una subasta en lugar de por medio de una negociación. Los autores relacionan este hecho a la discusión sobre la relación entre la teoría de las subastas y la teoría del monopolio expuesta en Bulow y

[1] "Auction Process Roundatble", *Mergers and acquisitions*, Diciembre de 2006, 31-32.

[2] "Big Deal: Mergers and Acquisitions in the Digital Age", *Warner Business*, 2001.

[3] Esto es particularmente cierto en Australia y Nueva Zelanda, donde la mayor parte de las ventas de bienes raíces ocurren a través de una subasta.(Chow, Hafalir y Yavas, 2014)[11].

[4] Véase, por ejemplo, example, Boone y Mulherin (2008)[4], Aktas, de Bodt y Roll (2010)[2], y Calcagno y Falconieri (2014)[10], quienes subrayan el rol que las subastas tienen en alentar la competencia entre compradores, y Denton (2008)[16] y Subramanian (2008)[30], quienes utilizan datos del mercado de acciones para mostrar que los beneficios de los compradores son mayores cuando la operación de compra-venta no es llevada a cabo a través de una subasta.

Roberts (1989)[8]. Tal como el resto de los trabajos en la literatura, los autores atribuyen el mayor ingreso del vendedor a la mayor competencia que los compradores enfrentan en una subasta.

Por otro lado, Bulow y Klemperer (2009)[7] comparan una subasta de segundo precio a sobre cerrado con una mecanismo de venta secuencial, en el cual los oferentes entran al mercado en turnos y compiten uno contra uno por el bien. A diferencia de dicho trabajo, mi modelo asume que el número de oferentes es fijo y exógeno. Los autores concluyen que la subasta generalmente resulta en una ineficiencia, ya que los compradores entran al mercado con menos información que en el mecanismo secuencial, en el cual los agentes pueden observar la historia del juego antes de decidir si entrar o no. Esto a su vez lleva a un menor nivel de competencia entre los compradores. Organizar una subasta es por lo tanto el mejor curso de accion para el vendedor a menos que el mismo tenga un gran conocimiento sobre las valuaciones de los compradores. Los autores sostienen que el hecho de que algunas ventas no sean realizadas a través de una subasta es consecuencia de que algunos compradores poseen un cierto poder de negociación, como por ejemplo Warren Buffet.

Roberts y Sweeting (2013)[28] extienden el modelo de Bulow y Klemperer (2009)[7], y utilizan datos de las subastas madereras del servicio forestal estadounidense para comparar las subastas y el mecanismo de venta secuencial. La principal diferencia entre este trabajo y el de Bulow y Klemperer (2009)[7] es que Roberts y Sweeting (2013)[28] asumen que los compradores reciben una señal ruidosa de sus valuaciones verdaderas antes de ingresar al mercado. Con esta modificación, los autores muestran que el mecanismo secuencial puede llevar a una mayor utilidad esperada tanto para compradores como para vendedores. Este hecho sirve como explicación alternativa de por qué los vendedores podrían querer evitar utilizar una subasta en ciertas ocasiones.

Asker y Cantillon (2010)[1] consideran un modelo de licitaciones con información privada multidimensional, centrándose en la utilidad del comprador tanto en la subasta óptima como en dos mecanismos más simples: una "subasta con puntaje", donde las diferentes dimensiones de información privada son condensadas en una única variable; y un mecanismo de negociación secuencial, similar al mecanismo secuencial de Bulow y Klemperer (2009)[7] (aunque en el mecanismo de Asker y Cantillon (2010)[1] los sucesivos vendedores solo pueden negociar con el comprador una vez que la negociación con el anterior vendedor se declara infructuosa). Los autores demuestran que el mecanismo de negociación secuencial lleva una menor utilidad para el comprador, hecho que atribuyen a la menor competencia entre vendedores que dicho mecanismo genera. Sin embargo, los autores no estudian el efecto que los diversos mecanismos tienen sobre el bienestar de los vendedores, lo cual sería equivalente a lo propuesto en mi trabajo, dado que en una licitación los roles de vendedores y compradores se invierten.

En un trabajo similar, Bhattacharya, Roberts y Sweeting (2014)[3] comparan el precio promedio pagado por un comprador en dos mecanismos de licitación: una licitación de primer precio a sobre cerrado y una "subasta con derechos de entrada", en la que existe una primera etapa donde los oferentes compiten para ver quiénes de ellos podrán participar de la licitación. Los autores realizan el supuesto de que los oferentes reciben una señal ruidosa de su verdadero costo antes de elegir si entrar o no a la subasta, lo cual constituye una adaptación del modelo de Roberts y Sweeting (2013)[28] a un entorno de licitaciones. Dado este marco general, los autores muestran que si la señal es demasiado precisa o demasiado imprecisa, entonces la subasta con derechos de entrada lleva a un menor costo esperado para el oferente ganador respecto a la licitación de primer precio. Esta noción de eficiencia tiene cierto parecido a la noción de eficiencia *ex-ante* analizada por el presente trabajo, pero mi modelo toma en cuenta la utilidad esperada completa de los oferentes, es decir, incorporando el pago realizado por los mismos.

Por otro lado, mi trabajo también toma algunos elementos de la literatura sobre la teoría de las contiendas, cuyo origen se remonta a los trabajos de Tullock (1967, 1980)[31][32]. Dos buenas revisiones del estado del arte en la materia pueden encontrarse en Van Long (2013)[34] y en Corchón y Serena (2018)[14]. Específicamente, la función objetivo del presente trabajo es un caso especial de la función de bienestar social típicamente utilizada en la mayor parte de los problemas de diseño óptimo de contiendas (Corchón, 2007)[13], en el cual el esfuerzo no reporta mérito social y no afecta las valuaciones de los jugadores. Este caso particular ha sido usualmente ignorado por la literatura sobre la teoría de las contiendas, la cual se ha centrado en el caso de valuaciones endógenas.

La teoría de las contiendas ha estudiado extensivamente los problemas de cabildeo parlamentario, uno de los problemas relevantes para el mecanismo que derivo en este trabajo. A diferencia de mi modelo, la literatura usualmente ha supuesto que la información es completa. Fang (2001)[17] compara dos posibles mecanismos para asignar premios entre grupos de cabildeo: una subasta "todos pagan" y una "lotería". En ambos mecanismos, los oferentes deben pagar su oferta, pero en la subasta el mayor oferente obtiene el bien con probabilidad 1, mientras que en la lotería la probabilidad de que el grupo de cabildeo i obtenga el bien depende del tamaño de su contribución respecto a la contribución de los demás jugadores. El autor demuestra que en este marco de información simétrica el vendedor prefiere la subasta cuando las valuaciones de los jugadores son heterogéneas, mientras que los grupos de cabildeo prefieren la lotería, debido a que en la misma la competencia es menos intensa que en la subasta.

Franke *et al* (2014)[18] y Franke, Leininger y Wasser (2018)[19] expanden esta comparación entre subastas "todos pagan" y contiendas del tipo de lotería para el caso de contiendas sesgadas, demostrando que sesgar la contienda genera un mayor ingreso esperado para el vendedor en una subasta todos pagan que en una lotería, y que la mejor manera en la que el vendedor puede sesgar la contienda es dar dinero extra a algunos oferentes para así aumentar la competencia entre dichos oferentes y el oferente de mayor valuación.

3. El Modelo

El problema que presento en esta sección se encuentra basado en el modelo estándar de subastas expuesto en, por ejemplo, Krishna (2009)[22]. Formalmente, supongamos un vendedor que quiere vender un objeto indivisible a un grupo de $n \geq 2$ compradores. Sea $\mathcal{I} = \{1, \ldots, n\}$ el conjunto de compradores. La utilidad del comprador i si compra el bien viene dada por $\theta_i - t_i$, donde θ_i es la valuación privada del comprador i, y t_i es la transferencia que dicho comprador paga al vendedor. Cada comprador i conoce su propia valuación θ_i, pero ni el vendedor ni ningún otro comprador conoce θ_i. Modelo a la valuación θ_i como una variable aleatoria con función de distribución acumulada $F_i(\theta_i)$ y densidad $f_i(\theta_i)$. Las variables θ_i son independientes y tienen soporte común, el cual viene dado por $\Theta_i \equiv \left[0, \overline{\theta}\right]$. Asumiré que $f_i(\theta_i) > 0$ para todo $i \in \mathcal{I}$ y para todo $\theta_i \in \left[0, \overline{\theta}\right]$. Se sigue entonces que el vector $\theta = (\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_n)$ tiene una función de distribución acumulada conjunta dada por F, la cual es igual al producto de las F_i y tiene soporte $\Theta \equiv \left[0, \overline{\theta}\right]^n$.

Debido al principio de revelación, restringiré mi atención a mecanismos directos, los cuales estarán compuestos por un conjunto de funciones $Q : \Theta \to \Delta$ y $T_i : \Theta \to \mathbb{R}_+$ para todo $i \in \mathcal{I}$, donde Δ se define como:

$$\Delta = \left\{ (q_1, q_2, \ldots, q_n) : 0 \leq q_i \leq 1 \text{ para todo } i \in \mathcal{I} \text{ y } \sum_{i \in \mathcal{I}} q_i \leq 1 \right\}$$

o, en otras palabras, el conjunto de todas las distribuciones de probabilidad sobre el conjunto de compradores, siendo $1 - \sum_{i \in \mathcal{I}} q_i$ la probabilidad de que el objeto permanezca en manos del vendedor.

Intuitivamente, Q es la correspondencia que determina la asignación del bien dado el vector de tipos θ, y T_i establece el pago que el comprador i deberá realizar dado θ. Por último, $Q_i(\theta)$ es simplemente la probabilidad de que i obtenga el bien dado θ.

Nótese que realizo el supuesto de que todos los compradores deben realizar un pago T_i no negativo. En otras palabras, esto significa que no es posible pagarle a ningún comprador para que participe. Esta cota inferior permite que el problema tenga solución. Este supuesto no resulta muy restrictivo dada la motivación descripta anteriormente, ya que los escenarios a los cuales aplica este modelo son aquellos en los que los compradores pagan un cierto monto en dinero o tiempo. Además, debido a que el número de compradores es fijo y exógeno, el vendedor no obtiene beneficio alguno en elucubrar un esquema que incentive la participación a través de pagos negativos.

Dado este mecanismo, defínanse:

$$q_i\left(\tilde{\theta}_i\right) = \int_{\Theta_{-i}} Q_i\left(\tilde{\theta}_i, \theta_{-i}\right) f_{-i}(\theta_{-i})\, d\theta_{-i} \tag{1}$$

$$t_i\left(\tilde{\theta}_i\right) = \int_{\Theta_{-i}} T_i\left(\tilde{\theta}_i, \theta_{-i}\right) f_{-i}(\theta_{-i})\, d\theta_{-i} \tag{2}$$

como la probabilidad de que el individuo i obtenga el objeto y el pago esperado de dicho individuo cuando reporta que su valuación es $\tilde{\theta}_i$ y todos los demás compradores reportan sus verdaderas valuaciones, respectivamente. El problema que quiero estudiar es el de un vendedor benevolente que tiene por objetivo maximizar la siguiente función:

$$\sum_{i\in\mathcal{I}} \mathrm{E}_\theta \left[U_i\left(\theta\right)\right] = \sum_{i\in\mathcal{I}} \int_{\Theta_i} \left(q_i\left(\theta_i\right)\theta_i - t_i\left(\theta_i\right)\right) f_i\left(\theta_i\right) d\theta_i \tag{3}$$

sujeto a las restricciones de que:

- el mecanismo sea incentivo compatible, lo cual es equivalente a requerir que $q_i\left(\tilde{\theta}_i\right)$ sea no decreciente para todo $i = 1, \ldots, n$.
- el mecanismo sea individualmente racional, lo cual es equivalente a requerir que $t_i\left(0\right) \leq 0$.[5]

Nótese que la ecuación (3) es la función de bienestar social sin mérito social y con valuaciones independientes del esfuerzo utilizada por la literatura en teoría de las contiendas (Corchón, 2007[13]), y corresponde a la suma de las utilidades esperadas *ex-ante* de los compradores. Esta expresión es equivalente a:

$$\sum_{i\in\mathcal{I}} \mathrm{E}_\theta \left[U_i\left(\theta\right)\right] = \sum_{i\in\mathcal{I}} \int_{\Theta_i} q_i\left(\theta_i\right)\theta_i f_i\left(\theta_i\right) d\theta_i - \sum_{i\in\mathcal{I}} \int_{\Theta_i} t_i\left(\theta_i\right) f_i\left(\theta_i\right) d\theta_i \tag{4}$$

De la definición de $q_i\left(\cdot\right)$ resulta inmediato que es posible reescribir el primer término a la derecha de la igualdad (4) como:

$$\sum_{i\in\mathcal{I}} \int_{\Theta_i} q_i\left(\theta_i\right)\theta_i f_i\left(\theta_i\right) d\theta_i = \int_{\Theta} \left(\sum_{i\in\mathcal{I}} \theta_i Q_i\left(\theta\right)\right) f\left(\theta\right) d\theta \tag{5}$$

Por otro lado, Myerson (1981)[27] demuestra que el segundo término del lado derecho de la ecuación (4), el cual corresponde al ingreso esperado del vendedor, puede reescribirse como:

$$\begin{aligned}\sum_{i\in\mathcal{I}} \int_{\Theta_i} t_i\left(\theta_i\right) f_i\left(\theta_i\right) d\theta_i &= \sum_{i\in\mathcal{I}} t_i\left(0\right) + \int_{\Theta} \left(\sum_{i\in\mathcal{I}} \left(\theta_i - \frac{1}{\lambda_i\left(\theta_i\right)}\right) Q_i\left(\theta\right)\right) f\left(\theta\right) d\theta \\ &= \sum_{i\in\mathcal{I}} t_i\left(0\right) + \int_{\Theta} \left(\sum_{i\in\mathcal{I}} \theta_i Q_i\left(\theta\right)\right) f\left(\theta\right) d\theta - \int_{\Theta} \left(\sum_{i\in\mathcal{I}} \frac{1}{\lambda_i\left(\theta_i\right)} Q_i\left(\theta\right)\right) f\left(\theta\right) d\theta\end{aligned} \tag{6}$$

Aquí, $\lambda_i\left(\theta_i\right) = \frac{f_i(\theta_i)}{1-F_i(\theta_i)}$ es la función de *hazard rate* asociada a F_i. Asumiré que el problema analizado es regular, lo cual implica que $\lambda_i\left(\cdot\right)$ es creciente en θ_i.

Por último, nótese que el lado derecho de la igualdad (5) y el segundo término del lado derecho de la igualdad (6) son iguales, lo cual implica que es posible reescribir a (4) como:

$$\sum_{i\in\mathcal{I}} \mathrm{E}_\theta \left[U_i\left(\theta\right)\right] = -\sum_{i\in\mathcal{I}} t_i\left(0\right) + \int_{\Theta} \left(\sum_{i\in\mathcal{I}} \frac{1}{\lambda_i\left(\theta_i\right)} Q_i\left(\theta\right)\right) f\left(\theta\right) d\theta \tag{7}$$

Por lo tanto, el problema a estudiar consiste en hallar el mecanismo incentivo compatible e individualmente racional que maximiza la expresión (7). Este mecanismo se presenta en la proposición 1:

Proposición 1. *El mecanismo incentivo compatible e individualmente racional(Q, T) que maximiza la expresión (7) se encuentra caracterizado por:*

- *Una regla de asignación Q tal que $Q_i\left(\theta\right) = \alpha_i$ para todo $i \in \mathcal{I}$ y para todo $\theta \in \Theta$, con $\sum_{i\in\mathcal{I}} \alpha_i = 1$, y tal que para α_i vale que:*

$$\alpha_i > 0 \Rightarrow \mathrm{E}_{\theta_i}\left[\frac{1}{\lambda_i\left(\theta_i\right)}\right] \geq \mathrm{E}_{\theta_j}\left[\frac{1}{\lambda_j\left(\theta_j\right)}\right] \text{ para todo } j \neq i \tag{8}$$

[5] Estas dos equivalencias se encuentran demostradas en, por ejemplo, Krishna (2009)[22].

- *Una regla de pago T tal que $T_i(\theta) = 0$ para todo $i \in \mathcal{I}$ y para todo $\theta \in \Theta$.*

Demostración. Ignorando temporalmente las restricciones de participación y compatibilidad de incentivos, nótese que de la expresión del segundo término de (7):

$$\sum_{i \in \mathcal{I}} \frac{1}{\lambda_i(\theta_i)} Q_i(\theta) \tag{9}$$

los Q_i funcionan como una función ponderadora, lo cual implica que para maximizar (9) será necesario dar peso positivo a los menores valores de $\lambda_i(\theta_i)$. Debido a que el problema es regular, esto es equivalente a dar peso positivo a los menores θ_i. Pero esto implicaría que los Q_i (y los q_i) sean decrecientes en θ_i, lo cual rompería con la compatibilidad de incentivos. La unica forma incentivo compatible para maximizar el peso dado a los menores valores de θ_i es entonces dar el mismo peso a *todos* θ_i, es decir, $Q_i(\theta) = \alpha_i$ para todo $i \in \mathcal{I}$ y para todo $\theta \in \Theta$. Resulta inmediato que si $\sum_{i \in \mathcal{I}} \alpha_i < 1$, sería posible aumentar el valor de (9). Como de este modo se maximiza la expresión (9) para un determinado vector θ, se sigue que realizando el mismo procedimiento para todos los valores de θ se maximiza la integral correspondiente al segundo término de (7).

Para ver que la condición (8) debe cumplirse, nótese que una vez que $Q_i(\theta)$ ya no depende de θ, el segundo término en la expresión (7) puede reescribirse del siguiente modo:

$$\int_\Theta \left(\sum_{i \in \mathcal{I}} \frac{1}{\lambda_i(\theta_i)} Q_i(\theta) \right) f(\theta)\, d\theta = \sum_{i \in \mathcal{I}} \alpha_i \int_\Theta \left(\frac{1}{\lambda_i(\theta_i)} \right) f(\theta)\, d\theta$$

pero dado que en (9) el único término que dependía de θ_{-i} era $Q_i(\theta)$, la expresión anterior se reduce a:

$$\begin{aligned} \int_\Theta \left(\sum_{i \in \mathcal{I}} \frac{1}{\lambda_i(\theta_i)} Q_i(\theta) \right) f(\theta)\, d\theta &= \sum_{i \in \mathcal{I}} \alpha_i \int_{\Theta_i} \left(\frac{1}{\lambda_i(\theta_i)} \right) f_i(\theta_i)\, d\theta_i \\ &= \sum_{i \in \mathcal{I}} \alpha_i \mathrm{E}_{\theta_i} \left[\frac{1}{\lambda_i(\theta_i)} \right] \end{aligned} \tag{10}$$

En la expresión (10), los α_i funcionan como pesos de las esperanzas para los distintos compradores. Resulta evidente que para poder maximizar dicha suma ponderada, el mecanismo deberá dar peso positivo únicamente a aquellas esperanzas que resulten maximales, lo cual resulta equivalente al requerimiento de la condición (8). Esto finaliza la prueba de la primera parte de la proposición.

Para la segunda parte, sabemos de Myerson (1981)[27] que para que un mecanismo directo (Q, T) sea incentivo compatible, deberá ser cierto que:

$$t_i(\theta_i) = t_i(0) + q_i(\theta_i)\theta_i - \int_0^{\theta_i} q_i(x_i)\, dx_i$$

Dado que en el mecanismo propuesto $q_i(\theta_i) = \int_{\Theta_{-i}} \alpha_i f_{-i}(\theta_{-i})\, d\theta_{-i} = \alpha_i$, se sigue que:

$$t_i(\theta_i) = t_i(0) \tag{11}$$

Ahora bien, la restricción de participación requiere que $t_i(0) \leq 0$, lo cual sólo puede ser cierto si $T_i(0, \theta_{-i}) = 0$ para todo $i \in \mathcal{I}$, dado que realicé el supuesto de que $T_i(\theta) \geq 0$ para todo $\theta \in \Theta$ y para todo $i \in \mathcal{I}$. Esto, junto con la expresión (11) implican que $t_i(\theta_i) = 0$ y, recordando nuevamente la cota inferior sobre los $T_i(\theta)$, que $T_i(\theta) = 0$ para todo $i \in \mathcal{I}$ y para todo $\theta \in \Theta$. Esto también maximiza el primer término en (7).

Por lo tanto, el mecanismo propuesto es incentivo compatible e individualmente racional, y como maximiza ambos términos en (7) también maximiza la suma. Esto completa la demostración. □

Este resultado resulta interesante por varios motivos. En primer lugar, este mecanismo minimiza el ingreso esperado del vendedor sujeto a la cota inferior para los T_i. En efecto, el vendedor siempre otorga el bien gratuitamente. Por otro lado, nótese que este mecanismo en general no resulta en una asignación eficiente *ex-post*. Sin embargo, el mecanismo VCG, si bien lleva a una asignación eficiente, tiene asociada una menor utilidad esperada agregada *ex-ante* para los compradores, una vez que se toma en cuenta el pago que los mismos deben realizar. Se sigue entonces que el pago que los compradores deben realizar para resolver la asimetría informativa es tal que el bienestar grupal de los mismos será mayor si la asimetría no es resuelta.

Nótese que cuando los θ_i se distribuyen de manera idéntica, la condición (8) implica que todos los α_i podrían ser positivos. En términos intuitivos, esto significa que cualquier lotería ponderada arbitrariamente constituiría un mecanismo eficiente *ex-ante*. Un caso particularmente interesante en muchas aplicaciones podría ser el de una asignación aleatoria entre todos los compradores, es decir, cuando $Q_i(\theta) = 1/n$ para todo $i \in \mathcal{I}$ y para todo $\theta \in \Theta$. Este mecanismo sería "anónimo", en el sentido de que trataría de igual manera a todos los compradores.

4. Interpretaciones, Extensiones y Aplicaciones

En esta sección estudio algunas de las implicancias que se desprenden del hecho de que mi mecanismo debe satisfacer la condición (8), y analizo algunos casos particulares donde esta condición tiene una interpretación útil. Por otro lado, demuestro que gracias al Teorema de Equivalencia del Ingreso, si uno agrega una restricción de eficiencia *ex-post* al problema, la solución resultante pasa a ser trivial, y pruebo que si el vendedor puede compensar a los compradores de modo tal que su ingreso esperado sea nulo, entonces desde el punto de vista de los compradores una subasta estándar resulta eficiente tanto en términos *ex-ante* como en términos *ex-post*. Este último resultado sirve para subrayar una vez más la utilidad de mi mecanismo en aquellas situaciones donde el vendedor no puede redimir fácilmente los pagos de los compradores. Finalizo la sección discutiendo algunos ejemplos de la vida real en los que este mecanismo podría resultar en una mejora del bienestar.

4.1. Interpretación de la Condición de Minimización de la *Hazard Rate*

El hecho de que para minimizar la expresión (9) uno deba dar peso al comprador con la menor *hazard rate* tiene una explicación intuitiva, en línea con la interpretación de las valuaciones virtuales como "ingresos marginales" (MR, por sus siglas en inglés) derivada en Bulow y Roberts (1989)[8]. Allí, los autores demuestran que:

$$MR(\theta_i) = \theta_i - \frac{1}{\lambda_i(\theta_i)}$$

o, reordenando los términos:

$$\frac{1}{\lambda_i(\theta_i)} = \theta_i - MR(\theta_i) \tag{12}$$

Nótese que si el mecanismo elige al individuo con el menor θ_i, en esencia maximiza la diferencia del lado derecho de la igualdad (12). Esta expresión puede interpretarse como la diferencia entre la curva de "demanda" y la curva de ingreso marginal. Dado que en un modelo de monopolio estándar esta diferencia es creciente en las cantidades vendidas (en términos del presente modelo, en la probabilidad de vender el bien a un individuo determinado), al elegir el menor valor de θ_i disponible, el mecanismo intenta en esencia acercarse lo más posible a la condición de competencia perfecta $p = MC = 0$.

Dado que la expresión (3) puede interpretarse como el excedente esperado del consumidor, y dado que la competencia perfecta maximiza el tamaño de este excedente, tiene sentido que mi mecanismo intente imitar a la competencia perfecta. Por otro lado, este resultado también sirve para tender un nuevo puente entre la teoría de mercado clásica y la teoría de diseño de mecanismos: una subasta de segundo precio con un precio de reserva es a un monopolio lo que una asignación gratuita arbitraria es a la competencia perfecta.

Esta intuición puede observarse claramente en la Figura 1, la cual también puede encontrarse en, por ejemplo, Bulow y Klemperer (1996)[6]. Aquí, q es la probabilidad de que el vendedor no logre vender el bien cuando enfrenta a un único comprador, mientras que p es el precio elegido por el vendedor. Esta relación entre precio y probabilidad puede interpretarse como una curva de demanda. q^M sería la probabilidad óptima elegida por un vendedor que maximiza el ingreso,

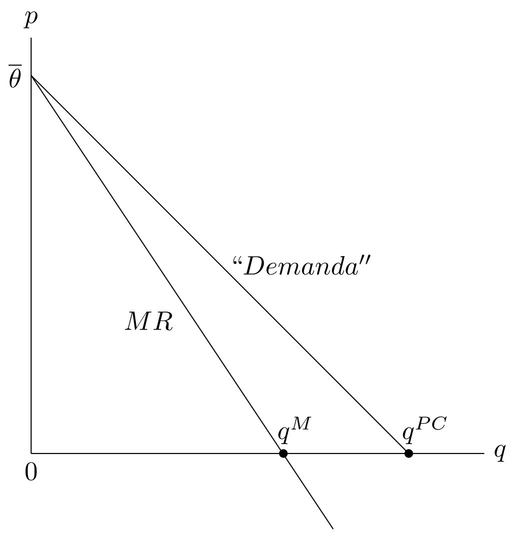

Figura 1: Ingreso marginal (MR) y función de "demanda" en un entorno de subastas.

mientras que el mecanismo aquí propuesto busca acercarse tanto como sea posible al punto q^{PC}, dado que ello minimizará la pérdida irrecuperable de bienestar, la cual en este caso se genera cuando el bien queda en manos del vendedor, ya que el mismo no deriva utilidad alguna de conservarlo.

Este razonamiento puede extenderse fácilmente a la condición (8): el mecanismo debería otorgar peso positivo únicamente a aquellos agentes cuya distancia esperada entre la valuación y el ingreso marginal es maximal, es decir, aquellos que en promedio se acercan lo más posible a la condición de competencia perfecta. Más allá de esta interpretación, existen algunos resultados adicionales interesantes. Estos son todos corolarios de la proposición 2:

Proposición 2. *Sean n compradores con valuaciones θ_i independientemente distribuidas con funciones de distribución acumulada $F_i(\theta_i)$ y densidades $f_i(\theta_i)$ con soporte común $\Theta_i = \left[0, \overline{\theta}\right]$ para $i = 1, \ldots, n$. Entonces deberá ser cierto que para todo $j, k \in \{1, \ldots, n\}$:*

$$\int_{\Theta_j} F_j(\theta_j)\, d\theta_j < \int_{\Theta_k} F_k(\theta_k)\, d\theta_k \Leftrightarrow \mathrm{E}_{\theta_j}\left[\frac{1}{\lambda_j(\theta_j)}\right] > \mathrm{E}_{\theta_k}\left[\frac{1}{\lambda_k(\theta_k)}\right] \tag{13}$$

Demostración. Comenzando con la desigualdad del lado izquierdo de (13):

$$\begin{aligned}
\int_{\Theta_j} F_j(\theta_j)\, d\theta_j &< \int_{\Theta_k} F_k(\theta_k)\, d\theta_k \\
\overline{\theta} - \int_{\Theta_j} F_j(\theta_j)\, d\theta_j &> \overline{\theta} - \int_{\Theta_k} F_k(\theta_k)\, d\theta_k \\
\int_{\Theta_j} (1 - F_j(\theta_j))\, d\theta_j &> \int_{\Theta_k} (1 - F_k(\theta_k))\, d\theta_k \\
\int_{\Theta_j} \left(\frac{1}{\lambda_j(\theta_j)}\right) f_j(\theta_j)\, d\theta_j &> \int_{\Theta_k} \left(\frac{1}{\lambda_k(\theta_k)}\right) f_k(\theta_k)\, d\theta_k \\
\mathrm{E}_{\theta_j}\left[\frac{1}{\lambda_j(\theta_j)}\right] &> \mathrm{E}_{\theta_k}\left[\frac{1}{\lambda_k(\theta_k)}\right]
\end{aligned}$$

□

Nótese que el lado izquierdo de la afirmación (13) es cierta cuando F_j domina estocásticamente en segundo orden a F_k sin constituir un *mean-preserving spread.* Los siguientes resultados se desprenden directamente de esta simple proposición.

Corolario 2.1. *Si F_j domina estocásticamente en primer orden (FOSD) a F_k para un par $j, k \in \{1, \ldots, n\}$, entonces $\alpha_k = 0$.*

Demostración. Inmediato del hecho de que F_j FOSD F_k si y solo si $F_j(\theta_i) \leq F_k(\theta_i)$ para todo $\theta_i \in \Theta_i$, con desigualdad estricta para algún θ_i,[6] de la relación (13) y de la condición (8). □

Corolario 2.2. *Si F_j FOSD F_k para todo $k \neq j$, entonces $\alpha_j = 1$.*

Demostración. Inmediato del corolario 2.1 y del hecho de que $\sum_{i \in \mathcal{I}} \alpha_i = 1$. □

Estos resultados tienen una explicación intuitiva: si un agente j tiene una valuación "mejor" distribuida que el agente k, entonces la suma de las utilidades esperadas *ex-ante* podría ser estrictamente mayor si el mecanismo colocara un mayor peso en el agente j y un menor peso en el agente k. Esto significa que si el agente k tiene un peso $\alpha_k > 0$, ese peso positivo tendría un mejor uso aumentando la probabilidad de que el agente j obtenga el bien. El corolario obvio a esto es que si un agente tiene la "mejor" valuación de todas, toda la probabilidad de obtener el bien debería recaer sobre él.

Corolario 2.3. *Si F_j es dominante en términos de hazard rate (HDR) respecto a F_k para algún par $j, k \in \{1, \ldots, n\}$, entonces $\alpha_k = 0$.*

Demostración. Inmediato del hecho de que si F_j es HDR respecto a F_k entonces F_j FOSD F_k[7] y del corolario 2.1. □

Corolario 2.4. *Si F_j es HDR respecto a F_k para todo $k \neq j$, entonces $\alpha_j = 1$.*

Demostración. Inmediato de los corolarios 2.2 y 2.3. □

Este segundo par de resultados también puede explicarse de manera intuitiva: sabemos de Shaked y Shantikumar (2007)[29] que F_j es HDR respecto a F_k si:

$$\lambda_k(\theta_i) \geq \lambda_j(\theta_i)$$

para todo θ_i. Dado un valor arbitrario $\tilde{\theta}_i$, sabemos de Krishna (2009)[22] que en el contexto de una subasta la *hazard rate* puede interpretarse como la probabilidad de que $\theta_i = \tilde{\theta}_i$ dado que $\theta_i \geq \tilde{\theta}_i$. Si esta probabilidad es mayor para F_k que para F_j, ello implica que F_k siempre pone un mayor peso en las valuaciones más bajas, motivo por el cual el mecanismo no debería ponderar positivamente al individuo k.

4.2. Restricción de Eficiencia *Ex-post*

Un aspecto interesante a mencionar es que si se agrega una restricción de eficiencia *ex-post* al modelo explorado en la sección 3, un corolario del Teorema de Equivalencia del Ingreso implica que todos los mecanismos incentivo compatibles, individualmente racionales y eficientes *ex-post* llevan a la misma utilidad esperada agregada *ex-ante*. Este resultado se presenta formalmente en la siguiente proposición:

Proposición 3. *Todos los mecanismos directos (Q, T) incentivo compatibles, individualmente racionales y eficientes ex-post en el sentido que:*

$$Q_i(\theta) = \begin{cases} 1 & \text{si } \theta_i > \theta_j \text{ para todo } j \neq i \\ 0 & \text{de otro modo} \end{cases}$$

llevan a la misma suma de las utilidades esperadas ex-ante de los compradores.

[6] Este resultado se encuentra demostrado en el capítulo 6 de Mas-Colell, Whinston y Green (1995)[24].
[7] Este resultado se encuentra demostrado en el capítulo 1 de Shaked y Shantikumar (2007)[29].

Demostración. La ecuación (3) puede reescribirse como:

$$\sum_{i\in\mathcal{I}}\int_{\Theta_i} q_i(\theta_i)\,\theta_i f_i(\theta_i)\,d\theta_i - \sum_{i\in\mathcal{I}}\int_{\Theta_i} t_i(\theta_i)\,f_i(\theta_i)\,d\theta_i \tag{14}$$

Ahora bien, debido al Teorema de Equivalencia del Ingreso sabemos que el segundo término en (14) (el cual corresponde al ingreso esperado del vendedor) es el mismo para todos los mecanismos incentivo compatibles, individualmente racionales y eficientes *ex-post*. Es por ello que si existe una diferencia entre distintos mecanismos, entonces dicha diferencia solo podrá encontrarse en el primer término de (14). Sin embargo, nótese que si el mecanismo es eficiente *ex-post*, entonces:

$$q_i(\theta_i) = 1 \Leftrightarrow \theta_i > \theta_j \text{ for all } j \neq i$$

Por lo tanto, es posible reescribir a (14) como:

$$\sum_{i\in\mathcal{I}}\int_{\Theta_i:\theta_i>\theta_j \text{ for all } j\neq i} \theta_i f_i(\theta_i)\,d\theta_i - EI \tag{15}$$

aquí EI es el ingreso esperado del vendedor. Dado que el primer término de esta última expresión no depende del mecanismo utilizado, se sigue que también es constante para todos los mecanismos incentivo compatibles, individualmente racionales y eficientes *ex-post*. Esto completa la demostración. □

Esencialmente, el requisito adicional de la eficiencia *ex-post* deja al diseñador de mecanismos sin grados de libertad, lo cual lleva a que todos los mecanismos que el mismo pueda pensar traerán aparejados el mismo resultado tanto para los compradores como para los vendedores. Este resultado se deriva de la clásica discusión en torno al ingreso esperado de los mecanismos eficientes, la cual puede encontrarse en, por ejemplo, Krishna (2009)[22], y hace explícito el hecho de que las eficiencias *ex-ante* y *ex-post* desde el punto de vista de los compradores son mutuamente excluyentes en un entorno estándar de subastas.

4.3. Ingreso Transferible

El conflicto entre las nociones de eficiencia *ex-ante* y *ex-post* para los compradores podría resolverse si el ingreso del vendedor se redistribuye entre los compradores. Intuitivamente esto tiene sentido: si uno agregara el ingreso del vendedor a la expresión (3), uno obtendría:

$$\begin{aligned}\sum_{i\in\mathcal{I}} \mathrm{E}_\theta\left[U_i(\theta)\right] + EI &= \sum_{i\in\mathcal{I}}\left[\int_{\Theta_i}\left(q_i(\theta_i)\,\theta_i - t_i(\theta_i)\right) f_i(\theta_i)\,d\theta_i + \int_{\Theta_i}\left(t_i(\theta_i)\right) f_i(\theta_i)\,d\theta_i\right] \\ &= \sum_{i\in\mathcal{I}}\int_{\Theta_i} q_i(\theta_i)\,\theta_i f_i(\theta_i)\,d\theta_i \end{aligned} \tag{16}$$

Esta última expresión se maximiza si para cada posible $\theta \in \Theta$, el objeto va a parar a manos del comprador con la mayor valoración posible. Es debido a esto que una subasta de segundo precio sin precio de reserva es un ejemplo de un mecanismo eficiente *ex-post*.

En esta subsección demuestro que si el vendedor redistribuye su ingreso entre los compradores, entonces existe un mecanismo que es eficiente tanto *ex-ante* y *ex-post*. Formalmente, la utilidad de cada comprador, dado que revela su tipo verdadero, ahora tomará la siguiente forma:

$$q_i(\theta_i)\,\theta_i - t_i(\theta_i) + \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} t_j(\theta_j) \tag{17}$$

Obviamente, este nuevo esquema se toparía con un problema si el número de oferentes fuera endógeno: dado que todos los jugadores obtienen una fracción de las ofertas, si no existen barreras a la entrada de oferentes, todos querrían participar, ya que siempre obtendrían un ingreso esperado positivo si entraran y no ofertaran nada. En este trabajo ignoro este problema, pues realizo el supuesto de que el número de oferentes es fijo y exógeno.

Ahora bien, resulta sencillo observar que la suma de las utilidades esperadas de los compradores dadas por (17) será igual a la expresión (16). El mecanismo buscado será uno que maximice (16), cumpliendo con las restricciones de compatibilidad de incentivos y participación. Este mecanismo es caracterizado en la proposición 4:

Proposición 4. *Si el vendedor redistribuye su ingreso de manera equitativa entre los compradores y de modo tal que su ingreso sea cero, entonces el mecanismo incentivo compatible e individualmente racional* (Q, T) *que maximiza la suma de las utilidades esperadas de los compradores se encuentra caraterizado por:*

- *Una regla de asignación* Q *tal que:*

$$Q_i(\theta) = \begin{cases} 1 & \text{si } \theta_i > \theta_j \text{ para todo } j \neq i \\ 0 & \text{de otro modo} \end{cases}$$

- *Una regla de pago* T *tal que:*

$$T_i(\theta) = \frac{n}{n-1} Q_i(\theta)\,\theta_i - \frac{n}{n-1}\int_0^{\theta_i} Q_i(x_i, \theta_{-i})\,dx_i$$

Este mecanismo también es eficiente ex-post.

Demostración. Nótese que la regla de asignación Q es la definición de eficiencia *ex-post* utilizada en el presente trabajo, por lo cual resulta evidente que este mecanismo es eficiente *ex-post*. Por otro lado, debido a que luego de la redistribución de ingreso la suma de las utilidades esperadas de los compradores toma la forma dada por la ecuación (16), resulta inmediato que el mecanismo también es eficiente *ex-ante*.

Resta mostrar que el mecanismo es incentivo compatible e individualmente racional. En primer lugar, nótese que $T(0, \theta_{-i}) = 0$ para todo θ_{-i}, lo cual implica que $t_i(0) = 0$, motivo por el cual el mecanismo es individualmente racional. En segundo lugar, un mecanismo es incentivo compatible si para todo $i \in \mathcal{I}$, para todo $\theta_i \in \Theta_i$ y para todo $\tilde{\theta}_i \in \Theta_i$:[8]

$$\begin{aligned} U_i(\theta_i) \equiv q_i(\theta_i)\,\theta_i - t_i(\theta_i) + \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} t_j(\theta_j) &\geq q_i\left(\tilde{\theta}_i\right)\theta_i - t_i\left(\tilde{\theta}_i\right) + \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} t_j\left(\tilde{\theta}_i, \theta_j\right) \\ q_i(\theta_i)\,\theta_i - \frac{n-1}{n} t_i(\theta_i) + \frac{1}{n}\sum_{j\neq i} t_j(\theta_j) &\geq q_i\left(\tilde{\theta}_i\right)\theta_i - \frac{n-1}{n} t_i\left(\tilde{\theta}_i\right) + \frac{1}{n}\sum_{j\neq i} t_j(\theta_j) \end{aligned} \tag{18}$$

Definiendo $R_{-i}(\theta_{-i}) \equiv \frac{1}{n}\sum_{j\neq i} t_j(\theta_j)$, la ecuación (18) implica que:

$$U_i(\theta_i) = \max_{\tilde{\theta}_i \in \Theta_i} \left\{ q_i\left(\tilde{\theta}_i\right)\theta_i - \frac{n-1}{n} t_i(\theta_i) + R_{-i}(\theta_{-i}) \right\}$$

Tal como en el problema clásico de diseño de mecanismos presentado en Myerson (1981)[27], U_i es el máximo de una familia de funciones afines, lo cual significa que es una función convexa.

Por otro lado, también es cierto que:

$$\begin{aligned} q_i\left(\tilde{\theta}_i\right)\theta_i - \frac{n-1}{n} t_i\left(\tilde{\theta}_i\right) + R_{-i}(\theta_{-i}) &= q_i\left(\tilde{\theta}_i\right)\tilde{\theta}_i - \frac{n-1}{n} t_i\left(\tilde{\theta}_i\right) + R_{-i}(\theta_{-i}) + q_i\left(\tilde{\theta}_i\right)\left(\theta_i - \tilde{\theta}_i\right) \\ &= U_i\left(\tilde{\theta}_i\right) + q_i\left(\tilde{\theta}_i\right)\left(\theta_i - \tilde{\theta}_i\right) \end{aligned}$$

Lo cual implica que la compatibilidad de incentivos es equivalente al requerimiento de que para todo θ_i y para todo $\tilde{\theta}_i$ se cumpla que:

$$U_i(\theta_i) \geq U_i\left(\tilde{\theta}_i\right) + q_i\left(\tilde{\theta}_i\right)\left(\theta_i - \tilde{\theta}_i\right) \tag{19}$$

[8] Recuérdese que esta condición esencialmente establece que todos los jugadores obtendrán una mayor utilidad reportando su valuación verdadera θ_i en lugar de mentir y decir que su valuación es $\tilde{\theta}_i$.

Esta última expresión es análoga a la derivada en Myerson (1981)[27], lo cual implica que todas las conclusiones que se desprenden de este punto son análogas a las de dicho trabajo. En particular, se sigue de (19) y del hecho de que U es una función convexa (y por tanto absolutamente continua) que $U_i'(\theta_i) = q_i(\theta_i)$. Dado que U_i es convexa, ello implica que tal como en el problema original de diseño de mecanismos, la compatibilidad de incentivos es equivalente al requerimiento de que q_i sea una función no decreciente.

Por otro lado, debido a la continuidad absoluta:

$$U_i(\theta_i) = U_i(0) + \int_0^{\theta_i} q_i(x_i)\, dx_i \tag{20}$$

y entonces, reemplazando (18) en (20) uno obtiene la forma que el pago esperado t_i debe tener para que el mecanismo sea incentivo compatible:

$$t_i(\theta_i) = t_i(0) + \frac{n}{n-1} q_i(\theta_i)\,\theta_i - \frac{n}{n-1}\int_0^{\theta_i} q_i(x_i)\, dx_i \tag{21}$$

donde $t_i(0) = 0$ debido a la restricción de participación.

El último paso de la prueba es mostrar que t_i toma la forma descripta en (21). Para ello, reemplazamos la regla de pago T en la ecuación (2) para así obtener:

$$t_i(\theta) = \int_{\Theta_{-i}} \left(\frac{n}{n-1} Q_i(\theta)\,\theta_i - \frac{n}{n-1}\int_0^{\theta_i} Q_i(x_i, \theta_{-i})\, dx_i \right) f_{-i}(\theta_{-i})\, d\theta_{-i} \tag{22}$$

Resulta inmediato que debido a que θ_i y $n/(n-1)$ son independientes de θ_{-i}, es posible reescribir la ecuación (22) como:

$$t_i(\theta) = \frac{n}{n-1} q_i(\theta)\,\theta_i - \frac{n}{n-1}\int_0^{\theta_i} q_i(x_i, \theta_{-i})\, dx_i$$

lo cual completa la demostración. □

Este resultado es esencialmente una modificación de la subasta óptima presentada en Myerson (1981)[27]. Resulta llamativo que en esta subasta el pago de cada agente aumenta proporcionalmente en $n/(n-1)$. La intuición detrás de este resultado es bastante sencilla: dado que todos los compradores saben que obtendrán una parte de lo ofrecido por el ganador, podrán ofertar más agresivamente que en la subasta de segundo precio clásica.

4.4. Aplicaciones

Más alla de las implicancias que el resultado principal del presente trabajo tiene sobre la teoría de subastas en general, existen ciertas situaciones donde mi mecanismo podría generar mejoras concretas en el bienestar. Dado que desde el punto de vista *ex-ante* de los compradores este mecanismo es óptimo, uno debería esperar que el mismo sea utilizado en situaciones donde los compradores diseñan el mecanismo, o donde el diseñador del mecanismo tiene como función objetivo el bienestar *ex-ante* de los compradores. Por otro lado, cuando el mecanismo es diseñado por el vendedor o por una entidad externa cuyo único interés es la eficiencia *ex-post*, uno debería esperar observar un mecanismo del tipo óptimo o eficiente expuesto en Krishna (2009)[22].

Para comenzar, una de las consecuencias de mi mecanismo es que en el problema de provisión pública de una unidad de un bien que describí al comienzo de este trabajo, la forma de maximizar el bienestar *ex-ante* de los compradores es entregarlo gratuitamente de manera arbitraria en lugar de utilizar un esquema por orden de llegada. Aún a pesar de ello, muchos bienes públicos son asignados a través de listas de espera o filas.[9] ¿Cómo es posible reconciliar este hecho con el resultado del presente trabajo? Una posible explicación es que en una democracia al vendedor no le interesa el bienestar *ex-ante*, pues prefiere mecanismos que maximicen su probabilidad de permanecer en poder, probabilidad que puede a su vez depender de la experiencia reciente o *ex-post* de los votantes.

[9] Véase Deacon y Sonsteile (1985)[15] y Martin y Smith (1999)[23]

Ahora bien, este trabajo también tiene implicancias sobre la resolución de batallas legales. Un hecho establecido en la literatura sobre teoría de las contiendas (Corchón and Serena, 2018[14]) y teoría del derecho (Burton, 1990[9]) es que debido a que los conflictos legales son costosos y no dan beneficios directos a las partes involucradas, usualmente ambas partes pueden beneficiarse al participar de una mediación extrajudicial. Este hecho puede verificarse empíricalmente, pues cerca del 90 % de los casos criminales en los Estados Unidos terminan por medio de un acuerdo entre partes (U.S. Department of Justice, 2006[33]).

Si bien el resultado de la mediación depende del poder de negociación de las partes involucradas, una vez que la negociación finaliza el juego que enfrentan las partes exhibe cierta similitud al expuesto en el presente trabajo: la asignación del bien se encuentra completamente determinada por el acuerdo, lo cual implica que todas las estrategias empleadas por las partes involucradas a partir de ese punto llevarán al mismo resultado final. Cualquier mediación resulta por tanto en un resultado eficiente desde el punto de vista *ex-ante* lo cual tiene sentido dado que son los "compradores" los que diseñan el mecanismo de asignación a través de su negociación.

Luego, podemos volver a la discusión iniciada por Bulow y Klemperer (2009)[7] sobre por qué los vendedores a veces prefieren evitar las subastas a pesar de que dicho accionar pueda parecer ir en contra de sus intereses. Mi resultado parece reforzar la hipótesis sobre el "poder de negociación de los compradores" que los autores ofrecen para explicar dicho comportamiento: cuando los compradores tienen la ventaja, tienden a evitar las subastas. Nótese que sin embargo el mecanismo alternativo que los compradores "eligen" en Bulow y Klemperer (2009)[7] no es el que yo encuentro. Esto podría ser simplemente el resultado de que el poder de negociación entre los compradores es heterogéneo: claramente Warren Buffett dispone de un mayor poder de negociación que la mayoría.

Por último, una implicancia curiosa de mi resultado concierne a los grupos de cabildeo durante campañas electorales. Dado que estas situaciones pueden interpretarse como una subasta donde los grupos de cabildeo compiten con su tiempo y dinero, se sigue de la proposición 1 que desde el punto de vista de dichos grupos de cabildeo la mejor manera de asignar un puesto político es hacerlo aleatoria o arbitrariamente.[10] Entonces, ¿por qué las contiendas electorales se deciden por medio de una subasta?

En primer lugar, nótese que el mecanismo utilizado en las elecciones de hoy en día no se encuentra completamente diseñado por los votantes de hoy en día (cuyos intereses se encuentran representados por los diversos grupos de cabildeo), ya que la forma en la que una nación vota es una amalgama de los intereses de grupos de presión presentes y pasados. Esto implicaría que el mecanismo electoral no tendría como único objetivo maximizar el bienestar de los grupos de cabildeo existentes. Por otro lado, la legitimidad de las democracias depende de que las mismas sean consideradas justas por la mayoría de la población, de lo cual se sigue que una asignación arbitraria de los puestos políticos podría dañar seriamente el espíritu democrático de una nación. Lo que esto significa utilizando el léxico del presente trabajo es que el mecanismo debe tomar en cuenta la eficiencia *ex-post*, pues si no lo hiciera terminaría experimentando la oposición de la gente a la que busca representar.

5. Conclusiones

Las subastas son un arma de doble filo: por un lado, las mismas logran resolver el problema de información incompleta entre compradores y vendedores y en muchos casos aseguran una asignación eficiente *ex-post*. Sin embargo, para lograr alcanzar esta asignación eficiente, la subasta debe incluir un pago de los compradores al vendedor, lo cual representa en sí mismo un costo desde el punto de vista de los compradores. En este trabajo he demostrado que este costo es tal que desde un punto de vista *ex-ante* a los compradores les convendría más evitar la subasta y en su lugar asignar el bien de manera arbitraria.

La principal consecuencia de este resultado es que, al menos desde un cierto punto de vista, las subastas resuelven un problema de información incompleta que no merece la pena resolver: el costo que los compradores deben enfrentar es mayor que su beneficio esperado *ex-ante*. Por otro

[10]Este hecho podría interpretarse como un resultado al estilo del Teorema de Arrow: el mecanismo eficiente *ex-ante* es uno en el cual la asignación no puede adaptarse a cambios en las preferencias de los votantes, de manera similar a lo que ocurre en un mecanismo dictatorial.

lado, este mecanismo resulta particularmente interesante en situaciones donde los pagos se realizan a través de una unidad de medida no redimible, como por ejemplo el tiempo de espera en una fila. Un corolario de mi resultado es que, dado que el mecanismo aquí hallado debería ser el preferido por el conjunto de compradores, uno debería verlo en acción en situaciones donde los compradores son también quienes diseñan el mecanismo. Verificar esta hipótesis constituye una interesante línea para futuras investigaciones.

Este trabajo se centró en un marco estándar de acciones, pero dos posibles extensiones que podrían analizarse en el futuro son el caso de las licitaciones, en particular cuando la información privada es multidimensional, como en Asker y Cantillon (2010)[1], y el caso de valuaciones interdependientes. Esta última extensión resultaría particularmente interesante, dado el problema de la maldición del ganador que los compradores deben enfrentar cuando las valuaciones no son independientes.

La condición (8) sobre la *hazard rate* tiene algunas consecuencias importantes, en tanto que la misma tiende un nuevo puente entre la teoría de equilibrio parcial y la teoría de subastas. Específicamente, muestro en el presente trabajo que en cierto modo mi mecanismo arbitrario es a la competencia perfecta lo que la subasta estándar es al monopolio. Mi mecanismo permite la existencia de distribuciones asimétricas entre los compradores, en cuyo caso el bien puede asignarse con probabilidad positiva solamente a los compradores que exhiban la mayor *hazard rate* inversa esperada. Muestro que para el caso donde las distribuciones de las valuaciones tienen soporte común, si la distribución de uno de los jugadores domina estocásticamente en primer orden a las distribuciones de todos los demás jugadores, entonces el primero de estos jugadores deberá recibir el bien con probabilidad 1.

Para subrayar la imposibilidad de resolver este problema a través de la imposición de una restricción de eficiencia *ex-post*, demuestro que gracias al teorema de equivalencia del ingreso todos los mecanismos incentivo compatibles, individualmente racionales y eficientes *ex-post* generan la misma suma de utilidades esperadas de los compradores. Este resultado sirve para destacar una vez más que intentar alcanzar la eficiencia *ex-post* por los caminos tradicionales tendrá un costo en términos de la eficiencia *ex-ante* de los compradores.

Por último, este trabajo también encuentra un mecanismo que resulta en una asignación eficiente *ex-ante* y *ex-post* para los compradores. Este mecanismo tiene la forma esperable, en tanto que se trata simplemente de una subasta estándar con la modificación de que el vendedor redistribuye lo recaudado entre los compradores. Un hecho interesante aunque esperable de esta subasta es que la misma lleva a que los oferentes realicen ofertas mayores que en la subasta estándar: debido a que los compradores saben que obtendrán una fracción de la oferta ganadora, podrán ofertar más agresivamente. Podría valer la pena estudiar este resultado en futuros trabajos.

Referencias

[1] Asker, J. y E. Cantillon (2010), “Procurement when price and quality matter”, *RAND Journal of Economics*, Vol. 41 (1), pp. 1-34.

[2] Aktas, N., de Bodt, E. y R. Roll (2010), “Negotiation Under the Threat of an Auction”, *Journal of Financial Economics*, Vol. 98 (2), pp. 241-255.

[3] Bhattacharya, V., Roberts, J. y A. Sweeting (2014), “Regulating bidder participation in auctions”, *RAND Journal of Economics*, Vol. 45 (4), pp. 675-704.

[4] Boone, A. y J. Mulherin (2008), “Do Auctions Induce a Winner’s Curse? New Evidence from the Corporate Takeover Market”, *Journal of Financial Economics*, Vol. 89 (1), pp. 1-19.

[5] Börgers, T. (2015), *An Introduction to the Theory of Mechanism Design* (Nueva York, NY: Oxford University Press).

[6] Bulow, J. y P. Klemperer (1996), “ Auctions Versus Negotiations”, *American Economic Review*, Vol. 86 (1), pp. 180-194.

[7] Bulow, J. y P. Klemperer (2009), “Why Do Sellers (Usually) Prefer Auctions?”, *American Economic Review*, Vol. 99 (4), pp. 1544-1575.

[8] Bulow, J. y J. Roberts (1989), "The Simple Economics of Optimal Auctions", *Journal of Political Economy*, Vol. 97, pp. 1060-1090.

[9] Burton, J. (1990), *Conflict: Resolution and Prevention* (Nueva York, NY: St. Martins Press Inc.).

[10] Calcagno, R. y S. Falconieri (2014), "Competition and Dynamics of Takeover Contests", *Journal of Corporate Finance*, Vol. 26, pp. 36-56.

[11] Chow, Y., Hafalir, I. y A. Yavas (2014), "Auction versus Negotiated Sale: Evidence from Real Estate Sales", *Real Estate Economics*, Vol. 43 (2), pp. 432-470.

[12] Clarke, E. (1971), "Multipart Pricing of Public Goods", *Public Choice*, Vol. 2, pp. 19-33.

[13] Corchón, L. (2007), "The Theory of Contests: a Survey", *Review of Economic Design*, Vol. 11 (2), pp. 69-100.

[14] Corchón, L. y M. Serena (2018), "Contest Theory: a Survey", *Handbook of Game Theory and Industrial Organization*, próximo a publicarse.

[15] Deacon, R. y J. Sonsteile (1985), "Rationing by Waiting and the Value of Time: Results from a Natural Experiment", *Journal of Political Economy*, Vol. 93 (4), pp. 627-647.

[16] Denton (2008), "Stacked Deck: Go-Shops and Auction Theory", *Stanford Law Review*, Vol. 60 (5), pp. 1529-1553.

[17] Fang, H. (2001), "Lottery versus All-Pay Auction Models of Lobbying", *Public Choice*, Vol. 112, pp. 351-371.

[18] Franke, J., Kanzow, C., Leininger, W. y A. Schwartz (2014), "Lottery versus all-pay auction contests: A revenue dominance theorem", *Games and Economic Behavior*, Vol. 83, pp. 116-126.

[19] Franke, J., Leininger, W. y C. Wasser (2018), "Optimal Favoritism in All-Pay Auctions and Lottery Contests", *European Economic Review*, Vol. 104, pp. 22-37.

[20] Groves, T. (1973), "Incentives in Teams", *Econometrica*, Vol. 41, pp. 617-631.

[21] Klemperer, P. (2004), *Auctions: Theory and Practice* (Princeton, NJ: Princeton University Press).

[22] Krishna, V. (2009), *Auction Theory, 2^{nd} Ed.* (San Diego, CA: Academic Press).

[23] Martin, S. y P. Smith (1999), "Rationing by Waiting Lists: an Empirical Investigation", *Journal of Public Economics*, Vol. 71, pp. 141-164.

[24] Mas-Colell, A., Whinston, M. y J. Green (1995), *Microeconomic Theory* (Nueva York, NY: Oxford University Press).

[25] Menezes, F. y P. Monteiro (2005), *An Introduction to Auction Theory* (Oxford, Inglaterra: Oxford University Press).

[26] Milgrom, P. (2004), *Putting Auction Theory to Work* (Cambridge, Inglaterra: Cambridge University Press).

[27] Myerson, R. (1981), "Optimal Auction Design", *Mathematics of Operations Research*, Vol. 6, pp. 58–73.

[28] Roberts J. y A. Sweeting (2013), "When Should Sellers Use Auctions?", *American Economic Review*, Vol. 103 (5), pp. 1830-1861.

[29] Shaked, M. y J. Shanthikumar (2007), *Stochastic Orders* (Nueva York, NY: Springer Science).

[30] Subramanian, G. (2008), "Go-Shops versus No-Shops in Private Equity Deals: Evidence and Implications", *The Business Lawyer*, Vol. 63 (3), pp. 729-760.

[31] Tullock, G. (1967), “The Welfare Cost of Tariffs, Monopolies and Theft”, *West Economic Journal*, Vol. 5, pp. 224-232.

[32] Tullock, G. (1980), “Efficient Rent Seeking” in Buchanan, J., Tollison R. and G. Tullock (eds.), *Towards a Theory of the Rent-Seeking Society*, pp. 97-112 (College Station, TX: Texas A&M University Press).

[33] U.S. Department of Justice (2006), *Compendium of Federal Justice Statistics* (Washington, DC: U.S. Department of Justice).

[34] Van Long, N. (2013), “The theory of contests: A unified model and review of the literature”, *European Journal of Political Economy*, Vol. 32, pp. 161-181.

[35] Vickrey, W. (1961), “Counterspeculation, Auctions and Competitive Sealed Tenders”, *Journal of Finance*, Vol. 16, pp. 8-37.