Modelo Neoclásico de Crecimiento con Capital Humano: Caso Argentino

MAESTRÍA EN ECONOMÍA

Alumno

Sol Babaitis

Legajo 18M1118

Tutor

Juan Pablo Nicolini

UNIVERSIDAD
TORCUATO DI TELLA

Departamento de Economía

Universidad Torcuato Di Tella

Julio

2020

ABSTRACT

El objetivo del presente trabajo es estudiar el comportamiento del Modelo Neoclásico de Crecimiento de Lucas (1988) con capital humano, también conocido como el Modelo de Lucas Usawa, en tiempo discreto. Para ello, se plantearán distintas versiones y se demostrará que es posible replicar los resultados del modelo original en tiempo continuo. También se analizará la *performance* del modelo para Argentina. Para finalizar, se estudiará una versión estacionaria del modelo para analizar su comportamiento ante shocks.

Contents

List of Figures

List of Tables

Chapter 1

Introducción

En "On the Mechanics of Economic Development" (1988) [1], Lucas introduce acumulación de capital humano al modelo neoclásico de crecimiento estándar en tiempo continuo, estudiado ampliamente por Solow, Denison y muchos otros. En este modelo se introduce un término extra en la función de producción para capturar la externalidad del capital humano. Esta externalidad genera discrepancia entre la solución de equilibrio y la óptima. Dos puntos importantes a tener en cuenta son: el crecimiento demográfico es exógeno y no se contemplan cuestiones monetarias resultando así en un análisis de economía real. Luego, calibra el modelo para Estados Unidos y saca conclusiones a partir de la comparación de la solución óptima, proyectada en los datos, y la solución óptima sugerida por el modelo. En "On Endogenous Growth with Physical and Human Capital" (1992) [2], Caballé y Santos muestran que, dados retornos constantes a escala en la tecnología de acumulación de capital físico, los estados estacionarios pueden representarse como un rayo que parte del origen y que existe convergencia global de todos las trayectorias fuera de la de equilibrio hacia algún punto de este rayo.

En este trabajo se explorará la mecánica del modelo y se calibrará para Argentina (1993-2017).

En el **Capítulo 2** se resolverá el modelo en tiempo discreto y se considerarán distintas variantes: la eliminación del efecto externo del capital humano y la posibilidad de agregar depreciación tanto del capital humano como del físico.

En el **Capítulo 3** se realizará la calibración para Argentina y se interpretarán los resultados.

En el **Capítulo 4** se propondrá una transformación del modelo para poder pensarlo en términos de estado estacionario en lugar de un sendero balanceado de crecimiento constante.

.

Chapter 2

Tiempo Discreto

En este capítulo se desarrollará el modelo de Lucas en tiempo discreto. También se analizarán las implicancias variantes.

2.1 Modelo original en tiempo discreto

Siguiendo el planteo del modelo de Lucas, la población (N) crece a una tasa bruta λ. Al permitir la existencia de una externalidad en el capital humano sobre la producción se genera una diferencia entre la solución de equilibrio y la óptima. Es importante notar que en esta versión del modelo no hay depreciación de ninguno de los dos tipos de capital.

Función de utilidad

$$\sum_{t=0}^{\infty} b^t \frac{1}{1-\sigma} \left[c_t^{1-\sigma} - 1\right] N_t \tag{2.1}$$

Función de producción

$$AK(t)^{\beta}(u_t h_t N_t)^{1-\beta} h_t^{\gamma} \tag{2.2}$$

Restricción de factibilidad

$$N_t c_t + K_{t+1} - K_t = AK_t^{\beta} \left(u_t h_t N_t\right)^{1-\beta} h_t^{\gamma} \tag{2.3}$$

Acumulación de capital humano

$$h_{t+1} = h_t \left[1 + \delta \left(1 - u(t)\right)\right] \tag{2.4}$$

Para encontrar la **solución óptima** se recurre al planificador central que internaliza la externalidad. Su problema consiste en maximizar (2.1) sujeto a (2.3) y (2.4).

Planteando el Lagrangeano correspondiente y usando el multiplicador θ_1 para la restricción de factibilidad y θ_2 para la acumulación de capital humano se obtienen las siguientes condiciones de primer orden:

$$b^t c_t^{-\sigma} = \theta_{1t} \tag{2.5}$$

$$\theta_{1t}(1-\beta)AK_t^{\beta}u_t^{-\beta}\left(h_tN_t\right)^{1-\beta}h_t^{\gamma} = \theta_{2t}h_t\delta \tag{2.6}$$

$$1 + A\beta K_{t+1}^{\beta-1}\left(u_{t+1}h_{t+1}N_{t+1}\right)^{1-\beta}h_{t+1}^{\gamma} = \frac{\theta_{1t}}{\theta_{1t+1}} \tag{2.7}$$

$$\theta_{1t+1}AK_{t+1}^{\beta}(u_{t+1}N_{t+1})^{1-\beta}(1-\beta+\gamma)h_{t+1}^{-\beta+\gamma} + \theta_{2t+1}[1+\delta(1-u_{t+1}) - \theta_{2t} = 0 \tag{2.8}$$

En la **solución de equilibrio** la siguiente ecuación se verifica en vez de la (2.8):

$$\theta_{1t+1}AK_{t+1}^{\beta}(u_{t+1}N_{t+1})^{1-\beta}(1-\beta)h_{t+1}^{-\beta+\gamma} + \theta_{2t+1}[1+\delta(1-u_{t+1}) - \theta_{2t} = 0 \tag{2.9}$$

Buscamos un Balanced Growth Path (BGP)- camino de crecimiento equilibrado- que cumpla con las siguientes características:

- c, h, K crecen a tasas constantes
- los precios h y K decrecen a tasas constantes
- u_t permanece constante

Dado que el tiempo es discreto, se definen las tasas de crecimiento brutas. Definimos $\kappa = \frac{c_{t+1}}{c_t}$ como la tasa de crecimiento del consumo per cápita en BGP.

Usando (2.5) y (2.6):

$$1 + AK_{t+1}^{\beta-1}(u_{t+1}N_{t+1}h_{t+1})^{1-\beta}(1-\beta)h_{t+1}^{\gamma} = \frac{1}{b}\kappa^{\sigma} \tag{2.10}$$

Dividiendo (2.3), la restricción de factibilidad, por K_t y usando (2.10) se obtiene:

$$\frac{N_tc_t}{K_t} + \frac{K_{t+1}}{K_t} + \frac{1-\beta}{\beta} = \frac{1}{b}\frac{\kappa^{\sigma}}{\beta} \tag{2.11}$$

Entonces en un BGP el capital per cápita crece a la misma tasa que el consumo total; $\kappa\lambda$

Definimos la tasa de ahorro como: $s = \frac{K_{t+1}}{N_t c_t + K_{t+1}}$. Usando las expresiones anteriores:

$$s = \frac{b\beta(\kappa\lambda - 1)}{\kappa^{\sigma} - b} \tag{2.12}$$

A partir de (2.4) y definiendo v como la tasa de crecimiento del capital humano:

$$\frac{h_{t+1}}{h_t} = v = 1 + \delta(1 - u_t) \tag{2.13}$$

Diferenciando (2.10):

$$\kappa = v^{\frac{1-\beta+\gamma}{1-\beta}} \tag{2.14}$$

Usando (2.5) y (2.6):

$$\frac{\theta_{2t+1}}{\theta_{2t}} = b\kappa^{\beta-\sigma-\beta+\gamma} \tag{2.15}$$

Solución óptima : Usando (2.6) y (2.8)

$$\frac{\theta_{2t+1}}{\theta_{2t}} = \frac{1-\beta}{(1-\beta)(1+\delta) + \delta\gamma u} \tag{2.16}$$

Luego usando (2.15),(2.16) y (2.13) para reemplazar u encontramos que la tasa de crecimiento óptima para el capital humano, (v^*), es:

$$v^{*\frac{(1-\beta+\gamma)(\beta-\sigma)}{1-\beta}+(-\beta+\gamma)}\left[(1+\delta)(1-\beta+\gamma) - \gamma v^*\right] = \frac{1-\beta}{b\lambda} \tag{2.17}$$

Solución de equilibrio: Usando (2.6) and (2.9)

$$\frac{\theta_{2t+1}}{\theta_{2t}} = \frac{1}{1+\delta} \tag{2.18}$$

Luego usando (2.15),(2.16) y (2.13) para reemplazar u encontramos que la tasa de crecimiento de equilibrio para el capital humano, (v), es:

$$v = \left[\frac{1}{b\lambda(1+\delta)}\right]^{\frac{1-\beta}{(1-\beta+\gamma)(\beta-\sigma)+(-\beta+\gamma)(1-\beta)}} \tag{2.19}$$

Calibración

Siguiendo el método de calibración implementado por Lucas se ajustará el modelo usando las ecuaciones (2.12), (2.14) y (2.19) y se usarán los mismo parámetros que los empleados en el paper de referencia.

- $\lambda = 1.013$
- $\kappa = 1.014$
- $\beta = 0.25$
- $s = 0.1$
- $v = 1.009$

De (2.12): $\frac{\kappa^{\sigma}}{b} = 1.068$

De (2.14): $\gamma = 0.414$

De (2.14) y (2.19): $\delta = 0.05$

De (2.13): $u = 0.82$

Para la solución óptima el valor de la tasa de crecimiento del capital humano depende del valor de σ de acuerdo a la siguiente expresión:

$$v^{*\frac{(1-\beta+\gamma)(\beta-\sigma)}{1-\beta}+(-\beta+\gamma)}\left[(1+\delta)(1-\beta+\gamma)-\gamma v^{*}\right]=\frac{1-\beta}{b\lambda} \tag{2.20}$$

$$v^{*1.552(0.25-\sigma)+0.164}(1.2222-0.414v^{*})-1.014^{0.25-\sigma}0.7886=0$$

Por ejemplo, para $\sigma = 2$ se obtiene $v^{*} = 1.016$, lo mismo que se obtendría en el caso continuo.

2.2 Modelo sin externalidad sobre el capital humano

En este caso el consumo per cápita y el capital humano tienen la misma tasa de crecimiento. Además, la solución óptima y la de equilibrio coinciden. Las ecuaciones de interés se ven modificadas resultando en las siguientes:

$$s=\frac{b\beta(\kappa\lambda-1)}{\kappa^{\sigma}-b} \tag{2.21}$$

$$v=1+\delta(1-u) \tag{2.22}$$

$$\kappa=v=v^{*} \tag{2.23}$$

$$v=\left[b\lambda(1+\delta)\right]^{\frac{1}{\sigma}} \tag{2.17}$$

Usando los valores anteriores para calibrar y forzando a la tasa de crecimiento del capital humano a comportarse igual a la del consumo per cápita (mayor que en el caso anterior), obtenemos los siguientes valores.

$\frac{\kappa^{\sigma}}{b}=1.068$

$\delta = 0.05$

$u = 0.72$

Notar que en comparación con el primer caso el porcentaje de tiempo dedicado a la acumulación de capital humano es mayor. Esto ocurre para poder sostener una mayor tasa de crecimiento en BGP.

2.3 Depreciación del capital físico

La restricción de factibilidad se me modificada con la incorporación de la depreciación del capital físico

$$N_t c_t + K_{t+1} - K_t + \delta_K K_t = A K_t^{\beta} \left(u_t h_t N_t\right)^{1-\beta} h_t^{\gamma} \tag{2.18}$$

Las ecuaciones de equilibrio pasan a ser las siguientes:

$$s = \frac{b\beta(\kappa\lambda - (1-\delta_K)}{\kappa^{\sigma} - b(1-\delta_K)} \tag{2.19}$$

$$v = 1 + \delta(1-u) \tag{2.20}$$

$$\kappa = v^{\frac{1-\beta+\gamma}{1-\beta}} \tag{2.21}$$

$$v = \left[\frac{1}{b\lambda(1+\delta)}\right]^{\frac{1-\beta}{(1-\beta+\gamma)(\beta-\sigma)+(-\beta+\gamma)(1-\beta)}} \tag{2.22}$$

$\frac{\kappa^{\sigma}}{b} = 1.083$

$\gamma = 0.414$

$\delta = 0.06$

$u = 0.85$

La expresión para la tasa de crecimiento óptima para el capital humano está caracterizada por la siguiente expresión:
$v^{*\frac{(1-\beta+\gamma)(\beta-\sigma)}{1-\beta}+(-\beta+\gamma)}\left[(1+\delta)(1-\beta+\gamma)-\gamma v^{*}\right]=\frac{1-\beta}{b\lambda}$

Para un $\sigma = 2$, se obtiene $v^* = 1.018$, lo mismo que se obtendría en el caso continuo.

Notar que con la depreciación del capital, la tecnología de acumulación de capital humano se vuelve más eficiente, indicado por un mayor valor de δ. Además, el porcentaje de tiempo dedicado a la actividad productiva aumenta para compensar esta menor tecnología en la acumulación de capital físico.

2.4 Depreciación del capital físico y humano

A la depreciación del capital físico estudiado en el caso anterior se le suma la depreciación del capital humano. Esto cambia la ecuación de acumulación de la siguiente forma:

$$h_{t+1} = h_t\left[(1-\delta_h)+\delta(1-u_t)\right] \tag{2.23}$$

Las ecuaciones del modelo son las siguientes:

$$s = \frac{b\beta(\kappa\lambda-(1-\delta_K)}{\kappa^{\sigma}-b(1-\delta_K)} \tag{2.24}$$

$$v = (1 - \delta_h) + \delta(1 - u) \tag{2.25}$$

$$\kappa = v^{\frac{1-\beta+\gamma}{1-\beta}} \tag{2.26}$$

$$v = \left[\frac{1}{b\lambda(1 + \delta - \delta_h)}\right]^{\frac{1-\beta}{(1-\beta+\gamma)(\beta-\sigma)+(-\beta+\gamma)(1-\beta)}} \tag{2.27}$$

Resultando en: $\frac{\kappa^\sigma}{b} = 1.083$

$\gamma = 0.414$

$\delta = 0.06 + \delta_h$

$u = \frac{0.051}{0.06+\delta_h}$

La expresión para la tasa de crecimiento óptima del capital humano está dada por la siguiente ecuación:
$v^{*\,\frac{(1-\beta+\gamma)(\beta-\sigma)}{1-\beta}+(-\beta+\gamma)}\left[(1 + \delta - \delta_h)(1 - \beta + \gamma) - \gamma v^*\right] = \frac{1-\beta}{b\lambda}$
El valor depende del σ. Con $\sigma = 2$ se obtiene $v^* = 1.018$.

2.5 Conclusiones

- Los resultados del modelo en tiempo continuo pueden ser replicados por el modelo en tiempo discreto si se usan los mismo parámetros de calibración.

- Si no se incorpora la externalidad del capital humano en la producción, la tasa de crecimiento del consumo per cápita y del capital humano coinciden en BGP. Esto no coincide con la evidencia empírica. Si el modelo es calibrado para que se ajuste a la tasa de crecimiento del consumo per cápita observado, la tasa de crecimiento del capital humano es mayor a la observada. Lucas sugiere que podría darse por otros tipos de entrenamientos distintos de la educación formal.

- Cuando se incorpora depreciación del capital físico y los parámetros elegidos no cambian, δ (productividad de la función de acumulación del capital humano) es mayor comparado al caso sin depreciación. El u de equilibrio también es mayor; se dedica más tiempo a la producción y menos a educación.

- Al agregar depreciación del capital humano δ se vuelve todavía más grande para respetar el resto de los parámetros de la calibración. Como el capital humano se deprecia, el tiempo dedicado a educación crece para poder alcanzar la tasa de crecimiento impuesta en BGP.

Chapter 3

Calibración Argentina

En esta sección se calibrará el modelo presentado en la sección anterior para Argentina durante el período 1993-2017. Esta elección temporal permite ver tendencias en las tasas de crecimiento de las variables. Se siguió el mismo método de calibración que el empleado por Lucas: se ajustan los parámetros de crecimiento poblacional, crecimiento del consumo per cápita, participación del capital, tasa de ahorro y tasa de crecimiento del capital humano de equilibrio y usando las ecuaciones del modelo se encuentran los valores resultantes para el resto de los parámetros y variables. Esto incluye las tasas de crecimiento y variables correspondientes a la solución óptima, la elegida por el planificador central que maximiza la utilidad.

La tasa de crecimiento poblacional anual fue muy cercana a constante y su valor fue de 1.1% resultando entonces en $\lambda = 1.011$ [1]. Para calibrar κ, la tasa de crecimiento del consumo per cápita, se utilizó la serie de consumo per cápita del Banco Mundial[2]. Como se puede observar en las siguientes figuras, el crecimiento del consumo per cápita no fue constante durante el período por lo cual se optó por calcular la tasa de crecimiento constante que haría que, partiendo del dato inicial, se alcance el consumo

[1] World Bank, Population, Total for Argentina [POPTOTARA647NWDB], retrieved from FRED, Federal Reserve Bank of St. Louis; https://fred.stlouisfed.org/series/POPTOTARA647NWDB

[2] World Bank national accounts data, and OECD National Accounts data files.Household final consumption expenditure per capita (private consumption per capita) is calculated using private consumption in constant 2010 prices and World Bank population estimates. Household final consumption expenditure is the market value of all goods and services, including durable products (such as cars, washing machines, and home computers), purchased by households. It excludes purchases of dwellings but includes imputed rent for owner-occupied dwellings. It also includes payments and fees to governments to obtain permits and licenses. Here, household consumption expenditure includes the expenditures of nonprofit institutions serving households, even when reported separately by the country. Data are in constant 2010 U.S. dollars.

per cápita del último período en cuestión, 2017. De esta forma se obtiene $\kappa = 1.017$. Para calibrar la tasa de ahorro se tomó un promedio del período resultando en $s = 0.17$ [3]. Para poder encontrar el valor apropiado de β, la participación del capital en el ingreso total, se analizaron trabajos sobre la participación del ingreso laboral en el producto y se hizo una estimación sobre el residuo. Es importante notar que el valor de este parámetro para el caso argentino es el doble que en el caso de Lucas con $\beta = 0.5$ [4]. El parámetro tecnológico, A, se normalizó a 1. Por último, la tasa de crecimiento del capital humano es $v = 1.007$ de acuerdo al Indice de Capital Humano per Cápita para Argentina disponible en la Reserva Federal del Banco de St.Louis (FRED) y basado en los años de educación (Barro/Lee, 2012) y los retornos a la educación (Psacharopoulos, 1994) [5]. En las siguientes figuras se muestran los datos utilizados para la calibración.

[3]Datos sobre las cuentas nacionales del Banco Mundial y archivos de datos sobre cuentas nacionales de la OCDE.El ahorro bruto se calcula como el ingreso nacional bruto menos el consumo total más las transferencias netas.

[4]"Participacion del ingreso laboral en el ingreso total en América Latina, 1990-2010", Martín Abeles, Verónica Amarante y Daniel Vega, CEPAL 2014."El empleo en Argentina hoy", Javier Lindenboim, CEPED- UBA.

[5]University of Groningen and University of California, Davis, Index of Human Capital per Person for Argentina [HCIYISARA066NRUG], retrieved from FRED, Federal Reserve Bank of St. Louis; https://fred.stlouisfed.org/series/HCIYISARA066NRUG, April 15, 2020.

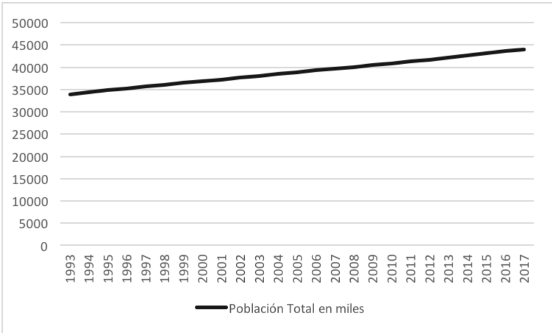


Figure 3.1: Población

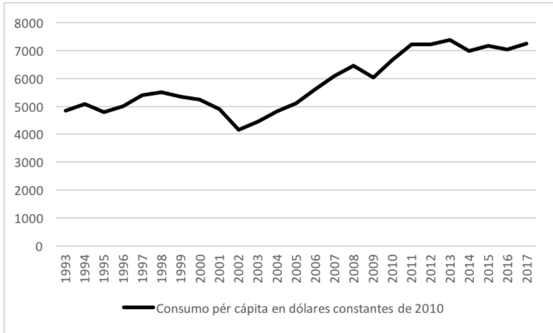


Figure 3.2: Consumo per cápita

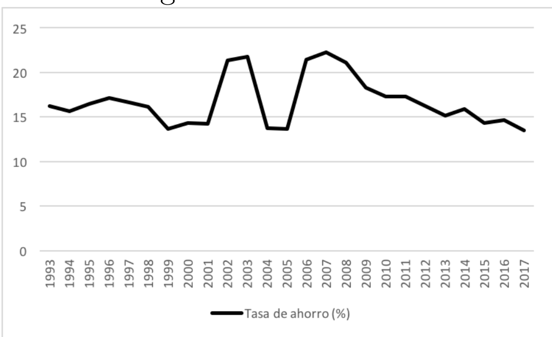


Figure 3.3: Tasa de ahorro

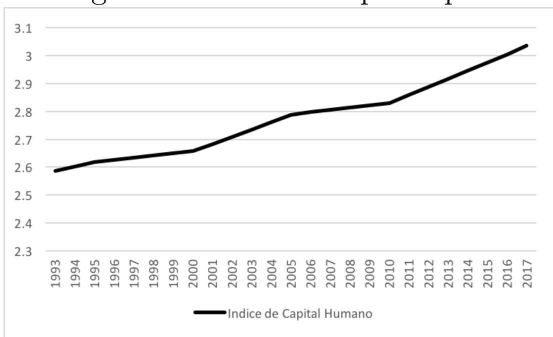


Figure 3.4: Capital Humano per cápita

Corriendo el modelo con los parámetros mencionados y para distintos valores de *sigma* se obtienen los siguientes resultados. En todos los casos el valor de u correpondiente es 0.88; los trabajadores dedican 88% de su tiempo disponible para trabajar y 12% a educación.

σ	v^*	u^*	κ^*
1	1.038	0.38	1.094
2	1.022	0.64	1.054
3	1.017	0.72	1.041

Table 3.1: Solución óptima- caso argentino

Para los tres niveles de *sigma* el tiempo óptimo dedicado a la producción es menor que el de equilibrio y, por ende, el tiempo dedicado a educación es mayor. Esto es especialmente notorio en el caso de elasticidad de sustitución intertemporal del consumo alta, σ bajo, en el cual la economía debería dedicar 5 veces más tiempo a la educación del que dedica en equilibrio y tener una tasa de crecimiento del consumo de casi 8 puntos porcentuales superior. Además, por el mayor tiempo dedicado a la acumulación de capital humano, la tasa de crecimiento del mismo ascendería en 3 puntos porcentuales.

Chapter 4

Modelo Normalizado

En el modelo planteado en los capítulos anteriores se encuentra un camino de crecimiento sostenido o Balanced Growth Path (BGP), un equilibrio en el que todas las variables crecen a tasas constantes. Para poder estudiar la transición que se da en la economía cuando cambia algún parámetro se debe reescribir el modelo de forma tal que tenga un estado estacionario. En este capítulo se propone un modelo transformado en el que se utilizan las tasas de crecimiento constantes de equilibrio para normalizar las variables de interés y permitir la existencia de un estado estacionario.

4.1 Transformación del modelo

Se define la variable normalizada $\tilde{x}_t = \frac{x_t}{\alpha^t}$ donde α hace referencia a la tasa de crecimiento de la variable x en un BGP. Recordando que en BGP h crece a tasa v, c crece a tasa k, N crece a tasa λ y u no crece se definen las variables normalizadas de la siguiente forma:

$$\tilde{c}_t = \frac{c_t}{\kappa^t} \tag{4.1}$$

$$\tilde{h}_t = \frac{x_t}{v^t} \tag{4.2}$$

$$\tilde{K}_t = \frac{K_t}{(\kappa\lambda)^t} \tag{4.3}$$

También se modificará sutilmente la función de utilidad para facilitar las cuentas y pasará a ser:

$$U = \sum_{t=0}^{\infty} b^t \frac{1}{1-\sigma} c_t^{1-\sigma} N_t \tag{4.4}$$

El problema usando las variables normalizadas es:

Max

$$U = \sum_{t=0}^{\infty} \hat{b}^t \frac{\tilde{c_t}^{1-\sigma}}{1-\sigma} N_0 \tag{4.5}$$

s.a

$$N_o \tilde{c}_t + \tilde{K}_{t+1} \kappa \lambda - \tilde{K}_t = A \tilde{K_t}^{\beta} \left(u_t \tilde{h}_t N_0 \right)^{1-\beta} \tilde{h_t}^{\gamma} \tag{4.6}$$

$$\tilde{h}_{t+1} = \frac{\tilde{h}_t}{v} \left(1 + \delta(1 - u_t)\right) \tag{4.7}$$

Donde $\hat{b} = \lambda b \kappa^{1-\sigma}$

Planteando el Lagrangeano y llamando γ_1 al multiplicador de la restricción presupuestaria y γ_2 al multiplicador de la función de acumulación del capital humano se obtienen las siguientes condiciones de primer orden.

$$\hat{b}^t \tilde{c_t}^{-\sigma} = \gamma_{1t} \tag{4.8}$$

$$\gamma_{1t}(1-\beta) A \tilde{K_t}^{\beta} u_t^{-\beta} \left(\tilde{h}_t N_0 \right)^{1-\beta} \tilde{h_t}^{\gamma} = \gamma_{2t} \frac{\tilde{h}_t}{v} \delta \tag{4.9}$$

$$\frac{1}{\kappa\lambda} \left[1 + A\beta \tilde{K}_{t+1}^{\beta-1} \left(u_{t+1} \tilde{h}_{t+1} N_0 \right)^{1-\beta} \tilde{h}_{t+1}^{\gamma} \right] = \frac{\gamma_{1t}}{\gamma_{1t+1}} \tag{4.10}$$

$$\gamma_{1t+1} A \tilde{K}_{t+1}^{\beta} (u_{t+1} N_0)^{1-\beta} (1-\beta+\gamma) \tilde{h}_{t+1}^{-\beta+\gamma} + \gamma_{2t+1} \frac{1 + \delta(1 - u_{t+1})}{v} = \gamma_{2t} \tag{4.11}$$

En la **solución de equilibrio** la siguiente ecuación se verifica en vez de la (4.11):

$$\gamma_{1t+1} A \tilde{K}_{t+1}^{\beta} (u_{t+1} N_0)^{1-\beta} (1-\beta) \tilde{h}_{t+1}^{-\beta+\gamma} + \gamma_{2t+1} \frac{1 + \delta(1 - u_{t+1})}{v} = \gamma_{2t} \tag{4.12}$$

Como el modelo fue transformado utilizando las tasas de crecimiento de equilibrio se trabajará son la ecuación (4.12). Para resolver el estado estacionario del modelo se impone $x_t = x_{t+1} = \bar{x}$ para las variables endógenas (u, c, K, h) donde $\bar{x}$ representa el valor de estado estacionario de la variable x. Recordando la calibración argentina del capítulo anterior y optando por un $\sigma = 2$ los parámetros usados son los siguientes:

- $\lambda = 1.011$
- $\kappa = 1.017$
- $s = 0.17$
- $v = 1.007$
- A=1
- $N_0 = 1$

4.2 Estado estacionario

Las ecuaciones de estado estacionario entonces son:

$$0 = \frac{1}{\kappa\lambda}\left[1 + A\beta\tilde{K}^{\beta-1}(u\tilde{h}N_0)^{1-\beta}\tilde{h}^{\gamma}\right] - \frac{1}{\hat{b}} \tag{4.13}$$

$$0 = \frac{v}{\kappa\lambda}\left[1 + A\beta\tilde{K}^{\beta-1}(u\tilde{h}N_0)^{1-\beta}\tilde{h}^{\gamma}\right] - (1+\delta) \tag{4.14}$$

$$0 = A\beta\tilde{K}^{\beta}(u\tilde{h}N_0)^{1-\beta}\tilde{h}^{\gamma} - N_0\tilde{c} + (1-\kappa\lambda)\tilde{K} \tag{4.15}$$

$$0 = 1 + \delta(1-u) - v \tag{4.16}$$

Usando estas ecuaciones se pueden establecer relaciones entre las variables endógenas en estadio estacionario. En primer lugar, notar que el valor de u queda determinado por los parámetros.

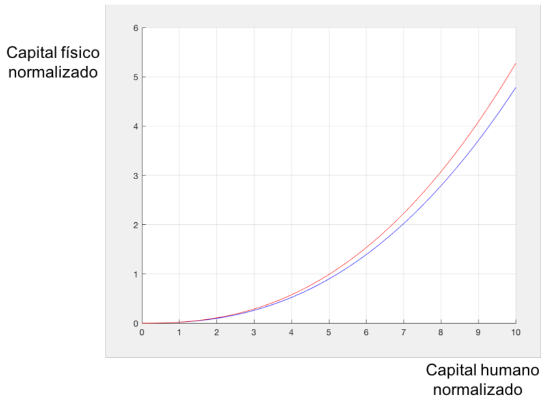


Figure 4.1: Capital físico y humano

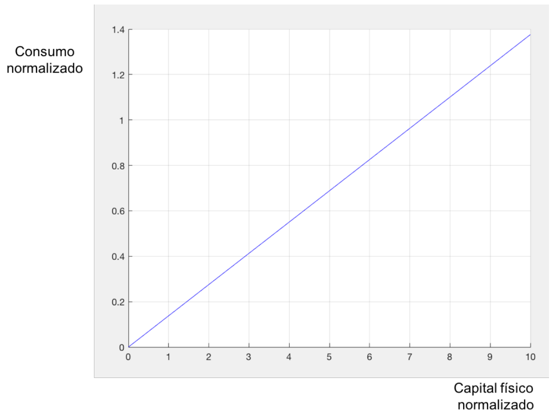


Figure 4.2: Capital físico y consumo

En la Figura 4.1 se muestra la relación entre el capital físico y el humano en estado estacionario. Santos y Caballé muestran que el punto que define el estado estacionario sobre esta curva queda definido por la condición inicial de la que parte la economía. En azul se puede ver esta curva para un nivel de productividad A=1 mientras que la curva azul corresponde a A=1.05. Notar que al aumentar la productividad, el nivel de capital humano de estado estacionario es menor para un nivel dado de capital físico.

La Figura 4.2 muestra la relación entre el consumo y el capital físico en estado estacionario. Notar que al tratarse de una línea recta que no depende del nivel de productividad, A, el ratio entre estas variables permanece constante en los distintos estados estacionarios marcados por el rayo. Notar que para un nivel dado de capital humano en estado estacionario existe un sólo nivel correspondiente de capital físico y de consumo.

4.3 Transición

A continuación se desea analizar la transición de las variables cuando hay un aumento en el factor tecnológico A de 5 %. Este pasa de 1 a 1.05.

El primer paso es encontrar el estado estacionario inicial con A=1. Para ello, siguiendo la metodología utilizada por Santos y Caballé, se fija el valor del capital humano en estado estacionario y usando las ecuaciones de estado estacionario se encuentra el valor del resto de las variables. Luego, se utiliza el programa de Matlab Dynare para ver la evolución de las variables hacia el nuevo estado estacionario con A=1.05.

A continuación se muestran los resultados para distintos niveles de capital humano inicial : 0.5, 1, 1.5 y 3.

h*=0.5

	A=1	A=1.05
c	0.83	0.88
k	6.03	6.37
h	0.50	0.49
u	0.88	0.88

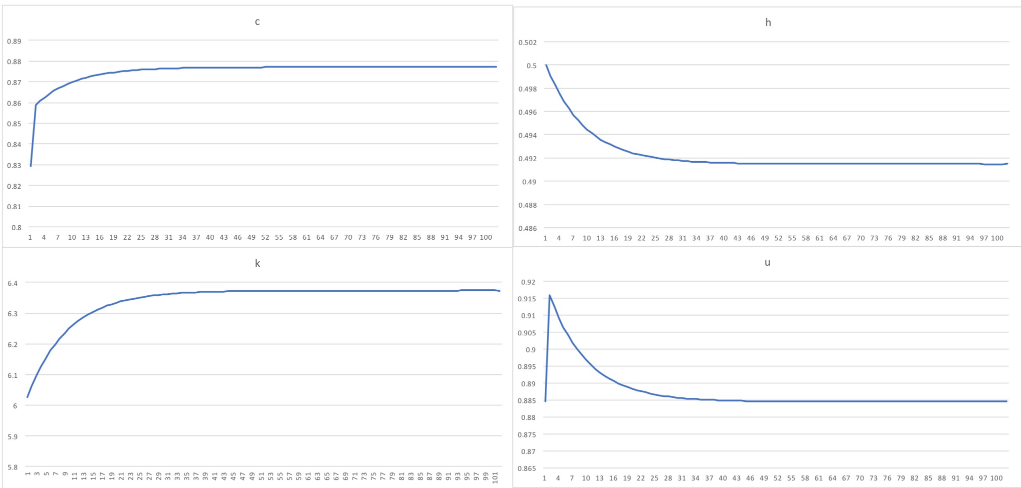


Figure 4.3: Evolución de variables h=0.5

h*=1

	A=1	A=1.05
c	4.43	4.68
k	32.17	34.02
h	1	0.98
u	0.88	0.88

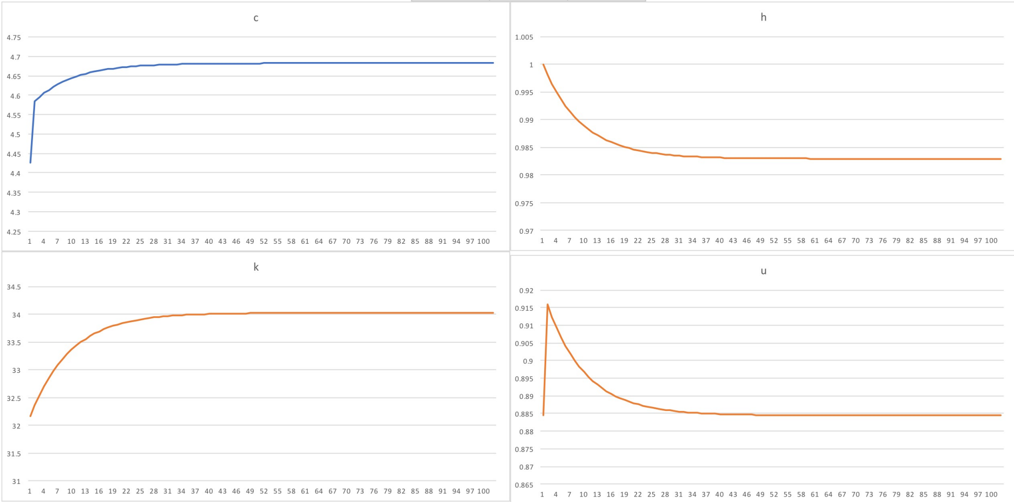


Figure 4.4: Evolución de variables h=1

h*=1.5

	A=1	A=1.05
c	11.79	12.47
k	85.71	90.65
h	1.50	1.47
u	0.88	0.88

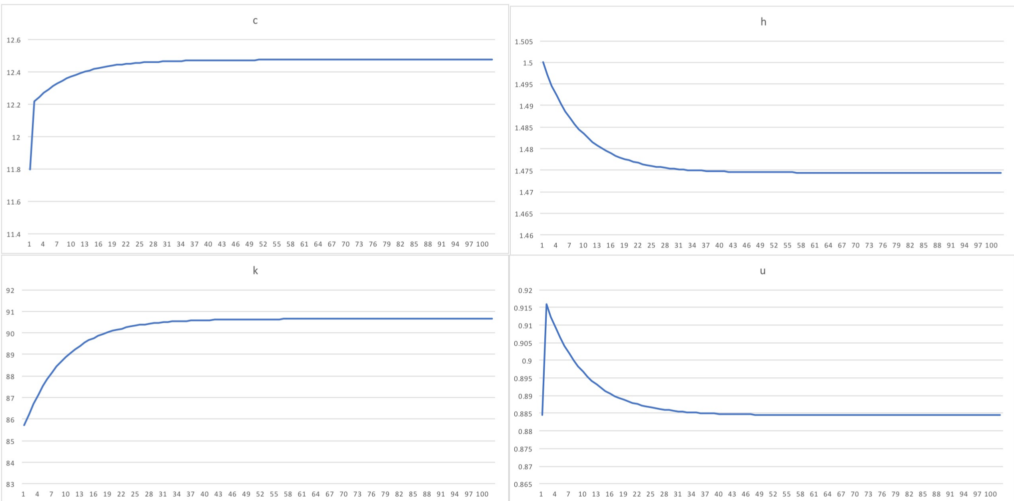
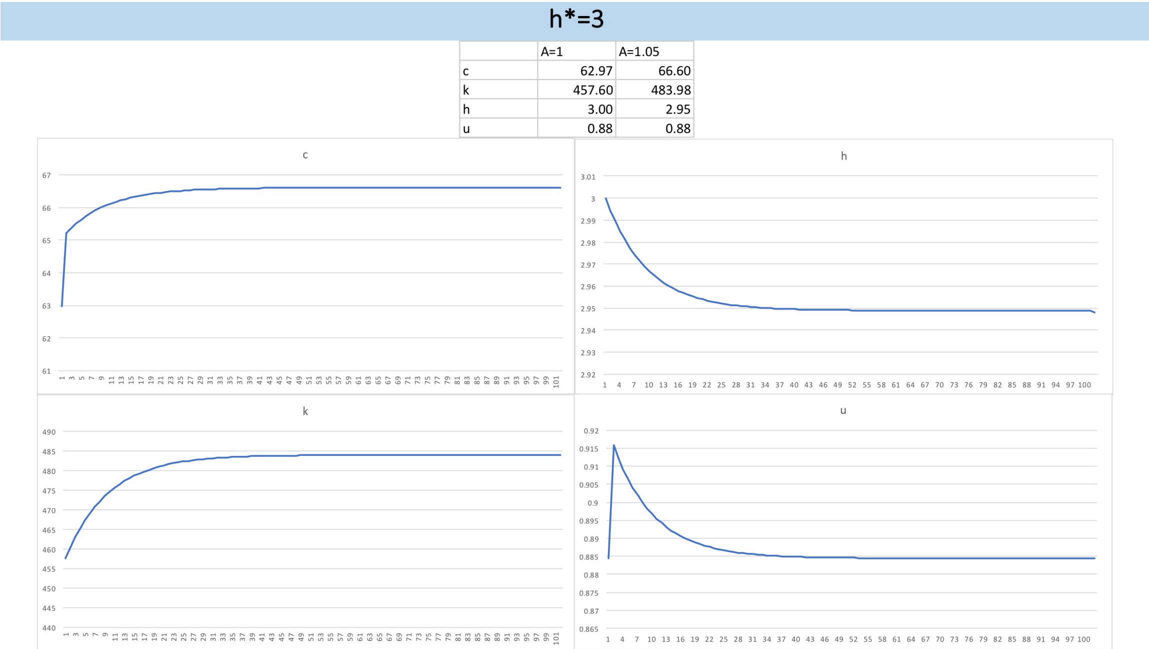


Figure 4.5: Evolución de variables h=1.5



	A=1	A=1.05
c	62.97	66.60
k	457.60	483.98
h	3.00	2.95
u	0.88	0.88

Figure 4.6: Evolución de variables h=3

Notar que en todos los casos el nivel de estado estacionario inicial de u permanece constante mientras que los niveles de estado estacionario del consumo y del capital físico dependen del nivel de capital humano impuesto inicialmente. En los cuatro casos se ve la misma evolución de las variables ante el shock tecnológico aunque en diferentes niveles. El consumo salta inicialmente y luego converge de a poco a su nuevo nivel de estado estacionario, mayor que el anterior. El tiempo dedicado a la producción (u) aumenta inicialmente para aprovechar el shock tecnológico en la producción y luego converge a su valor inicial. Este aumento inicial en u implica un menor porcentaje de tiempo dedicado a la acumulación de capital humano por lo cual, en el nuevo estado estacionario, el valor del mismo es menor. El capital por su parte aumenta hasta alcanzar su nuevo nivel de estado estacionario.

Chapter 5

Conclusiones

El modelo de Lucas se puede expresar en tiempo continuo y para la misma calibración se obtienen los mismos resultados. También se pueden modificar ciertas características del modelo para que la solución de equilibrio ajuste mejor a la evidencia empírica (eliminar la externalidad, agregar depreciación de capital físico o humano). La solución calibrada para Argentina indica que sería óptimo aumentar el share de tiempo dedicado a la producción y, consecuentemente, lograr tasas de crecimiento de consumo mayores. Normalizando las variables del modelo por sus tasa de crecimiento respectivas en BGP es posible resolver para un estado estacionario. Como señalan Santos y Caballé los posibles estados estacionarios quedan determinados por relaciones entre las variables consumo, capital físico y capital humano mientras que el share de trabajo depende directamente de los parámetros. Los movimientos de las variables ante un aumento permanente y no anticipado en la productividad total de los factores son los esperados; el consumo reacciona ante el shock y converge hacia un nuevo nivel de estado estacionario mayor que el anterior, el share de tiempo dedicado a la producción aumenta inicialmente y luego converge a su mismo nivel inicial, el capital físico converge hacia un mayor nivel y el capital humano decrece hasta estabilizarse. La magnitud de los mismos dependerá del estado estacionario elegido pero los movimientos cualitativos no.

References

[1] Lucas, R. E. (1988). On the mechanics of economic development. S.l.: Journal of Monetary Economics 22 .

[2] Caballe Jordi, Santos, M. S. (1992). On endogenous growth with physical and human capital. Bilbao: Instituto de Economia Publica.

[3] Adjemian,Stephanie and Bastani, Houtan and Juillard, Michel and Karamé, Fréderic and Maih, Junior and Mihoubi, Ferhat and Perendia, George and Pfeifer, Johannes and Ratto, Marco and Villemot, Sébastien,Dynare: Reference Manual Version 4, CEPREMAP, Dynare Working Papers, 2011.

[4] Bethmann, Dirk (2007). A closed-form solution of the Usawa-Lucas modelo of endogenous growth. Journal of Economics 90(1): 87-107.

[5] FRED, Federal Reserve Bank of St.Louis.

[6] World Banks National Accounts data and OECD National Accounts data.

[7] Abeles Martin, Amarante Veronica, Vega Daniel (2014). Participación del ingreso laboral en el ingreso total en América Latina, 1990-2010. CEPAL.

[8] Lindenboim, Javier. El empleo en Argentina hoy. CEPED-UBA.

[9] Trimborn, Timo (2012). Dynamic macroeconomic modeling with Matlab. University of Hannover and University of Groninger.

[10] Boldea, Marius Valentin (2006). On the equilibrium in a discrete-time Lucas model with endogenous leisure.Centre d'Economie de la Sorbonne.