

Tipo de documento: Tesis de maestría

Maestría en Finanzas

Comparación de modelos de asignación de activos

Autoría: Mateos, Pablo

Año académico: 2023

¿Cómo citar este trabajo?

Mateos, P. (2023) "Comparación de modelos de asignación de activos".
[Tesis de maestría. Universidad Torcuato Di Tella]. Repositorio Digital
Universidad Torcuato Di Tella

<https://repositorio.utdt.edu/handle/20.500.13098/12059>

El presente documento se encuentra alojado en el Repositorio Digital de la Universidad Torcuato Di Tella bajo una licencia Creative Commons Atribución-No Comercial-Compartir Igual 2.5 Argentina (CC BY-NC-SA 2.5 AR)

Dirección: <https://repositorio.utdt.edu>



**UNIVERSIDAD
TORCUATO DI TELLA**

Maestría en Finanzas

Trabajo Final

ALUMNO: PABLO MATEOS
TUTOR: DIEGO IACCARINO

Título: Comparación de modelos de asignación de activos

Índice

Introducción.....	3
Vehículos de inversión	4
Mutual funds	
Index Funds	
ETF	
Período temporal de análisis	5
Mortgage crisis 2008	
Caída de los mercados 2018	
Pandemia 2020	
Activos a utilizar en el análisis	9
Modelos de asset allocation	14
Markowitz – Mean variance portfolio y Frontera eficiente	
Capital Asset pricing model (CAPM)	
Modelo de 3 factores por Fama & French	
Modelo de 5 factores por Fama & French	
Risk Parity	
Equally weighted portfolio	
Kelly Criterion	
Análisis individual de los activos.	22
Análisis de las estrategias.....	32
Backtesting de las estrategias.....	34
Anchored Walk forward	
Non anchored walls forward	
Resultados de backtesting.....	37
Análisis de los períodos de crisis en los mercados.....	42
Resultados de las estrategias vs mercado	46
Conclusiones del estudio	48
Bibliografía	49

Introducción

Los mercados de capitales juegan un rol fundamental en el desarrollo de las economías modernas y tienen un impacto directo en el desarrollo económico de los individuos que participan activamente en el mercado. Las empresas buscan financiamiento para continuar su desarrollo económico y los inversores buscan activos que les permitan obtener rendimientos según el riesgo que estén dispuestos a asumir.

Es el mercado el medio en el cual se hacen posibles estas transacciones y potencian el crecimiento de las economías ya que facilitan el acceso al capital a las empresas y ponen a disposición de los agentes de ahorro un menú de posibilidades infinitas para invertir el capital y diversificar el riesgo de los inversores. Está probado que las economías que han desarrollado sus mercados financieros son las que han logrado crecimientos superiores a las que no lo han hecho. Facilitar la canalización del ahorro de los privados permite mayor crecimiento que de otra forma estaría limitado al financiamiento de la banca privada, de gobierno o de organismos destinados a tal fin.

A lo largo del tiempo se han estudiado diversas metodologías para comprender el funcionamiento de los mercados y poder establecer mecanismos que le proporcionen a los inversores información suficiente para la toma de decisiones a la hora de realizar las inversiones en los diferentes activos. Markowitz fue uno de los pioneros en este análisis desarrollando su metodología de análisis de carteras óptimas de varianza media dando el puntapié inicial para que otros pensadores desarrollen metodologías de análisis basándose en otros parámetros. Es mediante el análisis de algunas de estas metodologías que nos proponemos estudiar como cada una ha resultado a través del tiempo, analizando particularmente algunos momentos de la historia donde los factores económicos fueron desfavorables para las inversiones financieras.

Si bien todas las metodologías apuntan a lograr mejores rendimientos de los activos financieros, no todas comparten el mismo criterio de optimización ya que si bien el rendimiento es el fin, el riesgo juega una parte fundamental en el análisis y es en base al riesgo que se estudian las diversas metodologías. No necesariamente una metodología puede ser mejor que la otra, sino que una metodología puede resultarle mejor a un inversor que a otro dependiendo de las necesidades de cada uno, pero sí podemos identificar, como cada una de las metodologías se comportó en diversos períodos económicos y cual resultado más favorable para ese período en particular.

Vehículos de inversión

Existen diferentes vehículos de inversión en el mercado de capitales que le permite a los inversores canalizar sus ahorros y transformarlos en activos de riesgo. Dentro de los más conocidos se encuentran los Exchange Trust Funds (ETF), los fondos comunes de inversión, los índices de bolsa, acciones de compañías, obligaciones negociables y bonos.

Obligaciones Negociables / Bonos

Son títulos de deuda de empresas o entidades públicas que son negociados en la bolsa de valores y son parte de la categoría Renta Fija. Cada pago de cupón tiene fecha y monto fijo y su valor depende del riesgo de la compañía que los ha emitido, pudiendo variar su cotización en el mercado de valores dependiendo de eventos que sucedan en la compañía en particular o en el mercado en general.

Acciones

Son títulos emitidos por sociedades que representan una fracción de su capital social. Los tenedores de acciones son propietarios de una cuota parte de la compañía.

Fondos comunes de inversión

Los fondos comunes de inversión gestionan recursos de inversores que aportan su capital. Cuentan con un *managment* activo que gestiona los fondos en busca de rendimientos superiores a la media del mercado. Cada fondo elige la estrategia que utiliza y los activos que incorporan a sus carteras en cada momento.

Index Funds

Los “Index funds” son índices que agrupan a una determinada cantidad de empresas que tienen alguna condición en común y que cotizan en el mercado de capitales, son fondos de *managment* pasivo y su rendimiento está directamente ligado al rendimiento del sector en el cual están invertidos más que el década empresa en particular debido a su gran diversificación en el sector.

Exchange Traded Funds

Por otro lado, están los ETF que son fondos que replican a algún “index funds”. Son también de *managment* pasivo, esto quiere decir que replican el índice con los mismos activos y no realizan ninguna gestión adicional en cuanto a la asignación de activos.

Horizonte temporal de análisis

El horizonte temporal para la evaluación de las estrategias que resulta más adecuado para el tipo de análisis a realizar es de quince años. Este rango temporal nos permitirá abarcar varios períodos en los cuales se encuentran importantes desequilibrios macroeconómicos con gran fluctuación en el mercado de capitales como así también momentos de gran crecimiento económico.

Identificación de períodos relevantes

- Crisis Hipotecaria 2007 ~2009

También conocida como la crisis “*subprime*”, en junio de 2007 se daba inicio a una de las mayores crisis de Estados Unidos cuando la burbuja del sector inmobiliaria, que llevaba años de crecimiento, finalmente explotaba. Fue un año y medio donde el producto bruto interno del país cayó 5.1%, el desempleo trepó hasta 10% y el índice S&P llegó a perder 41% desde su máximo histórico dieciocho meses antes. La raíz de la gran burbuja inmobiliaria radicó en que se facilitó el acceso al crédito a personas que anteriormente eran catalogadas como de alto riesgo y no podían acceder al crédito hipotecario, empujando los precios de las propiedades al alza a la vez de que aumentaron sustancialmente el riesgo de no pago. Mientras el mercado inmobiliario continuaba al alza, los riesgos de *default* no eran visibles porque los inversores de bienes raíces podían vender a precios más alto y pagar sus deudas crediticias, hasta que el mercado dejó de crecer. En ese entonces, el indicador de default de las hipotecas estaba en alza y las entidades que otorgaban créditos hipotecarios a individuos de alto riesgo dejaron de darlo. Sin esa constante infusión de dinero por parte de las entidades financiera, el mercado empezó a caer destruyendo una porción importante del valor de las propiedades. Los impagos de las hipotecas se dispararon y los bancos no tuvieron más remedio que ejecutar las propiedades en un intento por recuperar el dinero prestado. El problema era que el valor actual de las propiedades ya no cubría el total del crédito otorgado, generando pérdidas inmensas para los dueños de esos préstamos. Esto desató una crisis financiera local y global que perduró por más de dos años, obligando al gobierno de los Estados Unidos al mayor rescate en su historia por \$700 billones para salvar a los bancos de la quiebra.

Evolución del default de pagos de hipotecas:



Ilustración 1: Evolución del default de los pagos de las hipotecas de casas familiares en Estados Unidos. Fuente: FRED

Evolución del precio promedio de las casas de familia en el mercado americano, con pico en el año 2007 y posterior descenso hasta el año 2012 perdiendo un 25% del valor.

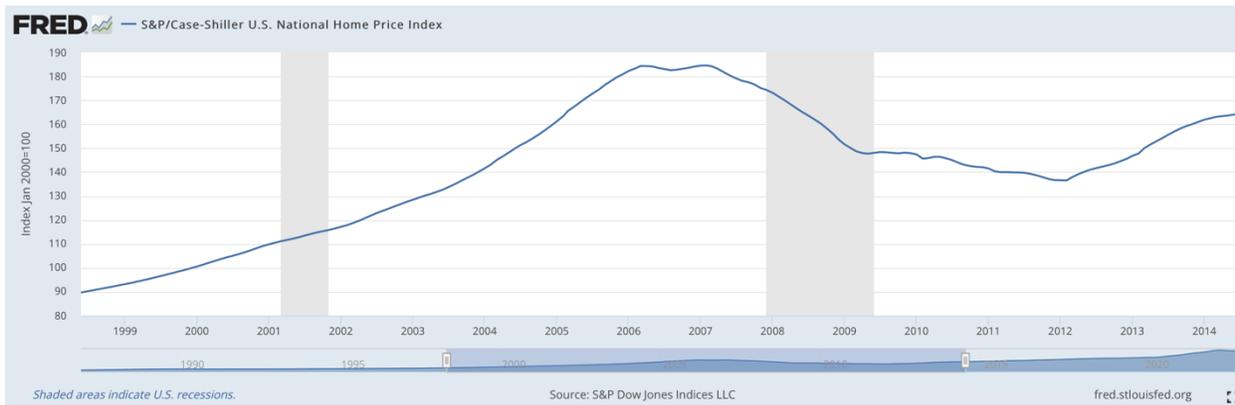


Ilustración 2: evolución del precio de las casas. Fuente: FRED

Evolución del mercado de valores durante la crisis:



Ilustración 3: S&P Durante lo peor de la crisis financiera.

- El mercado alcista más largo de la historia

Entre el año 2009 (fin de la crisis financiera americana) y el año 2020 (inicio de la pandemia) se dio el crecimiento más prolongado de la historia del mercado. Fueron once años de crecimiento donde el S&P creció un 400% desde los 676.53 hasta los 3,386.15 puntos.



- Caída de los mercados año 2018

La guerra comercial entre Estados Unidos y China declarada por el presidente americano Donald J Trump, la subida de tasas de la FED en momentos donde la economía tenía récord de empleo pero un crecimiento económico global desacelerando su crecimiento hicieron que los mercados reaccionaran con caídas no vistas desde hacía diez años de más de un 15% en el índice S&P. No obstante, la economía americana nunca dejó de crecer y el mercado de valores rápidamente recuperó lo perdido y continuó su crecimiento hasta inicios el año 2020.



- Pandemia 2020

La crisis de la pandemia tuvo un alto pero muy breve impacto en la economía americana. Fueron dos meses de duración donde el desempleo creció al 14.7% y el producto bruto interno cayó un 19.2%. Fueron meses donde hubo una caída muy fuerte de la mercado de valores americano donde el S&P perdió un 30% desde su máximo histórico alcanzado los días previos al inicio de la pandemia.

Las bajas tasas de interés del momento y la gran inyección de dinero en la economía de Estados Unidos a través de estímulos económicos para empresas e individuos hizo que la economía pudiera continuar luego de este breve período de crisis de todas las economías mundiales pero a costa de problemas futuros como lo es hoy la inflación y el riesgo de una recesión por el aumento de tasas para combatir la inflación persistente con miedo a que se torne permanente y sea más difícil combatirla.



Ilustración 6: Evolución del indicador S&P500 cuando se conoce la gravedad de la pandemia y la incertidumbre reina en el mercado. Fuente: Apple Stocks

Caída del producto bruto interno americano del 19.2%

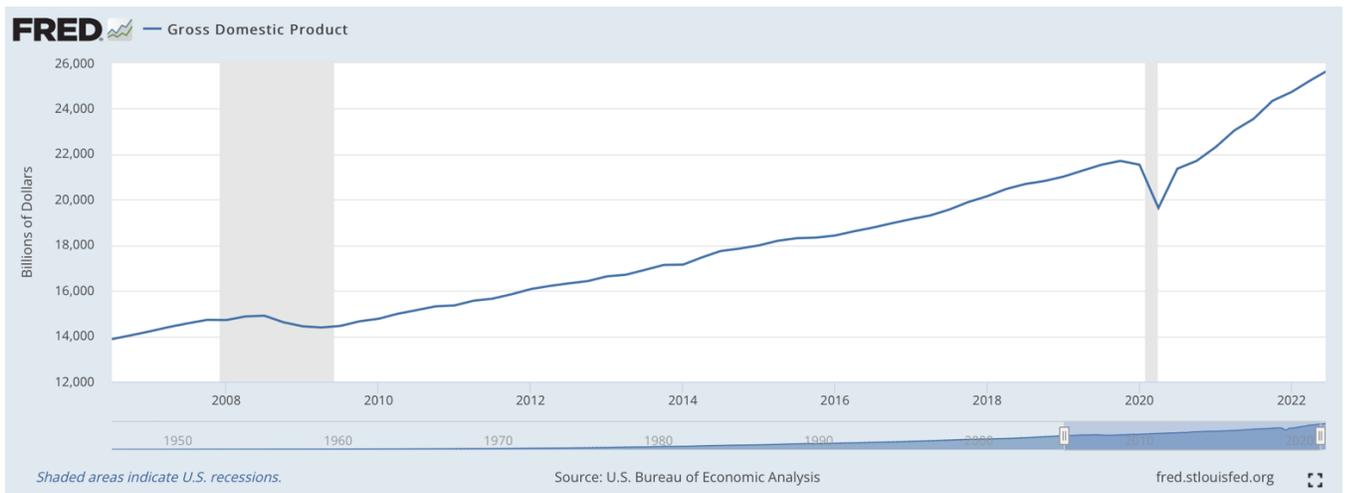


Ilustración : Producto bruto interno de la economía de los Estados Unidos en el periodo 2006 ~ 2022 donde se observan las 2 crisis más importantes del periodo. FRED

Activos a utilizar en el análisis

El conjunto de activos a utilizar en el análisis consta de nueve ETF diversificados en mercados y sectores que tengan al menos quince años de datos para poder realizar el análisis a lo largo de un período relevante.

iShares Core S&P 500 ETF

El ETF replica el índice Standards and Poor's 500 que agrupa a las quinientas compañías americanas de mayor capitalización de mercado. El S&P representa al momento de este trabajo el 82% del total de capitalización bursátil del mercado americano. El índice está altamente concentrado en compañías de tecnología (27.12%) y lo siguen sectores de cuidado personal (14.45%), Financiero (11.61%) y consumo (10.69%) representando el 65% del total del índice.



Ilustración 7-Fuente: Apple Stocks

iShares MSCI Emergin Markets

Es un ETF que replica el índice “iShares MSCI Emergin Markets” que agrupa a más de ochocientas compañías medianas y grandes establecidas en veinticuatro mercados emergentes siendo algunos de los más importantes Brasil, Chile, China, India, México y Arabia Saudita. Los sectores de mayor relevancia en el fondo son: Financiero (21.28%), Tecnología (20.02%), Consumo (14.21%), Comunicación (10.32%) representando entre ellos el 65% del total del fondo.



Ilustración 8-Fuente: Apple Stocks

iShares MSCI EAFE ETF

El vehículo de inversión simula el índice “*MSCI EAFE ETF*” y agrupa acciones de mercados desarrollados como Europa, Australia, Asia y oriente. Contiene empresas de media y alta capitalización bursátil. Aproximadamente el 70 % de los activos del fondo están invertidos en empresas de los sectores: Financiero (18.82%), Industriales (15.23%), Cuidado de la salud (12.82%), discrecionales (11.72%) y consumo básico (9.99%)



Ilustración 9-Fuente: Apple Stocks

iShares Preferred and Income Securities ETF

El índice replicado por este Exchange es “*ICE Exchange-Listed Preferred & Hybrid Securities Index*” que posee acciones preferentes americanas del sector financiero mayoritariamente (67%), como así también en industrial (20%) y utilities (13%) repartidas en cuatrocientas empresas que cotizan en el NYSE o en el NASDAQ.



Ilustración 10-Fuente: Apple Stocks

iShares JP Morgan Emerging Market Bonds

Replica el índice “*J.P. Morgan EMBI® Global Core Index*” que contiene títulos de deuda externa soberana nominado en dólares de varios países emergentes siendo los más relevantes Indonesia, México, Qatar, Arabia Saudita y los Emiratos Árabes Unidos. El índice balancea dando prioridad a los países menos endeudados.

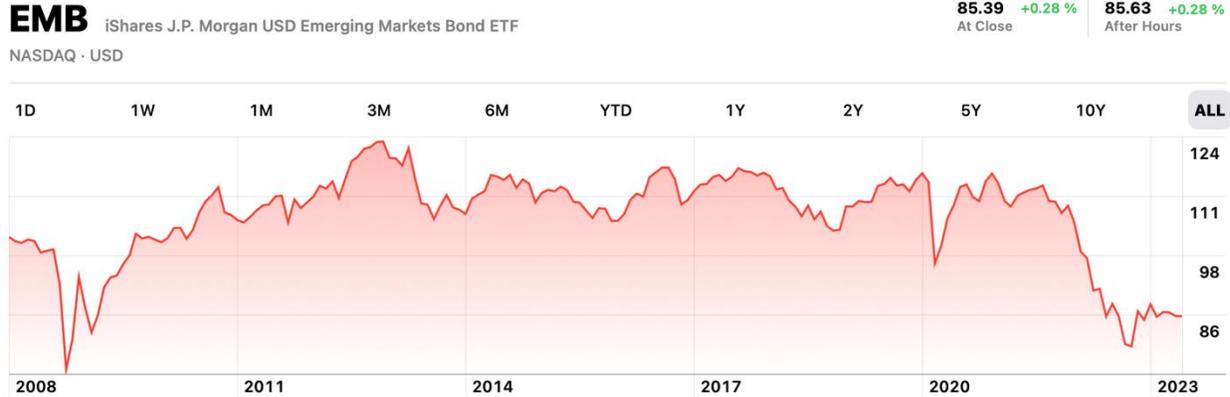


Ilustración 11-Fuente: Apple Stocks

iShares Real estate ETF

El ETF tiene como referente al “*Dow Jones U.S. Real Estate Capped Index*” que mide el rendimiento de las empresas de Real Estate que cotizan en la bolsa americana. Está representado mayoritariamente por REITs (Real Estate Investment Trust) que son empresas dueñas, operadoras y/o financiadoras de negocios relacionados con los bienes raíces.



Ilustración 12-Fuente: Apple Stocks

iShares 20+ Year treasury bonds

El ETF tiene como referente al “ICE® U.S. Treasury 20+ Year Bond Index” que sigue la performance de las obligaciones públicas del tesoro de los Estados Unidos con un vencimiento mayor o igual a veinte años de tasa fija.



Ilustración 13-Fuente: Apple Stocks

iShares iBoxx Investment Grade corporation Bonds ETF

El fondo busca replicar el índice “Markit iBoxx® USD Liquid Investment Grade Index” invirtiendo en bonos corporativos nominados en dólares con calificación “Investment grade” de empresas ubicadas en mercados desarrollados y con tres años de vencimiento como mínimo. El índice está invertido mayoritariamente en el sector financiero (24.82%), consumidor no cíclico (17.61%), comunicación (12.10%), y tecnología (12.02%) como los más importantes dentro del fondo.



Ilustración 14-Fuente: Apple Stocks

iShares iBoxx High Yield Corporation Bonds ETF

El índice replicado por este Exchange “Markit iBoxx® USD Liquid High Yield Index” que invierte en bonos de alto retorno en mercados considerados desarrollados con un vencimiento mayor a un año y que son calificados como “sub-investment grade”. El sector más preponderante dentro del fondo es consumidor (34 %) y lo siguen comunicaciones (17.92%) y energía (11.26%) entre otros.



Ilustración 15-Fuente: Apple Stocks

GLD - ETF SPDR Gold Shares

Es uno de los fondo más grandes del mundo que busca replicar el valor del metal precioso. Cotiza en las bolsas de NYSE, Singapur, Tokio, Hong Kong y México.



Ilustración 16-Fuente: Apple Stocks

Tipos de estrategias para el análisis

Markowitz – *Mean variance portfolio* y Frontera eficiente

En el año 1952 Markowitz introduce su análisis de mínima varianza donde demuestra que es posible lograr un portafolio de activos donde se puede maximizar el retorno minimizando la varianza, es decir el riesgo. Esto se logra buscando una combinación de pesos de los activos en el portafolio para los cuales la relación entre las covarianzas y los pesos da como resultado un desvío óptimo para dicha combinación de activos.

La frontera eficiente es el resultado de esta estrategia donde se busca minimizar el riesgo dado un retorno esperado y se da mediante la combinación de pesos de los activos para los cuales se obtiene el mayor retorno por unidad de riesgo posible dados esos activos y no hay otra combinación de activos que supere dicho resultado. Esto es posible lograrlo ya que el análisis determina cuales son los activos con menor covarianza (relación entre ellos) y los combina de tal manera que la volatilidad (riesgo) sea la menor posible.

La cartera de mínima varianza nos da un máximo retorno para ese riesgo, continuando en la frontera eficiente, se pueden ir aumentando el retorno a medida que se incrementa el riesgo, pero siempre obteniendo el mejor rendimiento por unidad de riesgo dados esos activos.

El retorno esperado de un portafolio se calcula de la siguiente forma

$$E(r_p) = \sum_{i=1}^n w_i E(r_i)$$

El riesgo del portafolio para dos activos:

$$\sigma_p^2 = w_x^2 \sigma_x^2 + w_y^2 \sigma_y^2 + 2w_x w_y \text{Cov}(r_x, r_y)$$

Aquí se puede observar la relación existente entre la varianza total del portafolio, la varianza de cada activo en particular con su respectiva ponderación dentro de la cartera y la covarianza existente entre ellos.

Para más de dos activos la ecuación para el cálculo de la varianza:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \text{Cov}(r_i, r_j)$$
$$\sigma_p^2 = W^T S(W)$$

El retorno esperado de más de dos activos es:

$$E(r_p) = W^T R = [w_1 \dots w_j] \begin{pmatrix} E(r_1) \\ \vdots \\ E(r_j) \end{pmatrix}$$

Sharpe Ratio

Este indicador es una medida que determina el retorno por unidad de riesgo de un activo. Como resultado podemos saber cuan “eficiente” es un activo comparado contra el riesgo asumido y se calcula de la siguiente forma:

$$\text{Sharpe ratio} = \frac{E(r_p) - r_f}{\sigma_p}$$

Propiedad de Separación

Dado que hay distintos grados de aversión al riesgo de los inversores, se puede invertir en un portafolio óptimo (el de mayor Sharpe Ratio) una proporción del capital y el resto colocarlo a la tasa libre de riesgo. Esta proporción es un portafolio dentro de la línea “Capital Allocation Line” y se puede determinar de la siguiente forma:

$$y' = \frac{E(r_p) - r_f}{A\sigma_p}$$

Siendo A el nivel de aversión al riesgo.

Capital Asset pricing model (CAPM)

Este modelo fue desarrollado por Treynor, Sharpe, Lintner y Mossin basados en la teoría de portfolio moderna de Markowitz para evaluar la volatilidad de un portafolio bien diversificado.

El CAPM nos permite obtener el retorno esperado de un activo tomando como base el retorno de mercado y multiplicándolo por el beta del activo. Este modelo es de un solo factor ya que solo considera el riesgo sistémico del activo.

$$E(r_i) = r_f + \beta_i (r_m - r_f)$$

Modelo de tres factores por Fama & French

El modelo de factores creado por los dos profesores se basa en el modelo CAPM al cual le adicionan dos factores logrando explicar los retornos esperados con mayor exactitud. Fama & French incluyen dos nuevas variables que son:

SMB

Uno de los factores es el denominado “Small minus Big” que compara las empresas grandes respecto de las empresas chicas y como resultado obtenemos que, a lo largo de un período de tiempo considerable, las empresas de menor capitalización (*small*) tienen un mejor retorno que las empresas de mayor capitalización (*big*). La lógica de dicho resultado se basa en que una empresa de menor tamaño siempre es más riesgosa que una de gran tamaño y por ende es correcto que tenga retornos superiores a la grande para premiar al accionista por tomar mayor riesgo.

HML

El otro factor de este modelo es “High minus Low” que analiza y compara los activos según el ratio “Book to market” y encuentra que a lo largo del tiempo, las empresas que tiene este ratio alto rinden más que las que lo tienen más bajo. Empresas “value” son aquellas que suelen tener un *book to market ratio* alto y las “growth” son las que tiene ese ratio más bajo.

$$Book\ to\ market = \frac{Common\ Shareholders'\ Equity}{Market\ cap}$$

Con este modelo de tres factores, los inversores podrían capturar el efecto que tiene el tamaño de las empresas como así también el que tiene la valuación de la empresa.

Un inversor podría con este criterio estar largo en empresas pequeñas y corto en empresas de gran tamaño, consiguiendo en un determinado plazo este diferencial de rendimiento según tamaño.

Lo mismo pasaría con acciones del tipo “growth” o “value”. Según el modelo, las empresas “value” consiguen mayor rendimiento; tomar posiciones largas en estos activos y cortas en “growth” le permitiría al inversor capturar esa diferencia de rendimiento por valuación.

La fórmula de tres factores de Fama & French:

$$E(r_i) = r_f + \beta_i (r_m - r_f) + \beta_{smb} + \beta_{hml}$$

Modelo de 5 factores por Fama & French

Luego de los estudios que sugerían que el modelo de tres factores estaba incompleto, en el año 2015 Fama & French publican un nuevo modelo con dos factores adicionales.

RMW

El nuevo factor introduce el concepto de beneficios operativos y calcula el *spread* entre las empresas de beneficios robustos y las empresas de beneficios débiles.

CMA

El último factor está relacionado con la agresividad de las inversiones y calcula el *spread* entre las empresas más conservadoras en sus inversiones menos las más agresivas.

$$E(r_i) = r_f + \beta_i (r_m - r_f) + \beta_{smb} + \beta_{hml} + \beta_{rmw} + \beta_{cma}$$

Risk Parity

El modelo “Risk parity” es una estrategia de asignación de capital según el riesgo específico de cada activo del portafolio. Su objetivo es asignar los pesos de cada activo del portafolio teniendo en cuenta el riesgo que aporta cada uno a la cartera.

Como su nombre lo indica, el modelo buscará que cada activo contribuya proporcionalmente al riesgo de la cartera. La proporción que cada uno podrá contribuir está dada simplemente por la cantidad que tiene la cartera ($\frac{1}{N}$).

Determinación del riesgo de cada activo

$$Riesgo_i = \frac{1}{n}$$

Contribución de riesgo de cada activo

$$Risk\ contribution_i = w_i \frac{\sum_{j=1}^n w_j Cov [R_i R_j]}{\sigma[R_p]}$$

Igualamos la contribución del riesgo de cada activo según el peso a la proporción de riesgo que se le asigna al activo y despejamos el peso que es nuestra incógnita.

$$w_i \frac{\sum_{j=1}^n w_j Cov [R_i R_j]}{\sigma[R_p]} = \frac{1}{n}$$

El resultado

$$Risk\ contribution_i = Risk\ contribution_{i+1} \dots = Risk\ contribution_n$$

Esta metodología no tiene en cuenta los retornos de los activos individuales sino solamente la volatilidad de los mismos. El retorno es simplemente un resultado de los pesos asignados a cada activo dada su volatilidad.

Kelly Criterion

El criterio de Kelly fue desarrollado por John Larry Kelly Jr en el año 1956 aplicado inicialmente en los laboratorios de AT&T Bell para asistir en los ruidos de la telefonía de larga distancia. Este criterio se volvió rápidamente popular y empezó a ser utilizado en juegos de apuesta como así también en el mercado de valores para determinar la proporción de capital a colocar en cada activo. La estrategia se basa en determinar cuál es la proporción de capital a invertir, conociendo las probabilidades de ganar y sabiendo cual es la ganancia o la pérdida, para maximizar las ganancias a largo plazo sin caer en bancarrota.

$$K\% = W - \frac{(1 - W)}{R}$$

K%: Porcentaje de Kelly o a invertir en el activo

W: Probabilidad de ganar

R: Ratio de ganancia / pérdida

La aplicación del criterio de Kelly para determinar la porción del capital a colocar en cada activo en el mercado de capitales es de la siguiente manera:

- 1) Determinar, para cada activo, qué cantidad de veces el activo cerró con retornos positivos respecto al mes anterior, cuantas veces cerró con retornos negativos y el total de transacciones observadas.
- 2) De los retornos positivos, se saca el promedio de beneficios y lo mismo para los retornos negativos.
- 3) Se obtiene el ratio de ganancia / pérdida de cada activo
- 4) Aplicación de la fórmula de Kelly Criterion para determinar el porcentaje del capital a destinar a cada activo.

El criterio de Kelly busca apostar una cantidad de dinero máxima dada una probabilidad determinada que matemáticamente reduce las posibilidades de quedar en la bancarrota y maximiza los resultados finales.

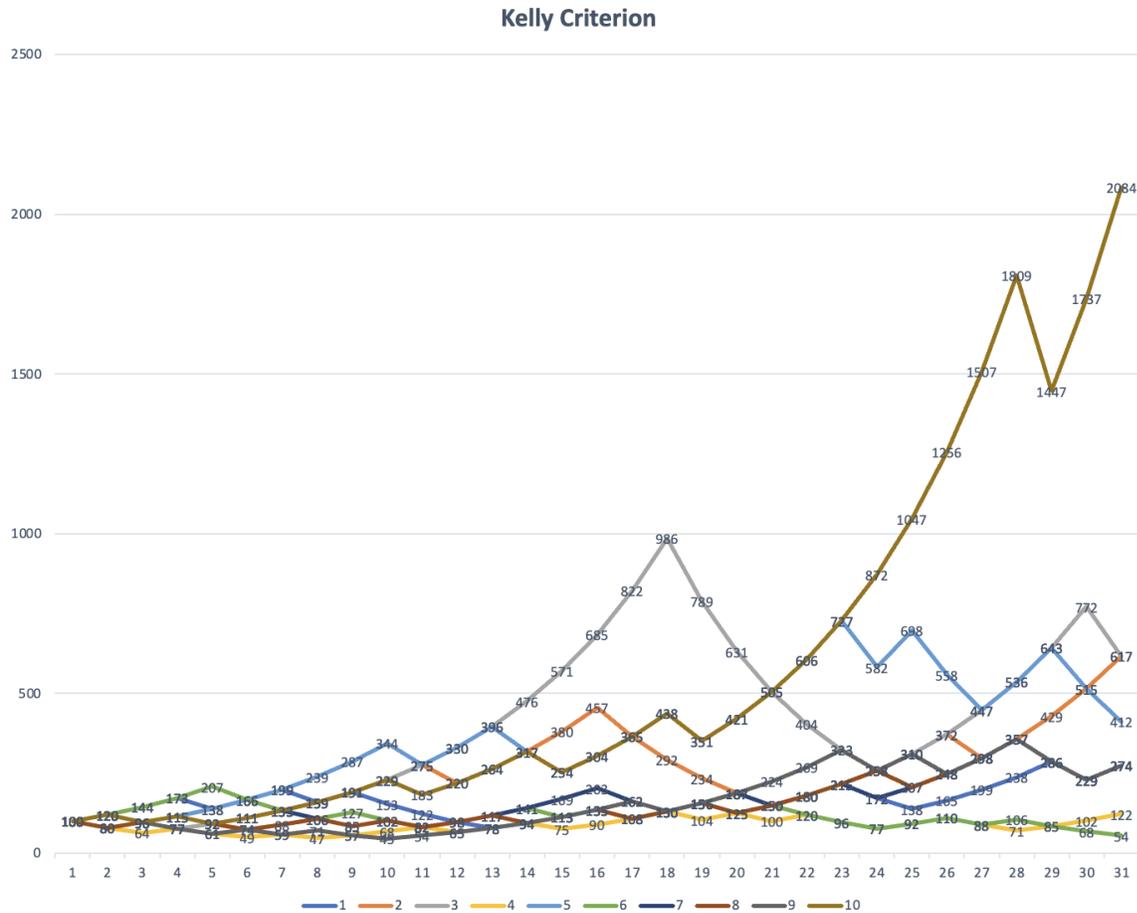


Ilustración 17 Eje x: Nro de intento, Eje Y: Resultado económico (\$)

El siguiente gráfico muestra un juego donde la probabilidad de ganar es del 60% y el capital inicial es de \$100 con una ratio de beneficio/perdida de 1. El resultado según la fórmula de Kelly para este caso puntual es de un 20% del capital a arriesgar en cada partida.

Según esta muestra, en el 90% de los casos se finaliza el juego con un capital sustancialmente mayor al inicial.

Value at Risk

La metodología de “Valor en riesgo” determina cuál es el monto mínimo que una inversión podría llegar a perder dada una probabilidad determinada por un inversor.

A partir de un análisis del promedio de los retornos y su respectiva desviación estándar, entendiendo que los retornos tienen una distribución normal y para una probabilidad determinada, se puede calcular cuál es el valor que está en riesgo.

Matemáticamente, el área debajo de la curva de distribución normal es igual a la probabilidad que los resultados ubicados debajo de esa curva puedan suceder luego de n intentos.

El objetivo es identificar los valores debajo de la cola izquierda de la distribución normal donde se ubican los retornos negativos.

Valor estadístico Z

Este valor es la distancia relativa a la que se encuentra (x) de la media (μ) que se mide en valores de desviación estándar dada una distribución normal. Este valor nos permitirá conocer cuál es la probabilidad de obtener retornos no deseados por el inversor:

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

X: Valor de retorno buscado

μ : Valor retorno promedio

σ : Desviación estándar

Z: Valor estadístico

Una vez determinado el valor estadístico Z, se procede a buscar en la tabla de distribución normal N (0,1) cual es la probabilidad de obtener el valor buscado (x) como mínimo.

Ejemplo

Pongamos un ejemplo del retorno del S&P 500 desde 2007 al 2022:

- Promedio de retornos mensuales: 0.87% (Anualizado: 10.9%)
- Desviación estándar mensual: 4.8% (Anualizado: 18%)

Dados los datos mensuales del S&P500, podemos determinar cuál es la probabilidad que el índice obtenga retornos negativos en el mes:

$$z = -0.1813 = \frac{0\% - 0.87\%}{4.8\%}$$

En este ejemplo, +z de 0.1813 el valor probable es de 57.14%, como el valor z de nuestro ejemplo es negativo, el cálculo en este caso es (1-z) que da como resultado una probabilidad de retornos negativos del 42.86%.

Podríamos también identificar cual es el monto mínimo de pérdida que podría resultar con una probabilidad del 5%. Para ello, se busca por tabla el valor (1-p) = 0.95 cuyo resultado es 1.65, dado que buscamos el 5%, el z es igual pero con signo negativo z= -1.65.

Despejando de la formula, obtenemos:

$$x = z * \sigma + \mu \text{ reemplazando valores } x = -1.65 * 4.8\% + 0.87\% = -7.05\%$$

Para dicho ejemplo, con un 5% de probabilidades obtendremos pérdidas del -7.05% en algún año. Veamos el grafico donde está identificado el área debajo de la curva (probabilidades de suceso) y monto mínimo del retorno para esa probabilidad.

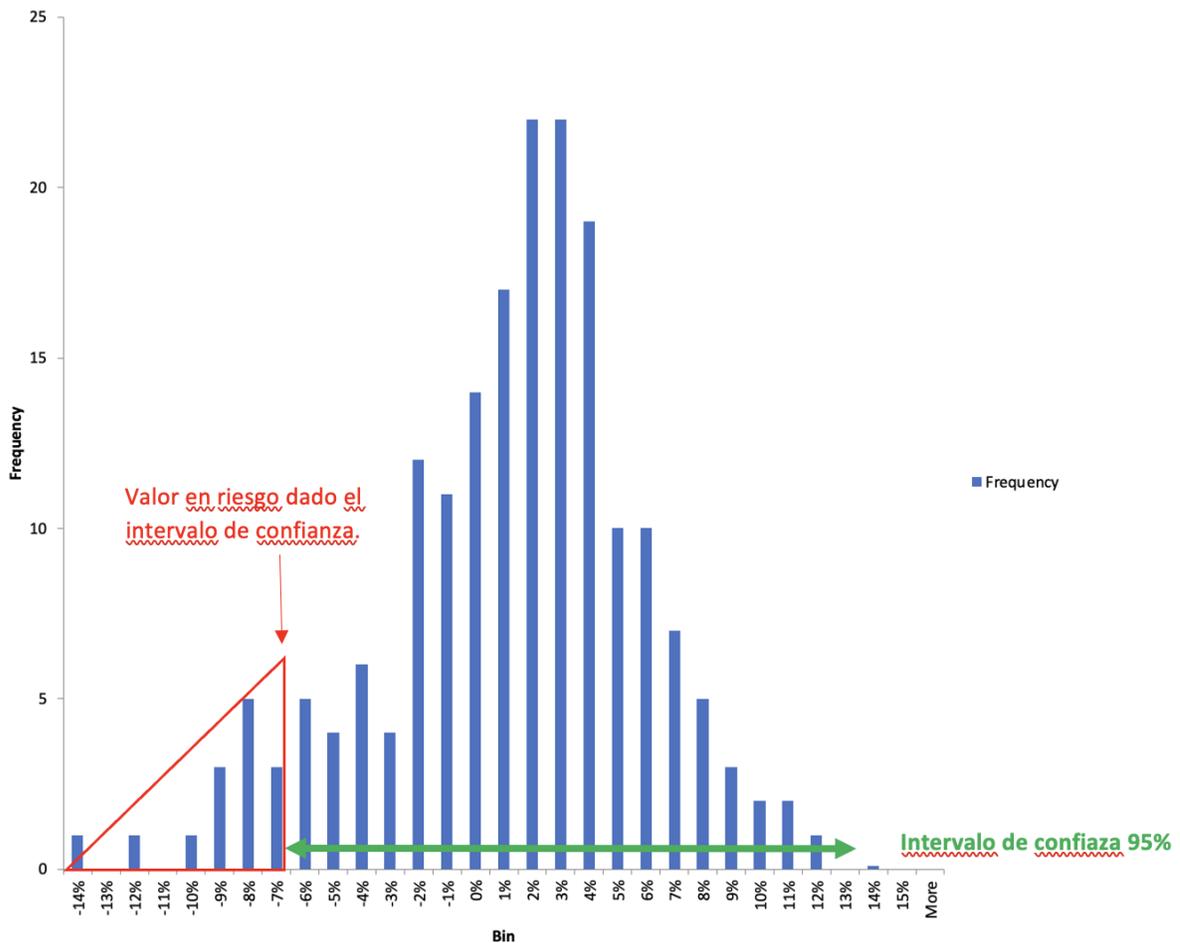


Ilustración 1 Distribución de retornos mensuales del SP500 desde el 2007 al 2022

Conditional Value at Risk

El conditional VaR es una variante del *value at risk* que busca corregir las imprecisiones que se pueden producir en la metodología *Value at Risk* y hace un análisis más acido de la situación del porfolio. Dado que VaR determina como riesgo un retorno específico dada una probabilidad, y siendo este retorno el más alejado de la cola izquierda o mayor pérdida posible, podríamos no estar dimensionando el riesgo real de pérdida del portfolio. CVaR busca mostrar este riesgo no visible en VaR mediante la ponderación de todos los retornos negativos debajo de la curva dada una probabilidad.

El uso de CVaR resulta más conveniente cuando se trata de portfolios con mucha volatilidad, ya que los riesgos de cola suelen ser más elevados y por ende resulta más conveniente visualizar el riesgo de cola ponderado.

$$CVaR(\alpha) = \frac{1}{\alpha} \int_0^\alpha VaR(x) dx$$

Como bien dijimos, podemos aproximarnos al resultado de la integral y calcular el Valor en Riesgo Condicional como el promedio de los valores desde la pérdida más alta que podríamos tener hasta el punto de corte generado por el VaR dado un determinado intervalo de confianza.

Análisis individual de cada uno de los activos utilizados

El punto de partida del siguiente análisis será el 1/1/2008 ya que es aquí cuando todos los activos tienen información mensual de su rendimiento disponible.

A continuación, haremos un recorrido por cada activo, los clasificaremos por clase y tipo de fondo y luego analizaremos los retornos y la volatilidad que tiene cada uno por separado.

Ticker	Descripcion	Tipo de Fondo	Clase de activo
S&P	SPDR S&P 500 Trust	ETF	Equity
EEM	iShares MSCI Emerging Markets	ETF	Equity
EAFE	iShares MSCI Europa, Asia, Oriente	ETF	Equity
PFF	iShares Preferred&Income Securities ETF	ETF	Fixed Income
EMB	Emergin Markets Bonds	ETF	Fixed Income
IYR	iShares US Real Estate ETF	ETF	Equity
TLT	20 Plus Year Treasury Bond ETF	ETF	Fixed Income
LQD	iShares iBoxx \$ Invmt Grade Corp Bd ETF	ETF	Fixed Income
GLD	SPDR Gold Shares	ETF	Equity
HYG	iShares iBoxx \$ High Yield Corp Bd ETF	ETF	Fixed Income

Retornos de los activos y su volatilidad (medida en desvío estándar)

Ticker	Descripcion	Retornos Anuales	Desvio estandar
S&P	SPDR S&P 500 Trust	11%	18%
EEM	iShares MSCI Emerging Markets	4%	24%
EAFE	iShares MSCI Europa, Asia, Oriente	5%	20%
PFF	iShares Preferred&Income Securities ETF	5%	18%
EMB	Emergin Markets Bonds	4%	13%
IYR	iShares US Real Estate ETF	9%	25%
TLT	20 Plus Year Treasury Bond ETF	4%	16%
LQD	iShares iBoxx \$ Invmt Grade Corp Bd ETF	4%	9%
GLD	SPDR Gold Shares	6%	19%
HYG	iShares iBoxx \$ High Yield Corp Bd ETF	5%	12%

Retornos - Desvío estándar

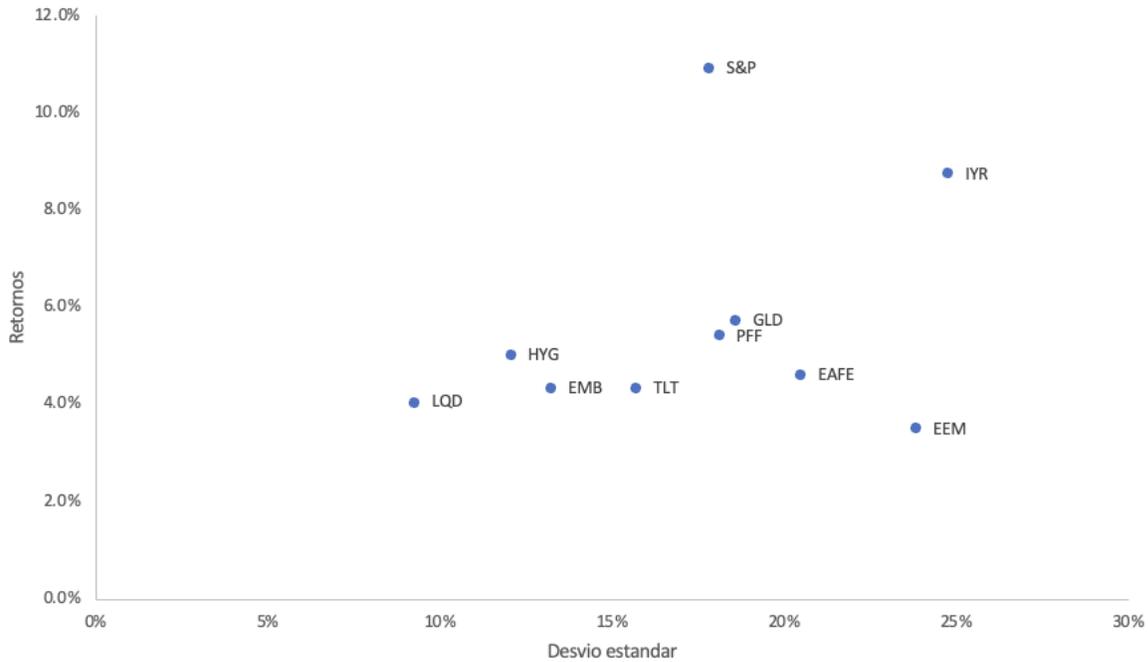


Ilustración 19: Retornos anuales y desvío estándar

Cada uno de los activos seleccionados tiene asociado un riesgo que se mide con la volatilidad (desvío estándar) de ese activo, es decir las variaciones de precio que tuvo durante un determinado plazo. Este riesgo se puede descomponer en dos, por un lado el riesgo sistemático que hace referencia a aquel riesgo que no es diversificable y viene dado por el sistema en su conjunto y por el otro el riesgo no sistemático que es aquel inherente a cada empresa / sector. El desvío estándar mide ambos riesgos a los que está sometido el activo. En este caso, al ser ETF's que agrupan a varias empresas de distintos sectores, parte de ese riesgo no sistemático ha sido neutralizado, mientras más diversificados estén esos fondos, mayor será su "protección" contra el riesgo no sistemático.

Podemos vislumbrar que a medida que aumenta la volatilidad de los activos, también aumentan los retornos ya que asumir mayor riesgo de parte del inversor implica que exigirá mayores retornos para compensar el riesgo asumido. Un buen indicador para poder comparar la relación riesgo / retorno es el "Sharpe Ratio" que veremos a continuación.

Retornos - Sharpe ratio

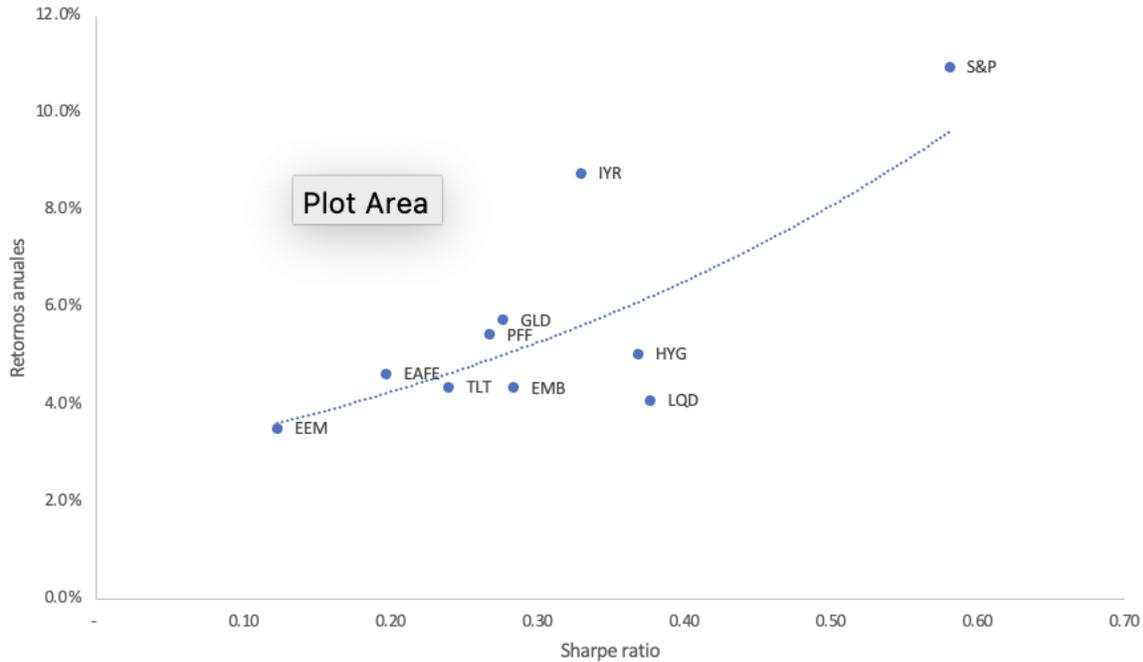


Ilustración 20: Retornos anuales y Sharpe ratio

Podemos apreciar para cada retorno, su rentabilidad por unidad de riesgo dada por el indicador “Sharpe Ratio”. En nuestro conjunto de activos analizados individualmente, podemos ver que existe una relación entre el grado de retorno y la eficiencia en el indicador retorno / riesgo. Podríamos asumir que una correcta inversión sería posicionarnos en el índice S&P que tiene el mejor retorno / riesgo de todos los activos elegidos pero estaríamos pasando por alto la diversificación del riesgo no sistemático.

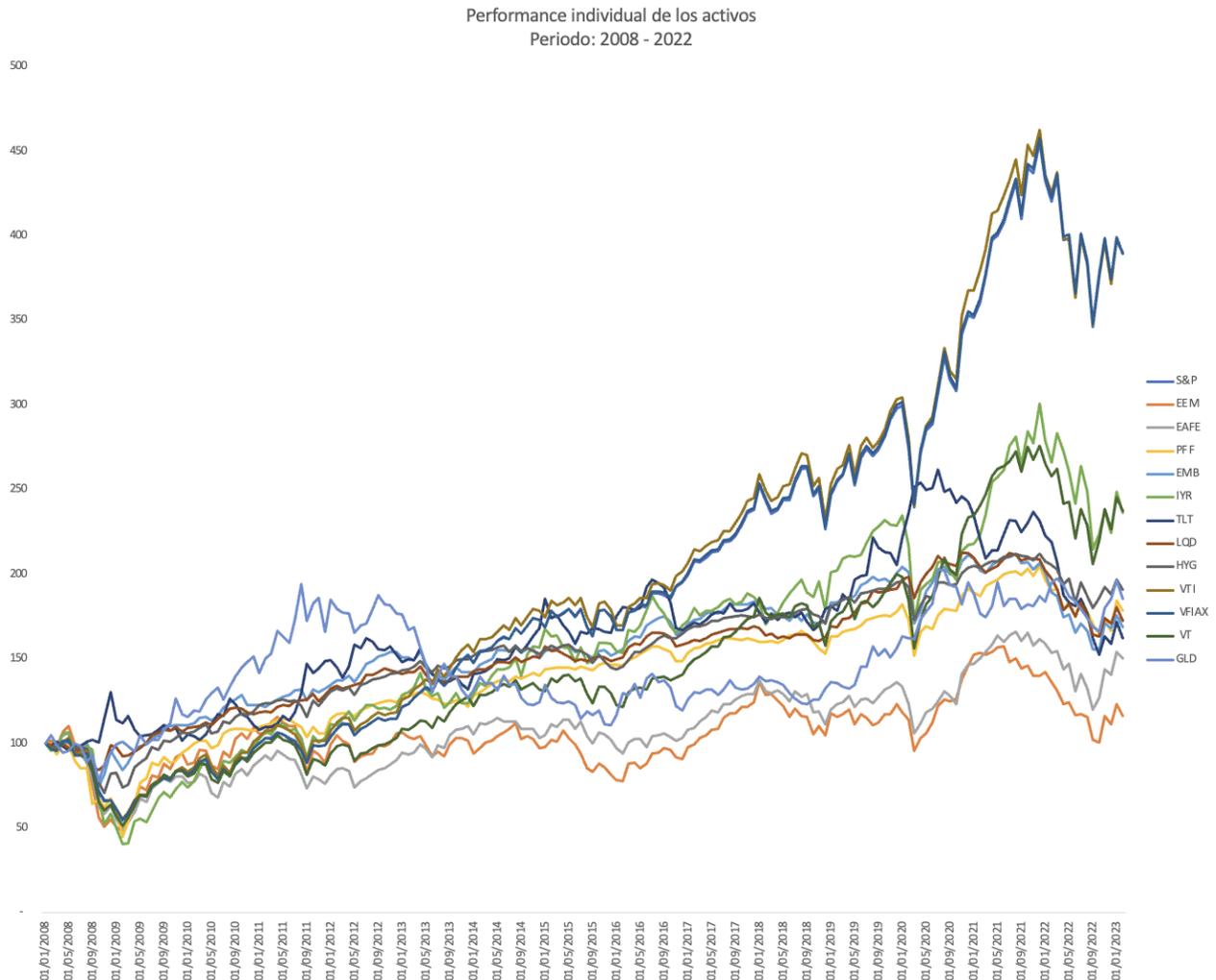
Datos individuales de la serie histórica

Dada la serie histórica escogida para este estudio, calculamos cuáles son los retornos anuales promedio desde el 1/1/2008, su respectiva varianza para dicho período, su desvío estándar y el índice de Sharpe de cada uno.

Podemos ver como se ha comportado a lo largo de la serie cada uno de los ETF's seleccionados que nos servirá para armar los portafolios con las diferentes estrategias a comparar.

	RETORNOS INDIVIDUALES DE LOS ACTIVOS									
	S&P	EEM	EAFE	PFF	EMB	IYR	TLT	LQD	HYG	GLD
Retornos promedios	10.9%	3.5%	4.6%	5.4%	4.3%	8.8%	4.3%	4.1%	5.0%	5.7%
Varianza	0.032	0.057	0.042	0.033	0.018	0.061	0.025	0.009	0.015	0.035
Desvío estandar	18%	24%	20%	18%	13%	25%	16%	9%	12%	19%
Sharpe Ratio	0.58	0.12	0.20	0.27	0.28	0.33	0.24	0.38	0.37	0.28

Retornos Acumulados históricos



Matriz de Varianzas y Covarianzas

Calculamos la matriz de varianzas y covarianzas que nos permitirá determinar la volatilidad de cada activo como así también como están correlacionados entre ellos. Esta matriz es muy importante a la hora de confeccionar los portafolios donde buscamos maximizar los retornos minimizando la volatilidad de la cartera.

	Matriz Varianza - Covarianza									
	S&P	EEM	EAFE	PFF	EMB	IYR	TLT	LQD	HYG	GLD
S&P	0.0318	0.0327	0.0324	0.0199	0.0139	0.0348	(0.0046)	0.0073	0.0161	0.0035
EEM	0.0327	0.0568	0.0425	0.0268	0.0219	0.0391	(0.0043)	0.0107	0.0211	0.0134
EAFE	0.0324	0.0425	0.0420	0.0234	0.0188	0.0377	(0.0039)	0.0096	0.0189	0.0068
PFF	0.0199	0.0268	0.0234	0.0328	0.0131	0.0271	0.0019	0.0105	0.0157	0.0023
EMB	0.0139	0.0219	0.0188	0.0131	0.0175	0.0212	0.0070	0.0096	0.0121	0.0095
IYR	0.0348	0.0391	0.0377	0.0271	0.0212	0.0614	0.0018	0.0118	0.0232	0.0069
TLT	(0.0046)	(0.0043)	(0.0039)	0.0019	0.0070	0.0018	0.0247	0.0081	(0.0002)	0.0082
LQD	0.0073	0.0107	0.0096	0.0105	0.0096	0.0118	0.0081	0.0086	0.0079	0.0054
HYG	0.0161	0.0211	0.0189	0.0157	0.0121	0.0232	(0.0002)	0.0079	0.0146	0.0042
GLD	0.0035	0.0134	0.0068	0.0023	0.0095	0.0069	0.0082	0.0054	0.0042	0.0346

Markowitz: Mean Variance portfolio y la frontera eficiente

La construcción de una cartera de inversión del tipo *mean-variance* implica determinar para una serie de retornos que inicialmente podríamos definir entre el activo de menor y el de mayor retorno (luego podríamos continuar ampliando dicho intervalo de retornos), cual es la composición exacta de activos que nos permitan obtener el mejor riesgo / beneficio dado en este caso por Sharpe Ratio. Para lograrlo, hemos utilizando el solver que buscará cual es el mayor Sharpe para un retorno pre establecido. Toda esta serie de retornos nos graficará la frontera eficiente, cualquier portafolio que no se encuentre en la frontera eficiente se considera ineficiente dado que se asume más riesgo para igual retorno.

PORTFOLIOS DE LA FRONTERA EFICIENTE						
Weights	100%	100%	100%	100%	100%	100%
S&P	1%	16%	39%	53%	69%	100%
EEM	0%	0%	0%	0%	0%	0%
EAFE	0%	0%	0%	0%	0%	0%
PFF	0%	0%	0%	0%	0%	0%
EMB	0%	0%	0%	0%	0%	0%
IYR	0%	0%	0%	0%	0%	0%
TLT	11%	17%	28%	35%	23%	0%
LQD	55%	46%	22%	0%	0%	0%
HYG	24%	11%	0%	0%	0%	0%
GLD	9%	10%	12%	12%	8%	0%

Retornos	4.6%	5.5%	7.0%	8.0%	9.0%	10.9%
Desvio	9%	9%	10%	11%	13%	18%
Sharpe	0.44	0.54	0.65	0.68	0.67	0.58

Luego construimos la Capital Allocation Line (CAL) que va entre la tasa libre de riesgo y es tangente a la curva de la frontera eficiente.

CAL			
	Max sharpe	Extencion	Risk Free
Retornos	8.2%	15.0%	0.57%
Desvio	11%	21%	0%
Sharpe	0.68	0.68	

En nuestro caso, escogemos el portafolio que se encuentra en la intersección entre la frontera eficiente y la “Capital Allocation Line”. Este portafolio es el de máximo Sharpe ratio que nos maximiza el retorno por unidad de riesgo.

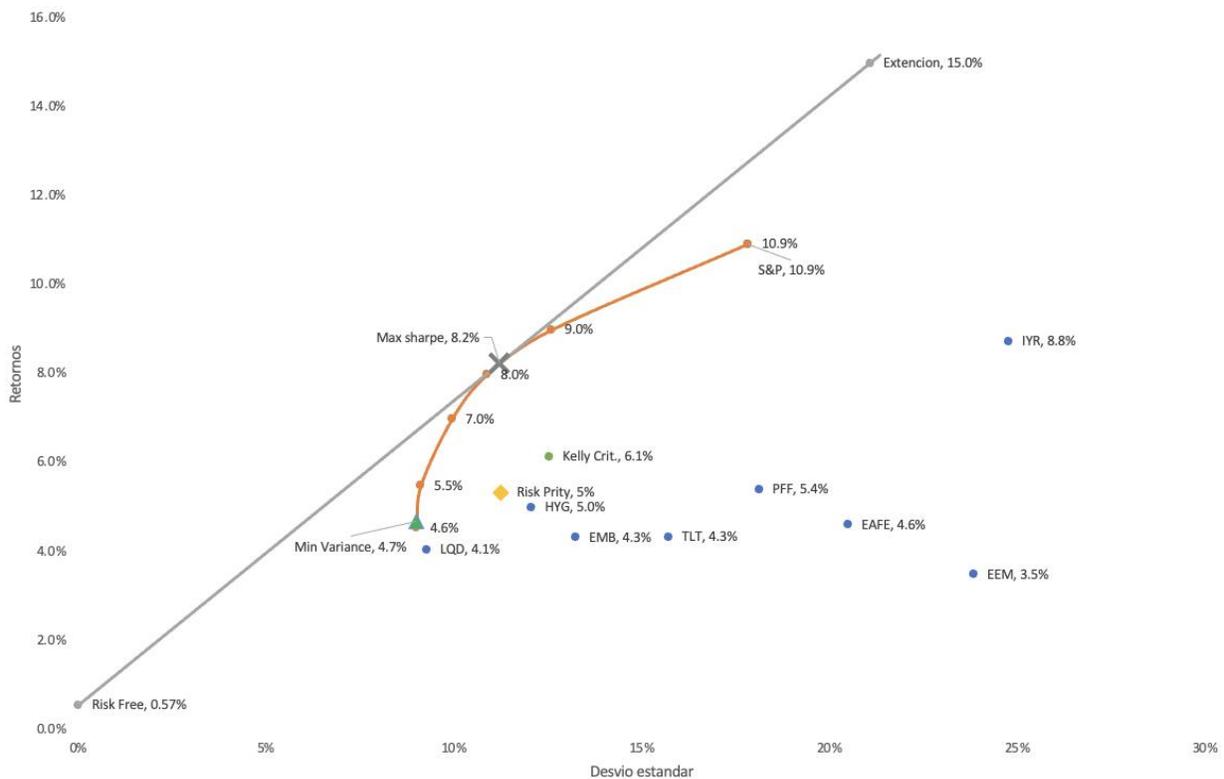


Ilustración 21 Capital allocation line and efficient frontier y portfolio de maximo Sharpe ratio

Vemos que existe una combinación de activos que logra una eficiencia que no sería posible solo con activos individuales. Esto se logra dado que la estrategia estudia la correlación existente entre los activos para combinarlos de forma tal que se compense el riesgo dándole preponderancia a los activos que se comportan de forma opuesta ante variaciones en el mercado.

Nuestro portafolio de máximo Sharpe Ratio queda determinado por la siguiente composición:

Weights	Max Sharpe
S&P	57%
EEM	0%
EAFE	0%
PFF	0%
EMB	0%
IYR	0%
TLT	32%
LQD	0%
HYG	0%
GLD	11%
Retornos promedios	8.2%
Varianza	0.013
Desvio estandar	11.2%
Sharpe ratio	0.68

También podemos obtener de esta misma frontera eficiente una cartera de mínima varianza que reduzca al mínimo la volatilidad con el mejor retorno posible dada esta condición.

Weights	Min-Var
S&P	4%
EEM	0%
EAFE	0%
PFF	0%
EMB	0%
IYR	0%
TLT	11%
LQD	59%
HYG	16%
GLD	9%
Retornos promedios	4.7%
Varianza	0.008
Desvio estandar	9.0%
Sharpe ratio	0.46

Equal weight portfolio

Dicha estrategia es la más sencilla de aplicar ya que sin ningún tipo de análisis de los activos en particular, procedemos a dar igual relevancia a cada uno de los activos en el peso de la cartera a confeccionar. Para ello aplicamos la proporción 1/N que es en nuestro caso un 11.1% para cada activo y luego obtenemos los retornos esperados y su volatilidad.

Weights	EWP
S&P	10%
EEM	10%
EAFE	10%
PFF	10%
EMB	10%
IYR	10%
TLT	10%
LQD	10%
HYG	10%
GLD	10%
Retornos promedios	5.7%
Varianza	0.016
Desvio estandar	12.7%
Sharpe ratio	0.40

Aquí podemos ver que las contribuciones al riesgo de la cartera son sustancialmente distintas a pesar de tener igual peso en el portfolio.

		EQUAL WEIGHT PORTFOLIO									
		S&P	EEM	EAFE	PFF	EMB	IYR	TLT	LQD	HYG	GLD
Weights		10%	10%	10%	10%	10%	10%	10%	10%	10%	10%
Cov x Weights		0.019	0.026	0.023	0.017	0.014	0.026	0.004	0.009	0.013	0.009
Risk contribution		12%	16%	14%	11%	9%	16%	2%	6%	8%	6%

Retornos	5.7%
Varianza	0.02
Desvío	12.7%
Sharpe	0.40

Risk Parity

A la inversa de la estrategia “Equal weight portfolio” vista en el punto anterior, este tipo de carteras implica un armado conforme a la contribución de cada uno de los activos al riesgo del portfolio. Buscamos que todos contribuyan equitativamente en los niveles de riesgo. Para ello obtenemos la contribución al riesgo según la formula expuesta en la parte teórica haciendo la sumatoria de los pesos multiplicado por las covarianzas dividido el desvío estándar e igualamos dicha ecuación a la proporción 1/N (11.1%) para cada activo.

Utilizando la herramienta Solver de Excel buscamos cuáles serán las ponderaciones para que cada uno aporte un 11.1% de riesgo a la cartera. De esta forma, la volatilidad está equitativamente repartida en todos los activos por igual.

A continuación los resultados de la estrategia.

		RISK PARITY PORTFOLIO									
		S&P	EEM	EAFE	PFF	EMB	IYR	TLT	LQD	HYG	GLD
Weights		9%	7%	7%	9%	10%	6%	21%	16%	12%	2%
Cov x Weights		0.015	0.021	0.018	0.015	0.013	0.022	0.007	0.009	0.011	0.007
Risk contribution		10.7%	10.9%	10.9%	11.1%	10.9%	11.0%	11.1%	11.1%	11.1%	1.2%
Diferencias		0.4%	0.2%	0.2%	0.0%	0.2%	0.1%	0.0%	0.0%	0.0%	9.9%

Retornos	5%
Varianza	0.01
Desvío	11%
Sharpe	0.48

Kelly Criterion

Para construir un portfolio aplicando el criterio de Kelly donde nuestro objetivo principal es determinar la exposición máxima a un activo analizamos los retornos de la serie histórica de cada uno en particular y determinamos cantidad de meses los retornos fueron positivos y cuantos negativos.

Cantidad de meses con retornos:	S&P	EEM	EAFE	PFF	EMB	IYR	TLT	LQD	HYG	GLD
Positivos	116	93	103	110	111	109	90	104	116	89
Negativos	65	88	78	71	70	72	91	77	65	92
Total meses	181	181	181	181	181	181	181	181	181	181

Calculamos el retorno medio tanto para la serie de retornos positivos como para los negativos por separado.

Promedio de retornos	S&P	EEM	EAFE	PFF	EMB	IYR	TLT	LQD	HYG	GLD
Positivo	3.6%	4.9%	4.0%	2.6%	2.2%	4.4%	3.5%	1.8%	2.0%	4.4%
Negativo	-4.0%	-4.6%	-4.4%	-2.9%	-2.5%	-4.9%	-2.8%	-1.6%	-2.4%	-3.4%

Obtenemos cual es la probabilidad de que en un mes el retorno sea positivo y dado los promedios de retornos positivos y negativos, calculamos cual es el ratio "Win/Loss".

Ratios	S&P	EEM	EAFE	PFF	EMB	IYR	TLT	LQD	HYG	GLD
Probabilidades de ganar	64%	51%	57%	61%	61%	60%	50%	57%	64%	49%
Ratio Win/Loss	0.9	1.1	0.9	0.9	0.9	0.9	1.3	1.1	0.8	1.3

Por último, calculamos aplicando la fórmula de Kelly cual es la inversión máxima medida en términos de porcentaje de nuestro capital total que deberíamos destinar a un activo en particular. Dado que la suma de todos los pesos de los activos nos da mayor al 100% del capital, reducimos los pesos proporcionalmente y cumplimos con el criterio que los pesos de los activos no superen el monto obtenido en la ecuación de Kelly.

Ponderaciones	S&P	EEM	EAFE	PFF	EMB	IYR	TLT	LQD	HYG	GLD	Total
Kelly crit.	24%	6%	9%	17%	16%	16%	10%	19%	21%	10%	148%
Ajuste	16%	4%	6%	11%	11%	11%	7%	13%	14%	7%	100%

Resultados del portafolio según el criterio de Kelly:

Weights	Kelly Crit.
S&P	16%
EEM	4%
EAFE	6%
PFF	11%
EMB	11%
IYR	11%
TLT	7%
LQD	13%
HYG	14%
GLD	7%
Retornos promedios	6.1%
Varianza	0.016
Desvío estandar	12.5%
Sharpe ratio	0.45

Fama & French cinco factores

Como visto en la teoría, Fama y French desarrollaron una metodología que permite estimar los retornos esperados según la exposición a cinco factores (Mkt-Rf, SMB, HML, RMW, CMA). Como sugiere Benjamín Ogando en su tesis de graduación 2021 “Estrategias de construcción de portafolios: Óptimas vs. Naive”, buscaremos equilibrar la exposición a cada uno de dichos factores para conseguir un portafolio más diversificado.

Para lograrlo, buscaremos equilibrar los beta de cada factor minimizando el resultado de la función “Loss Function”

$$Loss\ Function = \sum_{i=1}^n \left(\beta_i - \frac{1}{n}\right)^2$$

Los resultados de una cartera optimizada por Fama & French aplicando el criterio explicitado anteriormente.

Weights	FF5
S&P	0%
EEM	0%
EAFE	0%
PFF	0%
EMB	0%
IYR	65%
TLT	0%
LQD	0%
HYG	10%
GLD	26%
Retornos promedios	7.6%
Varianza	0.033
Desvío estandar	18.3%
Sharpe ratio	0.39

A continuación un resumen de todos los portafolios de inversión contruidos con las estrategias de armado propuestas en este análisis y sus indicadores más importantes.

Resumen de portfolios							
Weights	Min-Var	Max Sharpe	Risk Prity	EWP	Kelly Crit.	FF5	S&P
S&P	4%	57%	9%	10%	16%	0%	100%
EEM	0%	0%	7%	10%	4%	0%	0%
EAFE	0%	0%	7%	10%	6%	0%	0%
PFF	0%	0%	9%	10%	11%	0%	0%
EMB	0%	0%	10%	10%	11%	0%	0%
IYR	0%	0%	6%	10%	11%	65%	0%
TLT	11%	32%	21%	10%	7%	0%	0%
LQD	59%	0%	16%	10%	13%	0%	0%
HYG	16%	0%	12%	10%	14%	10%	0%
GLD	9%	11%	2%	10%	7%	26%	0%
Retornos promedios	4.7%	8.2%	5.3%	5.7%	6.1%	7.6%	10.9%
Varianza	0.008	0.013	0.013	0.016	0.016	0.033	0.032
Desvio estandar	9.0%	11.2%	11.2%	12.7%	12.5%	18.3%	17.8%
Sharpe ratio	0.46	0.68	0.43	0.40	0.45	0.39	0.58
VaR 5%	-10%	-10%	-13%	-15%	-14%	-22%	-18%
CVaR 5%	-14%	-16%	-19%	-21%	-20%	-31%	-27%
VaR 0.1%	-29%	-33%	-36%	-42%	-40%	-60%	-55%

Análisis de los resultados

Utilizando los 15 años de datos recolectados y comparando cada una de las estrategias analizadas en este estudio buscaremos determinar cómo se han comportado cada uno de los portafolios tanto a lo largo de todo el período estudiado como así también en las distintas épocas de crisis enunciadas en este documento y trataremos de sacar algunas conclusiones que nos permitan tomar decisiones a futuro en cuanto a que estrategias conviene utilizar de acuerdo al período o situación económica que se esté por enfrentar.

Portafolio de alto rendimiento

En primer lugar, podemos observar que a lo largo de los quince años estudiados, el portafolio de mayor rendimiento fue el diseñado con la estrategia de maximizar el Sharpe Ratio. Este portafolio está compuesto solo de tres de los diez activos escogidos. Los ETFs son el S&P con una proporción del 57% , los bonos a 20 años de tesoro americano (TLT) en 32% y Oro (GLD) en un 11%. Este es uno de los portafolios más utilizados dado su eficiencia en la relación retorno / riesgo con muy buenos rendimientos, podríamos decir que el rol del S&P es aportar los retornos altos y el TLT y GLD moderar el riesgo de la cartera haciéndola menos volátil.

Este portafolio es un 70% más eficiente si lo comparamos con el de mínima varianza asumiendo aproximadamente solo un 20% más de riesgo, claramente expuesto en el índice de Sharpe.

Portafolio de rendimientos moderados

En los portafolios de Kelly Criterion y Risk Parity observamos eficiencias de retornos muy similares cuando comparamos el Sharpe Ratio, la diferencia entre ellos radica en que Risk Parity pareciera haber sido más conservador en cuanto al riesgo ya que obtuvo menor volatilidad que Kelly Criterion con un retorno levemente inferior.

Si comparamos estas estrategias con el portafolio “Max Sharpe”, ninguna de estas logró una menor volatilidad, de hecho el riesgo que se asumió fue mayor con el agravante de que los retornos fueron entre un 25% y un 35% más bajos que la estrategia mencionada.

Cuando analizamos los portafolios con la metodología del *Value at Risk* en diversos intervalos de confianza para agregar más criterios de análisis, vemos que en un escenario con 5% de probabilidades de suceso estas estrategias perderían entre un 30% y un 40% más que “Max Sharpe”.

Pareciera ser que ambas estrategias no son buenas para períodos de tiempo prolongados como los quince años estudiados. Más adelante analizaremos si durante los tiempos de crisis tuvieron un mejor comportamiento.

En el Equal Weighted Portfolio está claro, por lo visto en la teoría, que no hay ningún tipo de análisis aplicado sobre el mismo, sino que es una cartera meramente “intuitiva” que haría algún inversor poco sofisticado que decide diversificar riesgo sin mayores conocimientos del mercado. Los resultados son los esperados para un análisis de este tipo ya que terminó siendo una de las peores carteras dados sus resultados. Por un lado vemos que tiene un Sharpe Ratio de los más bajos de las seis propuestas y que el riesgo de cola medido con el VaR / CVar es uno de los más altos de todos, con rendimientos muy similares a Equal weighted y Risk Parity. El inversor que decide diversificar sin tanto conocimiento técnico aplicando esta metodología termina incurriendo en riesgos innecesarios si vemos la historia de retornos.

La estrategia de mínima varianza logró minimizar el riesgo reduciendo también el retorno pero sin perder la eficiencia retorno/riesgo con respecto a las otras estrategias de rendimiento moderado. La cartera fabricada con esta metodología logra su objetivo de ser conservador reduciendo la volatilidad pero no logra significantes diferencias en cuanto al riesgo de cola con respecto a cartera que maximiza el ratio de Sharpe.

A continuación, podemos ver el gráfico de la evolución de las carteras partiendo el 1/1/2018 con base 100.

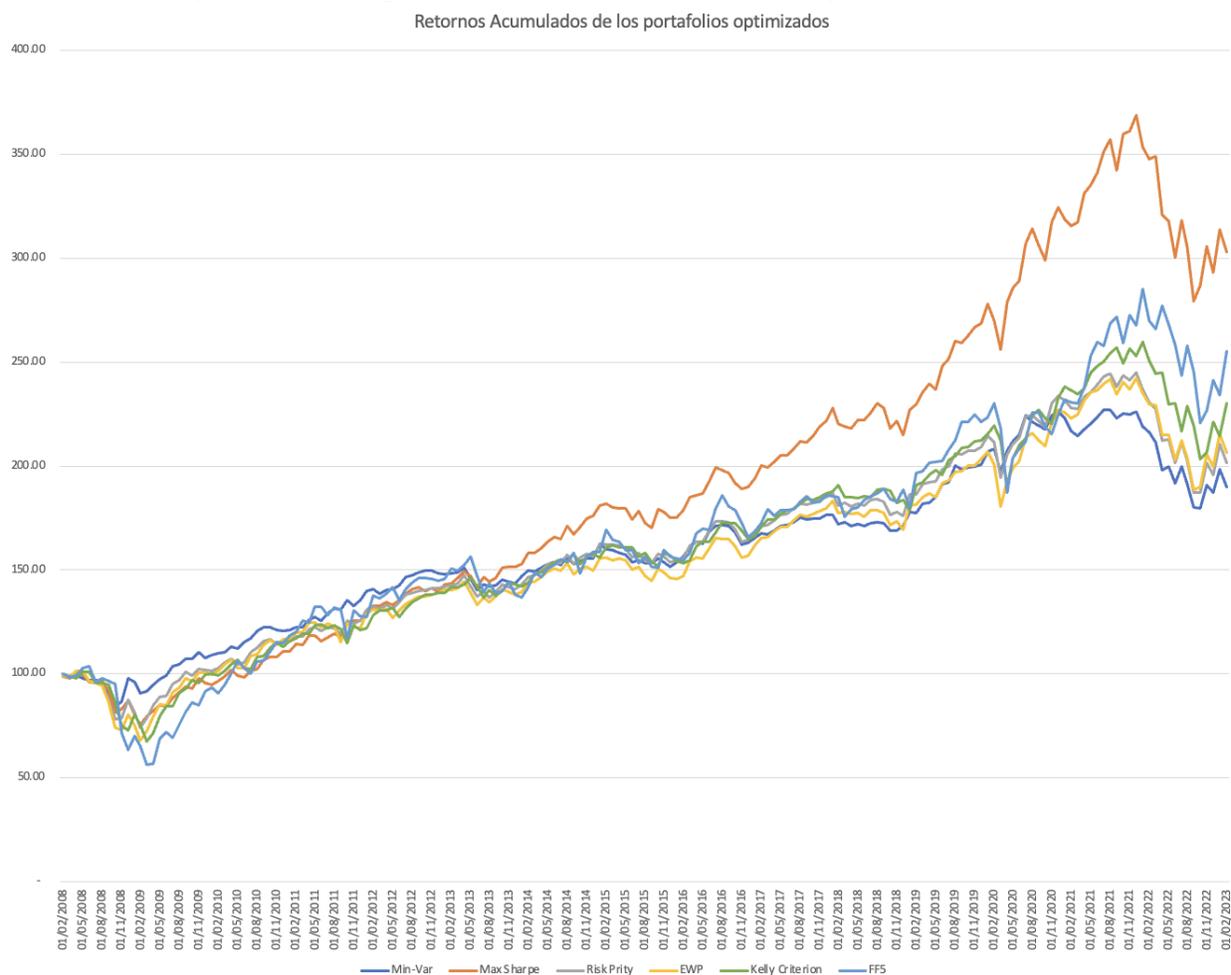


Ilustración 22: Gráfico de retornos acumulados base 100 de todas las estrategias analizadas en este estudio.

Si analizamos los resultados sin considerar que cada estrategia busca efficientizar algún aspecto en particular, se aprecia que en el largo plazo, la estrategia de maximizar el Sharpe Ratio logró un increíble 200% siendo la estrategia ganadora a lo largo de todo este tiempo seguida por Fama French con 150%, Kelly Criterion con un 120%, Equally weighted (104%), Risk Parity (101%) y Mínima Varianza (86%). Al analizar un período tan extenso, los rendimientos de todas nuestras carteras construidas con las estrategias propuestas siguen un recorrido muy similar entre ellas y en muchos casos, al final del período, rendimientos levemente diferentes como podemos observar.

Backtesting de estrategias

El análisis previamente realizado fue bajo la metodología de armar portafolios teniendo en cuenta todo el período de retornos estudiado y luego analizando su evolución a través del mismo período, es decir siempre con información disponible. Para evitar los sesgos que afectan los resultados obtenidos, podemos aplicar metodologías que nos permitan analizar las situaciones como si no se dispusiera de información de ese período para luego evaluar y comparar los resultados. Este tipo de testeos son conocidos como *Backtesting* de portafolios y particularmente en este trabajo utilizaremos dos metodologías.

Anchored – Walk Forward Procedure

Dicho testeo consta en definir las carteras optimas en base a un período previo y aplica los resultados de optimización al siguiente período. Esto quiere decir que estamos armado la cartera como si no conociéramos los resultados del período. Por ejemplo, podemos armar el portafolio óptimo en base al período 1998-2001 y aplicar la estrategia optimizada en el año 2001-2002 para luego evaluar, según los datos reales del 2001-2002, como anduvo ese portafolio.

Como su nombre lo indica, “anchored” quiere decir anclado a un punto inicial que no moveremos a lo largo de los sucesivos testeos. En otras palabras, siguiendo nuestro ejemplo anterior, para armar la estrategia del año 2008 tomaremos el período 1998-2007, 9 años de datos.

Anchored Walk-Forward Test Procedure

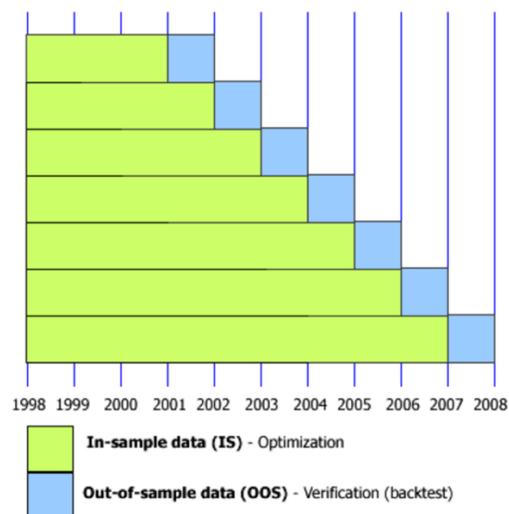


Ilustración 23: 2018. Walk Forward Optimization. Recuperado de https://www.multicharts.com/trading-software/index.php/Walk_Forward_Optimization

Not Anchored Walk-Forward

Este testeo es similar al anterior pero con la particularidad que no tiene ancla, esto quiere decir que el período anterior de análisis para eficientizar la estrategia es móvil y en nuestro caso siempre serán los tres años anteriores al período a evaluar.

Definimos tres años dado que existen años que salen de la media de comportamiento del mercado entonces no podemos basar el análisis solo en un período anterior, con lo cual definimos que este sería el período mínimo para mirar hacia atrás y testear uno para adelante.

Not Anchored Walk-Forward Test Procedure

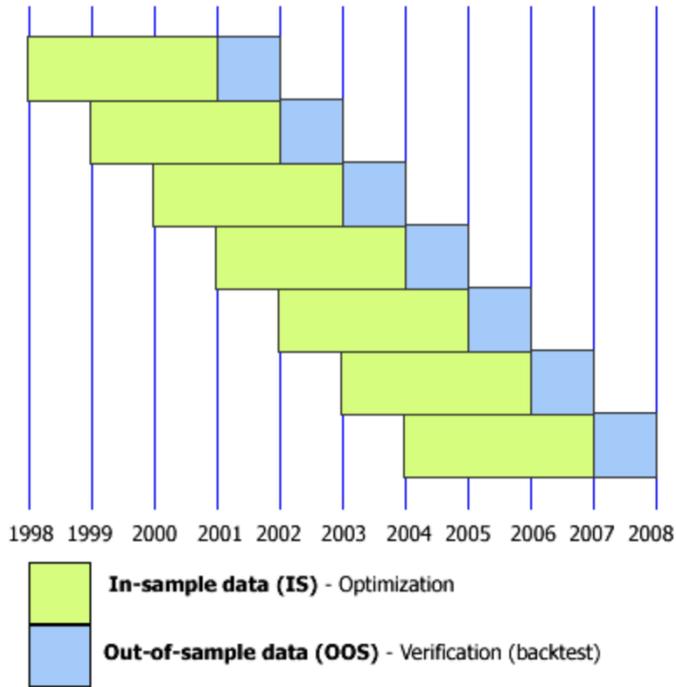


Ilustración 2018. Walk Forward Optimization. Recuperado de https://www.multicharts.com/trading-software/index.php/Walk_Forward_Optimization

Resultados Anchored Walk-Forward



Ilustración 24 Backtesting Achored

Cuando optimizamos los modelos según esta metodología, rápidamente empezamos a ver algunas diferencias muy marcadas con respecto al análisis del set de datos cuando analizados en su totalidad. En primera medida, vemos que la estrategia de Kelly está altamente influenciada por los dos primeros años donde el mercado sufrió pérdidas significativas en todos sus tipos de activos y donde esta estrategia, al factorar los datos siempre anclados en el año 2008, afecta sustancialmente los sucesivos años hasta finalmente corregir los efectos de estos primeros años.

También podemos ver que Fama & French de cinco factores tuvo un rendimiento destacado por sobre el resto de las estrategias explicado mayormente por su exposición al activo IYR (real estate REITS) donde, dada la complejidad del análisis, se optó por dejar fija las ponderaciones de los activos de la optimización de Fama & French durante todos los años estudiados.

El resto de las estrategias sigue un recorrido bastante parecidos entre sí, logrando resultados muy similares donde no hay más de un 10% de diferencia entre sus resultados finales. Nos toma por sorpresa ver que en

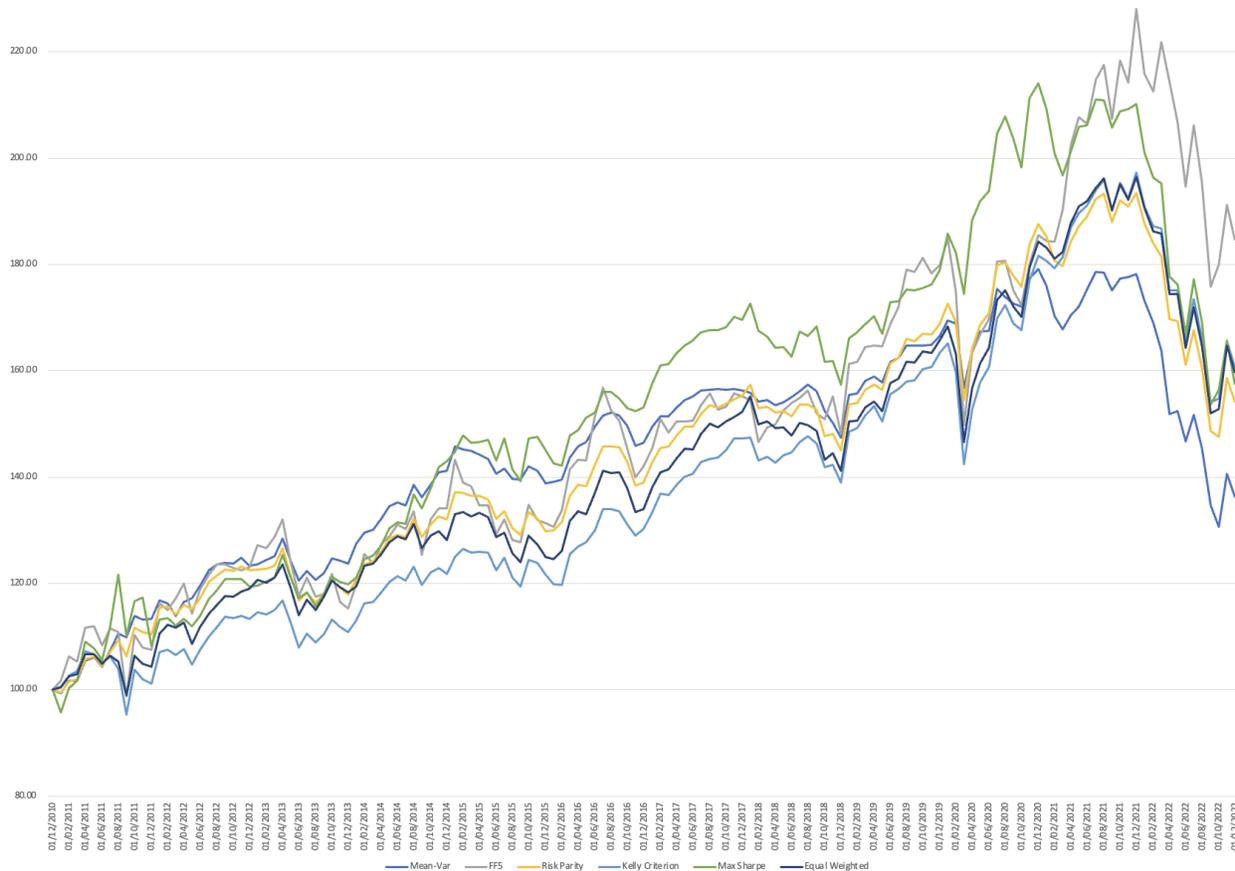
este tipo de estudio, la estrategia de igualar las ponderaciones en partes iguales (EWP) logra uno de los mejores rendimientos por sobre los portafolios con mayor análisis estadístico.

Dentro de las particularidades del recorrido de los retornos, se observa que en el año 2013 hay una caída más pronunciada del portafolio “Max Sharpe” producto de su alta exposición al oro. Esto sucede porque en el backtesting 2008-2012, el oro tuvo una gran eficiencia en su relación retorno/riesgo y es por ellos que la optimización sugería su inclusión en porcentajes elevados (28%). Ese año, el *commodity* daba por finalizada su carrera alcista de doce años producto de que la FED detendría la compra de bonos que es en lenguaje técnico una política monetaria restrictiva reduciendo la oferta de dinero y por ende acotando los incentivos de los inversores a cubrirse en este metal precioso (Shumsky, T. 2008. Gold Falls 28% in 2013, Ends 12-year Bull Run, 2013. WSJ)

Este caso nos muestra claramente una de las restricciones de hacer portafolios con información pasada y que el *backtest* en este caso revela inmediatamente. Si analizamos la Ilustración 6, la cartera armada con el Sharpe Ratio que ya tenía incorporada toda la información en su optimización, daba como resultado final una de las mejores carteras posibles con rendimientos acumulados muy superiores a las otras metodologías y sin caída sustancial en el período donde el oro cayó significativamente, pero con el *backtesting* anclado, la cartera pasa a ser una más sin grandes resultados pero con una de las mayores caídas en 2013 y no recupera el recorrido perdido durante nueve años.

Es importante destacar que existe información que este tipo de estrategias no puede incorporar en el análisis como son los cambios de políticas como monetarias o económicas que hacen reaccionar a los mercados que viran de activos de refugio de valor a activos riesgosos para subirse a la ola del momento.

Resultados Non Anchored Walk forward



Este testeo, si bien es de metodología muy similar al anteriormente explicado, tiene la particularidad de que se toma un período móvil para armar las carteras óptimas. En nuestro caso estamos utilizando un período histórico de tres años móviles. Esto implica que parte de la historia se va “olvidando” y es remplazada por datos nuevos. Para realizar el análisis, nos concentraremos inicialmente en la cartera “Max Sharpe” que vuelve a tener un comportamiento muy diferente al demostrado en el Anchored Backtesting. Aquí podemos ver que este portafolio vuelve a tener una preponderancia por lo menos durante gran parte del recorrido ya que logra capturar la transición del mercado del oro a activos de mayor riesgo como es el S&P. Esto lo logra ya que “olvida” los muy buenos rendimientos del oro durante la época 2008/2009 y captura la incipiente recuperación del mercado migrando los pesos entre esos activos. A medida que el mercado transita el mayor mercado alcista de la historia, la optimización le asigna cada vez más exposición al mercado tomando mayores riesgos que luego pierde por la caída de los mercados del año 2022. Otra de las carteras que demuestra una clara diferencia entre los modelos de testeo es la de “Kelly Criterion”. Anteriormente vimos como el rendimiento de la misma estaba altamente influenciada por los años 2008-2009 donde la cartera recomendaba prácticamente no invertir ya que las probabilidades de perdida superaban a las probabilidades de ganancias con lo cual la cartera sugerida era sumamente conservadora. En el set de datos móviles de este análisis, la optimización deja de lado la historia de la crisis 2008 y así le permite recuperar terreno y mantenerse como una alternativa más del promedio.

A continuación, vemos como los métodos de testeos de las optimizaciones tienen resultados diferentes si comparamos la misma estrategia de construcción de portafolios. La mayoría de las estrategias muestran similitudes y diferencias en el recorrido de los retornos. Las únicas estrategias que tuvieron una performance prácticamente igual entre los tres métodos de testeos fueron “equal weighted portfolio”, que es comprensible que así haya sido ya que nunca cambian los porcentajes de conformación del portafolio y por ende no mira el set de datos para tomar la decisión de asignación; Pero por otro lado está “Risk Parity” que sí mira los datos pasados para conformar el portafolio e igualmente así el recorrido realizado bajo las tres metodologías de testeo fue igual, indicándonos que los riesgos aportados por los activos seleccionados se mantienen parejos a lo largo del tiempo con lo cual, a la hora de distribuir esos riesgos en cada activo, la conformación de la cartera pareciera permanecer constante a lo largo de todo el período. Esto no solo se confirma en la ilustración sino que al verificar las ponderaciones de los rebalances anuales de cada metodología de *backtesting*, se observan muy pequeños cambios en algunos años.

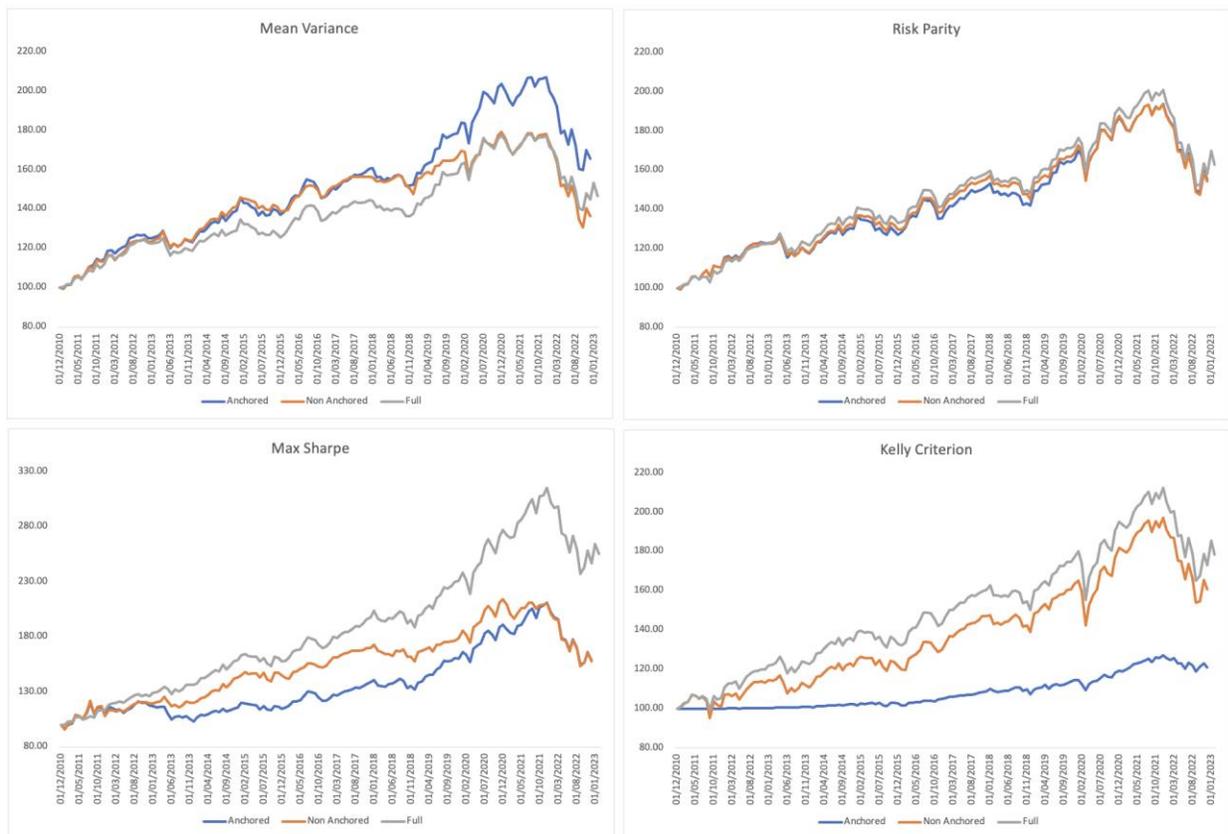


Ilustración 25: Comparativa misma estrategia, diferentes metodos de backtesting

Veamos ahora como se comportó cada estrategia al aplicar los diferentes *backtesting* realizados para poder compararlos más precisamente entre ellas:

Retornos

Retornos	Mean-Variance	FF5	Risk Parity	Kelly Criterion	Max Sharpe	Equal Weighted
Walk Forward	2.9%	6.2%	4.0%	4.5%	4.4%	4.4%
Anchored	4.6%	6.2%	4.1%	1.7%	4.5%	4.4%
Full set	3.4%	6.2%	4.3%	8.3%	5.1%	4.4%

Se puede apreciar que los retornos se mantienen a través de todos los métodos de verificación de los resultados de las estrategias excepto en el caso de Kelly Criterion donde no pareciera que la estrategia de optimización funcionara dada la disparidad de los resultados. El resto de las estrategias mantienen una cierta similitud entre los retornos obtenidos por cada una de ellas siendo Fama & French la única que consiguió mejores resultados.

Volatilidad

Desvio Estandard	Mean-Variance	FF5	Risk Parity	Kelly Criterion	Max Sharpe	Equal Weighted
Walk Forward	7.5%	13.2%	8.4%	9.5%	10.6%	9.4%
Anchored	7.6%	13.2%	8.3%	3.0%	10.6%	9.4%
Full set	7.1%	13.2%	8.4%	9.5%	9.3%	9.4%

En cuanto al riesgo asumido por cada estrategia, podemos nuevamente observar que entre las diferentes metodologías de testeo, la volatilidad de las carteras se mantuvo constantes excepto en Kelly que demostró volatilidades muy dispares cuando se analizó. Claramente Fama & French consiguió retornos por arriba de la media, pero no sin asumir riesgos mayores. Max Sharpe tuvo volatilidades también superiores al promedio pero eso no se convirtió en mejores retornos.

Sharpe Ratio

Sharpe Ratio	Mean-Variance	FF5	Risk Parity	Kelly Criterion	Max Sharpe	Equal Weighted
Walk Forward	0.39	0.47	0.48	0.47	0.42	0.47
Anchored	0.60	0.47	0.49	0.55	0.42	0.47
Full set	0.48	0.47	0.51	0.88	0.55	0.47

Por un último y para poder comparar objetivamente los resultados de los portafolios, utilizaremos el ratio de Sharpe para obtener la eficiencia de cada una. Vemos que la estrategia de maximizar el Sharpe Ratio en ninguno de los escenarios logró cumplir con su propósito ya que fue en todos los casos la que peor resultado por unidad de riesgo entrego. Solo en el escenario donde se aplicó la optimización sobre los mismos datos donde luego se verificó el modelo es donde consiguió buenos resultados.

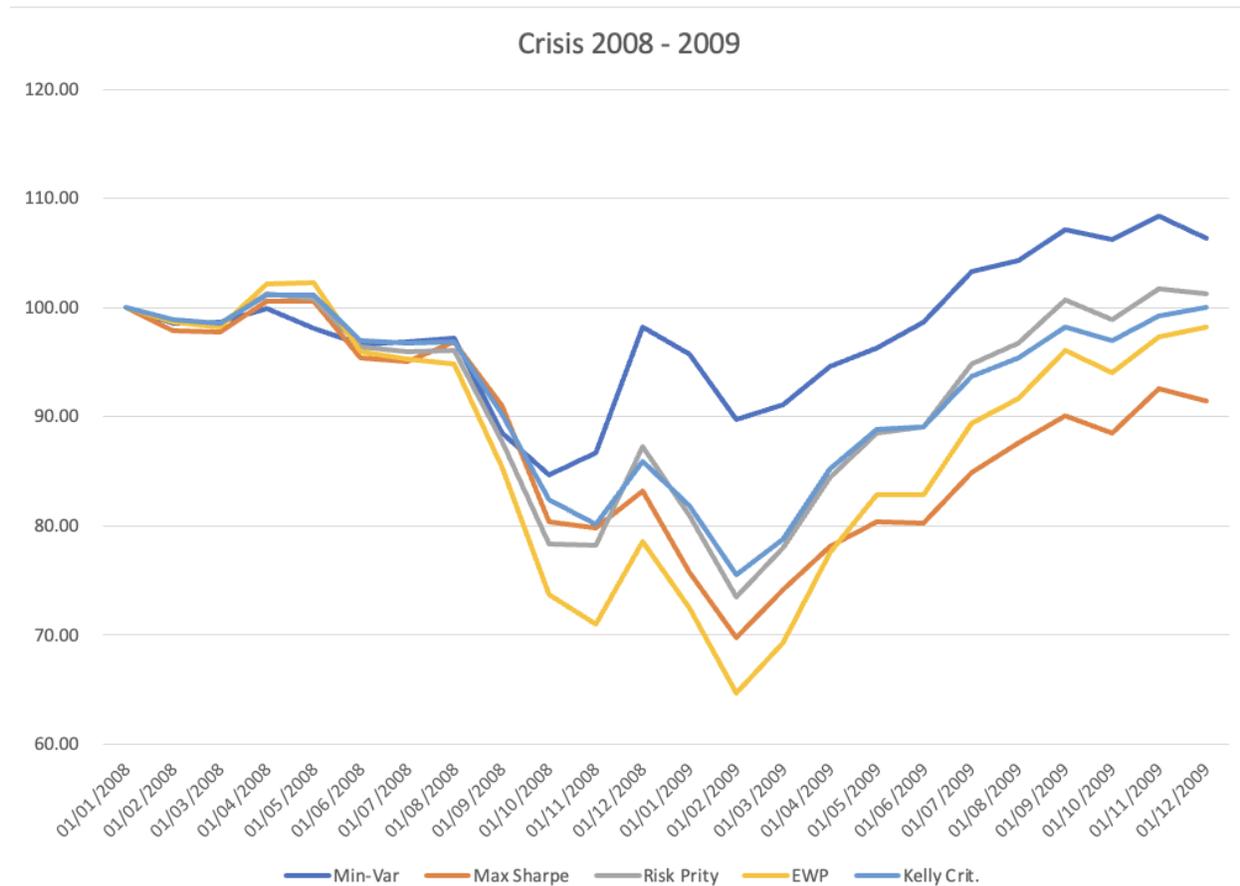
Vemos también que no existe un rendimiento superador de las estrategias sobre el portafolio de pesos equitativos. Solo Kelly Criterion y Mean variance tuvieron un resultado destacado pero que no pudieron mantener cuando se aplicó el *backtesting* Non Anchored Walk Forward donde el set de datos son los últimos tres años móviles, optimizados con este método volvieron a arrojar resultados similares a la media o inclusive peor en el caso de mean variance.

Podemos concluir que ninguna estrategia consigue un retorno ajustado por riesgo (sharpe ratio) significativamente mayor al portafolio realizado con la estrategia que pondera equitativamente sus activos, es decir el análisis técnico no aporta mejoras en este sentido.

Períodos de crisis

Podemos ahora ver que sucedió con las estrategias en períodos de crisis y determinar cuáles son las mejores a aplicar cuando se avecinan períodos turbulentos.

Mortgage Crisis 2008 / 2008

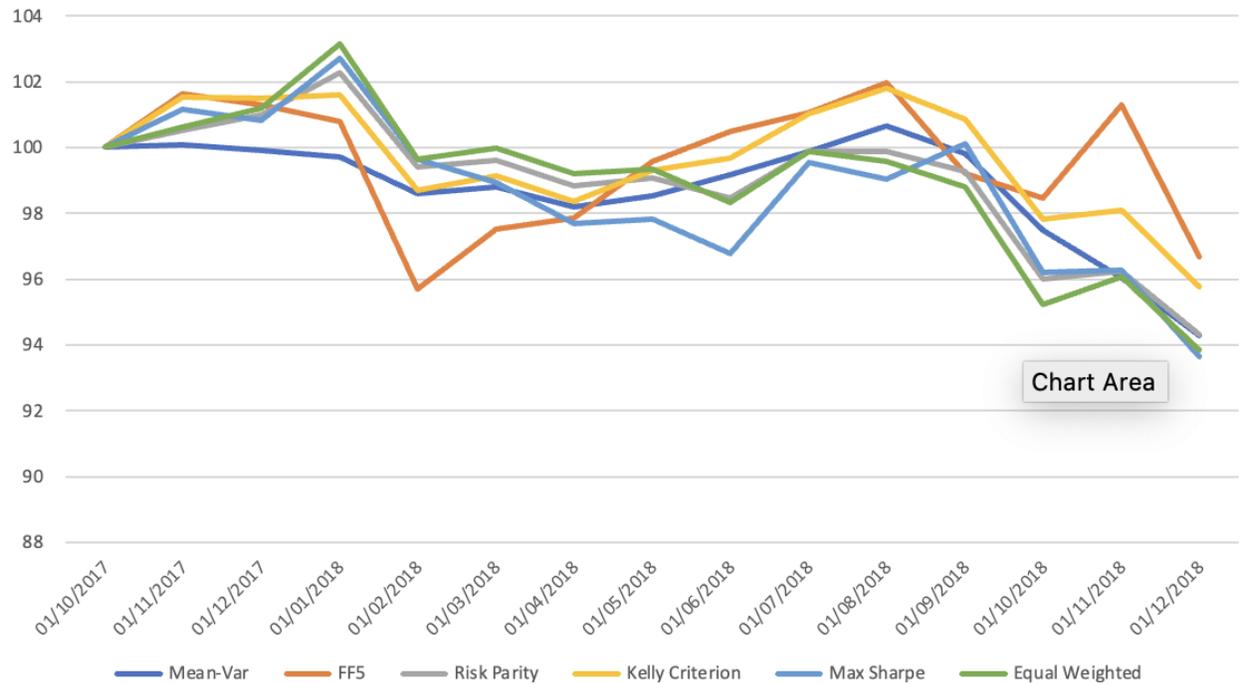


La estrategia EWP fue la que incurrió en mayores pérdidas inclusive peores que una cartera con mayor exposición al riesgo como es la de Max Sharpe donde el riesgo asumido es mucho mayor. Kelly y Risk Parity rindieron muy similares entre ellas pero la que claramente resulto la menos perjudicada fue la de mínima varianza por su baja exposición al mercado.

Cuatro de las cinco estrategias ya se habían recuperado a valores pre-crisis en veintitres meses. Max Sharpe a esa altura tenía todavía pérdidas por un 8% y le llevó 10 meses más recuperarse totalmente de la pérdida originada por la crisis hipotecaria.

En los peores días de la crisis, cuando todos los activos registraban pérdidas significantes, con un mercado perdiendo un 45%, el portafolio de mínima varianza anotaba una pérdida del 10% mientras que el resto de los portafolios anotaban entre un 25% y un 35%. Mínima varianza anoto un 6.36% de retornos positivos cuando las otras estrategias estarían en torno al break even o por debajo.

Crisis de los mercados 2018



Analizaremos este período de crisis en los mercados al igual que venimos haciéndolo en los anteriores análisis y es sobre la base del rendimiento de la cartera por unidad de riesgo utilizando los tres métodos de *backtesting*.

Por un lado podemos observar que los portafolios que fueron optimizados utilizando el anchored walk forward tuvieron un rendimiento muy distinto a los que habían sido confeccionados utilizando solo los últimos tres años de historia y se da a lo largo de todas las estrategias, consiguiendo eficiencias muy superiores.

	Mean-Variance	FF5	Risk Parity	Kelly Criterion	Max Sharpe	Equal Weighted
WF	-2.54	-0.55	-1.75	-1.22	-1.44	-1.57
Anchored WF	-1.14	-0.55	-1.55	-0.20	-0.35	-1.57
Full set	-1.63	-0.55	-1.59	-0.26	-1.40	-1.57

Para analizar los datos de las carteras durante este período utilizaremos nuestra herramienta de backtesting “Non anchored walk forward”.

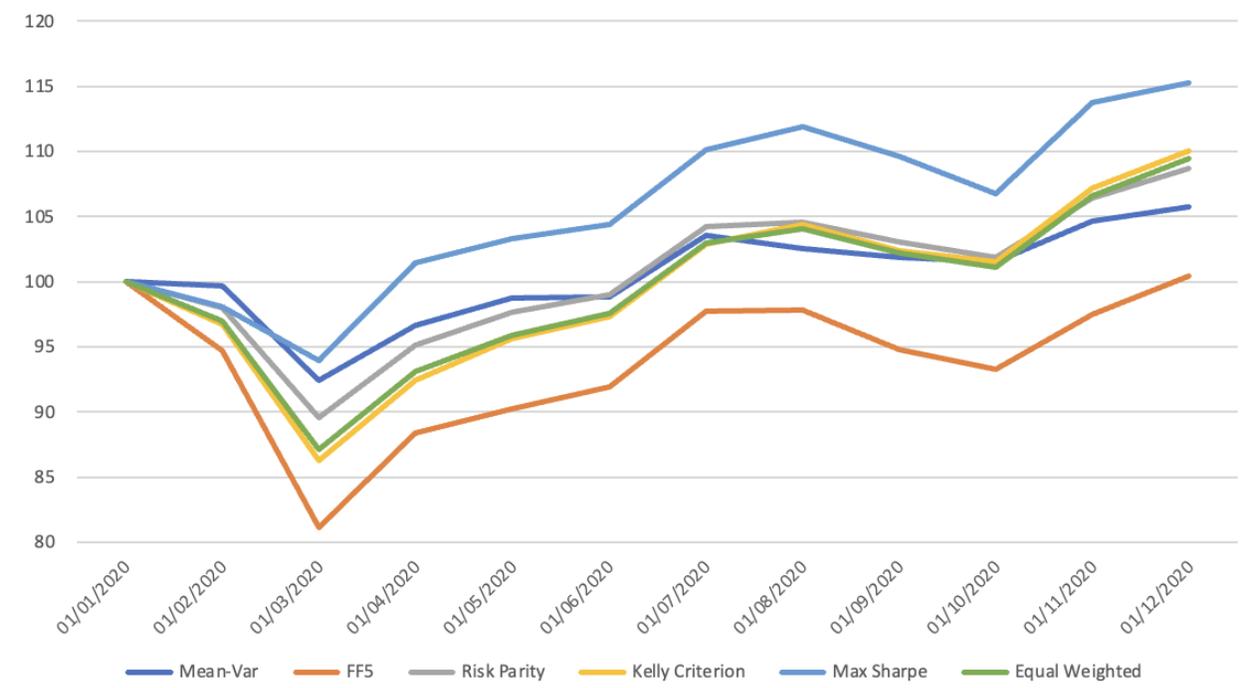
	Mean-Variance	FF5	Risk Parity	Kelly Criterion	Max Sharpe	Equal Weighted
Sharpe Ratio	(1.14)	(0.55)	(1.75)	(1.22)	(1.44)	(1.57)
Retornos	-4.9%	-2.6%	-4.8%	-3.5%	-5.3%	-5.2%
Desvio Estandar	2%	5%	3%	3%	4%	3%
VaR 5%	-8%	-10%	-9%	-8%	-11%	-11%
CVaR 5%	-9%	-12%	-11%	-10%	-13%	-12%

Durante este período, una de las estrategias que mejor resultados obtuvo fue la de Kelly Criterion, consiguiendo la menor volatilidad entre todas las carteras y siendo la que menores pérdidas sufrió durante el período.

Por el lado de Mínima Varianza podemos ver que fue uno de los portafolios que peores resultados obtuvo a nivel general ya que si bien su volatilidad fue una de las más bajas durante el período (y es lo que busca este portafolio), sus retornos negativos estuvieron dentro de la media pero con el dato que en un análisis sin anclar datos históricos, con período de 3 años móviles, los resultados son de los peores entre todos los portafolios.

Max Sharpe, Risk Parity y Equal Weighted portfolio obtuvieron rendimiento similares en cuanto a retornos ajustados por riesgo y con volatilidades muy similares entre ellos. Por último, Fama French con la más alta volatilidad de todos los portafolios, fue uno de los que mejor logró acotar las pérdidas durante este período.

COVID Crisis 2020



	Mean-Variance	FF5	Risk Parity	Kelly Criterion	Max Sharpe	Equal Weighted
Sharpe Ratio	1.39	0.48	1.64	1.40	2.87	1.46
Retornos	8.2%	5.4%	12.2%	12.7%	20.6%	12.6%
Desvio Estandar	6%	11%	7%	9%	7%	9%
VaR 5%	-2%	-13%	0%	-2%	9%	-2%
CVaR 5%	-4%	-19%	-4%	-7%	5%	-6%

La crisis 2020 fue muy particular dada la rapidez con la que se desató y la rápida reacción de los gobiernos mundiales inyectando masivamente liquidez en los mercados. Esto logró rápidos resultados ya que, al cabo de unos diez meses, las bolsas habían recuperado lo perdido durante toda la crisis. En nuestro caso, la

estrategia Fama & French, la que peores resultados obtuvo, en ese plazo ya había recuperado la totalidad. La que mejor anduvo, Max Sharpe, donde al cabo de tres meses del inicio de la crisis, los números ya eran positivos nuevamente. Es por eso que cabe aclarar que este es un período en el cual la política tuvo gran injerencia en el resultado de los mercados, mucho más de lo que normalmente sucede y que las consecuencias de dichas acciones estamos viendo hoy en día, como es la inflación, las altas tasas y caídas en bolsas.

Al contrario que en 2018, Fama & French fue la que peor anduvo en este período con gran volatilidad y muy bajos retornos dando como resultado el menor Sharpe ratio de todas las estrategias. Por el contrario, Max Sharpe que fue una estrategia de rendimiento medio durante la previa crisis, en esta fue una de las que menos perdió durante la peor época y de las que mejor terminó al finalizar el período, con resultados fuera de cualquier estimación previa. El hecho de que el mercado de valores haya rendido muy bien durante los tres años previos, llevó a que esta estrategia estuviera muy bien posicionada para beneficiarse de lo que vendría.

El resto de los portafolios, al igual que venimos viendo, demostraron similitudes en sus resultados sin grandes destaques en materia de rendimiento por unidad de riesgo, e inclusive tampoco si vemos los valores en riesgo (VaR) de cada uno de estos portafolios.

Estrategias vs Mercado

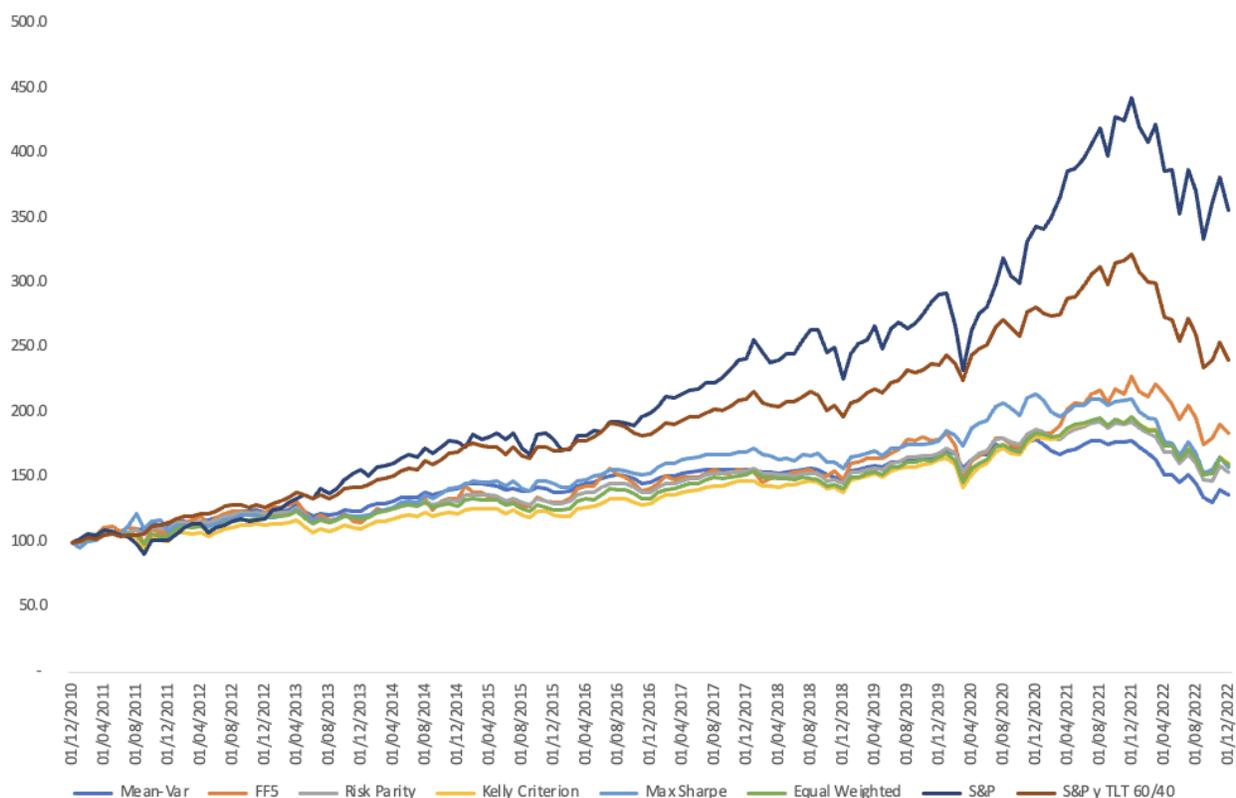


Ilustración 26 Estrategias vs SPY Vs 60%/40%

Si bien es cierto que este estudio inició como un análisis de las estrategias analizadas bajo importantes indicadores como son el Sharpe ratio, volatilidad, *value at risk* entre otros parámetros, no podemos dejar de ver como se comportaron contra el índice de mercado (S&P) en cuanto al resultado final obtenido luego de todos estos años. Todo inversor busca maximizar sus retornos tratando de asumir el menor riesgo posible, y todas las estrategias analizadas buscan en cierta forma obtener ese resultado usando la historia para tratar de predecir el futuro y conseguir así los resultados deseados. Resulta importante entonces, si todas estas estrategias buscan ese resultado, evaluar cómo se comportaron con respecto al mercado para no perder la perspectiva de lo que un inversor busca lograr. En tal caso, llama la atención de cualquiera que vea este gráfico, dos cuestiones básicas. En primer lugar, visto el gráfico en perspectiva del tiempo transcurrido, la gran similitud de todas las estrategias tanto en la trayectoria como en resultado final. Todas las estrategias copiaron el mismo recorrido durante los años analizados, con sus diferencias pero no con un resultado claramente distinto una con respecto a la otra. Más allá de que hubo dos estrategias que se diferenciaron (pero no en gran medida, Fama&French cinco factores y Mínima varianza) en resultado final, el resto de las estrategias arribó al mismo lugar. La segunda cuestión que más llama la atención es cuando comparamos las estrategias expuestas en el trabajo con el rendimiento del mercado durante todos estos años. Como ya describimos previamente en la introducción, el índice que representa el mercado es el S&P que tiene en su génesis replicar a las 500 compañías de mayor capitalización de Estados Unidos y que se podría decir al menos para este análisis, que representan al mercado americano. Una cartera 100% asignada en el índice

S&P logró rendimientos que ninguna de las estrategias descriptas pudo llegar a imitar. La estrategia que más “cerca” estuvo en términos de retorno por unidad de riesgo fue Fama French cinco factores y logró un 40% menos de rendimiento en este indicador. Y si buscamos la estrategia que busca maximizar este resultado como es Max Sharpe no llegó a la mitad de los resultados en cuanto a esta optimización y un tercio en cuanto a retornos.

Si estar expuestos 100% al mercado nos expusiera a muchos riesgos y el inversor quiere reducir el riesgo, una estrategia convencional de 60% mercado (S&P) y 40% bonos del tesoro americano (TLT) hubiese también superado a todas las estrategias que fueron utilizando los datos para tratar de mejorar los resultados a futuro, como claramente también podemos ver en el último gráfico presentado.

	Mean-Var	FF5	Risk Parity	Kelly Criterion	Max Sharpe	Equal Weighted	S&P	S&P y TLT 60/40
Retornos	2.9%	6.2%	4.0%	4.5%	4.4%	4.4%	12.4%	8.7%
Varianza	0.01	0.02	0.01	0.01	0.01	0.01	0.02	0.01
Desvío	7%	13%	8%	10%	11%	9%	15%	10%
Sharpe	0.39	0.47	0.48	0.47	0.42	0.47	0.83	0.90

Ilustración 27 Resultados anuales promedio 2011-2022

Conclusiones del estudio

Hemos estudiado a lo largo de este trabajo cada una de las metodologías de armado de portafolios que nos permitió luego construir carteras de inversión en base a los activos escogidos. Aplicamos métodos de *backtesting* para estudiar períodos de datos de una muestra, definir las ponderaciones según la estrategia y luego obtener un resultado fuera de muestra con el fin de encontrar alguna estrategia que tuviera resultados que se destacaran sobre el resto y que tuvieran resultados consistentes a través del paso del tiempo y de los diversos entornos económicos.

A partir de los datos que estudiamos en este trabajo, vemos en primer lugar que el set de datos utilizados para armar los portafolios ya sea anclado en un punto o móviles, tiene una importante influencia en los resultados de cada una. En nuestro caso, estos resultados estuvieron afectados porque el set de datos inicia en el año 2008 que es un año especial donde una crisis afectó la economía americana. El motivo de esta elección fue porque algunos de nuestros activos tenían datos históricos disponibles recién a partir de ese año, con lo cual nuestras carteras estuvieron afectadas en un inicio por la crisis 2008-2009.

Por otro lado, no encontramos una estrategia que se destacara consistentemente a través de los diferentes períodos que hemos estudiado en este trabajo, en la crisis 2008 vimos un portafolio construido con *mean variance* destacarse por sobre el resto en sus resultados, en la crisis 2018 *Kelly Criterion* fue la de menor volatilidad y menores pérdidas y por último en 2020 un *Max Sharpe* obteniendo resultados superadores en todos los indicadores. Esto nos lleva a pensar que no es posible, al menos consistentemente, utilizar alguna optimización que sea superadora al resto y tampoco que se destaque por sobre una estrategia simple como es la “*equal weighted*” donde los pesos de los activos fueron escogidos sin análisis de datos previos. Cuando a estas estrategias las comparamos con el índice del mercado o con carteras tradicionales y simples de confeccionar como la de 60% mercado y 40% bonos del tesoro americano, como lo hemos hecho en el gráfico 10 y cuadro 11, los resultados obtenidos por éstas son ampliamente superadores a los obtenidos por los propuestos en este trabajo. Y no es casual que los fondos de *management* activos que buscan constantemente mejorar los retornos de sus inversiones a través de diversas estrategias como las propuestas, no sean capaces de superar o siquiera igualar los rendimientos del mercado en general como escribe Jeff Sommer en el artículo *Mutual Funds That Consistently Beat the Market? Not One of 2,132.*, n.d. NYT.

Bibliografia

Gold Falls 28% In 2013, Ends 12-Year Bull Run. (2013, January 1). Gold Falls 28% In 2013, Ends 12-Year Bull Run. Wall Street Journal. <http://online.wsj.com/article/SB10001424052702304591604579292321014055380.html>

Integrated Wealth Management: The New Direction for Portfolio Selection Harry Markowitz. The Journal of Finance, Vol. 7, No. 1. (Mar., 1952), pp. 77-91. https://www.math.hkust.edu.hk/~maykwok/courses/ma362/07F/markowitz_JF.pdf

A Five-Factor Asset Pricing Model Eugene F. Fama and Kenneth R. French* <https://deliverypdf.ssrn.com/delivery.php?ID=279084110120108022029084108064083023058053048001058058104067064081069084127015003006110097020008029017007029125024123076073094012047023016072118074005080037061067079083105127097118084099028123007127105008073117030076066092070124117098101067&EXT=pdf&INDEX=TRUE>

A Look Inside The Fama-French 3-Factor Model <https://seekingalpha.com/article/2035813-a-look-inside-the-fama-french-3-factor-model>

The Capital Asset Pricing Model: Theory and Evidence Eugene F. Fama and Kenneth R. French <http://mba.tuck.dartmouth.edu/bespeneckbo/default/AFA611-Eckbo%20web%20site/AFA611-S6B-FamaFrench-CAPM-JEP04.pdf>

Capital Asset Pricing Model (CAPM) Testability and its Validity in Stock Market <https://core.ac.uk/download/pdf/234630301.pdf>: Evidence from Previous Literatures

Mean-Variance Optimization and the CAPM. IEOR E4706: Foundations of Financial Engineering 2016 by Martin Haugh <http://www.columbia.edu/~mh2078/FoundationsFE/MeanVariance-CAPM.pdf>

Mean-variance versus full-scale optimisation: In and out of sample. Received: 9th May, 2006. Timothy Adler <https://link.springer.com/content/pdf/10.1057/palgrave.jam.2250042.pdf>

RISK PARITY FOR MULTI-ASSET FUTURES ALLOCATION - A PRACTICAL ANALYSIS OF THE EQUAL RISK CONTRIBUTION PORTFOLIO <https://deliverypdf.ssrn.com/delivery.php?ID=024094113006077093065087083086001102099074018037042059108095066004025005107089098074121060123119021098114123091004089084106127027080071064004064006091114008086112101067062033016010088122112113094027115113025091067099083005124066096030126095091029124073&EXT=pdf&INDEX=TRUE>

Optimal Versus Naive Diversification: How Inefficient is the 1/N Portfolio Strategy? <http://faculty.london.edu/avmiguel/DeMiguel-Garlappi-Uppal-RFS.pdf>

Practical Implementation of the Kelly Criterion: Optimal Growth Rate, Number of Trades, and Rebalancing Frequency for Equity Portfolios. <https://www.frontiersin.org/articles/10.3389/fams.2020.577050/full>

Kelly's Criterion in Portfolio Optimization: A Decoupled Problem Zachariah Peterson^{1,*} https://www.researchgate.net/publication/320180198_Kelly%27s_Criterion_in_Portfolio_Optimization_A_Decoupled_Problem

Risk Parity Portfolio vs. Other Asset Allocation Heuristic Portfolios DENIS CHAVES, JASON HSU, FEIFEI LI.

https://www.researchgate.net/publication/228206016_Risk_Parity_Portfolio_vs_Other_Asset_Allocation_Heuristic_Portfolios

Optimization of conditional value-at-risk R. Tyrrell Rockafellar

https://www.ise.ufl.edu/uryasev/files/2011/11/CVaR1_JOR.pdf

Mutual Funds That Consistently Beat the Market? Not One of 2,132.. (n.d.). Mutual Funds That Consistently Beat the Market? Not One of 2,132.. The New York Times. Retrieved March 26, 2023, from <https://www.nytimes.com/2022/12/02/business/stock-market-index-funds.html>

Benjamín Ogando. 2021. Tesis: “Estrategias de construcción de portfolios: óptimas vs. Naive”