

Universidad Torcuato Di Tella

Tesis de Maestría

Desempeño del Relative Strength Index en el pronóstico de precios: El caso del Merval

Iván Baumann Fonay

Julio de 2010

Alumno: Ivan Baumann Fonay

Tutor: Javier Mutal Hodara

Resumen

El Relative Strength Index es un indicador de análisis técnico usado por la mayoría de los traders para realizar sus inversiones. Este trabajo busca encontrar si pronosticar los precios del Merval en base a este oscilador genera una mejor estimación que utilizando los retornos de los precios. Para ello primero se busca la especificación adecuada para ambas series. No se encontró que el RSI pudiera predecir los precios del índice Merval mejor que los retornos mismos. Los hechos de que se moviera de forma suave o que estuviese acotado en nada ayudaron al pronóstico. Se aconseja, por lo tanto, utilizar directamente los retornos para pronosticar los precios.

1. Introducción

El análisis técnico es ya un oficio centenario. Se remonta a las columnas de Charles Dow en el Wall Street Journal. Fue conocido primero como "Dow Theory," aunque irónicamente, fue el siguiente editor del diario, William Peter Hamilton, quien posteriormente realizó la mayor parte del desarrollo de esta teoría. Con el correr de los años se generalizó y se lo empezó a conocer con el nombre que lleva hoy.

Hoy en día, los métodos de análisis técnico son usados por la gran mayoría de los *traders* del mercado financiero así como las mesas de dinero, de acuerdo a la encuesta citada por Abarca, Alarcón, Pincheira y Selaive (2007). Básicamente,

el análisis técnico se basa en tres principios básicos: 1. toda la información relevante se encuentra contenida en los precios históricos de un activo (a diferencia del análisis fundamental); 2. el precio de los activos se mueve siguiendo patrones o tendencias y 3. la historia tiende a repetirse.

Sobre estos principios, Malkiel (2003) opina:

The technician believes that [...] the sequence of price changes before any given day is important in predicting the price change for that day. This might be called *the wallpaper principle*. The technical analyst tries to predict future stock prices just as we might predict that the pattern of wallpaper behind the mirror is the same as the pattern above the mirror. The basic premise is that there are repeatable patterns in space and time.

Como ésta, el análisis técnico ha sufrido muchas otras críticas desde que se hizo popular entre los traders, particularmente desde la década de 1990, con el advenimiento de Internet. Mandelbrot (2005), por ejemplo, lo llama "astrología financiera:"

This is a confidence trick: Everybody knows that everybody else knows about the support points, so they place their bets accordingly. It beggars belief that vast sums can change hands on the basis of such financial astrology. It may work at times, but it is not a foundation on which to build a global risk-management system.

Malkiel (2003), además, toma nota del "pasatiempo" que han adoptado algunos académicos para chequear si el análisis técnico funciona:

Technical analysts build their strategies upon dreams of castles in the air and expect their tools to tell them which castle is being built and how to get in on the ground floor. [...] It] is anathema to the academic world. We love to pick on it.

A su vez, el análisis técnico se divide en dos subgrupos: el análisis gráfico ("chartismo") y análisis de indicadores. El primero se dedica a inferir, a partir de patrones gráficos, el comportamiento futuro de los precios o las series en estudio. Este primer subgrupo carece de una metodología rigurosa y es altamente subjetivo. En el segundo subgrupo, se utilizan reglas mecánicas así como indicadores.

Asimismo, los indicadores se dividen entre aquéllos que miden la tendencia de las series (indicadores propiamente dichos) y aquéllos que miden la velocidad o la fuerza con la que se mueven (osciladores). El principal oscilador es el Índice de Fuerza Relativa, o *Relative Strength Index* (RSI), que es del cual se ocupará este trabajo.

El RSI nace de un trabajo de Welles Wilder (1978), "New Concepts in Technical Trading Systems". Mide, básicamente, el porcentaje de veces que el precio ha tenido variaciones positivas¹ y está acotado, por construcción, entre 0 y 100. Un valor entre 50 y un umbral A (que suele estar en 70) indicaría que el precio tiene una "tendencia alcista", mientras que un valor entre un umbral B (usualmente en 30) y 50 mostraría una "tendencia bajista". Ahora bien, valores por debajo de B o por encima de A indicarían que el activo está sobrevendido o sobrecomprado, respectivamente. Allí, el RSI indica que se estaría frente a una suba futura del precio en el primer caso, y de una baja en el segundo. Según las mismas encuestas citadas, el 70% de los traders que utiliza análisis técnico para la toma de decisiones usa el RSI para tomar decisiones.

Son varios los trabajos en la literatura que estudian el poder predictivo de este oscilador. Sin embargo, la mayoría se limita a encontrar oportunidades de compra o a formar trading rules. Algunos, como el de Montero J.S., Gamero Rojas J. y Domínguez Serrano (2000), el de Wong, Manzur y Chew (2003) se concentran en las ganancias que generarían estrategias de inversión con este indicador. Otros, como el de Abarca, Alarcón, Pincheira y Selaive (2007) o el de Alfaro y Sagner (2009), ambos del Banco Central de Chile, si bien evalúan la capacidad predictiva del oscilador, se enfocan en el RSI mismo y no en el pronóstico de los precios, como mucho tan sólo en su signo.

En general, los analistas usan el RSI porque este oscilador (supuestamente) muestra la "tendencia" del precio de los activos, mientras que también posee un movimiento mucho más suave que el de los retornos y por construcción se mueve siempre entre 0 y 100, por lo que los valores extremos que puede llegar a tomar están también acotados. Este trabajo no se ocupará, como la mayor parte de la literatura, evaluar si efectivamente se pueden generar ganancias en base a reglas de inversión utilizando el RSI. Intentará, precisamente, contemplar si pronosticar este indicador, dadas sus propiedades recién mencionadas, deriva en mejores resultados a la hora de proyectar precios y retornos que hacerlo directamente desde los precios mismos. Para ello, primero se buscará la especificación más apropiada para ambas series.

La Sección 2 presentará el indicador. La Sección 3 hará lo propio con la serie de datos. La Sección 4 evaluará el desempeño predictivo del RSI bajo la modelización ARMA, la 5 bajo la GARCH. la 6 bajo la TARCH, la 7 bajo la GARCH-M la 8 bajo la EGARCH y la 9 bajo la PARCH. La Sección 10 analizará

¹En rigor, el valor del RSI no es exactamente eso sino más bien una aproximación.

los resultados obtenidos en las secciones anteriores y propondrá extensiones a este análisis. La última presentará las conclusiones.

2. El Relative Strength Index

El Relative Strength Index puede construirse para una cantidad cualquiera de períodos, siempre mayor que 2. El más usado en la práctica es el de 14 períodos. En general, el RSI de K períodos y para un determinado momento t , se define de la siguiente manera:

$$RSI_t^K \equiv 100 \left(1 - \frac{1}{1 + RS_t^K} \right) \quad (1)$$

donde

$$RS_t^K \equiv \frac{A_t^K}{B_t^K} \quad (2)$$

A_t^K y B_t^K se definen como la "ganancia promedio" y la "pérdida promedio", respectivamente:

$$A_t^K \equiv \begin{cases} \frac{\sum_{k=1}^{K-1} (P_{t-k} - P_{t-k-1}) I(P_{t-k} > P_{t-k-1})}{K} & t = K \\ \frac{(P_{t-k} - P_{t-k-1}) I(P_{t-k} > P_{t-k-1}) + (K-1) A_{t-1}}{K} & t > K \end{cases} \quad (3)$$

$$B_t^K \equiv \begin{cases} \frac{\sum_{k=1}^{K-1} -(P_{t-k} - P_{t-k-1}) I(P_{t-k} < P_{t-k-1})}{K} & t = K \\ \frac{(P_{t-k} - P_{t-k-1}) I(P_{t-k} < P_{t-k-1}) + (K-1) B_{t-1}}{K} & t > K \end{cases} \quad (4)$$

donde $I(P_{t-k} > P_{t-k-1})$ y $I(P_{t-k} < P_{t-k-1})$ son funciones indicadores que toman valor 1 si el precio en $t - k$ es mayor o menor que el precio del período anterior, respectivamente, y 0 de otro modo. K es el número de períodos del RSI. De ahora en adelante, se tomará el RSI de 14 períodos, por lo que se obviará el superíndice K . Además, se tomará como período un día, dado que se trabajará con precios diarios.

Necesariamente, si el precio del activo sube (o baja,) el RSI también lo hace. El RSI además, al ser un oscilador, tiene un comportamiento mucho más suave que los retornos y por construcción, como se dijo, está acotado entre 0 y 100. Por último, se puede recuperar el precio a partir de él. Llamando \hat{x} al pronóstico de la variable x , en el Apéndice, se demuestra que:

$$\widehat{P}_{t+1} = \begin{cases} P_t + \frac{13\widehat{RSI}_{t+1}B_t}{100-\widehat{RSI}_{t+1}} - 13A_t & \text{si } \widehat{RSI}_{t+1} > RSI_t \\ P_t + 13(A_t + B_t) - \frac{1300A_t}{\widehat{RSI}_{t+1}} & \text{si } \widehat{RSI}_{t+1} < RSI_t \\ P_t & \text{si } \widehat{RSI}_{t+1} = RSI_t \end{cases}$$

3. Los datos

Se obtuvo una serie de precios del índice Merval desde abril de 1988 hasta mayo de 2010 desde Bloomberg. Esta serie consta de 5846 observaciones, y no incluye fines de semana, aunque sí feriados. Al incluir los feriados se toman en cuenta estos días en que no hay operaciones, con lo cual el precio de esos días es igual al del día anterior, y por lo tanto su retorno es cero. De la ecuación (9) en el Apéndice se desprende que, además, el RSI de ese día será también igual al del día anterior.

Se prefirió dejar los días feriados para tener en cuenta los llamados "efectos calendario". Thaler (1987a, 1987b), por ejemplo, encuentra evidencia de estas anomalías. Entre ellas se encuentran el "efecto enero," por el cual los retornos en ese mes son particularmente altos comparados con los del resto del año. Lakonishok y Smidt (1988) también encuentran "anomalías" estacionales persistentes en los retornos, en particular en el cambio de semana, de mes, de año y alrededor de las fiestas de fin de año. Especialmente importante para este trabajo es el "efecto lunes" o "efecto fin de semana," por el cual los efectos de los lunes presentan mayor tendencia a ser negativos respecto del resto de la semana. De no incluir los días feriados, entonces la relación de los días se perdería, presentando mayores dificultades para estimar los modelos.

Además, para trabajar se utilizó solamente la muestra que se inicia el 2 de septiembre de 1991, unos meses después del inicio del régimen de convertibilidad. Esto se debe a que la hiperinflación que sufrió la Argentina a finales de la década de 1980 hizo perder toda información que pudiesen contener los precios, en particular los precios de las acciones. De esta manera se intenta evitar las distorsiones en el análisis que podría generar esta dinámica de precios.

GRÁFICO 1. Serie de precios del Merval



GRÁFICO 2. Retornos diarios del Merval

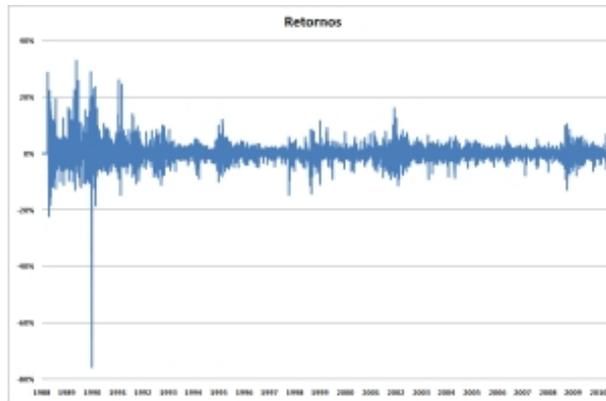
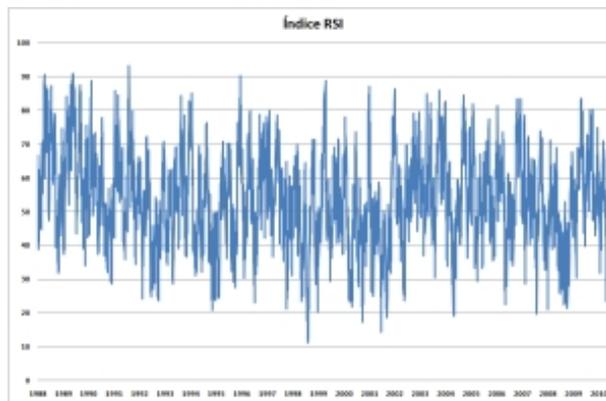


GRÁFICO 3. RSI del Merval



En el Gráfico 1 se puede apreciar que entre 1988 y 1990 la serie de precios al cierre del día del índice Merval exhibe las consecuencias del proceso hiperinflacionario de ese momento. Más aún, en el Gráfico 2 los retornos muestran un comportamiento violento, a punto tal que en enero de 1990 hay una observación de -80% diario. Esto es lo que motivó el acotar la serie, utilizando solamente los datos desde 1991.

Con esta serie de datos se construyó el índice RSI de 14 períodos. Se eligió el indicador de 14 períodos (días) porque es el "estándar", aunque en principio no tiene mayor o menor relevancia que cualquier otro². En la Tabla 1, se compara el índice con los retornos logarítmicos del Merval de un período, tanto para la muestra completa como para los subperíodos del régimen de convertibilidad y el posterior.

TABLA 1. Estadísticos

	Retornos	RSI
Media	0,0003	52,66
Mediana	0,0000	52,14
Desvío Estándar	0,0233	13,76
Máximo	0,1612	92,12
Mínimo	-0,1475	10,40
Asimetría	-0,18	0,00
Kurtosis	7,44	2,65
Observaciones	4891	4891

El hecho de que la mediana de los retornos sea exactamente cero en el total de la muestra y durante el período de la convertibilidad se debería a que se incluyeron los días feriados, en los cuales el retorno es nulo. Omitiendo estos datos el retorno mediano es de 0,0004, ó 0,04% y 0,0008, ó 0,08%, respectivamente.

Además, se comparan las distribuciones de los retornos y del RSI del Merval con la Normal:

²Una particularidad que tiene el RSI de 14 días frente a RSIs de otra cantidad de períodos para el Índice Merval es que los momentos de su distribución empírica se asemejan algo a los de la distribución Normal. Sin embargo y como se asegurará, los tests de normalidad no encuentran evidencia suficiente a favor de esta hipótesis.

GRÁFICO 4. Distribución empírica de los retornos

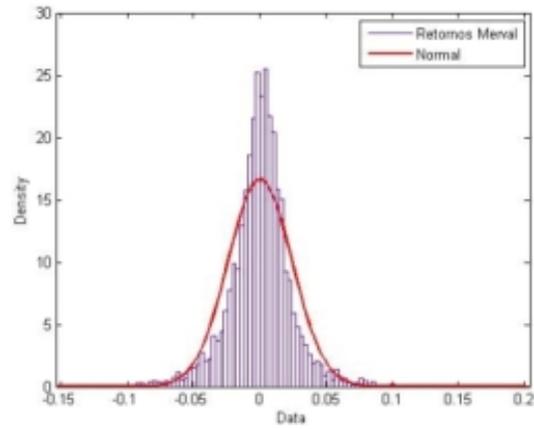


GRÁFICO 5. Distribución empírica del RSI

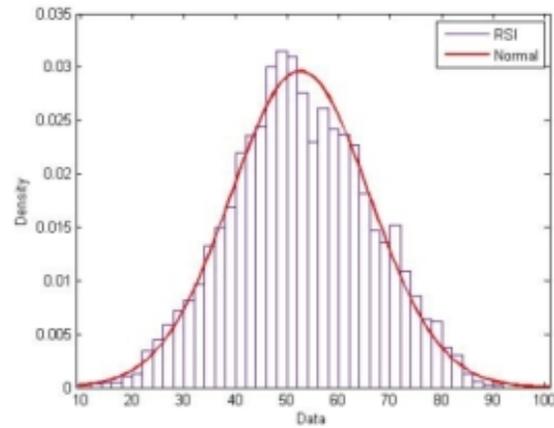


GRÁFICO 6. Gráfico de cuantiles retornos/Normal

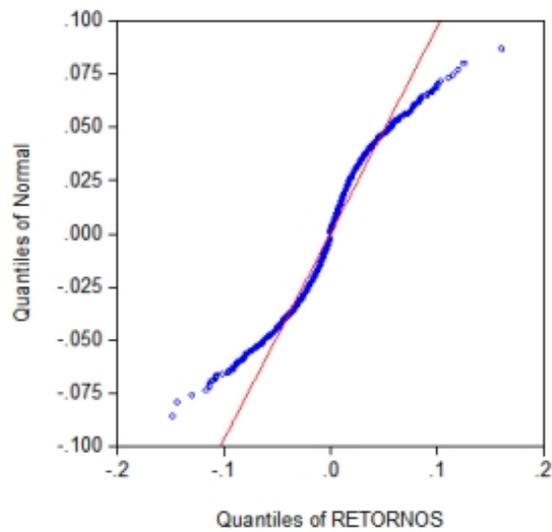
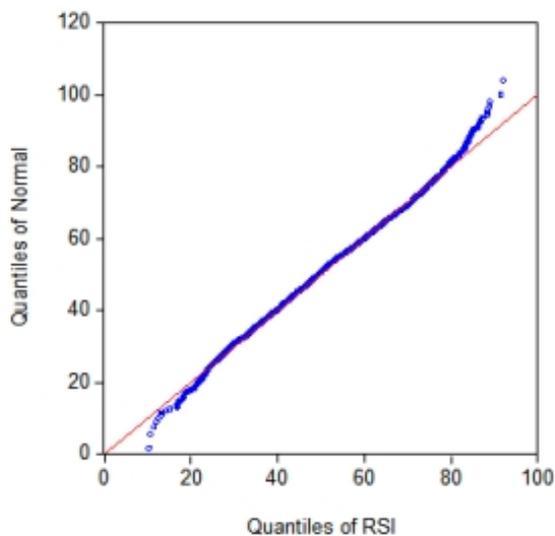


GRÁFICO 7. Gráfico de cuantiles RSI/Normal



En los gráficos de los retornos se pueden ver características esperadas, en particular, el fenómeno de las *fat tails*: es un hecho estilizado que, en general,

las primeras diferencias logarítmicas de los precios tienen colas más gordas que la distribución Normal. También se destaca la forma "picuda" de la distribución y una cierta asimetría. El gráfico de la distribución del RSI parece ajustarse más a la distribución normal. Sin embargo, se le efectuaron cinco tests de normalidad a las series y en todos los casos se rechazó la hipótesis nula de normalidad al 1%.

Antes de comenzar con las estimaciones, es importante recordar que los procedimientos estándares de inferencia no se aplican cuando las regresiones contienen una variable dependiente o regresores integrados. Por ello, se comprobará si las series son estacionarias o no antes de proceder.

En principio, se esperaría que las dos series sean estacionarias. En particular, se espera que el Índice Merval tenga una raíz unitaria, por lo que los retornos deberían ser estacionarios, mientras que el RSI por construcción oscila siempre entre 0 y 100. Se les efectuó los tests de Augmented Dickey Fuller (ADF, 1979) y de Elliot, Rothenberg y Stock (ERS, 1996), donde en ambos casos la hipótesis nula es que la serie en cuestión tiene una raíz unitaria.

Enders (2010) destaca la importancia de elegir el número correcto de rezagos para el test ADF. Elegir pocos *lags* haría que el modelo no capturara el proceso verdadero del error, con lo cual el error estándar no estaría bien calculado. Por otro lado, incluir un número excesivo de rezagos disminuiría el poder del test, ya que cada *lag* que se incluye suma parámetros a estimar y reduce los grados de libertad. Para evitar este problema, se utilizó el criterio de información de Akaike modificado (MAIC), siguiendo a Ng y Perron (2001), para encontrar el número de rezagos más adecuado. En este sentido, también se consideró el test ERS, dado que se estima que tiene mayor poder que el ADF. Si bien Elliott, Rothenberg y Stock (1996) recomiendan usar el criterio de información de Schwarz (BIC), se utilizó también el AIC por mantener la consistencia y porque además los resultados no varían.

TABLA 2. Tests de raíz unitaria

	Merval	Retornos	RSI
ADF			
Lags	28	31	0
Estadístico t	-0,261	-11,807	-11,899
p -valor	0,8803	0,000	0,000
ERS			
Lags	28	31	30
Estadístico t	-0,091	-1,676	-3,778
Valor crítico 1%	-2,565	-2,565	-2,565
Valor crítico 5%	-1,941	-1,941	-1,941
Valor crítico 10%	-1,617	-1,617	-1,617

En efecto, bajo los dos tests se encontró evidencia de una raíz unitaria en la serie del Merval, mientras que no se encontró evidencias de ello en la del RSI. El test ADF rechaza también la hipótesis nula de la raíz unitaria en la serie de retornos, aunque el ERS encuentra evidencia débil (5%-10%) para este caso último.

4. Modelización ARMA

En general, en las series temporales los residuos están correlacionados con sus propios rezagos, lo cual viola el supuesto de ortogonalidad en los errores de Mínimos Cuadrados Ordinarios (OLS). Además, bajo este fenómeno OLS ya no es consistente entre los estimadores lineales y los errores estándar ya no son correctos. Más aún, si existen rezagos de la variable dependiente en el lado derecho de la ecuación, las estimaciones de OLS serán sesgadas e inconsistentes. Por último, dado que existe esta relación entre los residuos, se la puede utilizar para mejorar los pronósticos.

La primera modelización que se intentará es el *Autoregressive-Moving-Average* (ARMA). El procedimiento que se utilizó aquí para construir los modelos ARMA de los retornos y del RSI es esencialmente el mismo que el de Box y Jenkins (1976). De esta manera, se intentó hacer coincidir las funciones de autocorrelación y de autocorrelación parcial muestrales con sus equivalentes teóricos. De allí se obtuvieron los residuos estandarizados para intentar detectar si hubo fallas en la especificación, y de encontrarse las cuales, se comenzó de nuevo con el proceso.

Para las estimaciones se utilizó la serie del 1º de septiembre de 1991 al 17 de julio de 2008. De esta manera, se utiliza el 90% de la muestra para la estimación del proceso, dejando el 10% restante (489 observaciones) para la evaluación *out-of-sample*. En las estimaciones se probó, además, utilizar una variable *dummy* para los días feriados. En todos los casos resultó ser no significativa.

Las modelizaciones que resultaron ajustarse mejor para las distintas series fueron:

Retornos

$$y_t = u_t$$

$$(1 + 1,66L + 1,50L^2 + 0,44L^3) u_t = (1 + 1,75L + 1,62L^2 + 0,53L^3) \epsilon_t$$

RSI

$$x_t = 52,46 + v_t$$

$$(1 - 0,94L) v_t = (1 + 0,06L) \omega_t$$

donde L es el operador de rezagos. Para la estimación se usaron errores robustos de Newey-West ante la sospecha de heteroscedasticidad. Por otra parte, tanto aquí como en las otras modelizaciones se realizó también un test del Multiplicador de Lagrange para buscar otros signos de correlación serial.

Notar que en el caso de la modelización de los retornos, si bien varios de los coeficientes, tanto del proceso autorregresivo como el del moving-average, son mayores que uno, la condición de estacionariedad necesita que las raíces invertidas de los polinomios estén dentro del círculo unitario. Es decir, que sean menores a uno en valor absoluto. Esto se cumple para las dos series, en particular para la de los retornos³.

Una vez estimados los modelos, se utilizó la submuestra que va desde el 18 de julio de 2008 hasta finales de mayo de 2010 de los precios para hacer las proyecciones *out of sample*⁴. Se obtuvo 489 *one-step-ahead* pronósticos de cada serie. Luego, se obtuvo a partir de cada serie proyectada un precio estimado. Es decir, de las proyecciones de retornos diarios se consiguió una serie de precios estimados, así como también del RSI.

Para evaluar el desempeño de estas modelizaciones, se consideraron los estadísticos Error Cuadrático Medio Raíz (RMSE), Error Absoluto Medio (MAE), Error Absoluto Porcentual Medio (MAPE) y el coeficiente de desigualdad de Theil (TIC), en el cual 0 indica un ajuste perfecto. Llamando z y \hat{z} a los precios y los precios pronosticados, respectivamente, y siendo h los días sobre los cuales se hace el pronóstico, los estadísticos se definen como:

$$\begin{aligned}
 RMSE &\equiv \sqrt{\sum_{t=T+1}^{T+h} \frac{(\hat{z}_t - z_t)^2}{h}} \\
 MAE &\equiv \sum_{t=T+1}^{T+h} \frac{|\hat{z}_t - z_t|}{h} \\
 MAPE &\equiv 100 \sum_{t=T+1}^{T+h} \frac{\frac{|\hat{z}_t - z_t|}{h}}{z_t} \\
 TIC &\equiv \frac{\sqrt{\sum_{t=T+1}^{T+h} \frac{(\hat{z}_t - z_t)^2}{h}}}{\sqrt{\sum_{t=T+1}^{T+h} \frac{z_t^2}{h}} + \sqrt{\sum_{t=T+1}^{T+h} \frac{\hat{z}_t^2}{h}}}
 \end{aligned}$$

³Para el proceso autorregresivo, los módulos de las raíces invertidas son 0,97, 0,97 y 0,46. Para el de media móvil, son 0,98, 0,98 y 0,55.

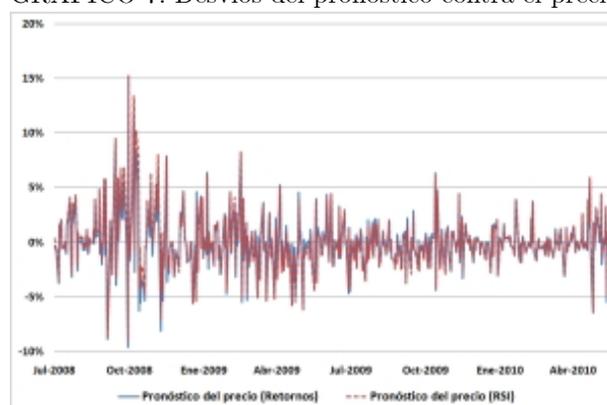
⁴El período elegido para el testeo *out of sample* es particularmente turbulento. Contiene el clímax de la última crisis internacional, la eliminación del sistema previsional de capitalización en la Argentina y el temor por una eventual cesación de pagos de Grecia con la consecuente crisis del Euro.

Con estos estadísticos se confecciona un cuadro comparativo de las estimaciones.

TABLA 3. Desempeño bajo ARMA

	Retornos	RSI
RMSE	38,14	38,20
MAE	26,10	26,14
MAPE	1,140	1,141
TIC	0,00819	0,00820

GRÁFICO 7. Desvíos del pronóstico contra el precio realizado



Como se puede apreciar, a la hora de pronosticar los precios, bajo la modelización ARMA se obtiene los resultados más precisos usando la serie de retornos diarios, seguido muy cerca del RSI. Se enfatiza, sin embargo, que no se está comparando (todavía) el desempeño predictivo bajo las dos modelizaciones, dado que estas modelizaciones no necesariamente son las correctas sino que se muestran los resultados meramente a modo indicativo. Lo mismo vale para las demás modelizaciones que se probarán en este trabajo. En la conclusión se detallan los resultados. Se nota además un desvío de hasta 15% en el pronóstico con respecto al precio realizado en octubre de 2008. Cabe recordar que, tras la caída de Lehman Brothers y la eliminación del régimen previsional de capitalización en la Argentina, el índice Merval perdió más del 40% en tan solo un mes.

Debe destacarse que en la ecuación de los retornos diarios como en la de los semanales se encontró evidencia de heteroscedsticidad al correr una regresión de los residuos al cuadrado. Bollerslev (1986) indica que las autocorrelaciones y las autocorrelaciones parciales de los errores al cuadrado ayudan a identificar un comportamiento GARCH en la ecuación de la varianza condicional. Por tal

motivo, se prosigue el trabajo proponiendo una modelización GARCH para las series.

5. Modelización GARCH

En algunas circunstancias, el supuesto de una varianza constante es inapropiado. Esto es particularmente cierto para las series de tiempo de variables financieras, en particular los retornos de acciones e índices, los cuales están sujetos a períodos de tranquilidad y períodos de turbulencia. Esto es, los períodos de volatilidad vienen en bloques o "clusters:" cuando la volatilidad es alta, tiende a mantenerse alta, y lo mismo sucede cuando ésta es baja. Nuevamente, en palabras de Mandelbrot (1963):

Large changes tend to be followed by large changes -of either sign- and small changes tend to be followed by small changes.

El modelo ARCH (*Autoregressive Conditional Heteroskedastic*) fue introducido por Engle (1982). El ARCH permite modelar simultáneamente la media y la varianza de una serie. Con este proceso la varianza condicional puede cambiar con el tiempo como función de los errores pasados, dejando la varianza incondicional constante. Otra ventaja que tiene es que permite captar los períodos de tranquilidad y volatilidad. Bollerslev (1986) propuso una generalización, el Generalised-ARCH (GARCH), el cual permite que la varianza heteroscedástica tenga componentes autorregresivos como de media móvil. Es decir, el GARCH (p, q) podía ser interpretado como una generalización del modelo ARCH(q) con p términos de media móvil.

Según Bollerslev (1986, 1987), el modelo GARCH provee un ajuste marginalmente mejor que el ARCH y un mecanismo de aprendizaje más plausible. Además, se estima que a pesar de que el GARCH es un modelo más general, es también más parsimonioso que el ARCH. El proceso GARCH es leptokurtótico, es decir, con "colas gordas," lo cual se debería ajustar más a las distribuciones empíricas mostradas más arriba, dado que los retornos tienen un número grande de valores extremos (relativo a la distribución Normal.) El modelo produce justamente un mayor número de valores extremos, dado que los valores que produce cuando la volatilidad es alta son más grandes que los que podrían ser anticipados con una varianza constante.

Si bien originalmente los modelos suponían una distribución normal de los retornos, Bollerslev (1987) también considera que la distribución de los errores también puede ser una t -estándar, mientras que Nelson (1991), propone una Generalised Error Distribution (GED⁵) que en principio también había sugerido

⁵Esta distribución es conocida también como Exponential Power Distribution.

Bollerslev (1987). Para todas las series, la tercera resultó ser la más adecuada⁶. También se incluyó una variable *dummy* para representar los días feriados⁷.

Por otra parte, Bollerslev, Engle y Nelson (1994), sostienen que, aún cuando la analogía entre el modelo ARMA y el GARCH permite el uso de técnicas estándar para identificar el orden de este último, los procesos de inferencia estándar de Box y Jenkins (1976) serán muy ineficientes en general⁸. Por lo tanto, siguiendo a Nelson y Cao (1992), también se utilizarán los mencionados criterios de Akaike y Schwarz para encontrar el orden del proceso GARCH.

Las modelizaciones que resultaron ajustarse mejor para las distintas series fueron:

Retornos

$$\begin{aligned}
 y_t &= 0,0002 + u_t \\
 (1 - 0,004L) u_t &= \epsilon_t \\
 \sigma_t^2 &= 0,0002 + 0,14\epsilon_{t-1}^2 + 0,16\epsilon_{t-2}^2 + 0,10\epsilon_{t-3}^2 + 0,07\epsilon_{t-4}^2 \\
 &+ 0,10\epsilon_{t-5}^2 + 0,20\sigma_{t-1}^2 - 0,12\sigma_{t-2}^2 - 0,0001FERIADOS
 \end{aligned}$$

RSI

$$\begin{aligned}
 x_t &= 63,65 + v_t \\
 (1 - 0,99L) v_t &= \omega_t \\
 \sigma_t^2 &= 35,68 - 0,52\sigma_{t-1}^2 - 19,74FERIADOS
 \end{aligned}$$

Al parecer, se da el mismo resultado que en Weiss (1984), donde ignorar el proceso ARCH lleva a una identificación ARMA que está sobreparametrizada. Esto puede apreciarse al tener esta modelización menos términos en su modelización de la media condicional que en el intento anterior.

Por otro lado, se nota que algunos coeficientes de las ecuaciones de las varianzas condicionales son negativos. Esto, en principio, no es preocupante. Según Nelson y Cao (1992), aunque los coeficientes negativos en los modelos GARCH podrían ser producto de una mala especificación del modelo, éste no es necesariamente el caso siempre. De hecho, los autores dan un set de condiciones para los coeficientes mucho más débiles que las originales de Bollerslev (1986), que estas especificaciones (y las que siguen) cumplen. Más aún, los autores recomiendan a los practicantes no imponer las condiciones de Bollerslev. Por otro

⁶Una alternativa habría sido usar, bajo la distribución normal, los errores robustos de Bollerslev y Wooldridge (1992). Éste fue el camino que eligieron Glosten, Jagannathan y Runkle (1993).

⁷Notar que esta variable difiere de la sugerida por Nelson (1991), ya que esta última tiene en consideración la cantidad de días sin operaciones *anteriores*, incluyendo fines de semana. Tampoco incluye los días feriados en la muestra, con lo que los resultados también difieren por ello.

⁸De hecho, los autores afirman que en la mayoría de las aplicaciones empíricas un simple GARCH(1,1) provee una buena descripción de los datos.

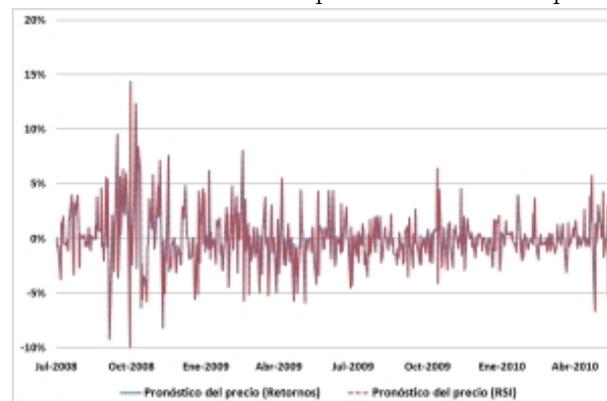
lado, Glosten, Jagannathan y Runkle (1993) recuerdan que algunos coeficientes podrían ser negativos (en su modelo asimétrico) ya que la evidencia empírica sugiere que una innovación positiva en el retorno de un activo está asociada a una baja en su volatilidad.

Los resultados de esta modelización fueron:

TABLA 4. Desempeño bajo ARMA-GARCH

	Retornos	RSI
RMSE	38,39	38,37
MAE	26,01	25,94
MAPE	1,135	1,131
TIC	0,00824	0,00824

GRÁFICO 8. Desvíos del pronóstico contra el precio realizado



Los resultados no difieren demasiado de los de la modelización ARMA. Esto no es sorprendente, ya que como en el GARCH la media de los errores es cero, *el pronóstico de la media no depende de la presencia de errores ARCH*. Sólo depende de ellos el intervalo de confianza en el cual se mueven estos pronósticos. Esto es sumamente importante, ya que este resultado vale para el resto de las modelizaciones (excepto para el GARCH-M). Es decir, no se espera que haya cambios bruscos en los desempeños a través de las modelizaciones que siguen en este trabajo.

Sin embargo, como se mencionó arriba, obviar los errores ARCH puede llevar a fallas en la especificación del modelo. En particular, puede traer como resultado la sobreespecificación del modelo a elegir. Es en este sentido que se presentan los resultados. Como se busca determinar si se puede mejorar el pronóstico de los precios del índice Merval usando el RSI (*vis-à-vis* usando los

retornos de los precios) es necesario contar con la especificación correcta de los modelos de la media (y de la varianza), ya que una sobreparametrización podría llevar a complicar los pronósticos. Por ejemplo, Enders (2010) afirma que en general los modelos más simples tienen en general un mejor desempeño para el pronóstico fuera de muestra, por lo que es conveniente, en lo posible, usar modelos con menor capacidad de rezagos.

6. Modelización TARCH

Además de la generalización de Bollerslev (1986) y de las distribuciones de los errores, muchas otras generalizaciones al modelo ARCH se han propuesto en estos últimos 25 años. Una lista de ellas puede encontrarse en Engle (2001) y Engle y Patton (2001). En particular, algunas de estas modificaciones hacen más flexible la relación entre la varianza condicional y el error.

Existe un llamado efecto "leverage," por el cual los cambios en los precios de las acciones están correlacionados negativamente con los cambios en la volatilidad de los mismos. Es decir, la volatilidad tiende a crecer ante malas noticias (retornos menores a los esperados) y a caer ante buenas noticias (retornos mayores a los esperados). El modelo GARCH no logra capturar este efecto, dado que en él la varianza condicional es función de las magnitudes de los residuos rezagados pero no de sus signos.

El modelo TARCH (Threshold-ARCH) es una manera de capturar este efecto, al introducir asimetría en la modelización de la varianza. El modelo fue introducido por Zakoian en su tesis (1990, 1994) y más tarde por Glosten, Jagannathan y Runkle (1993)⁹. La modelización que mejor se ajustó a ambas series fue:

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{Retornos} \\
 & y_t = 0,0005 + u_t \\
 & (1 - 0,04L) u_t = \epsilon_t \\
 & \sigma_t^2 = 0,00001 + 0,05\epsilon_{t-1}^2 + 0,11\epsilon_{t-1}^2 I(\epsilon_{t-1} < 0) + 0,86\sigma_{t-1}^2 - \\
 & \quad - 0,00001 \text{FERIADOS}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{RSI} \\
 & x_t = 59,01 + v_t \\
 & (1 - 0,99L) v_t = \omega_t \\
 & \sigma_t^2 = 38,06 + 0,07\epsilon_{t-1}^2 - 0,07\epsilon_{t-1}^2 I(\epsilon_{t-1} < 0) - 36,58 \text{FERIADOS}
 \end{aligned}$$

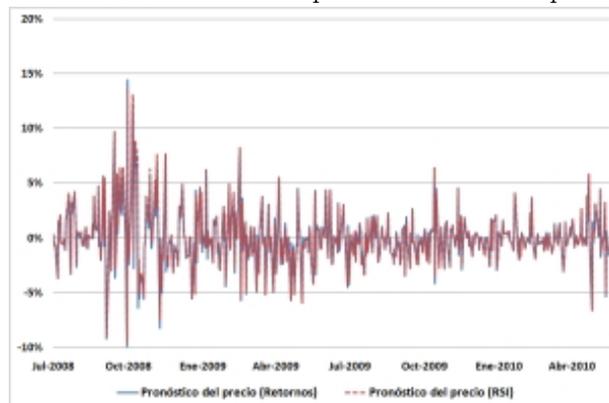
⁹Esta modelización, en particular, también es conocida como GJR-ARCH.

Donde $I(\cdot)$ es la función indicadora. Como se esperaba, un evento negativo aumenta la varianza condicional de la serie de retornos, mientras que con el RSI, cuya interpretación no es tan directa y de hecho sucede lo contrario. Para el caso del RSI el término de asimetría es significativo al 5% y para el de los retornos, al 1%. Por supuesto, se podrían agregar términos adicionales de asimetría, pero en ninguno de los casos esto resultó conveniente. El desempeño de estas modelizaciones fue:

TABLA 5. Desempeño bajo ARMA-TARCH

	Retornos	RSI
RMSE	38,39	38,58
MAE	26,02	26,11
MAPE	1,135	1,138
TIC	0,00824	0,00829

GRÁFICO 9. Desvíos del pronóstico contra el precio realizado



7. Modelización GARCH-M

Son muchos los modelos que incorporan un *tradeoff* entre los retornos de un activo y el riesgo del mismo. Uno de los más conocidos es el CAPM intertemporal de Merton (1973), donde el exceso de retorno de un activo es lineal en su varianza condicional (bajo el supuesto de un agente representativo con utilidad logarítmica). Sin embargo, Glosten, Jagannathan y Runkle (1993) sostienen que tanto un signo positivo como uno negativo para la covarianza entre la media condicional y la varianza condicional serían consistentes con la teoría. Incluso también afirman que los resultados encontrados en la literatura en esta materia son conflictivos.

El modelo ARCH-M o ARCH-*in-mean* está diseñado para capturar esto. Fue introducido por Engle, Lilien, y Robins (1987), y permite que la media de una secuencia dependa también de su varianza condicional. Los autores suponen que la prima de riesgo es función creciente de la varianza condicional, de manera que a mayor varianza condicional de los retornos, mayor es la compensación requerida para que los agentes mantengan el activo. Las especificaciones que mejor se ajustaron bajo esta modelización fueron:

Retornos

$$y_t = 2,84\sigma_t^2 + u_t$$

$$(1 - 0,034L + 0,027L^2) u_t = \epsilon_t$$

$$\sigma_t^2 = 0,00005 + 0,17\epsilon_{t-1}^2 + 0,75\sigma_{t-1}^2 - 0,00008FERIADOS$$

RSI

$$x_t = 36,32 - 0,004\sigma_t + v_t$$

$$(1 - 1,04L + 0,07L^2) v_t = \omega_t$$

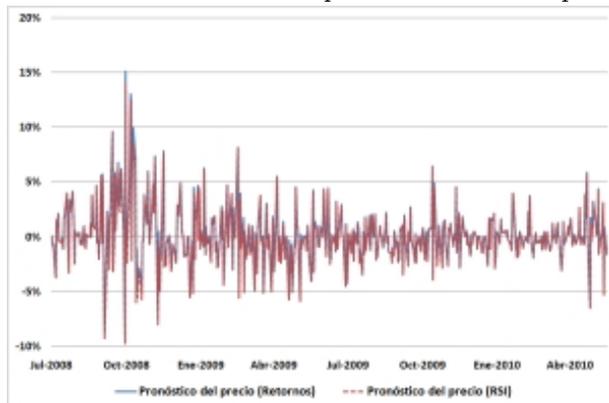
$$\sigma_t^2 = 12,13 + 0,07\epsilon_{t-1}^2 + 0,14\sigma_{t-1}^2 - 12,12FERIADOS$$

En el primer caso, se da el resultado de un retorno más alto a mayor varianza (condicional). Para el caso del RSI, como en la modelización anterior, la interpretación no es tan simple. Por otro lado, en la ecuación de la media aparece la volatilidad condicional y no la varianza condicional, dado que la primera resultó ser más significativa que la segunda. En ambos casos, este término fue significativo al 1%. En definitiva, el desempeño de esta modelización a la hora de pronosticar los precios fue:

TABLA 6. Desempeño bajo ARMA-GARCH-M

	Retornos	RSI
RMSE	38,37	38,37
MAE	26,09	25,94
MAPE	1,139	1,131
TIC	0,00824	0,00824

GRÁFICO 10. Desvíos del pronóstico contra el precio realizado



8. Modelización EGARCH

El modelo EGARCH (Exponential-GARCH) permite, al igual que el TARCH, capturar el efecto leverage. Además de responder de manera distinta a los shocks positivos que a los negativos, el modelo EGARCH también tiene la ventaja de no tener restricciones sobre los coeficientes. La ventaja de esta modelización es que, al ser en forma log-lineal, no importa la magnitud de $\log(\sigma_t^2)$, la varianza condicional siempre será positiva. Por lo tanto, los coeficientes pueden ser tranquilamente negativos.

Por otro lado, el modelo EGARCH usa, en vez de $\epsilon_{t-1}^2, \frac{\epsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}}$, que es un valor estandarizado que no depende de la unidad que se use. Nelson (1991) asegura que esta medida permite una interpretación más natural del tamaño y la persistencia de los shocks. Por último, este modelo (al igual que el TARCH) incorpora términos de asimetría. Las especificaciones que mejor se desempeñaron fueron:

Retornos

$$y_t = 0,000000001 + u_t$$

$$(1 - 0,0000002L)u_t = \epsilon_t$$

$$\log(\sigma_t^2) = -8,01 + 0,41 \left| \frac{\epsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right| - 0,08 \frac{\epsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} - 0,02 \log(\sigma_{t-1}^2) - 22,63 \text{FERIADOS}$$

RSI

$$x_t = 69,06 + v_t$$

$$(1 - 1,03L + 0,04L^2)v_t = \omega_t$$

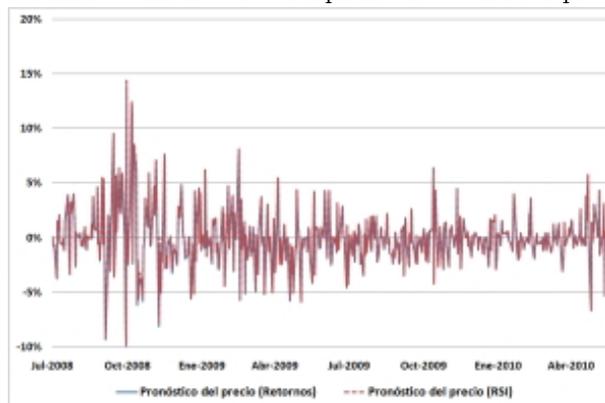
$$\log(\sigma_t^2) = 0,72 - 0,14 \frac{\epsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} + 0,76 \log(\sigma_{t-1}^2)$$

Curiosamente, la media de los retornos parece seguir un $AR(1)$, al igual que Nelson (1991). Sin embargo, el autor eligió también este proceso para los retornos de los índices, pero sin probar si este modelo era el que mejor se ajustaba, argumentando que a ese momento no existía un modelo completamente satisfactorio. El desempeño de estas modelizaciones fue:

TABLA 7. Desempeño bajo ARMA-EGARCH

	Retornos	RSI
RMSE	38,38	38,29
MAE	25,94	25,93
MAPE	1,131	1,131
TIC	0,00824	0,00822

GRÁFICO 11. Desvíos del pronóstico contra el precio realizado



9. Modelización PARCH

Taylor (1986) y Schwert (1989) habían considerado modelar los desvíos estándar condicionales en vez de las varianzas condicionales. Ding, Granger y Engle (1993), en cambio, se concentraron en estimar el orden de la potencia en vez de imponerlo. En la modelización Power-ARCH (PARCH), se puede estimar, junto con la media y la varianza condicionales, el exponente γ de la varianza condicional, en vez de imponerlo. En este trabajo, se modelizará un *Asymmetric Power ARCH* (APARCH), dado que se incorporará también un término de asimetría. Las modelizaciones quedaron:

Retornos

$$\begin{aligned}
 y_t &= 0,0005 + u_t \\
 (1 - 0,004L) u_t &= \epsilon_t \\
 \sigma_t^\gamma &= 0,000007 + 0,10(|\epsilon_{t-1}| - 0,27\epsilon_{t-1})^\gamma + 0,85\sigma_{t-1}^\gamma - 0,000009FERIADOS \\
 \gamma &= 2,17
 \end{aligned}$$

RSI

$$\begin{aligned}
 x_t &= 54,50 + v_t \\
 (1 - 0,99L) v_t &= \omega_t \\
 \sigma_t^\gamma &= 46,00 - 0,002|\epsilon_{t-1}|^\gamma - 0,52\sigma_{t-1}^\gamma - 23,71FERIADOS \\
 \gamma &= 2,28
 \end{aligned}$$

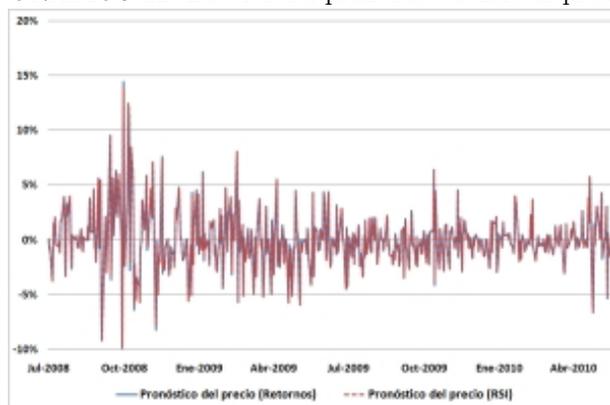
Es interesante notar que en ambos casos el exponente es muy cercano a dos, lo cual indica que un simple GARCH (TARCH) sería una modelización no muy distinta a ésta¹⁰. De hecho, las dos modelizaciones arrojan resultados similares para los retornos, mientras que esta última es algo mejor para el RSI. Por otro lado, se nota que el término asimétrico no resultó significativo para el RSI (y tampoco se lo incluyó), mientras que para los retornos fue significativo al 1%. Sus desempeños resultaron:

TABLA 8. Desempeño bajo ARMA-PARCH

	Retornos	RSI
RMSE	38,39	38,35
MAE	26,02	25,95
MAPE	1,135	1,132
TIC	0,00824	0,00824

¹⁰Cabe aclarar que los coeficientes negativos en el caso del RSI no presentaron inconveniente alguno a la hora de pronosticar.

GRÁFICO 12. Desvíos del pronóstico contra el precio realizado



10. Resultados y posibles extensiones

Es importante recordar que estos pronósticos fueron realizados *out of sample*. Un buen modelo para pronóstico debería ser lo suficientemente robusto como para desempeñarse bien fuera de muestra. A continuación se presentan los resultados de las modelizaciones, tanto para los retornos como para el RSI.

TABLA 9. Resultados para retornos

	RMSE	MAE	MAPE	TIC
ARMA	38,14	26,10	1,140	0,00819
GARCH	38,39	26,01	1,135	0,00824
TARCH	38,39	26,02	1,135	0,00824
GARCH-M	38,37	26,09	1,139	0,00824
EGARCH	38,38	25,94	1,131	0,00824
PARCH	38,39	26,02	1,135	0,00824

TABLA 10. Resultados para RSI

	RMSE	MAE	MAPE	TIC
ARMA	38,20	26,14	1,141	0,00820
GARCH	38,37	25,94	1,1315	0,00824
TARCH	38,58	26,11	1,138	0,00829
GARCH-M	38,37	25,94	1,1315	0,00824
EGARCH	38,29	25,93	1,1314	0,00822
PARCH	38,35	25,95	1,132	0,00824

De todas las modelizaciones, la EGARCH resultó ser la más apropiada para modelar ambas series, aunque la mejora no es demasiado importante. Esto se

debería a que, en principio, la modelización de la varianza condicional no afectaría los pronósticos de las medias a partir de las cuales se construyen los precios estimados. Sin embargo y como se dijo anteriormente, sí fueron importantes estas comparaciones a la hora de obtener la especificación correcta para las series, lo que sí tendría influencia sobre los pronósticos. Más aún, no se encuentra tampoco que ninguna modelización "limpie" los errores estandarizados mucho mejor que las otras, aunque la EGARCH sí tiene un ajuste más preciso en el margen.

Por otro lado, tanto Enders (2010) como Nelson (1991) y Poon y Granger (2003) recomiendan también usar el criterio de Schwarz para evaluar cuál es el mejor modelo. Tanto para los retornos como el RSI bajo este criterio el modelo EGARCH fue el favorecido. Esto va en línea con lo que encuentran en su relevo Poon y Granger (2003), quienes aseguran que en general, los modelos que permiten asimetría en la volatilidad tienen un mejor desempeño, mientras que en particular también hacen referencia a otros trabajos donde el EGARCH fue el modelo favorecido a la hora de pronosticar la volatilidad de acciones e índices.

No obstante, debe tenerse cuidado al analizar estos resultados. Poon y Granger (2003) encuentran que un hecho estilizado de los modelos ARCH es que los residuos al cuadrado en general continúan mostrando una kurtosis alta, por lo que los resultados de este trabajo parecen estar en sintonía con la literatura a pesar de ello. Los autores sostienen que esto se debe a que la heteroscedasticidad condicional por sí sola no puede explicar todo lo grueso de las colas, por más que se usen distribuciones con colas más gordas que la Normal.

Otro hecho estilizado que encuentran los autores es que el efecto ARCH se reduce significativamente cuando se controla por shocks grandes. Debe recordarse que dentro de la muestra (y antes del pronóstico) se encuentra la crisis del fin del régimen de la convertibilidad, por lo que una parte de la irregularidad en los residuos estandarizados podría deberse a esto.

Sea como fuere, de estos resultados se desprende que no se encuentra que usando el RSI se pronostique los precios de manera mucho mejor que usando los retornos. De hecho, en el margen se pronostica mejor usando directamente los retornos.

Una posible extensión a este trabajo sería entonces tener controlar por valores extremos. También debe recordarse que estos resultados valen para una serie en particular (el índice Merval) y para un RSI de un período determinado (14 días). Se podría extender el análisis a otros activos (acciones, monedas, materias primas) y a RSIs de más o menos períodos.

Por último, de las ecuaciones (1) a (4) se desprende que cada observación tiene un peso en el RSI que, si bien va decayendo en el tiempo y tiende a cero, se mantiene siempre. Por lo tanto, no debería extrañar que el RSI exhiba "memoria

larga". Es probable que si se utilizara una modelización que tomara en cuenta la posible persistencia de la serie los resultados cambiaran.

En este sentido, Glosten, Jagannathan y Runkle (1993) encuentran, usando un GARCH-M modificado, que la volatilidad condicional mensual puede no ser tan persistente como se había pensado. Nelson (1991) encuentra lo contrario. Como el primer y el segundo estudio usan datos mensuales y diarios respectivamente, no existe razón por la cual las propiedades de los retornos deban ser necesariamente iguales. De hecho, Nelson (1991) sostiene que a mayor frecuencia de los datos, mayor es la persistencia. Por otro lado, Mills y Markellos (2008), aseguran que cualquier persistencia aparente en los shocks puede ser una consecuencia de las distribuciones "de colas gordas" que de una no-estacionariedad inherente en ellos. Poon y Granger (2003), en tanto, encuentran que la persistencia, esta vez, de la volatilidad, podría deberse a cambios estructurales en el proceso de la varianza. Debe recordarse que a principios de 2002 se salió de un tipo de cambio fijo a una flotación sucia, con lo que bien podría ser el caso en que habría que controlar por estos cambios.

11. Conclusión

Si bien el oscilador RSI es utilizado por la gran mayoría de los *traders* del mercado en alguna medida, no se encontró que pudiera predecir los precios del índice Merval mejor que los retornos mismos. Los hechos de que se moviera de forma suave o que estuviese acotado en nada ayudaron al pronóstico. Se aconseja, por lo tanto, utilizar directamente los retornos para pronosticar los precios. No obstante, se recuerda que los resultados valen para este activo y este RSI en particular.

Apéndice: Obteniendo los precios a partir del RSI

Llamo \hat{x} al pronóstico de la variable x . Volviendo a la definición del RSI, tenemos que:

$$\begin{aligned}\widehat{RSI}_{t+1} &\equiv 100 \left(1 - \frac{1}{1 + \widehat{RS}_{t+1}} \right) \\ &= 100 \left(\frac{\widehat{RS}_{t+1} + 1 - 1}{1 + \widehat{RS}_{t+1}} \right) \\ &= 100 \left(\frac{\widehat{RS}_{t+1}}{1 + \widehat{RS}_{t+1}} \right)\end{aligned}\tag{5}$$

De (2):

$$\begin{aligned}
 \widehat{RSI}_{t+1} &= 100 \left(\frac{\widehat{A}_{t+1}}{\widehat{B}_{t+1}} \right) \\
 &= 100 \left(\frac{\widehat{A}_{t+1}}{\widehat{A}_{t+1} + \widehat{B}_{t+1}} \right) \\
 &= 100 \left(\frac{\widehat{A}_{t+1}}{\widehat{A}_{t+1} + \widehat{B}_{t+1}} \right) \tag{6}
 \end{aligned}$$

Si $\widehat{RSI}_{t+1} > RSI_t \Rightarrow \widehat{P}_{t+1} > P_t$ y entonces:

$$\begin{aligned}
 \widehat{RSI}_{t+1} &= 100 \left(\frac{\widehat{A}_{t+1}}{\widehat{A}_{t+1} + \frac{13}{14} B_t} \right) \\
 &= 100 \left(\frac{\frac{\widehat{P}_{t+1} - P_t + 13A_t}{14}}{\frac{\widehat{P}_{t+1} - P_t + 13A_t}{14} + \frac{13}{14} B_t} \right) \\
 &= 100 \left(\frac{\widehat{P}_{t+1} - P_t + 13A_t}{\widehat{P}_{t+1} - P_t + 13A_t + 13B_t} \right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \widehat{RSI}_{t+1} \left[(\widehat{P}_{t+1} - P_t) + 13(A_t + B_t) \right] &= 100 \left[(\widehat{P}_{t+1} - P_t) + 13A_t \right] \\
 \widehat{RSI}_{t+1} (\widehat{P}_{t+1} - P_t) + \widehat{RSI}_{t+1} 13(A_t + B_t) &= 100 (\widehat{P}_{t+1} - P_t) + 1300A_t \\
 (\widehat{P}_{t+1} - P_t) (100 - \widehat{RSI}_{t+1}) &= 13A_t (\widehat{RSI}_{t+1} - 100) + 13\widehat{RSI}_{t+1} B_t \\
 \widehat{P}_{t+1} - P_t &= \frac{13\widehat{RSI}_{t+1} B_t}{100 - \widehat{RSI}_{t+1}} - 13A_t \\
 \widehat{P}_{t+1} &= P_t + \frac{13\widehat{RSI}_{t+1} B_t}{100 - \widehat{RSI}_{t+1}} - 13A_t \tag{7}
 \end{aligned}$$

En cambio, si $\widehat{RSI}_{t+1} < RSI_t \Rightarrow \widehat{P}_{t+1} < P_t$, por lo tanto:

$$\begin{aligned}
 \widehat{RSI}_{t+1} &= 100 \left(\frac{\frac{13}{14}A_t}{\frac{13}{14}A_t + \widehat{B}_{t+1}} \right) \\
 &= 100 \left(\frac{\frac{13}{14}A_t}{\frac{13}{14}A_t + \frac{-\widehat{P}_{t+1} + P_t + 13B_t}{14}} \right) \\
 &= 100 \left(\frac{13A_t}{13A_t - (\widehat{P}_{t+1} - P_t) + 13B_t} \right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \widehat{RSI}_{t+1} [13(A_t + B_t) - (\widehat{P}_{t+1} - P_t)] &= 1300A_t \\
 \widehat{RSI}_{t+1} 13(A_t + B_t) - \widehat{RSI}_{t+1} (\widehat{P}_{t+1} - P_t) &= 1300A_t \\
 \widehat{RSI}_{t+1} (\widehat{P}_{t+1} - P_t) &= \widehat{RSI}_{t+1} 13(A_t + B_t) - 1300A_t \\
 \widehat{P}_{t+1} - P_t &= 13(A_t + B_t) - \frac{1300A_t}{\widehat{RSI}_{t+1}} \\
 \widehat{P}_{t+1} &= P_t + 13(A_t + B_t) - \frac{1300A_t}{\widehat{RSI}_{t+1}} \quad (8)
 \end{aligned}$$

Finalmente, si $\widehat{RSI}_{t+1} = RSI_t \Rightarrow \widehat{P}_{t+1} = P_t$:

$$\begin{aligned}
 \widehat{RSI}_{t+1} &= 100 \left(\frac{\widehat{A}_{t+1}}{\widehat{A}_{t+1} + \widehat{B}_{t+1}} \right) \\
 &= 100 \left(\frac{\frac{13}{14}A_t}{\frac{13}{14}A_t + \frac{13}{14}B_t} \right) \\
 &= 100 \left(\frac{A_t}{A_t + B_t} \right) \\
 &= \widehat{RSI}_t \quad (9)
 \end{aligned}$$

lo cual tiene sentido, dado que $\widehat{P}_{t+1} = P_t$.

Referencias

Abarca A. M., F. Alarcón, P. Pincheira y C. Selaive (2007), "Tipo de cambio nominal chileno: Predicción basada en el análisis técnico", *Journal Economía Chilena*, Banco Central de Chile, Volumen 10, N°2.

- Alfaro R. y A. Sagner (2009), "Cuando el índice de fuerza relativa conoció al árbol binomial", *Documento de trabajo 520*, Banco Central de Chile.
- Bollerslev, T. (1986), "Generalised Autorregressive Conditional Heteroscedasticity," *Journal of Econometrics* 31, 307-27.
- Bollerslev, T. (1987), "A conditionally heteroskedastic time series model for speculative prices and rates of return," *Review of Economics and Statistics*, 69, 542-6.
- Bollerslev, T., R.F. Engle y Nelson D.B. (1994), "ARCH Models," Chapter 49 in Robert F. Engle and Daniel L. McFadden (eds.), *Handbook of Econometrics, Volume 4*, Amsterdam: Elsevier Science B.V.
- Bollerslev, Tim and Jeffrey M. Wooldridge (1992). "Quasi-Maximum Likelihood Estimation and Inference in Dynamic Models with Time Varying Covariances," *Econometric Reviews*, 11, 143-172.
- Box, G. y Jenkins G. (1976), *Time Series Analysis, Forecasting, and Control*. San Francisco, Calif.: Holden Day.
- Dickey, D. A. y W. A. Fuller (1979), "Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root," *Journal of the American Statistical Association*, 74, 427-431.
- Ding, Zhuanxin, Granger, Clive W. J. and Engle, Robert F., (1993), "A long memory property of stock market returns and a new model", *Journal of Empirical Finance*, 1, issue 1, p. 83-106
- Elliott, G., T. J. Rothenberg y J. H. Stock (1996), "Efficient Tests for an Autoregressive Unit Root", *Econometrica*, 64, 813-36.
- Enders W. (2010), *Applied Econometric Time Series*, Third Edition, Wiley.
- Engle, R.F. (1982). "Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of UK inflation". *Econometrica* 50, 987-1008.
- Engle, R.F. (2001). "GARCH 101: The use of ARCH/GARCH models in applied econometrics". *Journal of Economic Perspectives* 15, 157-168.
- Engle, R.F. (2004), "Nobel Lecture. Risk and Volatility: Econometric Models and Financial Practice," *American Economic Review*, 94, 405-420.
- Engle, R.F., D.M. Lilien, y R.P. Robins (1987). "Estimating Time Varying Risk Premia in the Term Structure: The ARCH-M Model," *Econometrica*, 55, 391-407.
- Engle, R. F. and Patton, Andrew J. (2001) "What good is a volatility model?" *Quantitative finance*, 1 (2). pp. 237-245.
- Glosten, L. R., R. Jaganathan, y D. Runkle (1993). "On the Relation between the Expected Value and the Volatility of the Normal Excess Return on Stocks," *Journal of Finance*, 48, 1779-1801.
- Hall, R.E., D.M. Lilien, G. Sueyoshi, R. Engle, J. Johnston, y S. Ellsworth (1995), *Eviews: user's guide*. Irvine, California: Quantitative Micro Software.
- Lakonishok J. y S. Smidt, (1988), "Are Seasonal Anomalies Real? A Ninety-Year Perspective", *Review of Financial Studies*, 1, issue 4, p. 403-425,
- Mackinnon, James G. (1996), "Numerical Distribution Functions for Unit Root and Cointegration Tests," *Journal of Applied Econometrics*, 11, 601-618.
- Mandelbrot B. B. (1963), "The variation of certain speculative prices", *Journal of Business*, 36, 394-419.

- Mandelbrot B. B. y R. L. Hudson (2005), "The (Mis) behavior of Markets: A Fractal View of Risk, Ruin, and Reward", Basic Books.
- Merton, R.C. (1973) "An Intertemporal Capital Asset Pricing Model", *Econometrica*, 42, 867-887.^o
- Mills, T.C. y R. N. Markellos (2008), *The Econometric Modelling of Financial Time Series*, Third Edition, Cambridge University Press.
- Montero J.S., J. Gamero Rojas y M.A. Domínguez Serrano (2000), "Estudio sobre algunos indicadores de análisis técnico en la bolsa española", *Anales de Economía Aplicada*, XIV Reunión ASPELT-España. Oviedo, 22 y 23 de junio de 2000.
- Nelson D. B. (1991), "Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach", *Econometrica*, 59, 347-70.
- Nelson D. B. y C. Q. Cao (1992), "Inequality Constraints in the Univariate GARCH Model", *Journal of Business & Economic Statistics*, Vol. 10, No. 2 (Apr., 1992), pp. 229-235
- Ng, S. y Perron P. (2001), "Lag length selection and the construction of unit root tests with good size and power", *Econometrica*, 69, 1519-54.
- Phillips, P.C.B. y P. Perron (1988), "Testing for a Unit Root in Time Series Regression", *Biometrika*, 75, 335-346.
- Poon, S.H., y Granger C.W.J. (2003), "Forecasting Volatility Models: A Review", *Journal of Economic Literature*, Vol. XLI, pp. 478-539.
- Schwert, G.W. (1989), "Why does Stock Market Volatility Change Over Time?", *Journal of Finance*, 44, 1115-53.
- Taylor, S. (1986), *Modelling Financial Time Series*, New York: Wiley
- Thaler, R. H. (1987a) "The January Effect", *Journal of Economic Perspectives*, American Economic Association, vol. 1(1), pages 197-201, Summer.
- Thaler, R. H. (1987b) "Seasonal Movements in Security Prices II: Weekend, Holiday, Turn of the Month, and Intraday Effects", *Journal of Economic Perspectives*, American Economic Association, vol. 1(2), pages 169-77, Fall.
- Weiss A. A. (1984), "ARMA models with ARCH errors", *Journal of Time Series Analysis*, 5, 129-143.
- Wong W.K., M. Manzur y B.K. Chew (2003), "How Rewarding is Technical Analysis? Evidence from Singapore Stock Market" *Applied Financial Economics*.
- Wilder W. (1978), *New Concepts in Technical Trading Systems*. Canada: Trend Research.
- Zakoian JM (1990), "Threshold autoregressive models in time series," Unpublished manuscript, CREST, INSEE, Paris
- Zakoian J.M. (1994), "Threshold Heteroskedastic Models", *Journal of Economic Dynamics and Control*, 18, 931-55.