Universidad Torcuato Di Tella

Maestría en Economía

Tesis 2022

Congestión de Transito y Peajes: Una historia de dos ciudades

Autor: Santiago Irigoyen (20I890)

Asesor: Federico Weinschelbaum

Resumen

Estudiamos los efectos de la introducción de un peaje de congestión sobre el equilibrio de tránsito. Formulamos un modelo para analizar la experiencia de Londres en 2003 y tratamos de proyectar las implicaciones para el caso de Nueva York, donde se estudia implementar un esquema similar en 2023. Vemos que el aumento en el precio relativo de conducir es mucho menor que el aumento de su precio nominal, ya que el efecto sustitución hacia vías alternativas de transporte tiene efectos de primer orden en el precio de las mismas. Por esto, la demanda por conducir es más elástica con respecto al precio relativo de conducir. Como la introducción de un peaje no aumenta los precios relativos en el mismo porcentaje que aumenta el precio nominal de conducir, el efecto deseado sobre el transito puede ser menor al ideado. Con la hipótesis que la demanda por conducir es más inelástica en Nueva York, estudiamos como la introducción de un peaje del mismo tipo al del caso Londres puede afectar el equilibrio de tránsito en Nueva York.

Introducción

A medida que las ciudades crecen, especialmente si lo hacen en forma no planificada, los problemas de congestión de tránsito se vuelven cada vez más comunes y difíciles de resolver. El nivel de congestión puede ser definido como el exceso promedio de tiempo que sufre el usuario representativo de una ruta a causa de un flujo de tránsito demasiado lento producido por el elevado volumen de vehículos (Transport for London, 2003). Este exceso puede ser medido como la diferencia de tiempo con respecto al que le llevaría a un usuario transitar bajo el flujo de tránsito normal. En base a esta definición se fundamenta lo que entendemos como congestión en la práctica y es fácil de ver a simple vista y sin necesidad de recurrir a las estadísticas, cuando esto se convierte en problema de primer orden. La congestión es un problema particularmente en las grandes urbes del mundo con consecuencias económicas, ambientales y de salud, entre otras. Es por esto por lo que se han propuesto varias soluciones a lo largo de los años en todas partes del mundo. Por ejemplo, se han implementado carriles diferenciados de distintos precios en las autopistas, así como también se ha prohibido la circulación de autos con ciertas patentes en ciertos días. En el estado de Florida, Estados Unidos, se pueden encontrar carriles en las autopistas interestatales en los que se debe pagar para usar. Tienen ingresos y salidas que convergen con los carriles comunes y es usada por aquellos usuarios dispuesto a pagar por su uso, lo cual disminuye el tránsito en los carriles normales, aliviando la congestión. Por otro lado, en Nueva Delhi, India se ha implementado un plan de tránsito donde los vehículos con permiso para conducir alternan entre patentes pares e impares dependiendo del día con el objetivo principal de reducir la contaminación ambiental, una externalidad negativa como la congestión. De todas estas propuestas se destaca la de los peajes zonales, con el fin de reducir la congestión incentivando a los usuarios a cambiar de método de transporte o alterar sus rutinas. Esta solución se diferencia del resto porque apunta a disminuir el tránsito en una zona en particular, y no en una vía especifica, a través del cobro por la externalidad negativa que crea un usuario y no a través de una condición arbitraria como lo es una patente.

En este trabajo, buscamos entender el impacto de un peaje de congestión zonal como el que se implementó en Londres en febrero del 2003 y estudiar las razones que llevan a este impacto para inferir cuál sería su impacto en Nueva York, donde está próximo a implementarse con similares características. Este peaje consiste en cobrarle a los vehículos para ingresar en una determinada área, la cual sufre de un problema de congestión. En Londres, se delineó una zona dentro de lo que parece una circunvalación que abarca toda la zona céntrica de la ciudad llamada "Central Business District" (CBD). En este caso, el peaje para ingresar al CBD se cobra una vez por día, en un rango de horas diurnos y exceptúa a algunos vehículos como los residentes de la zona, taxis, discapacitados, entre otros. Este sistema de peajes tiene un objetivo dual: recaudar fondos para las arcas del gobierno y corregir externalidades negativas, que son costos que pagan otros a causa del tránsito por dentro del CBD como la congestión, la contaminación, entre otros.

Nuestro análisis arroja varios resultados interesantes. Considerando que los usuarios tienen básicamente dos opciones, conducir sus vehículos particulares o utilizar vías de transporte alternativas (incluyendo no ingresar directamente), de la experiencia del caso Londres encontramos que la implementación del peaje generó un aumento del precio de conducir del 46,6%, pero que el incremento del precio relativo de conducir con respecto al de la alternativa fue solo de 17,1%. Vemos que los precios nominales de conducir (combustible, estacionamiento, etc) y de una vía de transporte alternativa (boleto de tren, subte, etc) son distintos a los precios reales que toman en cuenta costos que no son tangibles (como el tiempo, la comodidad, etc). Usando el modelo que formulamos, vemos que el precio relativo responde ante cambios en los precios reales y no los nominales. Vemos inclusive que los costos intangibles de usar el transporte alternativo son más altos que el costo de boleto, y que son los costos más importantes a la hora de analizar el precio del transporte alternativa y, por ende, a la hora de analizar el precio relativo. De aquí, concluimos que en equilibrio general la introducción del peaje no solo aumenta el precio de conducir, sino también el precio del transporte alternativo por el efecto sustitución que genera. Asociado a este resultado, vemos que la demanda de conducir es más elástica de lo que parece y de lo que concluyen ciertos estudios institucionales de Londres.

Para el caso de Nueva York, planteamos de antemano la hipótesis de que la introducción de un peaje de una magnitud parecida a la de Londres no llevaría a una reducción significante en el tránsito a la zona de congestión en Nueva York (algo menor de 5%) porque la demanda de Nueva York muestra fuertes indicios de ser más inelástica de la demanda en Londres. Básicamente, pensamos que solamente un peaje extremadamente alto podría realmente aliviar la congestión, y que la introducción de un peaje en el rango "políticamente aceptable" (menor a 15$) no cumpliría el objetivo de reducir la congestión. Pero concluimos que, aun si suponemos correctamente que es más inelástica, es posible obtener caídas en la demanda significativas (algo entre 10% y 15%), y, por ende, podría llegar a cumplir el objetivo de reducir la congestión. Estudiamos distintos casos y exploramos los distintos resultados posibles.

Breve repaso de la literatura sobre congestión de tráfico

Un pionero en el estudio de la congestión a través de la lupa económica fue R.J Smeed (1964), designado por el Ministro de Transporte del Reino Unido. En el mismo se analizan los costos que crea un usuario al utilizar una vía de circulación y no solo cómo sino también cuándo debería pagar por su uso. Otro verdadero clásico es *The Economics of Road User Charges* de A.A. Walters (1968), el cual hace un extenso análisis acerca de los precios relativos y su efecto sobre comportamientos de conductores, elasticidades, análisis de tránsito óptimo considerando costos sociales, etc. Todas las dinámicas en juego que serán analizadas en el presente trabajo son directa o indirectamente estudiadas en Walters (1968), el cual es lectura obligatoria para empezar a entender las implicancias económicas de los problemas de congestión de tránsito.

Existe una gran variedad de peajes en términos de funcionamiento, logística e infraestructura, y los temas relacionados son realmente diversos, por lo que se abre un gran abanico de áreas para estudiar. Aún más, el campo de estudio es muy dinámico, ya que esta continuamente evolucionando a medida que avanza la tecnología, la urbanización y las ideas. Por ejemplo, De Grange, Troncoso & González (2017) estudian una variedad de mecanismos y diseños de peajes con objetivos de maximización de recaudación y de optimización del uso de una ruta con restricciones de infraestructura. También Hau (1992) y Small & Gomez-Ibañez (1998) estudian diseños de peajes teóricos y comparan el impacto práctico de distintos sistemas de peajes en diferentes contextos y países. Lindsey & Verhoef (2000) estudian en más detalle y rigor las complejidades que crean la heterogeneidad de los usuarios, la congestión estocástica, etc, Arnott, de Palma & Lindsey (1994) se enfocan en los efectos sobre el bienestar con viajeros heterogéneos que puede llegar a crear un peaje de congestión, mientras que Evans (1992) analiza las implicancias políticas de implementar un peaje. El rango de estudios es enorme y estos son tan sólo una pequeña muestra de la oferta.

Estrategia de trabajo

Primero formulamos un modelo teórico de maximización de utilidad en el cual los usuarios tienen la opción de entrar al CBD utilizando su vehículo o con alguna alternativa como el transporte público, bicicleta, etc. Nos interesa entender como los usuarios responden a cambios de precios relativos inducidos por la introducción de un peaje e inferir como cambia el equilibrio antes y después de su introducción en términos de la fracción de usuarios que elige utilizar transporte publico vs movilizarse en automóvil. Segundo, calibramos el modelo utilizando los datos disponibles para el caso de Londres. Por último, inferiremos el impacto que podría tener un sistema de peajes similar cuando sea implementado en Nueva York, analizando las similitudes y diferencias en ambas urbes.

Si bien el objetivo es analizar el equilibrio en el flujo de transporte antes y después de la introducción del peaje, nos focalizamos en la demanda y no en la oferta de transporte, ya que la consideramos relativamente estable (que no es sinónimo de fija) en el corto plazo. Por lo tanto, derivamos funciones de demanda no lineales de un modelo donde el foco del análisis está centrado en el cambio de un equilibrio pre-peaje a uno post-peaje. La estrategia es similar a la implementada por Kenneth Small y José Gómez-Ibáñez (2006) para analizar y estimar la demanda de los usuarios de una ruta en California ante tres opciones de peaje para elegir. Small y Gomez-Ibanez estiman mediante métodos econométricos la elasticidad-precio para una demanda lineal, la cual usan para entender como responden los usuarios ante estas tres opciones[1].

En este trabajo no analizamos cuál es el peaje óptimo que maximiza el bienestar ni tampoco otros problemas que puede llegar a crear un peaje zonal, aunque son todos ejercicios o temas interesantes (Marchand, 1968; Oron, Pines & Sheshinski, 1973). Simplemente formulamos un modelo sencillo que nos otorga herramientas para estudiar el efecto del peaje sobre los niveles de tránsito y donde podemos calibrar los parámetros del modelo usando a Londres como el caso empírico donde ya existen estadísticas. Luego estudiamos qué es lo que puede llegar a suceder en Nueva York con una demanda con distintos parámetros y que se enfrenta a distintos precios relativos. La idea principal es que el modelo nos ayude a entender las dinámicas relevantes. Vamos a ver que todas las complejidades que existen en torno a la decisión de como entrar al CBD pueden ser capturadas a través de los parámetros y los precios relativos, y que con un modelo sencillo podemos estudiar el problema de congestión y las decisiones económicas que están detrás del mismo.

El Modelo

La idea del peaje es simple. Hay una demanda para entrar al CBD, y se puede satisfacer de varias formas. Si se impone un peaje al ingreso al CBD en vehículos privados, se hacen más atractivas otras alternativas, ya sea entrar por medio del tren, o cambiar de horario para hacer trámites, trabajar más desde casa o compartir el auto con colegas, o simplemente, dejar de ir. Ese cambio en la decisión óptima de desplazamiento es la que caracterizamos a continuación.

[1] Ellos no obtienen las demandas producto de un modelo. Simplemente asumen una demanda lineal con el objetivo principal de estimar los coeficientes de cada variable de la función con métodos econométricos.

En esta economía la población consume la entrada a esta zona centro de la ciudad, y tiene muchas alternativas para hacerlo. Puede ingresar con su vehículo, en bus, en tren, caminando, en moto, en taxi, etc. La idea es que existe un equilibrio antes de introducir el peaje y que éste cambia luego de la introducción del peaje. El equilibrio está compuesto de una fracción que entra a la zona centro conduciendo y el resto de modo alternativo, sea el que sea. En definitiva, existe un precio relativo tal que existe un equilibrio. Si los precios relativos son tales que no inducen a los usuarios a internalizar la externalidad, estaremos en presencia de un equilibrio con congestión, subóptimo bajo ciertos criterios de maximización del bienestar general, pero equilibrio en fin. En referencia a Walters (1968), "Cuando los precios reflejan los costos, los recursos serán eficientemente distribuidos entre viajes por carretera y otros servicios." Que haya congestión no quiere decir que no haya equilibrio. Se puede deducir que un equilibrio es uno donde existe la congestión, pero en definitiva esto es un concepto aparte, que se focaliza en un equilibrio "óptimo". Hay estudios que miran a la congestión como un caso donde no se está en un equilibrio, y un peaje es una manera de acercar la economía al equilibrio óptimo que internaliza las externalidades (Shah, 1990). Pero lo que nos interesa a nosotros es como cambia este equilibrio inicial, en el cual se percibe congestión, ante el cambio de precios relativos de los bienes a causa de la introducción del peaje.

La economía

Nos focalizamos en agentes que reciben cierta utilidad al entrar a la zona centro, sea porque deben ir a trabajar, estudiar, hacer compras, trámites, etc. Todos los agentes de esta economía tienen la opción de consumir tres bienes para maximizar su utilidad; conducir (D) su vehículo o llegar a su destino de modo alternativo (A), tomándose transporte público, caminando, etc y el resto de su consumo (e) en todos sus otros bienes[2]. Por ende, la economía está compuesta por gente que tiene ambas opciones de transporte y puede elegir entre ellas libremente. Es importante entender que los agentes de esta economía son aquellos que deciden conducir, pero tienen la opción de cambiar a alguna alternativa de transporte al igual que aquellos que, ante ambas opciones, optan por la alternativa pero que podrían optar por conducir ante un aumento importante en el precio de esta alternativa o cambio de preferencias. Los individuos que no consideran alguna de las dos opciones por la razón que sea no forman parte de esta

[2] Esto incluye todo lo que consume en comida, salidas, compras, seguro, servicios, ahorro, etc. Encapsula todo lo otro en lo que gasta.

economía[3]. También hay que aclarar que los taxis forman parte de la alternativa dado que están exceptuados del peaje.

Los agentes buscan maximizar su función de utilidad. Para esta función elegimos la forma funcional de Elasticidad Constante de Substitución (CES, por sus siglas en inglés) cuasilineal. Esta forma funcional es relativamente simple, pero ofrece suficientes grados de libertad a través de sus tres coeficientes para poder caracterizar adecuadamente el problema de decisión óptima de los usuarios de vías alternativas de traslado. Los agentes buscan maximizar esta utilidad consumiendo los bienes de interés, conducir (D) o el alternativo (A), dada su restricción presupuestaria. Representamos a esta población de individuos a través de un agente representativo. La forma más intuitiva de entender a este agente representativo es pensarlo como una agregación de individuos heterogéneos dentro de esta economía, donde una fracción decide conducir y el resto desplazarse a la zona centro de forma alternativa. Es como una entidad compuesta por un promedio, ponderado, de todos los individuos y, por ende, de todos los gustos y características. La ponderación vendría a ser en base a la distribución de estas características dado que no hay una misma cantidad de individuos de cada característica. En la práctica, a nivel microeconómico, un individuo elige casi siempre el mismo modo de transporte, lo cual no sucede cuando miramos a la población como una entidad y es por esto por lo que debemos entender al agente como representativo de toda la población.

El problema de optimización del agente representativo

El agente representativo resuelve el siguiente problema de optimización:

$$\max_{D,A,e} U(D,A,e) = [\gamma D^{\sigma} + (1-\gamma)A^{\sigma}]^{\frac{\alpha}{\sigma}} + e$$

$$s.a \quad I = PD + CA + e$$

$$D \geq 0 \quad A \geq 0 \quad P > 0 \quad C > 0$$

$$P = combustible + estacionamiento + \tau$$

$$C = f + B$$

$$B \in (-f, \infty)$$

[3] En la práctica, es interesante saber cuántos son los individuos que no entran en la economía porque, por un lado, es de cierta forma el restante de la población que sí entra en nuestra definición de esta economía. También, es información clave para estudios de tránsito en el largo plazo, el cual no es el foco de nuestro estudio.

Aquí "P" es el precio de conducir y "C" es el precio de la alternativa. Este valor "C" puede pensarse como la suma entre el promedio del precio del boleto "f" de colectivo, subte, tren y taxi, y "B", el cual vamos a llamar "costo abstracto". La variable B está compuesta por los costos intangibles pero que marcan una gran diferencia a la hora de considerar el precio relativo. Estos consisten en el costo de oportunidad del tiempo, la comodidad, la seguridad, y cualquier preferencia que pueda tener el agente. Los costos abstractos los podemos pensar como el valor en dinero que pagaría el consumidor para deshacerse de todas las incomodidades y desventajas, y/o hacerse de las comodidades y ventajas que puedan existir. Elaboraremos más en detalle sobre los costos abstractos más adelante. El valor de B se puede interpretar tal que si $B > 0$ tenemos que, después de contabilizar todos los costos intangibles descriptos por el lado de conducir y de la alternativa, la alternativa tiene un saldo de costos más alto que conducir. Si $B < 0$, el saldo de costos es más alto para conducir, y si $B = 0$ tenemos que se igualan. Por ejemplo, si un agente le asigna un costo de \$3 a la incomodidad de ir parado en subte, \$2 al tiempo extra que se tarda en promedio tomar el subte a diferencia de conducir, \$1 al riesgo que le den una multa conduciendo y \$2 a la incapacidad de poder ir trabajando cuando conduce, $B = (costos\ abstractos\ por\ la\ alternativa) - (costos\ abstractos\ de\ conducir) = (3 + 2) - (1 + 2) = \$2$. Aunque B puede ser cualquier número a nivel individual (alguien le puede asignar un gran costo a no poder trabajar mientras viaja por ejemplo), nuestro modelo tiene un límite inferior a nivel poblacional por las restricciones que tenemos, $B > -f$. Luego "τ" es el peaje (impuesto) y el valor "I" es el ingreso total del individuo. Vemos aquí que el bien e no tiene un precio asignado porque es el numerario, dado que es representativo de su canasta de consumo de todos los bienes y servicios de un individuo promedio.

Los parámetros σ y α componen la elasticidad de substitución, que mide cuan sustituibles son ambas opciones. Si $(\sigma = 1, \alpha = 1)$, vemos que la función de utilidad se torna una función lineal, por lo cual tendríamos sustitutos perfectos. En este caso, el agente representativo (la población como ente singular) elegiría consumir simplemente el 100% de uno de los dos bienes (siempre y cuando el precio relativo no sea igual a la utilidad marginal relativa, en cual caso estaría indiferente). Si bien esto tiene sentido a nivel individual, no se extiende a nivel poblacional. Es imposible que toda la población elija un bien solamente. Si todos eligieran tomar el subte o el colectivo, no habría nadie conduciendo en las calles. Sin embargo, la intuición indica que esta situación no parece una representación adecuada de la realidad. Ante esa situación, debería haber algún individuo que prefiera conducir, porque al ser el único en la calle llegaría rápido mientras que el transporte público estaría colapsado de gente. Lo mismo el caso inverso. Estos parámetros entonces capturan esta dinámica que existe donde la población no se satura consumiendo un solo bien. Es por esto, que podemos modelar a la función de utilidad del agente representativo de la población con una función no lineal donde $0 < \alpha < \sigma < 1$ porque no quiere consumir todo de un bien, de manera de representar la fracción de la población que elige una alternativa u otra. Luego, $\frac{\alpha}{\sigma} < 1$ para que tenga sentido económico el modelo[4].

El γ es un parámetro de preferencia, donde si el valor es 0,5, implica que ambos bienes le son indiferentes al agente en términos de cual preferiría para maximizar su utilidad. Si, por ejemplo, $0{,}5 < \gamma < 1$, tenemos que una "unidad" de conducir le otorga más utilidad que una "unidad" de la alternativa. Este valor también es importante para entender las preferencias de los agentes y como puede variar entre ciudades. El parámetro toma en cuenta, y de cierta forma mide, las variables más cualitativas que son importantes en cuanto a las decisiones que toman los individuos.

Caracterización del equilibrio

Caracterizamos el equilibrio que existe en la economía para cerrar el modelo teórico. De aquí vamos a obtener las demandas que nos interesan para estudiar casos empíricos. Primero resolvemos el problema del agente representativo,

$$\underset{D,A,e}{\text{Max}}\, \mathcal{L}(D,A,e) = [\gamma D^{\sigma} + (1-\gamma)A^{\sigma}]^{\frac{\alpha}{\sigma}} + e - \lambda(PD + CA + e - I)$$

1) D: $UM_D = \lambda P$
2) A: $UM_A = \lambda C$
3) A: $UM_e = 1 = \lambda$
4) λ: $PD + CA + e = I$

En el equilibrio competitivo existen los precios P^*, C^* tal que se cumple,

$$5)\quad [\gamma D^{\sigma} + (1-\gamma)A^{\sigma}]^{\frac{1-\sigma}{\sigma}} \gamma\alpha D^{\sigma-1} = P^*$$

$$6)\quad [\gamma D^{\sigma} + (1-\gamma)A^{\sigma}]^{\frac{1-\sigma}{\sigma}} (1-\gamma)\alpha A^{\sigma-1} = C^*$$

$$7)\quad \frac{\gamma}{1-\gamma}\left(\frac{D}{A}\right)^{\sigma-1} = \frac{P^*}{C^*} = p_r^*$$

y los mercados se vacían,

[4] Si $\alpha > \sigma$, ambas las demandas de conducir (D) y la alternativa (A) aumentan ante una caída en el precio de conducir P (o caen ante el aumento del precio de conducir), lo cual no tiene sentido. Ver apéndice Solución 2.

$$D(P) = S_D(P)$$
$$A(C) = S_A(C)$$
$$e(P,C) = S_e(P,C)$$

donde $S(\bullet)$ representa la oferta de cada bien.

Podemos ver que como $B \in (-f, \infty)$, siempre existe p_r^*.

Luego, encontramos la demanda de cada bien (condicional en e) reemplazando Eq.7 en la restricción presupuestaria (Ver Apéndice Solución 1),

7) $$D(P,C) = \frac{I - e(P,C)}{C^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} P^{\frac{1}{1-\sigma}} \left(\frac{\gamma}{1-\gamma}\right)^{\frac{1}{\sigma-1}} + P}$$ $\rightarrow$ **8**) $$D(P,C) = \frac{\left(I - e(P,C)\right)\frac{1}{C}}{p_r^{\frac{1}{1-\sigma}} \left(\frac{\gamma}{1-\gamma}\right)^{\frac{1}{\sigma-1}} + p_r}$$

9) $$A(P,C) = \frac{I - e(P,C)}{P^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} C^{\frac{1}{1-\sigma}} \left(\frac{1-\gamma}{\gamma}\right)^{\frac{1}{\sigma-1}} + C}$$ $\rightarrow$ **10**) $$A(P,C) \quad \frac{\left(I - e(P,C)\right)\frac{1}{C}}{p_r^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} \left(\frac{1-\gamma}{\gamma}\right)^{\frac{1}{\sigma-1}} + 1}$$

donde $e(P,C) = I - PD(P,C) - CA(P,C)$ es la demanda de todos los otros bienes que consume el agente.

Podemos ver entonces,

$$\frac{dD}{dP} < 0, \frac{d^2D}{dP^2} > 0, \frac{dD}{dC} > 0, \frac{dD}{dp_r} < 0, \frac{dA}{dC} < 0, \frac{d^2A}{dC^2} > 0, \frac{dA}{dP} > 0, \frac{dA}{dp_r} > 0, \frac{de(P,C)}{dP} > 0, \frac{de(P,C)}{dC} > 0$$

(Ver Apéndice Solución 2 para todas expresiones explícitas de $D(P,C), A(P,C)$ y $e(P,C)$)

No nos interesa la forma funcional de $S_D(p_r)$ y $S_A(p_r)$, pero deben cumplir las condiciones,

$$\infty > \frac{dS_D}{dP} > 0, \infty > \frac{dS_A}{dC} > 0 \quad \forall P, C$$

Esto quiere decir que el cambio de las ofertas ante un aumento en sus precios respectivos debe ser positivo y que las ofertas nunca pueden ser completamente elásticas ni completamente inelásticas. La intuición de que sean positivas es sencilla, dado que un aumento en el precio del modo alternativo puede llevar a un aumento en la frecuencia de servicio, etc. No pueden ser completamente elásticas ni inelásticas porque en estos casos extremos, la introducción de un peaje en definitiva no generaría ningún cambio. La oferta absorbe todo el peaje si es completamente inelástica y la demanda lo absorbe si la oferta es completamente elástica. Intuitivamente, una oferta completamente elástica es imposible por las restricciones de infraestructura de los servicios. Luego, una oferta completamente inelástica tampoco puede ser el caso porque los servicios de transporte público pueden siempre aumentar la regularidad del servicio (no es tan intuitivo para la oferta para los vehículos).

Con las funciones de demanda encontradas analizamos de forma simple como cambia la demanda de conducir y de la alternativa ante un cambio en los precios. Como sabemos que $0 < \sigma < 1$ y las demandas de conducir y la alternativa no dependen del ingreso, podemos ver que, ante un cambio en los precios, el desplazamiento del equilibrio es exclusivamente un efecto sustitución. Ante un aumento en el precio de conducir P, el agente conduce menos (disminuye su consumo en D) y opta más por el trasporte alternativo (aumenta su consumo en A) y por consumir otros bienes (aumenta su consumo en e). Pero todo el consumo que cae se traslada enteramente a un aumento del consumo en A y e[5]. El bien numerario absorbe todo lo que sería un efecto ingreso en el caso de un modelo con dos bienes. En la práctica, esto se refleja a través de los individuos que optan por dejar de entrar a la zona donde se cobra el peaje, ya sea que cambian de horario de entrada, deciden trabajar desde casa, se desvían para evitar la zona, etc. En definitiva, ajustan su consumo en D tal que pueden gastar más en otras cosas. A su vez, vemos también que ante precios P y C fijos, un aumento en el ingreso cambia únicamente la demanda de todos los otros bienes, e. Los individuos en este modelo eligen su consumo en D y A óptimo mirando solamente los precios de cada uno sin importarle su ingreso. Hipotéticamente, si los precios de conducir y la alternativa aumentaran a precios exorbitantes sin que se ajuste el ingreso del agente a tal punto que lo que gasta en conducir y la alternativa es mayor a su ingreso, el agente elige consumir $e < 0$ (se endeudaría lo necesario)[6]. En este modelo, el agente puede hacer el espacio presupuestario necesario para consumir la cantidad de D y A que quiera dado los precios de cada uno y por ende, solo nos interesa analizar los precios de los bienes a la hora de aplicar el modelo a los casos empíricos.

En otras palabras, el ingreso del agente no tiene incidencia sobre el equilibrio parcial de tránsito. Lo único que cambia es cuánto dinero tiene para consumir los otros bienes. Esto quizás no sea tan intuitivo. Uno se imaginaría que el ingreso y/o riqueza debería tener incidencia sobre la decisión que toma un individuo acerca de qué modo de transporte elige o sobre cómo reacciona ante un cambio de precios. Alguien que tiene un ingreso muy alto quizás no preste mucha atención al precio de un peaje o cuanto le cuesta conducir, simplemente hace lo que le gusta. En el otro extremo, los individuos con ingresos más bajos quizás son más sensibles a un aumento en el precio de conducir. Con respecto a esto, ignoramos la influencia que pueda tener el ingreso en la decisión de conducir principalmente porque, como veremos más adelante, en la economía que estamos estudiando, los datos no

[5] Cuanto se traslada a A y cuanto a e depende de los parámetros y la magnitud del cambio en el precio relativo.
[6] Obviamente que en la práctica no vemos este caso extremo por la naturaleza de lo que estamos estudiando.

reflejan una gran diferencia de ingreso entre los individuos (Transport for London (2003), pg. 187). Recordemos que en nuestro modelo solo estamos considerando a aquellos individuos que tienen la posibilidad de elegir entre ambas opciones, lo cual reduce la heterogeneidad de la población en términos de riqueza. Es por esto que podemos encapsular a todos los individuos de esta economía en un agente representativo donde puede ajustar su consumo en otros bienes para poder consumir lo que quiere de conducir y la alternativa. En los datos vemos que, en esta economía, el peaje genera un efecto inmediato y nos focalizamos en que es lo que ocurre ante el cambio en los precios relativos en el corto plazo. Vale aclarar que, de cierta forma, capturamos los efectos que puede tener el ingreso y/o la riqueza en la decisión de conducir o no a través de "B". El valor que le asigna al tiempo cada individuo está íntimamente relacionado con el ingreso del individuo. Por ende, esto está capturado en B y está promediado entre todos los individuos de nuestra economía. En fin, el modelo no es bueno si uno quiere focalizarse específicamente en el efecto del ingreso y/o la riqueza sobre la demanda de conducir. Pero no deja de ser un tema interesante del cual existen modelos que toman en cuenta ingreso y valor asignado al tiempo como en Zhang, Levinson & Zhu (2008).

El efecto sustitución está determinado por la elasticidad de la demanda, la cual podemos calcular de la siguiente forma, donde el superíndice 0 representa el valor pre-peaje, y el 1 el post-peaje,

$$7) \qquad \varepsilon_P = \frac{\Delta D / D^0}{\Delta P / P^0}$$

$$\varepsilon_P = \frac{P^0 \left[C^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} P^{0\frac{1}{1-\sigma}} \left(\frac{\gamma}{1-\gamma}\right)^{\frac{1}{\sigma-1}} + P^0 - C^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} P^{1\frac{1}{1-\sigma}} \left(\frac{\gamma}{1-\gamma}\right)^{\frac{1}{\sigma-1}} - P^1 \right]}{\left(C^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} P^{1\frac{1}{1-\sigma}} \left(\frac{\gamma}{1-\gamma}\right)^{\frac{1}{\sigma-1}} + P^1 \right) (P^1 - P^0)}$$

Aquí a través de la elasticidad vemos como los parámetros afectan la respuesta de la demanda ante el cambio de precios. Dado la complejidad de las derivadas, la mejor manera de ver como los parámetros afectan la elasticidad es visualizándolo con el parámetro como variable independiente en las Gráficos 1-6.

En los Gráficos 1, 2 y 3, vemos como la demanda se hace cada vez mas inelástica (se hace cada vez menos negativa) a medida que aumenta γ con distintos valores de σ fijos. El precio

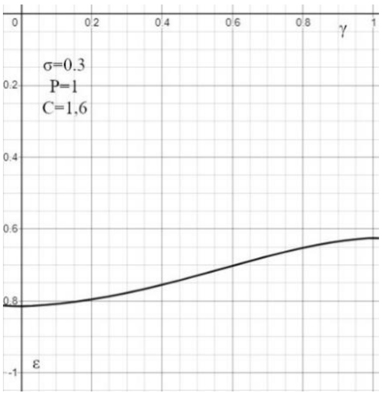

Gráfico 1

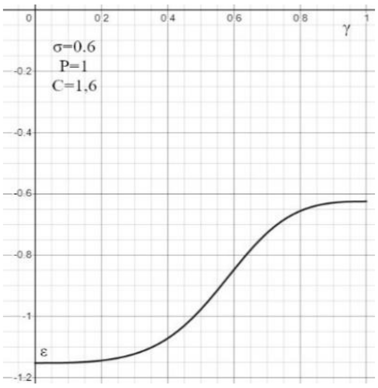

Gráfico 2

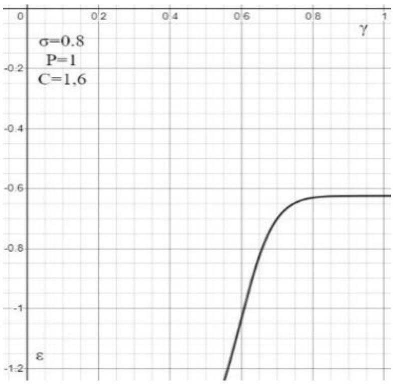

Gráfico 3

relativo también cambia la forma de curva, pero en todos los casos, la demanda se hace cada vez más inelástica. Luego, el efecto de σ sobre la elasticidad es un poco más interesante porque depende mucho también de cuáles son los valores de los otros parámetros. Vemos en el Gráfico 5, como aumenta la elasticidad (se hace cada vez más negativa) a medida que aumenta σ dado el precio relativo y el valor de γ. Ahora, cuando cambiamos el valor de γ (Gráfico 6) o el precio relativo (Gráfico 4), vemos que se crea un punto de inflexión donde la demanda pasa de hacerse más elástica a más inelástica a medida que aumenta σ. Lo que encontramos es que, a medida que aumenta γ, el precio relativo debe ser cada vez menor para

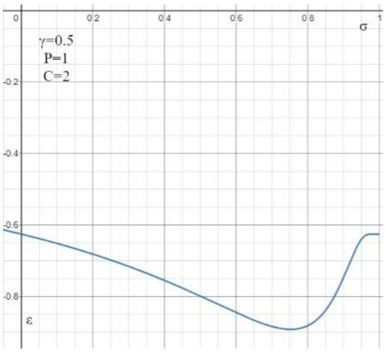

Gráfico 4

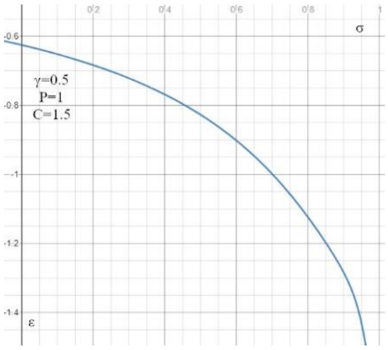

Gráfico 5

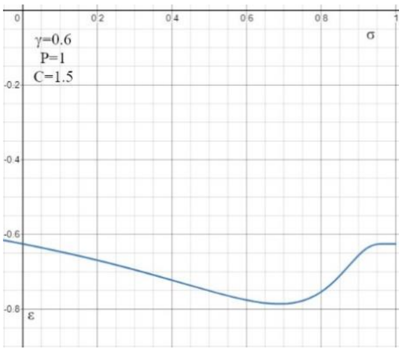

Gráfico 6

que exista este punto de inflexión, porque C debe ser cada vez mayor.

Con esto en mente podemos mirar mejor lo que sucede con p_r ante la introducción de τ. Ante la introducción del peaje, $P^0 \rightarrow P^1 = P^0 + \tau$, sabemos que $\Delta D < 0$ y $\Delta A > 0$ por el efecto

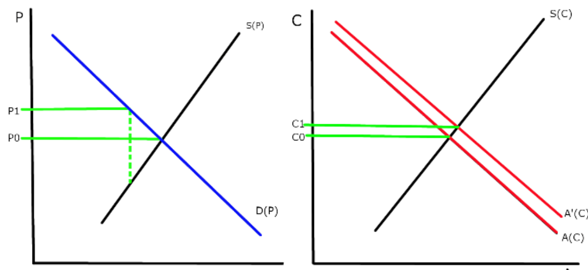

Gráfico 7: parte de la demanda se vuelva al otro mercado

sustitución. Ante el aumento en demanda de A, $C^0 \rightarrow C^1$ con $C^1 > C^0$. Entonces, $\frac{\Delta p_r}{p_r^0} = \frac{p_r^1 - p_r^0}{p_r^0} = \frac{p_r^1}{p_r^0} - 1 = \frac{P^1}{P^0}\frac{C^0}{C^1} - 1 \leq \frac{P^1 - P^0}{P^0} = \frac{P^1}{P^0} - 1$. Tenemos que el aumento en porcentaje del precio relativo debe ser menor o igual al aumento del precio de conducir. En el Gráfico 7 podemos visualizar a simple vista como funciona esta dinámica. Aquí podemos ver claramente que $B^0 \neq B^1$ para que esta desigualdad sea estricta. Si $B^0 = B^1$ tenemos que $C^0 = C^1$ y por ende el cambio en el precio relativo sería igual al cambio en el precio de conducir.

Podemos ver también que a medida que la demanda es más inelástica o la oferta más elástica, el peaje le "duele" más al agente. En el Gráfico 7 podemos ver que a medida que la demanda se hace más inelástica, la caída en el excedente del consumidor $\int_{p_r^0}^{p_r^1} D(p_r)dp_r$ se hace cada vez más grande. Surge un conflicto de interés interesante en cuanto a los objetivos del gobierno. Por un lado, una demanda cada vez más inelástica aumenta cada vez más la recaudación por el peaje, pero disminuye cada vez menos la congestión. Ver deGrange, Troncoso y González (2017) para una investigación profunda sobre la diferencia en resultados entre ambos objetivos.

Resultados de la introducción del peaje en Londres

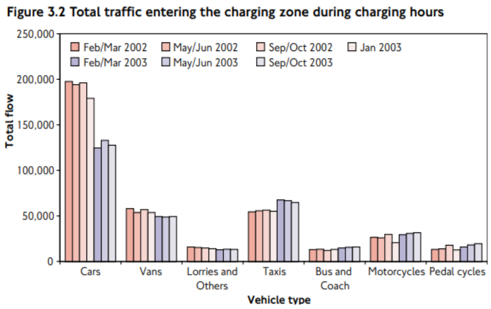

Imagen 1: Transport for London (2004), pg.26

Vehicle type	Change in inbound traffic 2003 versus 2002
All vehicles	-14%
Four or more wheels	-18%
Potentially chargeable	-27%
Cars	-33%
Vans	-11%
Lorries and other	-11%
Licensed taxis	+17%
Buses and coaches	+23%
Two wheeled vehicles	+15%

Imagen 2: Transport for London (2004), pg.27

Ahora que derivamos las funciones de demanda de ambas opciones, conducir y sus alternativas, contamos con suficientes herramientas para entender lo que sucedió con la introducción del peaje en la ciudad de Londres. Primero veamos cuales fueron los resultados. Usando los reportes anuales sobre el impacto del peaje de congestión publicados por "Transport for London", la entidad del gobierno encargada de la red de transporte de la ciudad de Londres, vemos como reaccionaron los usuarios observando el cambio ante la introducción del peaje en el transito que entro al CBD dentro de las horas que se cobra. Puntualmente, el tránsito de vehículos disminuyó un 18% en total. Pero, de los vehículos que no están exceptuados del peaje hubo una caída del 27% aproximadamente (Imagen 2). También, se ve un aumento en los usuarios de transporte público, en particular el colectivo. El número de colectivos aumentó un 23%, mientras que el número de pasajeros aumentó 18% entre 2002 y 2003. Luego, el tránsito por subte cayó levemente y el tren no mostró cambios significativos por razones ajenas al peaje (Transport for London, 2004, pg.3). También hubo un aumento importante en la demanda de taxis, dado que estos están exentos de pagar el peaje.

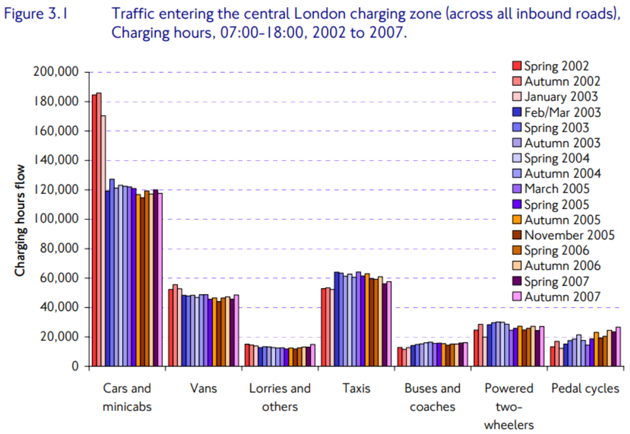

Imagen 3: Transport for London (2008), pg. 40

Lo notable es que estos niveles de demanda por entrar al CBD se mantuvieron relativamente constante a lo largo de muchos años (Imagen 3) después de la introducción del peaje. Inclusive vemos una leve baja en 2005, cuando hubo un aumento en el peaje de £5 a £8, y luego se mantiene constante de nuevo.

El gobierno estima que de todos los autos que dejaron de entrar a la zona, entre 50% y 60% se trasladaron a transporte público, 20% a 30% se desviaron para eludir la zona, y el 15% a 25% restante hizo una variedad de adaptaciones, en particular servicios de taxi o remis, o dejaron de viajar en las horas de cobro (ver Imagen Ap.4 en Apéndice).

Luego tenemos números de elasticidad de la demanda publicados por el gobierno en el 2008 con una variedad de medidas. Se estimó una elasticidad entre -0,68 y -0,89 de la demanda en respuesta a la introducción del peaje[7] (Reg Evans, 2008).

Calibración del modelo para el caso de Londres: ¿Por qué se dieron estos resultados?

Introducción

Lo primordial para entender el efecto del peaje es establecer el precio relativo promedio diario de los usuarios en Londres dado que los individuos son heterogéneos. Estos tienen diferentes preferencias y no todos se enfrentan a los mismos precios. Para esto es importante entender la composición de la economía que estamos estudiando, para ponderar correctamente el precio relativo entre conducir y la alternativa y que sea representativo de la población. ¿Cuántos de los que entran en vehículos estacionan gratis, y cuantos pagan por el lujo? ¿Cuántos de los que entran realmente tienen la opción de tomarse un modo alternativo? ¿Cuántos de los que optan por el modo alternativo tienen la opción de conducir? ¿Cuál es la distancia promedio y el kilometraje por litro promedio de los que califican dentro de esta economía? Todas estas preguntas son claves y difíciles de responder. Es complicado saber quiénes son los que entrar dentro de esta economía sin un sondeo preciso y extenso. De todas formas, tenemos datos

[7] Esta elasticidad fue calculada excluyendo a los vehículos que decidieron evadir el CBD y/o dejaron de viajar por completo. Por ende, estas estimaciones subestiman la elasticidad que encontramos en nuestro problema. Además, estos números también incluyen el costo de estacionamiento, pero el estudio publica los números de varias combinaciones de costos. También hay que aclarar que los cálculos de estas elasticidades sólo miran los precios nominales y no tienen en cuenta costos "abstractos".

publicados por el gobierno de Londres que nos van a ayudar a responder algunas de estas preguntas y entonces calibrar el modelo. Vamos a estimar los valores de P^0, P^1 y f y fijar a $\gamma = 0{,}5$ y luego, en conjunto con datos pre y post introducción del peaje, calibramos σ, B^0, B^1. Calibramos el modelo a través de las funciones Eq.8 y Eq.10 que derivamos porque son las funciones de demanda que nos interesan. Son las únicas funciones que necesitamos para calibrar el modelo. Recordamos que el supraíndice 0 representa el valor pre-peaje y 1 el post-peaje.

Los valores de B^0 y B^1 deben ser calibrados porque son muy difíciles de estimar. Dentro de B entran todos los costos abstractos (intangibles) de los cuales, para la mayoría, no existen datos ni forma de estimar. Dentro de B un costo crucial como el tiempo, que se puede pensar como la diferencia de tiempo que le lleva en promedio a un usuario entre conducir su propio vehículo y las alternativas.[8] Por ende, solo entra como costo de uno de los bienes, particularmente la de la alternativa en este caso (recordamos que B es el balance de costos abstractos entre ambos bienes. Ver pg. 7). Luego, los otros costos que también componen B son la diferencia entre ambos bienes de la comodidad, la seguridad, lo que aprovecha cada uno en su viaje hacia el trabajo arriba de un tren o conduciendo, etc. También entra otro costo importante como la incertidumbre acerca del tiempo que puede llegar uno a tardar. Esta incertidumbre tiene asignado un costo, o alternativamente, existe un precio que uno estaría dispuesto a pagar para saber exactamente cuánto tiempo le va a llevar el viaje. Small & Gomez-Ibañez (2006) encuentran en sus resultados econométricos que un aumento en la incertidumbre disminuye la demanda por conducir.

Estos costos abstractos se podrían internalizar a través de los parámetros. Por ejemplo, si el subte es más peligroso, o más incómodo por alguna razón, esto se podría internalizar en las preferencias, vía γ, que tiene un agente entre conducir y tomar el subte (o colectivo o tren). En nuestro modelo, estas preferencias las absorbe B como costos y no en el parámetro. Es por esto que fijamos a $\gamma = 0{,}5$ en nuestro modelo, lo cual lo hace indiferente entre los bienes a través del parámetro, y toda preferencia que pueda tener sobre conducir o la alternativa, estará contabilizada en los precios. Luego, debemos calibrar a σ el cual es el otro parámetro del modelo. No nos interesa calibrar a α en este ejercicio porque nos interesa el cambio en porcentajes del equilibrio parcial de D y A, donde α no tiene influencia[9]. Nos interesa las fracciones de la demanda de cada bien sobre la demanda total, no el valor en sí de cada uno.

[8] Por ejemplo, si un individuo tarda 15 minutos conduciendo al trabajo y 1 hora si toma el tren, el costo de tiempo de la alternativa para este individuo lo podemos calcular como $(1 - 0{,}25) * (salario\ por\ hora)$.

[9] Está claro que α entra en las demandas de cada bien a través de $e(P, C)$, pero esto no influye cuando analizamos el cambio en porcentaje pre y post-peaje. Esto se ve en Eq.7, como el numerario $I - e$ de las

Estimación y Calibración

Primero estimamos P^0, P^1 y f (Ver Apéndice *Estimación 1*). Los costos tangibles que componen P (el precio de conducir) que realmente marcan una diferencia en el margen (el viaje diario a la zona) son los de combustible y estacionamiento. El costo de depreciación y seguro se puede ignorar en el margen diario. Recordamos que $P^0 = (estacionamiento + combustible)$ y que $P^1 = P^0 + \tau$ y que el precio nominal de la alternativa es $C^0 - B^0 = C^1 - B^1 = f$.[10] .

Cuando miramos entonces como afecta la demanda de conducir la introducción del peaje $\tau = £5{,}00$, nos interesa saber cómo cambia P y C para empezar a entender cómo cambia entonces el precio relativo p_r y por eso tenemos que ver cómo es que cambia B. Habíamos visto en pg. 13 que para que el aumento en el precio relativo sea menor al aumento en el precio de conducir por la introducción del peaje, debe ser que $C^1 > C^0$ y por ende, $B^1 > B^0$ dado que f no cambia. Vemos a continuación una prueba empírica de esto usando el modelo.

Miremos como cambia la demanda usando precios nominales, o sea cuando $B^1 = B^0 = 0$ y $C^1 = C^0 = f$.

$$\frac{\Delta P}{P^0} = \frac{P^1 - P^0}{P^0} = \frac{P^0 + t - P^0}{P^0} = \frac{\tau}{P^0} = 46{,}6\% \rightarrow \frac{[D(P^0, f) - D(P^1, f)]}{D(P^0, f)} = -31{,}9\% \; (\sigma = 0{,}01, \gamma = 0{,}5)$$

(Apéndice Est.1)

Fijando a σ en 0,01, lo cual hace la demanda muy inelástica, tenemos una caída en la demanda por conducir un vehículo particular del 31,9%. Los datos para Londres (aproximadamente una caída del 27,0%) sugieren que esto es una exageración, en particular sabiendo que el parámetro σ está lejos de ser tan bajo. Si hacemos lo mismo, pero con $\sigma = 0{,}5$, obtenemos una caída en torno al 48,8%. Esto está lejos de la realidad. Hay dos razones para esto: o el peaje en realidad representa un aumento en porcentaje menor al que estimamos o, no estamos internalizando un aumento en el costo del transporte alternativo que aparece cuando se introduce el peaje. Al aumentar el precio de conducir P, parte de la demanda se vuelca al modo de transporte alternativo, lo cual a su vez aumenta el precio del alternativo C como ya vimos (referir a pg.13). Esto sucede porque aumentan las tardanzas, las incomodidades, entre otras cosas. También, por ejemplo, pueden aumentar las tarifas de los taxis y remises. También puede suceder que hay una reducción en tiempo de viaje en la ruta que existe en cuanto se introduce un peaje a causa de la baja en tránsito, al igual que el

demandas se cancelan mutuamente porque son iguales. En lo único que influye el numerario es en la magnitud de los cambios en demanda, pero no en los porcentajes.

[10] P^0 y P^1 también son precios nominales. Nos referimos a los precios nominales como los precios de cada bien sin incluir los costos abstractos (o sea cuando $B = 0$)

cambio en kilometraje/litro, reducción en la incertidumbre del tiempo que va a llevar el viaje, etc. Obviamente que también la introducción del peaje hace que el gobierno recaude fondos que luego se invierten en mejorar el servicio de transporte alternativo y esto hace que baje el precio del mismo. Pero esto se refleja fundamentalmente en el largo plazo y muy poco en el corto, que es lo que analizamos en el presente trabajo. En fin, la teoría económica y los números respaldan nuestra intuición. Es por esto que podemos concluir que un aumento del precio de conducir también lleva a un aumento del precio de la opción de transporte alternativa, por ende, el aumento del precio relativo es menor al del precio de conducir.

$$\frac{\tau}{P^0} = 46{,}6\% > \frac{\Delta p_r}{p_r^0}$$

Uno podría argumentar que quizás f cambia pre y post-peaje. Pero todos sabemos que los precios de los modos de transporte alternativo como los boletos son *sticky* en el corto plazo y no cambian de un día para el otro como si fuesen precios de activos. Entonces, la única manera de lograr esto es que $B^1 > B^0$ dado que $C^1 - B^1 = C^0 - B^0 = f$.

Entonces, como sabemos que existen estos costos abstractos pero que son imposibles de estimar, nos encontramos que tenemos que calibrar B^0, B^1 y σ, lo cual nos otorga ciertos grados de libertad.

Lo que conocemos antes de calibrar es el $P^0 = £10{,}72, \tau = £5{,}00$ y $f = £4{,}35$ (Apéndice: Est.1). Vamos a usar tres datos concretos que estimamos con datos del gobierno (Apéndice: Est.2).

- La fracción inicial de la demanda en equilibrio donde $\frac{D^0}{D^0+A^0} = 0{,}77$
- El efecto sustitución luego de la introducción del peaje donde $\frac{\Delta A}{\Delta D+\Delta A} = -0{,}66$
- La caída en la demanda de conducir final, $\frac{\Delta D}{D^0} = -0{,}27$.

Nuestra calibración final de B^0, B^1 y σ tiene que ser tal que se cumplen estos tres datos concretos. Entonces, tenemos tres ecuaciones y tres incógnitas, y podemos resolver el sistema no lineal (Ver Apéndice *Proceso de Calibración* para ver el procedimiento).

Estos son los resultados de la calibración,

t	P^0	f	B^0	B^1	σ	γ	p_r^0	p_r^1
£5,00	£10,72	£4,35	£10,19	£13,88	0,747	0,500	£0,74	£0,86

Vemos que, ante la introducción del peaje, p_r aumenta un 17,1% (29,5% menos que el cambio en el precio nominal) y que los costos abstractos representan un gran porcentaje del costo asociado a tomar la opción de transporte alternativa para los agentes en esta economía. Podemos ver algo interesante a través de este análisis: cuando contamos los costos abstractos, podemos ver que el cálculo de la respuesta de la demanda relativo al cambio en precio de ambos bienes, si reemplazamos a P con p_r, es mayor en términos absolutos. Vemos que $\varepsilon_P = \frac{\Delta D/_{D^0}}{\tau/_{P^0}} = \frac{-0,27}{5/_{10,72}} = -0,58$ mientras que $\varepsilon'_{p_r} = \frac{\Delta D/_{D^0}}{\Delta p_r/_{p_r^0}} = \frac{-0.27}{(0,12)/_{0,74}} = -1,67$. Esto nos dice que, en esta economía, la respuesta de la demanda relativa al cambio de precios relativos en equilibrio general es mayor en términos absolutos que cuando miramos solo el cambio en precios de conducir. Esta es la diferencia entre estudiar el equilibrio parcial y el equilibrio general del problema de congestión, ya que, ante la perturbación del peaje, todos los precios, tanto el de conducir, como el de los medios alternativos de transporte, cambian. Nuestra definición de elasticidad que vimos (ver pág. 12) es con precios nominales, y es por esto que no podemos hablar de la misma elasticidad cuando cambiamos el foco de precios nominales a precios relativos dado que las definiciones son distintas. Pero, el análisis si se puede hacer, siempre y cuando se tiene esto en cuenta. Dado que el peaje representa un aumento porcentual significativo en el precio nominal de conducir y la demanda cae menos que proporcionalmente, podríamos concluir que la demanda es relativamente inelástica al precio de conducir un vehículo particular. Habíamos visto en los resultados de los estudios en Londres, que las estimaciones de elasticidad eran pequeñas (Reg Evans, 2008). Sin embargo, en ese caso no estaríamos teniendo en cuenta los costos abstractos que sabemos que son importantes para entender lo que está sucediendo. La diferencia en elasticidad aquí surge simplemente de la diferencia en los precios que estamos analizando. La demanda en sí es la misma en ambos casos, pero el precio que miramos cambia el foco. El análisis de la demanda con el precio nominal es quizás más apropiado paras el análisis de la decisión de un individuo, el cual no toma tanto en cuenta los costos asociados a la alternativa. Pero el análisis de la demanda de la población de nuestra economía se debe enfocar en el precio relativo, y es ahí donde vemos que la demanda es más elástica de lo que parece a nivel individual. En definitiva, son dos focos distintos, pero mirar ambos números puede ser importante a la hora de implementar un peaje y entender la respuesta de los usuarios. En "The Toll-Price Component of Travel Demand Elasticity", M.W Burris estima con un modelo econométrico a las elasticidades de demanda con respecto a varios componentes que afectan el precio percibido por los usuarios. Aunque su foco está en comparar la elasticidad ante un peaje fijo y uno variable con el tiempo, encuentra que los usuarios exhiben una elasticidad más alta ante un peaje variable, como el que estamos estudiando nosotros. También muestra la elasticidad componente por componente del costo de conducir, lo cual es un buen complemento a lo que estamos estudiando. También, A.A. Walters (1968) contiene un extenso análisis sobre la elasticidad de la demanda de una ruta, la cual encuentra ser intuitivamente muy elástica cuando hay varias alternativas a esa ruta. La idea es la misma aquí, donde tenemos que, dentro de esta economía, las alternativas a conducir se encuentran fácilmente a la disposición del individuo.

Vemos que es posible con nuestra interpretación de los parámetros calibrar el modelo tal que se cumplen todos los datos empíricos que resultaron del peaje. Por supuesto, no es la única calibración posible, dado que podemos dejar libre a γ, pero vemos que el modelo ofrece herramientas concretas para estudiar las dinámicas de la demanda ante cambio de precios y parámetros. El ejercicio de calibración está expuesto a ciertas limitaciones dadas por la disponibilidad de datos, así como a algunos problemas de medición, que condicionan la posibilidad de obtener resultados más específicos. Como mencionáramos anteriormente, es muy difícil obtener datos de buena calidad respecto al costo promedio en tiempo perdido para los que eligen conducir, por ejemplo. El combustible varía por distancia de origen, algunos pagan estacionamiento mientras otros no, etc. Es aún más mucho más difícil otorgarle un valor a costo "abstracto". Sin embargo, hemos podido identificar la existencia de este costo abstracto y la necesidad de estimarlo para capturar la elasticidad efectiva reacción de la demanda por conducir. Hemos también podido calibrar el mismo con cierto éxito a partir de los datos disponibles para la ciudad de Londres.

¿Qué puede suceder en Nueva York?

Veamos ahora que podemos inferir sobre lo que podría llegar a suceder en Nueva York con la implementación de un sistema de peajes similar al implementado en Londres, aplicando la misma metodología de calibración que usamos en la sección anterior. En Nueva York está prevista la implementación del mismo tipo de peaje para el ingreso al CBD, la cual sería toda el área de Manhattan sur de la calle 59. Con Londres como referencia, uno podría pensar a simple vista que este peaje otorgaría resultados parecidos en reducción de congestión. Después de todo, ambas comparten muchas características en común de comercio, población, etc. Pero, la realidad es que hay muchas características que las diferencian, y por ende los parámetros y precios relativos pueden ser muy distintos. Es por esto no se puede asumir que la introducción de un peaje del mismo tipo y de la misma magnitud llevaría a una reducción de congestión similar a la de Londres. Adicionalmente, es importante destacar que el contexto en que se dieron los resultados de Londres 2003 es muy distinto al contexto de Nueva York 2022, dada la incidencia de la pandemia y sus legados en términos de cambios profundos en los estilos de vida de la población. Factores como la situación sanitaria, la cultura del "home office" y la tecnología en general hacen que el análisis no sea el mismo y es probable que los parámetros sean muy distintos. Un estudio preliminar pronostica una reducción de tránsito entrando a la zona de Manhattan entre 13,7% y 14,3% (Colon, 2021). Por esto es que es difícil extrapolar el análisis de Londres al de Nueva York, pero de todas formas se puede usar el modelo para pensar que podría suceder y al menos obtener cotas de resultados. En particular, la dinámica entre la demanda por conducir y los precios relativos sigue aplicando, sea Londres 2003 o Nueva York 2022.

Hay muchos indicios que sugieren que Nueva York tiene una demanda por conducir más inelástica que Londres. Principalmente, hay diferencias geográficas de infraestructura y de seguridad, entre otras, que obstaculizan el acceso a medios alternativos de transporte (Surico, 2019). Hay muchos individuos en la zona metro de Nueva York que les costaría mucho dejar el vehículo personal para tomarse un colectivo o subte porque ya de por sí, deben ir en su vehículo por no tener fácil acceso a ninguno de los dos. El costo adicional de tiempo para los colectivos es grande, y el tren ya de por si tiene un costo de boleto alto. El subte tiene problemas de seguridad mayor al de Londres, el cual aleja a muchos usuarios. Se han realizado estudios de elasticidad focalizados en los peajes de los puentes y túneles de la ciudad. Se encuentra que las demandas son significativamente inelásticas (Hirschman, McKnight & Pucher, 1995). Por supuesto que no es la misma demanda que estamos estudiando nosotros, pero nos otorga un indicio más para asumir que la demanda es más inelástica que la de Londres. En función de todo esto es que basamos nuestra hipótesis de que Nueva York tendría una demanda por conducir más inelástica que la de Londres, por lo que se necesitaría un peaje más alto en porcentaje al precio de conducir que en Londres, asumiendo curvas de oferta relativamente similares. Como no tenemos datos pre y post-peaje de Nueva York, estudiamos distintos casos.

Implementando una estimación de los precios nominales para Nueva York similar a la utilizada para Londres, podemos encontrar $P^0 = \$25{,}71$ y $f = \$7{,}00$ (Apéndice: Est.3). De todas formas, no importa tanto cual es este número dado que, por la estrategia de calibración utilizada, B^0 es tal que el precio relativo se va a ajustar y lo que nos interesa es el cambio en el precio relativo y no su nivel. Estimamos también que el punto inicial de equilibrio es aproximadamente $\frac{D^0}{D^0+A^0} = 0{,}49$ (RSG, 2019). Este dato, al igual que antes, nos sirve para calibrar B^0, porque tenemos una ecuación y una variable, si le asignamos algún valor a σ y fijamos a $\gamma = 0{,}5$ igual que antes. No conocemos el valor de σ, pero la calibración de B^0 ante distintos valores de σ no cambia mucho. Con $\sigma = 0{,}01 \rightarrow B^0 = \$17{,}71$, mientras que con $\sigma = 0{,}99 \rightarrow B^0 = \$18{,}70$. Vamos a calibrar a B^0 entonces usando el promedio, $B^0 = \frac{17{,}71+18{,}70}{2} = \$18{,}21.$ [11]

[11] Como lo que nos interesa es el cambio en precios relativos, podemos estimar a B^0 de esta manera simplificada.

Entonces, tenemos $P^0 = \$25{,}71$, $f = \$7{,}00$, $B^0 = \$18{,}21$, $p_r^0 = \$1{,}02$ y $\gamma = 0{,}5$ y no tenemos B^1, τ, σ y tampoco tenemos $\frac{\Delta D}{D^0}$ ni $\frac{\Delta p_r}{p_r^0}$. Por definición, B^1 y τ afectan p_r^1 y por ende, cualquier suposición sobre el peaje o el costo abstracto post-peaje es una suposición sobre el precio relativo post-peaje. Como lo que nos interesa estudiar es la posible caída en demanda ante la introducción de un peaje, podemos hacer distintas suposiciones y analizar distintos casos.

Como tenemos la intuición sobre la elasticidad de la demanda en Nueva York, vamos a estudiar cuanto cae la demanda ante distintos valores de τ y σ. El problema aquí es que debemos hacer una suposición sobre el valor de B^1, el cual, intuitivamente, debería ser distinto ante distintos valores de peaje. Por eso, lo interesante es focalizarnos en el precio relativo, el cual puede ser realizado con distintas combinaciones entre τ y B^1.

Primer Caso: Fijamos cambio en precios relativos y variamos a σ

Podemos asumir que la institución gubernamental que elige el peaje decide elegir un peaje tal que el aumento en el precio de conducir es el mismo de Londres. En este caso, $\tau_{NY} = \$11{,}98$ para que $\frac{\tau_{NY}}{P_{NY}^0} = 46{,}6\%$. Si elegimos a B^1, tal que el aumento en $\frac{\Delta p_r}{p_r^0}$ coincida con el de Londres. Los parámetros que nos quedan entonces son,

τ	P^0	f	B^0	B^1	p_r^0	p_r^1	γ_{NY}
\$11,98	\$25,71	\$7,00	\$18,21	\$24,59	\$1,02	\$1,19	0,5

Veamos como cae la demanda de conducir y las elasticidades ante distintos valores de σ_{NY},

σ_{NY}	**0,1**	**0,2**	**0,3**	**0,4**	**0,5**	**0,6**	**0,67**	**0,7**	**0,8**	**0,9**
$\frac{\Delta D}{D^0}$	-15,3%	-16,2%	-17,4%	-19,0%	-21,3%	-24,7%	-28,3%	-30,3%	-41,2%	-68,3%
ε_{p_r}	-0,90	-0,95	-1,02	-1,12	-1,25	-1,45	***-1,67***	-1,78	-2,43	-4,01

Vemos acá entonces, como cambia la caída en la demanda ante distintos valores de σ_{NY}. Si asumimos que la elasticidad de la demanda de Nueva York debe ser igual o menor a la que encontramos en Londres (más inelástica), tenemos que $\sigma_{NY} \leq 0{,}67$ y que $\frac{\Delta D_{NY}}{D_{NY}^0} \in (-0.283, -0.153)$. Esto es asumiendo que el cambio en precios relativos es el mismo, lo cual nos otorga de cierta forma un rango posible de la caída en la demanda.

En este caso, podemos ver que inclusive ante una demanda muy inelástica, la caída en la demanda es significativa si se logra aumentar los precios relativos en la misma magnitud. Una caída en la demanda de 15,3% es un valor más alto que lo que pronostica el estudio (Colon, 2021).

Segundo Caso: Variamos a σ y variamos al cambio en precio relativo

Veamos ahora como responde la demanda ante distintos cambios en precios relativos y distintos valores de σ. Como el cambio en el precio relativo se puede dar con distintas combinaciones entre τ y B^1, elegimos fijar a $B^1 = 24{,}59\$$ como encontramos en el primer caso y variamos a τ para cambiar el precio relativo[12]. Tenemos entonces,

P^0	f	B^0	B^1	p_r^0	γ_{NY}
\$25,71	\$7,00	\$18,21	\$24,59	\$1,02	0,5

Veamos ahora cuanto cae la demanda antes distintos aumentos en el precio relativo y σ. Vemos los resultados hasta $\sigma_{NY} = 0{,}747$, el valor de Londres.

$\sigma_{NY} \rightarrow$ $\frac{\Delta p_r}{p_r^0} \downarrow$	**0,1**	**0,2**	**0,3**	**0,4**	**0,5**	**0,6**	**0,7**	**0,747**
5% (τ = \$8,12)	-5,0%	-5,3%	-5,8%	-6,3%	-7,1%	-8,3%	-10,3%	-11,8%
10% ($\boldsymbol{\tau}$ = **\$9,73**)	-9,6%	-10,2%	-11,0%	-12,0%	-13,5%	-15,7%	-19,4%	-22,1%
15% ($\boldsymbol{\tau}$ = **\$11,34**)	-13,7%	-14,6%	-15,7%	-17,1%	-19,2%	-22,2%	-27,4%	-31,1%
20% ($\boldsymbol{\tau}$ = **\$12,95**)	-17,5%	-18,6%	-19,9%	-21,8%	-24,3%	-28,1%	-34,4%	-39,0%
25% ($\boldsymbol{\tau}$ = **\$14,56**)	-21,0%	-22,2%	-23,8%	-26,0%	-29,0%	-33,4%	-40,7%	-45,9%
30% ($\boldsymbol{\tau}$ = **\$16,17**)	-24,2%	-25,6%	-27,4%	-29,8%	-33,2%	-38,2%	-46,3%	-52,0%

Aquí podemos ver la importancia del precio relativo. Es el componente clave para reducir la demanda dado que podemos asumir que el σ_{NY} no debería ser mucho menor al de Londres. Pero inclusive con un σ_{NY} tan bajo como 0,1 vemos que un aumento en el precio relativo del 5% reduciría la demanda por un 5%, lo cual es lo que postulamos como cota inferior (ver pg.3). Por supuesto que para comparar las ciudades hay que tener en cuenta la condición

[12] Está claro que intuitivamente, debería existir una relación tal como $B^1(\tau)$, pero, empíricamente, no sabemos ni siquiera si existe, y si existe, no la conocemos. Por eso, fijar a B^1 es una suposición fuerte y por eso el foco debe ser en cuanto cae la demanda ante aumentos en el precio relativo en sí.

inicial de tránsito anterior a la introducción del peaje. Una reducción del 17,4% del tránsito en Nueva York hoy, por ejemplo, puede significar una reducción mayor de la congestión que una caída del 27,0% en Londres 2003. Pero de todas formas podemos que una caída entre 13,7% y 14,3% como se pronostica en el estudio de Colon (2003) es posible con un aumento en el precio relativo en torno al 10% y un peaje alrededor de $10, algo absolutamente realista.

Obviamente, nos falta mucha información para lograr una calibración más apropiada. Es importante remarcar que estamos asumiendo un peaje del mismo formato que Londres, lo cual no tiene por qué terminar siendo el caso. Una pequeña diferencia en excepciones al peaje o horarios en vigencia puede resultar en efectos totalmente distintos porque esto cambia todos los precios relativos. Más allá de sus limitaciones lógicas, el ejercicio de calibración aquí presentado es una herramienta útil para comenzar a entender y pronosticar los efectos de primer orden de la introducción de un sistema de peajes en Nueva York similar al implementado en Londres.

Conclusión

Hemos visto como un simple modelo de equilibrio competitivo mínimamente microfundado nos otorga herramientas para estudiar cómo puede reaccionar la demanda por conducir ante la introducción de un peaje y también comparar como puede variar entre ciudades dependiendo de la diferencia de parámetros y precios relativos. Un resultado importante es que se debe apuntar a un peaje que aumente razonablemente el precio relativo entre ambas alternativas de transporte (privado vs público) para lograr una reducción en la congestión y que, por ende, hay que analizar el equilibrio general y no parcial de introducir un peaje. Un peaje aumenta el precio relativo menos de lo que aumenta el costo de conducir y, por ende, es el precio al cual se debe apuntar para diseñar un peaje efectivo. Vimos también que a causa de esto la elasticidad de la demanda es más alta de lo percibida cuando no internalizamos los cambios en los costos abstractos que definimos. Vemos también que el precio de la alternativa es más alto que en el precio de conducir para los individuos de esta economía y que los costos abstractos componen la mayoría del precio de la alternativa.

Para el caso de Nueva York, nosotros habíamos postulado la hipótesis de que, ante una demanda muy inelástica, la reducción seria mínima (menor al 5%) (ver pág. 3), pero el modelo nos muestra que con un cambio en los precios relativos adecuados se puede lograr una reducción importante (entre 10% y 15%) con un peaje dentro de lo posiblemente previsto (no con un peaje astronómico). El estudio de Nueva York demuestra que el precio relativo entre entrar a un CBD conduciendo y de algún otro modo alternativo es la verdadera clave en cuanto a la implementación del peaje porque, aún con niveles bajos de elasticidad, la caída en demanda puede ser importante. Demuestra que la introducción de un peaje zonal como el de Londres puede llevar a una reducción significante del transito sin cobrar un peaje descomunal. En definitiva, concluimos que un peaje no tan alto puede funcionar para aliviar la congestión en Nueva York.

De todas formas, hay muchísimo espacio para desarrollar este tema. Es posible que los usuarios de las diferentes ciudades difieran no sólo en los parámetros de sus funciones de utilidad, sino que tengan preferencias diferentes, expresadas en términos de diferentes formas funcionales de sus funciones de utilidad, o diferentes restricciones presupuestarias o de infraestructura, lo cual puede estudiarse en una economía con más de dos bienes. Podría formularse un modelo donde el ingreso del individuo tiene influencia sobre la decisión de consumo óptimo en ambos bienes. También podría ser interesante estimar la relación entre τ y Δp_r, tal que $B^1(B^0, \tau)$. Sería interesante conocer si esta relación existe y si es lineal, exponencial, etc, y sería una relación importante de conocer a la hora de introducir un peaje y modelar los efectos. Pero, en definitiva, este modelo sirve para estudiar los problemas de congestión y las respuestas a aumento de precios y costos, no sólo de un peaje, de manera sencilla.

Referencias

Arnott, de Palma, Lindsey. 1993. «The Welfare Effects of Congestion Tolls with Heterogeneous Commuters.» *Boston College Working Papers in Economics.*

Burris, M.W. 2003. «THE TOLL-PRICE COMPONENT OF TRAVEL DEMAND ELASTICITY.» *International Journal of Transport Economics* 45-59.

Colon, Dave. 2021. «Revealed: Early Congestion Pricing Study Shows Congestion Pricing Works.» *Streetsblog NYC*, 9 de December.

de Grange, Troncoso, Gonzalez. 2017. «A Road Pricing Model for Congested Highways.» *Journal of Advanced Transportation.*

Dempsey, Noel. 2018. «Railways: fares statistics.» *House of Commons Library.*

Hau, Timothy D. 1992. *Congestion Charging Mechanisms for Roads.* The World Bank: Infrastructure and Urban Development Department.

Hirschman, I, C Mcknight, y J Pucher. 1995. «Bridge and tunnel toll elasticities in New York.» *Transportation 22* 97-113.

Holdsworth, Rachel. 2015. «London Transport Fares 2000-2016.» *Londonist*, 15 de December.

Lindsey, Verhoef. 2000. *Traffic Congestion and Congestion Pricing.* Amsterdam: Tinbergen Institute.

Marchand, Maurice. 1968. «A Note on Optimal Tolls in an Imperfect Environment.» *Econometrica* 575-581.

NYC Department of Transportation. 2019. «New York City Mobility Report.» Mobility Report, New York.

Oron, Pines and Sheshinski. 1973. «Optimum vs. Equilibrium Land Use Pattern and Congestion Toll.» *The Bell Journal of Economics and Management Science* (RAND) 619-636.

Reg Evans for Modelling and Evaluation Team. 2008. *Demand Elasticities for Car Trips to Central London.* Policiy Analysis Division, London: Transport for London.

RSG. 2019. *2019 Citywide Mobility Survey Results.* Survey, New York: NYC Department of Transportation.

Shah, Anwar M. 1990. «OPTIMAL PRICING OF TRAFFIC EXTERNALITIES: THEORY AND MEASUREMENT.» *International Journal of Transport Economics* 3-19.

Small, Gomez-Ibañez. 1998. «Road Pricing for Congestion Management: The Transition from Theory to Policy.» *Road Prtcmg, Traffic Congestton and the Envtronment* 213-246.

Small, Winston, Yan, Baum-Snow, Gómez-Ibáñez. 2006. «Differentiated Road Pricing, Express Lanes, and Carpools: Exploiting Heterogeneous Preferences in Policy Design.» *Brookings-Wharton Papers on Urban Affairs* 53-96.

2021. *speedlimit.org.* May. Último acceso: 19 de April de 2022. http://www.speedlimit.org.uk/petrolprices.html.

Statista. 2020. «Average fuel consumption of new petrol and diesel cars in Great Britain from 2000 to 2019.» Research, UK.

Surico, John. 2019. «A tale of two metros: how the London tube beat the New York subway.» *The Guardian*, 16 de December.

Transport for London. 2003. *Impacts Monitoring - First Annual Report.* Impacts Report, London: Impacts Monitoring Group in the Congestion Charging Division.

Transport for London. 2004. *Impacts monitoring Second Annual Report.* Impacts Report, London: Mayor of London.

Transport for London. 2008. *Impacts monitoring Sixth Annual Report.* Impacts Report, London: Mayor of London.

Walters, A.A. 1968. *The Economics of Road User Charges.* Ocassional Papers Number 5, World Bank: International Bank of Reconstruction and Development.

Zhang, Levinson, Zhu. 2008. «Agent-Based Model of Price Competition, Capacity Choice, and Product Differentiation on Congested Networks.» *Journal of Transport Economics and Policy* 435-461.

Apéndice

Estimación 1

$$Promedio\frac{£}{L} * \ Promedio\ Km\ Viaje * \ Promedio\ L/km \ = \ Gasto\ Combsutible$$

Todas estas variables se encuentran en el reporte de Transport for London (Reg Evans, 2008). Revisamos los datos de 2008 a 2003 usando (speedlimit.org) para el precio por litro y (Statista, 2020) para el kilometraje. El resultado es $Combustible = £5.05$

Luego estacionamiento promedio de los usuarios es asumiendo que el 48% paga cuando entra a la zona (Reg Evans, 2008). $Estacionamiento = \ £5.67$

Tenemos entonces $P^0 = 5.05 + 5.67 = £10.72$

Para calcular el costo de boleto f, vamos a usar la cantidad de demanda que se fue de conducir a taxi, bus, subte o tren para ponderar el precio promedio de cada uno (Transport for London, 2004). Usando el segundo reporte anual, es imposible de saber acorde a sus explicaciones porque saben que parte de la demanda se fue al tren y al subte, pero los niveles totales bajaron (por otras razones ajenas al peaje). Por lo tanto, hacemos una ponderación estimada otorgándole un poco más de peso al taxi y al bus, que sabemos fueron los que más demanda recibieron.

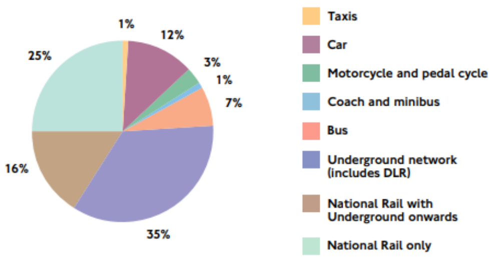

Imagen Ap.1: (Transport for London, 2003) pg. 16

Usando el Imagen A1, podemos dedicarle una leve ponderación mayor al colectivo (porque este grafico es de la composición de modos que gente entra a la zona, de las cuales la gran mayoría no entra en nuestra economía) pero la podemos usar de referencia para saber que sería demasiado ponderar al taxi o subte con 40% cada uno. Taxis cuestan aproximadamente 1.80£ por milla y la distancia de viaje promedio in nuestra economía en taxi es algo alrededor de 10km, por ende 20km en un día (Transport for London, 2004), tenemos el costo del taxi es £22.37 promedio. Luego si el boleto promedio de tren es 10£ hoy, con los índices de (Dempsey, 2018) podemos calcular que en 2002-2003 fue 5.63£. Luego, bus estaba 1£ y subte 2.80£ (Holdsworth, 2015).Tenemos el costo promedio ponderado del alternativo: $bus * 0.43 + subte * 0.28 + tren * 0.20 + 0.09 * taxi = f \ = \ £\ 4{,}35$.

Entonces, como $B = 0$,

$$\frac{\tau}{P^0} = \Delta p_r = 46{,}6\%$$

El cambio en el precio nominal es igual al precio relativo, dado que no estamos los costos abstractos.

Estimación 2

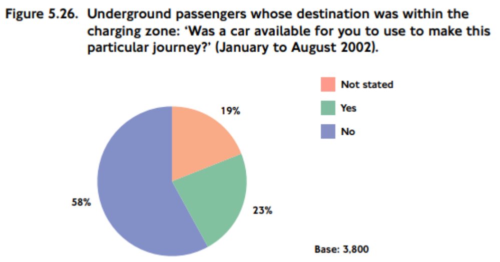

Imagen Ap.2: Transport for London, 2003: pg. 124

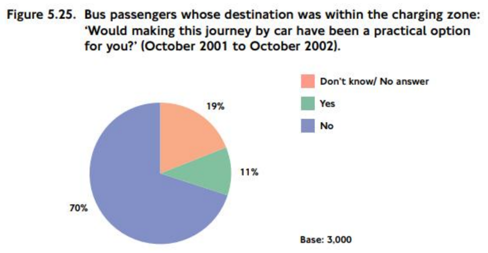

Imagen Ap.3: Transport for London, 2003: pg. 124

Ususario de bus con ambas opciones: 0.11/0.81=13.6%
Ususario de subte con ambas: 0.23/0.81=28.4%
Usando Imagen 1, podemos aplicarles estos porcentajes a los de la Imagen 1 para estimar la fracción de ususarios que optaron el modo alternativo antes del peaje pero que tenian acceso al auto (por ende que pertenecen a nuestra economia). Aplicando el 28.4% al Underground y National Rail, y 13.6% a Bus y Coach and Minibus, obtenemos los siguientes porcentajes. 21.6% Rail/Undergr, 1.1% Bus. Entonces, tendriamos que 21.6+1.1= 22.7% toma el transporte alternativo, y el restante en vehiculo. Redondeamos a 23% modo alternativo para incluir los pocos que existen dentro de la categoria de taxi y moto/bicicleta. Por ende, 77% conduce.

Para calcular el efecto sustitución, nos referimos a la Imagen 4 y usamos el promedio de cada rango. Los que componen el efecto ingreso son aquellos que dejaron de entrar a la zona de cobro. Efecto ingreso= (2.500+2.500+17.500)/67.500= 33.3%

Table 5.1 Estimated reduction in car driver movements coming into the charging zone

Total reduction in car movements at zone boundary	65,000 to 70,000
Through car movements – diverting around the charging zone, other changes	15,000 to 20,000
Terminating car movements – transfers to bus, underground rail	35,000 to 40,000
Terminating car movements – transfers to cycle, walk, motorcycle, taxi, car share	5,000 to 10,000
Terminating car movements – travelling outside charging hours	Under 5,000
Terminating car movements – travel to other destinations, reduced frequency	Under 5,000

Imagen Ap.4: Transport for London, 2004: pg.58

Estimación 3

$Promedio\frac{\$}{gal} * \ Promedio\ millas\ Viaje * \ Promedio\frac{mi}{g} = Combsutible = \$4{,}00$ (RSG, 2019)

Costo de estacionamiento y costo de otros peajes (de puentes, túneles, etc) los podemos estimar aproximadamente como $10 cada uno en promedio (NYC Department of Transportation, 2019) De todas formas, nuestro análisis aquí es totalmente teórico y lo que nos interesa es el cambio en precio relativo, por lo cual, no importa tanto lo que encontramos para P^0 dado que B^0 se va ajustar a base de lo que elijamos para τ. Por esto es que en definitiva, P^0 es un punto de referencia en este caso y no requiere de una estimación meticulosa.

Luego para f podemos hacer una estimación de los costos de promediando el boleto del subte, el colectivo y tren en torno a los $7,00 usando los precios de cada (promedio para tren y colectivo) y las ponderaciones acordes a la fracción en la que ingresa cada uno en RSG (2019).

Proceso de Calibración

Para resolver estos sistemas de ecuaciones usamos el *"GRG Nonlinear Solving Method"* de Microsoft Excel, el cual nos permite resolver sistemas de ecuaciones no lineales. Tenemos que primero encontrar a B^0 para luego poder encontrar a σ y a B^1. Para esto usamos el primer dato concreto, la fracción inicial del equilibrio. Pero, para hacer esto, tenemos que asignarle un valor a σ, el cual no calibramos aún. Por esto, vamos a asignarle un valor preliminar al parámetro, el cual vamos a llamar σ'. Entonces,

- Paso 1)

$$\frac{D(P^0, f + B^0)}{D(P^0, f + B^0) + A(P^0, f + B^0)} =$$

$$\frac{(4{,}35 + B^0)^{\frac{\sigma'}{\sigma'-1}}(10{,}72)^{\frac{1}{1-\sigma'}}\left(\frac{0.5}{1-0.5}\right)^{\frac{1}{\sigma'-1}} + (10{,}72)}{\left\{(4{,}35 + B^0)^{\frac{\sigma'}{\sigma'-1}}(10{,}72)^{\frac{1}{1-\sigma'}}\left(\frac{0.5}{1-0.5}\right) + (10{,}72)\right\} + \left\{(10{,}72)^{\frac{\sigma'}{\sigma'-1}}(4{,}35 + B^0)^{\frac{1}{1-\sigma'}}\left(\frac{0.5}{1-0.5}\right) + (4{,}35 + B^0)\right\}} = 0.77$$

Resolvemos para B^0, la única variable, y obtenemos $B^{0\prime}$ (condicional al σ' que elegimos).

- Paso 2)

Ahora, con este valor de $B^{0\prime}$, vamos a usar los tres datos concretos para armar un sistema de tres ecuaciones y tres variables, σ'', γ'' y $B^{1\prime}$. Ahora el parámetro de sigma va a volver a variar para que se pueda resolver el sistema. Sabemos que γ debería ser 0,5 como lo habíamos fijado, pero lo vamos a dejar variar este parámetros en este sistema para que exista la solución. La solución final nos va otorgar valores para estos tres parámetros condicionales en σ'.

Tenemos 3 variables y 3 ecuaciones.

1) $\frac{D(P^0,f+B^0)}{D(P^0,f+B^0)+A(P^0,f+B^0)} =$

$$\frac{(4{,}35+11{,}63)^{\frac{\sigma'}{\sigma'-1}}(10{,}72)^{\frac{1}{1-\sigma'}}\left(\frac{\gamma}{1-\gamma}\right)^{\frac{1}{\sigma'-1}}+(10{,}72)}{\left\{(4{,}35+11{,}63)^{\frac{\sigma'}{\sigma'-1}}(10{,}72)^{\frac{1}{1-\sigma'}}\left(\frac{\gamma}{1-\gamma}\right)^{\frac{1}{\sigma'-1}}+(10{,}72)\right\}+\left\{(10{,}72)^{\frac{\sigma'}{\sigma'-1}}(4{,}35+11{,}63)^{\frac{1}{1-\sigma'}}\left(\frac{\gamma}{1-\gamma}\right)^{\frac{1}{\sigma'-1}}+(4{,}35+11{,}63)\right\}}$$

$= 0.77$

$$\frac{\Delta A}{\Delta D+\Delta A} = \frac{\left\{(15{,}72)^{\frac{\sigma'}{\sigma'-1}}(4{,}35+B^1)^{\frac{1}{1-\sigma'}}\left(\frac{\gamma}{1-\gamma}\right)^{\frac{1}{\sigma'-1}}+(4{,}35+B^1)\right\}-\left\{(10{,}72)^{\frac{\sigma'}{\sigma'-1}}(4{,}35+11{,}63)^{\frac{1}{1-\sigma'}}\left(\frac{\gamma}{1-\gamma}\right)^{\frac{1}{\sigma'-1}}+(4{,}35+11{,}63)\right\}}{\left\{(4{,}35+B^1)^{\frac{\sigma'}{\sigma'-1}}(15{,}72)^{\frac{1}{1-\sigma'}}\left(\frac{\gamma}{1-\gamma}\right)^{\frac{1}{\sigma'-1}}+(15{,}72)-(4{,}35+11{,}63)^{\frac{\sigma'}{\sigma'-1}}(10{,}72)^{\frac{1}{1-\sigma'}}\left(\frac{\gamma}{1-\gamma}\right)^{\frac{1}{\sigma'-1}}-(10{,}72)\right\}+\left\{(15{,}72)^{\frac{\sigma'}{\sigma'-1}}(4{,}35+B^1)^{\frac{1}{1-\sigma'}}\left(\frac{\gamma}{1-\gamma}\right)^{\frac{1}{\sigma'-1}}+(4{,}35+B^1)\right\}-\left\{(10{,}72)^{\frac{\sigma'}{\sigma'-1}}(4{,}35+11{,}63)^{\frac{1}{1-\sigma'}}\left(\frac{\gamma}{1-\gamma}\right)+(4{,}35+11{,}63)\right\}}$$

$= -0{,}66$

2) $$\frac{\Delta D}{D(P^0,f+B^0)} = \frac{\left\{(4{,}35+B^1)^{\frac{\sigma'}{\sigma'-1}}(15{,}72)^{\frac{1}{1-\sigma'}}\left(\frac{\gamma}{1-\gamma}\right)^{\frac{1}{\sigma'-1}}+(15{,}72)-(4{,}35+11{,}63)^{\frac{\sigma'}{\sigma'-1}}(10{,}72)^{\frac{1}{1-\sigma'}}\left(\frac{\gamma}{1-\gamma}\right)^{\frac{1}{\sigma'-1}}-(10{,}72)\right\}}{(4{,}35+11{,}63)^{\frac{\sigma'}{\sigma'-1}}(10{,}72)^{\frac{1}{1-\sigma'}}\left(\frac{\gamma}{1-\gamma}\right)^{\frac{1}{\sigma'-1}}+(10{,}72)} =$$

$-0{,}27$

Usando Excel, resolvemos este sistema de ecuaciones.

Luego de los primeros dos pasos, vamos a tener valores de $B^{0\prime}$, $B^{1\prime}$, σ'' y γ''. Vemos que el σ' que elegimos en el Paso 1 es el que parámetro que condiciona todo el procedimiento. Si cambiamos la elección de σ', obtenemos un valor distinto de $B^{0\prime}$ y por ende valores distintos para todos los otros parámetros.

- Paso 3)

Si resulta que $\gamma'' \neq 0{,}5$, debemos volver al Paso 1 y elegir un σ' nuevo y repetir el procedimiento hasta llegar a $\gamma'' = \gamma = 0{,}5$. Una vez que el Paso 2 resuelve que $\gamma'' = \gamma = 0{,}5$, tendremos que $\sigma' = \sigma'' = \sigma$, $B^{0\prime} = B^0$ y $B^{1\prime} = B^1$.

- Paso 4)

Chequear que si arrancamos con la elección de $\sigma' = \sigma$, se cumple que $\gamma'' = \gamma = 0{,}5$ y que $\sigma' = \sigma'' = \sigma$.

Solución 1

$$\frac{\gamma}{1-\gamma}\left(\frac{\mathrm{D}}{A}\right)^{\sigma-1} = \frac{P}{C} \ \rightarrow \ \frac{D}{A} = \left(\frac{P(1-\gamma)}{C\gamma}\right)^{\frac{1}{\sigma-1}}$$

Para encontrar D,

$$PD + CD\left(\frac{C\gamma}{P(1-\gamma)}\right)^{\frac{1}{\sigma-1}} = I - e(P,C) \rightarrow D\left(P + C^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}P^{\frac{1}{1-\sigma}}\left(\frac{\gamma}{1-\gamma}\right)^{\frac{1}{\sigma-1}}\right) = I - e$$

$$D(P,C) = \frac{I - e(P,C)}{C^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}P^{\frac{1}{1-\sigma}}\left(\frac{\gamma}{1-\gamma}\right)^{\frac{1}{\sigma-1}} + P}$$

Para encontrar A,

$$PA\left(\frac{P(1-\gamma)}{C\gamma}\right)^{\frac{1}{\sigma-1}} + CA = I - e(P,C) = \ A\left(C + P^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}C^{\frac{1}{1-\sigma}}\left(\frac{1-\gamma}{\gamma}\right)^{\frac{1}{\sigma-1}}\right)$$

Solución 2

Para encontrar e, tenemos que primero encontrar las demandas de D y A. De Eq. 5, tenemos que,

$$A = \left[\frac{D^{\frac{(1-\sigma)\sigma}{\alpha-\sigma}}\left(\frac{P}{\alpha\gamma}\right)^{\frac{\sigma}{\alpha-\sigma}} - \gamma D^{\sigma}}{1-\gamma}\right]^{\frac{1}{\sigma}}$$

Reemplazamos esto por A en Eq. 6, y obtenemos,

$$\left\{\gamma D^{\sigma} + (1-\gamma)\left(\left[\frac{D^{\frac{(1-\sigma)\sigma}{\alpha-\sigma}}\left(\frac{P}{\alpha\gamma}\right)^{\frac{\sigma}{\alpha-\sigma}} - \gamma D^{\sigma}}{1-\gamma}\right]^{\frac{1}{\sigma}}\right)^{\sigma}\right\}^{\frac{\alpha-\sigma}{\sigma}} \alpha(1-\gamma)\left(\left[\frac{D^{\frac{(1-\sigma)\sigma}{\alpha-\sigma}}\left(\frac{P}{\alpha\gamma}\right)^{\frac{\sigma}{\alpha-\sigma}} - \gamma D^{\sigma}}{1-\gamma}\right]^{\frac{1}{\sigma}}\right)^{\sigma-1} = C$$

Cuando resolvemos para D, obtenemos la función de la demanda

$$D(P,C)=\left[\frac{\alpha\gamma\left(\left(\frac{(\gamma C)^{\sigma}}{(1-\gamma)P^{\sigma}}\right)^{\frac{1}{\sigma-1}}+\gamma\right)^{\frac{\alpha-\sigma}{\sigma}}}{P}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

Resolvemos para A,

$$A(P,C)=\left[\frac{\alpha(1-\gamma)\left(\left(\frac{\left((1-\gamma)P\right)^{\sigma}}{\gamma C^{\sigma}}\right)^{\frac{1}{\sigma-1}}+1-\gamma\right)^{\frac{\alpha-\sigma}{\sigma}}}{C}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

Entonces, como $e(P,C)=I-PD(P,C)-CA(P,C)$

$$e(P,C)=I-P^{\frac{\alpha}{\alpha-1}}\left(\alpha\gamma\left(\left(\frac{(\gamma C)^{\sigma}}{(1-\gamma)P^{\sigma}}\right)^{\frac{1}{\sigma-1}}+\gamma\right)^{\frac{\alpha-\sigma}{\sigma}}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}-C^{\frac{\alpha}{\alpha-1}}\left(\alpha(1-\gamma)\left(\left(\frac{\left((1-\gamma)P\right)^{\sigma}}{\gamma C^{\sigma}}\right)^{\frac{1}{\sigma-1}}+1-\gamma\right)^{\frac{\alpha-\sigma}{\sigma}}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$