Incentives stratégicos y la venta de información

Rosina Rodriguez Olivera*

August 26, 2020

Abstract

Un vendedor de datos ofrece información a compradores de datos que cuentan con información privada e interactúan en un juego de información incompleta. La disposición a pagar de los compradores por información depende de la precisión y correlación de su información privada y de sus interacciones estratégicas. El vendedor de datos ofrece un menú de experimentos para revelar la información privada de los compradores y extrae todo el excedente generado explotando la calidad y posición de la información. En el menú óptimo, el vendedor de datos ofrece un experimento perfectamente informativo y un experimento concentrado. El vendedor de datos puede proporcionar dos experimentos informativos incluso cuando los compradores de datos tienen creencias estrictamente congruentes si: i) los compradores de datos tienen incentivos de coordinación y su información privada está correlacionada negativamente o ii) los compradores de datos tienen incentivos de anti-coordinación y su la información privada está correlacionada positivamente.

*Departmento de economia, University of Michigan, rorodrig@umich.edu.

En muchos escenarios económicos, los agentes toman decisiones bajo incertidumbre. La presencia de empresas que recopilan, agregan y venden información permite a los agentes complementar potencialmente su información privada y mejorar su toma de decisiones. A menudo, los agentes que adquieren información interactúan con otros en mercados. Por ejemplo, firmas adquieren información sobre las condiciones de la demanda para mejorar sus decisiones de precios y competir de manera más eficaz. Del mismo modo, inversores compran información sobre la rentabilidad de sus opciones de inversión y pueden tener incentivos para coordinar sus inversiones con otros. Una característica clave es que, dado que las decisiones de información afectan las decisiones de equilibrio, como precios y cantidades, la demanda de información depende de los incentivos estratégicos entre compradores de datos, que también determinan la oferta óptima de información.

En este artículo, analizo la venta directa de información complementaria en un juego estilizado de información incompleta. Un vendedor de datos posee una base de datos que contiene información sobre el estado a los compradores de datos. Especificamente, considere dos compradores de datos con información privada que interactúan en un juego de información incompleta con dos etapas. En la etapa de información, los compradores de datos pueden adquirir simultáneamente información complementaria, ofrecida por el vendedor de datos, para reducir su incertidumbre sobre el estado. Las decisiones de adquisición de información de los compradores de datos no son observables para otros compradores y las realizaciones de señales son privadas y condicionalmente independientes. En la etapa de acción, los compradores de datos seleccionan simultáneamente una acción para maximizar sus beneficios esperados. La existencia de información privada implica que el vendedor de datos tiene incertidumbre acerca de la demanda de información y que los compradores de datos deben hacer inferencias sobre la información privada observada por otros. En este contexto, respondo las siguientes preguntas. ¿Cuál es el menú óptimo información para el vendedor de datos cuando se enfrenta a múltiples compradores de datos con información privada? ¿Cómo depende de sus incentivos estratégicos en la etapa de acción y la correlación entre su información privada?

La disposición a pagar de los compradores de datos depende de la precisión y correlación de su información privada, así como de los incentivos estratégicos en la etapa de acción. La precisión de su información privada determina su demanda de información adicional. En particular, los compradores de datos menos informados asignan un mayor valor a la información complementaria. La correlación entre su información privada impacta sus creencias respecto a la información observada por otros en equilibrio, lo que afecta la disposición a pagar por información dependiendo en los incentivos estratégicos de los compradores de datos en la etapa de acción. El efecto sobre la disposición a pagar depende entonces en la presencia o ausencia de incentivos de coordinación en la etapa de acción. Los compradores de datos tienen incentivos de coordinación (incentivos anti-coordinación) si la ganancia esperada de elegir una acción aumenta (disminuye) en la probabilidad de que el otro comprador de datos elija la misma acción. En consecuencia, con los incentivos de coordinación (incentivos de anti-coordinación), la disposición a pagar de un comprador de datos aumenta (disminuye) en la precisión de la información observada por otros.

La información privada de los compradores de datos induce dos posibles creencias interinas, que pueden interpretarse como su tipo. Cuando el estado también es binario, los tipos son unidimensionales, caracterizados por la probabilidad que asignan a uno de los estados. El tipo alto es definido como aquel que otorga un valor más alto al experimento totalmente informativo. El vendedor de datos diseña un menú de experimentos de Blackwell y precios para filtrar los tipos de los compradores de datos, distorsionando la información proporcionada al tipo bajo para cobrar precios más altos al tipo alto. La interacción entre los incentivos estratégicos y la correlación de la información privada amplía las oportunidades del vendedor de datos de servir a ambos segmentos del mercado, aumentando sus ganancias.

El menú óptimo satisface dos propiedades estándar de la literatura de screening: "no distortion at the top" and "no rent at the bottom". Sin embargo, el vendedor de datos también puede extraer todo el excedente del tipo alto. El resultado total de la extracción de excedentes es una consecuencia de la naturaleza de las preferencias de información de los compradores de datos. Dado que la información es valiosa para un comprador de datos si y solo si afecta sus elecciones, las preferencias del comprador de datos dependen de su precisión (calidad) y de qué se trata la información (posición). De hecho, diferentes tipos valoran los experimentos de manera diferente y pueden no estar de acuerdo en ranking de los experimentos parcialmente informativos. Como resultado, las preferencias y la disposición a pagar por la información no se pueden ordenar entre tipos, una característica común en los modelos de screening multidimensionales (Rochet and Stole (2003)). El vendedor de datos captura todo el excedente distorsionando la información proporcionada al tipo bajo y seleccionando la posición de la información de manera que el tipo alto este indiferente entre ambos experimentos.

Los principales resultados son los siguientes. El menú óptimo contiene el experimento perfectamente informativo que se ofrece al tipo alto y un experimento concentrado diseñado para el tipo bajo. La caracterización completa de la información ofrecida al tipo bajo depende de la distribución de los tipos de compradores de datos y de los incentivos estratégicos en la etapa de acción. Consistente con la literatura (Bergemann et al. (2018)), si todos los tipos de compradores de datos tomaran diferentes acciones sin información adicional (creencias no congruentes), sus preferencias sobre los experimentos parcialmente informativos no están alineadas. En este caso, el vendedor de datos puede proporcionar información parcial al tipo bajo, lo que mejora su toma de decisiones, pero no tiene ningún efecto sobre las elecciones del tipo alto. Sin embargo, también demuestro que las propiedades cuantitativas del menú óptimo dependen de los incentivos estratégicos y la correlación de la información privada. Adicionalmente, a diferencia de la literatura, si los tipos de compradores de datos elegirían la misma acción sin información adicional (creencias congruentes), también demuestro que la interacción entre los incentivos estratégicos y la correlación de la información privada es el principal determinante de las características de la menú óptimo. En particular, el vendedor de datos puede proporcionar información parcial al tipo bajo si: i) los compradores de datos tienen incentivos de coordinación en la etapa de acción y su información privada está correlacionada negativamente, o ii) los compradores de datos tienen incentivos de anti-coordinación y su información privada está correlacionada positivamente. Los resultados destacan que la interacción de incentivos estratégicos e información privada correlacionada puede relajar las restricciones de compatibilidad de incentivos, lo que permite al vendedor de datos aumentar las ganancias al no excluir del mercado el segmento de tipo bajo. Esto destaca la importancia de considerar las interacciones estratégicas entre compradores de datos al diseñar ofertas de información, dado que los compradores de datos generalmente interactúan con otros. Este resultado de no exclusión es consistente con los resultados de la literatura de screening multidimensional (Rochet and Stole (2003)), en la que el vendedor de datos ofrece información parcial y distorsionada al tipo bajo, diseñado para asegurar que el tipo alto este indiferente entre las ofertas de información.

Las características cualitativas del menú óptimo solo son independientes de los incentivos estratégicos en el caso especial en el que la información privada es condicionalmente independiente. Sin embargo, la interacción puede aumentar la demanda de información complementaria con respecto al caso de información condicionalmente independiente. Intuitivamente, cuando la información privada está correlacionada negativamente, los compradores de datos asignan una mayor probabilidad a observar diferente información privada. Por lo tanto, la demanda de información complementaria aumenta cuando los compradores de datos tienen incentivos de coordinación, ya que aumenta la correlación entre sus decisiones y la correlación con el estado. Asimismo, cuando su información privada está correlacionada positivamente y tienen incentivos anti-coordinación, adquirir información condicionalmente independiente les permite reducir la correlación entre sus acciones.

Este artículo presenta un problema de screening multidimensional en el que las preferencias por la información reducen la elección del vendedor de datos a dos dimensiones relevantes, su calidad y su posición. Las preferencias sobre estas dimensiones están determinadas por un parámetro unidimensional, que caracteriza la información privada. Por lo tanto, el vendedor de datos enfrenta un problema de screening con dos instrumentos (más allá del precio) en los que las preferencias entre tipos no están ordenadas y no son separables. Estas características, junto con la interacción de incentivos estratégicos y la correlación de información privada, determinan las características cualitativas del menú óptimo.

Este artículo contribuye a la literatura sobre diseño de información en juegos con agentes con información privada. A diferencia de los artículos en los que los jugadores tienen creencias iniciales comunes, considero el rol de la información privada y su correlación para determinar la oferta de información óptima del vendedor.

Los compradores de datos pueden tener experiencias previas heterogéneas que brindan información privada sobre el estado, lo que afecta su demanda de información e incentivos para que el vendedor de datos brinde información. El artículo también contribuye a la literatura sobre la venta de información a tomadores de decisiones informados de manera imperfecta. Dentro del enfoque de diseño de mecanismos a la venta de información, está más estrechamente relacionado con Bergemann et al. (2018), que estudia el diseño y la apreciación ex ante de los experimentos de Blackwell para un solo receptor con información privada. Extiendo su análisis a un entorno con múltiples compradores de datos y considero explícitamente cómo la oferta de información óptima depende de las interacciones estratégicas entre los compradores de datos y la correlación de la información privada. Eső and Szentes (2007) and Li and Shi (2017) consideran también escenarios con múltiples jugadores, pero en los que el vendedor de datos se involucra en la fijación de precios ex-post y las acciones de los compradores de datos son contractuales, mientras que yo restrinjo los precios para que dependan únicamente de la información en sí. Por último, trabajo previo estudia la venta monopolística de información a múltiples receptores con interacciones estratégicas pero sin información privada (Admati and Pfleiderer (1986), Admati and Pfleiderer (1990) and Kastl et al. (2018)). Por el contrario, considero un entorno en el que los compradores de datos son informados y estudio el papel de la interacción entre la información privada correlacionada y los incentivos estratégicos para determinar la oferta de información óptima.

El resto del artículo est'a organizado de la siguiente manera: la Secci'on 1 describe el modelo, la Secci'on 2 deriva resultados preliminares, la Secci'on 3 identifica el men'u 'optimo y la Secci'on 4 concluye.

1 El modelo

Considere un escenario con dos compradores de datos y un vendedor de datos. Los compradores de datos juegan un juego de información incompleta, donde i indexa a un comprador genérico y j representa al otro comprador. El estado ω es seleccionado de un conjunto binario $\Omega = \{\omega_1, \omega_2\}$. Los compradores de datos poseen información privada sobre el estado y asignan probabilidad $\theta \in \{\theta_L, \theta_H\}$ al estado ω_1, donde la correlación entre su información privada se caracteriza por los parámetros ρ y ν. Formalmente, la distribución conjunta de la información privada de los compradores de datos es definida en la Tabla 1 donde $\rho \in (0,1)$ y $\nu \in \left(0, \frac{1-\rho}{2}\right)$.

	θ_L	θ_H
θ_L	$1-2\nu-\rho$	ν
θ_H	ν	ρ

Table 1: Distribución conjunta de información privada.

El juego tiene dos etapas: la etapa de información y la etapa de acción. En la etapa de información, el vendedor de datos ofrece un menú de experimentos de Blackwell y precios a los compradores de datos con información privada. Los compradores de datos deciden simultáneamente si adquieren o no información. Si compran información, privadamente observan la realización de una señal y actualizan sus creencias en consecuencia. Los compradores de datos no observan las elecciones de los demás en el menú. En la etapa de acción, los compradores de datos seleccionan simultáneamente acciones del conjunto binario $A = \{a_1, a_2\}$ para maximizar sus pagos condicionales en la señal. Los pagos $u : A \times \Omega \to \mathbb{R}$, definidos en la Tabla 2, son simétricos y caracterizados por $c > 0$.[1]

$\omega = \omega_1$	a_1	a_2
a_1	$1,1$	$c,0$
a_2	$0,c$	$0,0$

$\omega = \omega_2$	a_1	a_2
a_1	$0,0$	$0,c$
a_2	$c,0$	$1,1$

Table 2: Pagos en la etapa de acción.

Bajo estos supuestos, es una estrategia dominante ex post para los compradores de datos seleccionar la accion que corresponde con el estado ω. Los compradores de datos tienen

[1] Todo juego simétrico de 2×2 en el que los jugadores tienen incentivos de coincidir con el estado puede ser normalizados de esta manera.

incentivos de coordinación (anti-coordinación) si la ganancia esperada de elegir una acción aumenta (disminuye) en la probabilidad de que el otro comprador de datos elija la misma acción. Es decir, los compradores de datos tienen incentivos de coordinación si $c < 1$ y tienen incentivos anti-coordinación si $c > 1$.

Experiments. Un experimento $E^m = (S^m, \{\pi^m(\cdot|\omega)\}_{\omega \in \Omega})$ consiste en un conjunto finito de realizaciones de señales $s_\ell^m \in S^m$ y una familia de distribuciones condicionales π^m donde

$$\pi_{\ell,k}^m := \mathbb{P}(s_\ell^m|\omega_k),\ \pi_{\ell,k}^m \geq 0 \text{ and } \sum_{\ell=1}^{L^m} \pi_{\ell,k}^m = 1$$

y $L^m = |S^m|$. Sea $\mathcal{E}$ el conjunto de experimentos factibles E^m. El costo del vendedor por proporcionar información es cero.

Un experimento E^m puede ser representado por una matriz estocástica en la que cada columna representa un estado y cada fila una realiación de la señal, como en la tabla 3.

	ω_1	ω_2
s_1	$\pi_{1,1}^m$	$\pi_{1,2}^m$
s_2	$\pi_{2,1}^m$	$\pi_{2,2}^m$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
s_{L^m}	$\pi_{L^m,1}^m$	$\pi_{L^m,2}^m$

Table 3: Matriz de representación de experimento E^m.

Asuma que la realización de la información privada de los compradores de datos y la realización de su señal $s \in S^m$ de cualquier experimento E^m son independientes condicionados al estado ω. Además, suponga que las realizaciones de señales entre compradores de datos son condicionalmente independientes. El primer supuesto implica que el valor de un experimento está determinado por la información privada de los compradores de datos, su correlación y la naturaleza de los incentivos estratégicos. También implica que su valor puede derivarse independientemente de su precio. El segundo supuesto descarta que las señales puedan usarse como un dispositivo de coordinación, excepto solo a través de su correlación con el estado. Como tal, asegura que los compradores de datos asignan ningún valor al experimento que brinda ninguna información.

Conjunto de estrategias del vendedor de datos. El vendedor de datos ofrece un menú simétrico de experimentos de Blackwell y precios individuales con señales arbitrariamente informativas. Sea $\mathcal{M} = (E^m, t^m)_{m=1}^M$ el menu de experimentos ofrecios por el vendedor de datos donde E^m es ofrecido al precio t^m y M es el número de experimentos incluídos en el menú con $m \in \{1, 2.., M\}$. Suponga que solo el experimento en sí es contraíble, no su realización, el estado realizado o las acciones de los compradores de datos. Formalmente, una estrategia para el vendedor de datos es un menú $\mathcal{M} = (E^m, t^m)_{m=1}^M$ donde $t^m \in \mathbb{R}$ y $E^m \in \mathcal{E}$.

Conjunto de estrategias de compradores de datos. Cada comprador de datos i de tipo θ decide si to suplementar su información privada. Sea $\iota_{i\theta} \in \{0, 1, ..., M\}$ la decisión de adquisición de información del comprador de datos i donde $\iota_{i\theta} = 0$ representa el caseo en el que no acquire informació adicional y $\iota_{i\theta} = m$ el caso en el que adquire experimento E^m. Condicional a toda su información, el comprador de datos i elige una acción del conjunto $\{a_1, a_2\}$. Formalment, una estrategia pura para el comprador de datos i de tipo θ consiste en un par $(\iota_{i\theta}, \alpha_{i\theta})$ donde $\iota_{i\theta} \in \{0, 1, ..., M\}$ y $\alpha_{i\theta} = (\alpha_{i,\iota_{i\theta}} : S^{\iota_{i\theta}} \to \{a_1, a_2\})_{\iota_{i\theta}=0}^M$.

Timing. Antes de que se realice el estado ω, el vendedor de datos ofrece un menú de experimentos y precios. Una vez que se realiza el estado ω, los compradores de datos observan su información privada, deciden simultáneamente si comprar o no un experimento de Blackwell y, de ser así, cuál adquirir. Si eligen adquirir un experimento, observan privadamente la realización de una señal y actualizan sus creencias. Asuma que los compradores de datos no observan las elecciones de los demás en el menú.[2] Por último, los compradores de datos eligen simultáneamente acciones del conjunto binario $\{a_1, a_2\}$ para maximizar sus pagos esperado condicionado a sus elecciones de información y realizaciones de señales.

Equilibrio. El concepto de solución es data-seller's preferred perfect extended Bayesian equilibrium.[3] Un equilibrio es una evaluación extendida que satisface la coherencia de creencias, la actualización bayesiana y la racionalidad secuencial en cada conjunto de información. Es decir, en función del menú ofrecido y las selecciones de información, las selecciones de acción del comprador de datos i maximizan sus pagos esperados. Dado el menú óptimo, la

[2] Las desviaciones del comprador de datos i en términos de acquisiciones de información son inobservables, por lo que no habrá ningún efecto estratégico en elección de acción de otros. Es importante destacar que implica que las opciones de acción e información son estratégicamente simultáneas.

[3] Esta definición es equivalente a weak Perfect Bayesian Equilibrium con el supuesto adicional de que los compradores de datos no actualizan sus creencias sobre el estado después de observar un menú desviado. Esto es así dado que el supuesto de independencia estratégica de Perfect Extended Bayesian Equilibrium solo requiere que luego de observar un menú desviado, los compradores de datos no actualizan sus creencias sobre el estado, ya que el vendedor de datos elige un menú antes de que la realizació del estado. Vea Battigalli (1996) o Watson (2016) por detalles.

elección de información del comprador de datos i maximiza la diferencia entre sus pagos esperados en el estado de acción y el precio de la información. Por último, el menú óptimo para el vendedor de datos es el que maximiza sus ganancias esperadas anticipando las selecciones de equilibrio de los compradores de datos.

Definition 1 *Un perfil de estrategia (ι^*, α^*), un menú $\mathcal{M}^*$ y un sistema de creencias μ forman un equilibrio si:*

1. *(ι^*, α^*) y$\mathcal{M}^*$ satisfacen racionalidad secuencial. Eso es:*
   (a) *Dado $\mathcal{M}^*$,*

$$\mathbb{E}[U_{i\theta}(\iota^*, \alpha^*)] \geq \mathbb{E}[U_{i\theta}(\iota^*, (\alpha_i', \alpha_{-i}^*))] \tag{1}$$

   para todo α_i' conditionado a $\iota_{i\theta}^*$, para todo $i \in \{1, 2\}$ y

$$\iota_{i\theta}^* \in \underset{\iota_{i\theta} \in \{0,\ldots,M\}}{\arg\max} \; \mathbb{E}[U_{i\theta}((\iota_{i\theta}, \iota_{-i}^*), \alpha^*)] - t^{\iota_{i\theta}} \tag{2}$$

   donde la esperanza es con respecto al estado ω, la información privada del otro comprador de datos y sus elecciones.

   (b) *Un menú $\mathcal{M}^*$ es óptimo si*

$$\mathcal{M}^* \in \underset{\mathcal{M}}{\arg\max} \sum_{\theta \in \Theta} \sum_{m=1}^{M} \mathbb{P}(\theta_i = \theta)\mathbb{P}(\iota_{i\theta}^* = m) \cdot t^m$$

2. *μ satisface la actualización bayesiana extendida.*
3. *μ satisface la independencia estratégica*

El valor de la información. El valor esperado del experimento E^m es definido como el valor marginal de información, el que corresponde a la diferencia en pagos de equilibrio esperados con y sin la observación del experimento E^m. Denote por $V_{\mathcal{M}}(E^m; \theta)$ el valor esperado de experimento E^m para el comprador de datos i's cuando sus creencias interinas son θ y el vendedor de datos ofrece el menú $\mathcal{M}$. Formalmente, es definido como:

$$V_{\mathcal{M}}(E^m, \theta) = \max\{0, \mathbb{E}[U_{i\theta}((m, \iota_{-i}^*), \alpha^*)] - \mathbb{E}[U_{i\theta}((0, \iota_{-i}^*), \alpha^*)]\}$$

El valor del experimento E^m para un comprador de pagos depende de su información privada, sus creencias sobre la información privada de los demás, los incentivos estratégicos en la etapa de acción y el menú ofrecido. Está determinada por la probabilidad de igualar el estado, la probabilidad de igualar las acciones de otros compradores de datos y la estructura de pagos. La posibilidad de igualar el estado depende de la información privada de i, pero es independiente de la decisión de adquisición de información de otros compradores de datos. En contraste, la probabilidad de igualar la acción del otro comprador de datos depende de la información privada de j. Por último, el entorno estratégico en la etapa de acción determina las preferencias de los compradores de datos sobre los resultados de equilibrio.

La información privada de los compradores de datos se puede interpretar como su tipo. Defina $\overline{E}$ como el experimento perfectamente informativo. El tipo alto θ_H se define como el que asigna un valor más alto a $\overline{E}$. Es decir, $V_{\mathcal{M}}(\overline{E}, \theta_H) \geq V_{\mathcal{M}}(\overline{E}, \theta_L)$. Por ejemplo, si $c = 1$, los compradores de datos prefieren la acción a_k si asignan una mayor probabilidad al estado ω_k para $k \in \{1, 2\}$ y son acciones indiferentes a_1 y a_2 si asignan la misma probabilidad a cada estado. Entonces, el tipo alto es el que está más cerca del límite $\hat{\theta} = \frac{1}{2}$.

2 Resultados preliminares

2.1 Simplificaciones

El problema del vendedor de datos se puede simplificar en dos dimensiones. En primer lugar, el principio de revelación del diseño de mecanismos implica que no hay pérdida de generalidad en centrarse en mecanismos directos en los que el vendedor de datos asigna un experimento a cada tipo de comprador de datos θ. En segundo lugar, el principio de revelación de los juegos de comunicación implica que no hay pérdida de generalidad para centrarse en experimentos en los que las señales actúan como recomendaciones de acción. Estos dos resultados implican que puedo restringir atención a menús con dos elementos como máximo($M \leq 2$) y experimentos con dos posibles realizaciones de señales ($S^m = \{s_1, s_2\}$ para todo m.).

No es trivial que el principio de revelación para el diseño de mecanismos se mantenga en este entorno. Considere un juego de información incompleta $(\mathcal{G}, \mathcal{S})$ donde $\mathcal{G} = ((\{a_1, a_2\}, u_i)_{i=1}^2, \mu_0)$ es el juego básico con creencias comunes μ_0 y $\mathcal{S} = ((S_i)_{i=1}^2, \pi)$ es el entorno de la información. A diferencia del diseño de mecanismos estándar donde el entorno de información $\mathcal{S}$ es fijo y el diseñador elige $\mathcal{G}$ para inducir un resultado deseable, el vendedor de datos ahora toma el juego $\mathcal{G}$ como dado y controla el entorno de la información $\mathcal{S}$. Entonces, cada menú de experimentos induce un juego diferente de información incompleta. El lemma 1 demuestra que el resultado de cada menú se puede lograr mediante un mecanismo directo. El resultado de un menú se define como la distribución conjunta de estados, acciones y transferencias monetarias que resultan de la elección óptima del experimento de cada tipo de comprador de datos y la elección posterior de acción.

Lemma 1 *El vendedor de datos ofrece un menú que incluye como máximo dos experimentos.*

La intuición detrás de este resultado es la siguiente. Suponga que el vendedor de datos ofrece un menú con más de dos elementos. Primero, si todos los compradores de datos compran un experimento único, entonces es posible eliminar todos los elementos redundantes del menú y ofrecer uno nuevo que incluya solo los experimentos negociados en equilibrio. Es trivial que la distribución de los resultados se mantenga sin cambios. En segundo lugar, si hay un tipo de comprador de datos que aleatoriza entre experimentos, es posible construir un nuevo menú que reemplace los experimentos que se eligen con probabilidad positiva por un experimento que aleatoriza esos experimentos de manera que la distribución sobre los resultados permanece sin cambios. Por lo tanto, no hay pérdida de generalidad para centrarse en menús con un máximo de dos elementos.

Lemma 1 implica que podemos centrarnos en menús directos. Dado cualquier menú directo $\mathcal{M}$, un experimento E^m con señales privadas es "responsivo" si cada señal $s \in S$ conduce a una elección de acción óptima diferente para el comprador de datos i de tipo θ. Un menú directo $\mathcal{M}$ es responsivo si cada experimento $E^m \in \mathcal{M}$ es responsivo. Lemma 2 demuestra que no hay pérdida de generalidad para centrarse en menús en los que la cardinalidad del espacio de señal es igual a la cardinalidad del espacio de acción. Me refiero a estos menús como responsivo.

Lemma 2 *El resultado de cada menú directo puede obtenerse mediante un menú responsivo.*

Lemma 2 generaliza Proposition 1 de Bergemann et al. (2018) a un entorno con múltiples compradores de datos y es análogo al principio de revelación establecido por Myerson (1982) para los juegos bayesianos de comunicación. Este resultado se basa en dos supuestos principales: las señales son privadas y las decisiones de adquisición de información no se pueden observar. Esto asegura que un cambio en el conjunto de señales observadas por un comprador de datos en equilibrio no tiene ningún efecto sobre las opciones de acción del otro comprador de datos. Por tanto, es sin pérdida de generalidad considerar $S^m = \{s_1, s_2\}$ y $\pi^m : \Omega \to [0,1]^2$ para todo $m \in \{1, ..., M\}$. Entonces, un experimento E^m puede ser representado por la siguiente matrix:

s/ω	ω_1	ω_2
s_1	π_1^m	$1-\pi_2^m$
s_2	$1-\pi_1^m$	π_2^m

donde $\pi_k^m \in [0,1]$ para todo $k \in \{1,2\}$ y para todo $m \in \{1,...,M\}$.

Dado que las señales actúan como recomendaciones de acción, todos los experimentos satisfacen la propiedad de razón de verosimilitud monótona. Intuitivamente, la probabilidad de observar la señal s_1 depende del estado ω_1 más que de ω_2. Es decir:

$$\frac{\mathbb{P}(s=s_1|\omega_1)}{\mathbb{P}(s=s_1|\omega_2)} \geq \frac{\mathbb{P}(s=s_2|\omega_1)}{\mathbb{P}(s=s_2|\omega_2)} \Leftrightarrow \pi_1^m + \pi_2^m \geq 1$$

2.2 El problema del vendedor de datos

Asuma que el vendedor de datos diseña experimento E^L para el comprado de tipo θ_L y E^H para θ_H. La presencia de información privada implica que el vendedor de datos tiene incertidumbre acerca de la demanda de experimentos y debe diseñar un menú de experimentos para hacer screening a los tipos de compradores de datos. El problema del vendedor de datos es entonces diseñar un menú de experimentos para maximizar las transferencias esperadas sujeto a las restricciones de participación y compatibilidad de incentivos de los compradores de datos.[4] Es decir:

$$\max_{(E^m,t^m)_{m\in\{L,H\}}} (1-2\nu-\rho)2t^L + 2\nu(t^L+t^H) + \rho 2t^H$$

sujeto a las restricciones de participación

$$IR_L : V_{\mathcal{M}}(E^L,\theta_L) - t^L \geq 0$$
$$IR_H : V_{\mathcal{M}}(E^H,\theta_H) - t^H \geq 0$$

y las restricciones de compatibilidad de incentivos

$$IC_L : V_{\mathcal{M}}(E^L,\theta_L) - t^L \geq V_{\mathcal{M}}(E^H,\theta_L) - t^H$$
$$IC_H : V_{\mathcal{M}}(E^H,\theta_H) - t^H \geq V_{\mathcal{M}}(E^L,\theta_H) - t^L.$$

Optimalidad de un menú con dos experimentos distintos. El vendedor de datos puede ofrecer un menú con dos elementos distintos u ofrecer solo el experimento perfectamente informativo a un precio fijo, p, igual a la disposición a pagar del tipo bajo. Es óptimo que el vendedor ofrezca un menú con dos elementos distintos si produce mayores ganancias esperadas, es decir,:

$$(1-\nu-\rho)t^L + (\nu+\rho)t^H \geq p \Leftrightarrow \nu+\rho \geq \frac{p-t^L}{t^H-t^L}$$

[4] Los pagos solo están condicionados al producto de información en sí y no a los tipos de otros compradores de datos. Esta suposición descarta el uso de la condición Cremer-McLean.

donde $\nu + \rho$ es la probabilidad de que un comprador de datos sea del tipo alto. De lo contrario, el vendedor de datos ofrece el experimento perfectamente informativo sobre la disposición a pagar del tipo bajo y el tipo alto recibe rentas positivas.

2.3 La valuación de experimentos

En esta sección, obtengo una expresión de forma cerrada para el valor de los experimentos. La disposición a pagar de los compradores de datos por información adicional depende de la naturaleza de su interacción estratégica en la etapa de acción. Suponga que el comprador de datos j tipo θ_j sigue su estrategia de equilibrio y denote con m su elección de experimento. Dado que las señales actúan como recomendaciones de acción, el comprador de datos j type θ_j condiciona su elección de acción en la señal realizada y selecciona la acción a_k después de observar la señal s_k. Por tanto, la coherencia de creencias implica que

$$\mathbb{P}(\iota_j = m|\theta_j) = 1 \text{ y } \mathbb{P}(a_j = a_k|\theta_j, \iota_j = m, s^j = s_k) = 1 \text{ para todo } k \in \{1, 2\}.$$

Defina $v_k(E^n, \theta_i; m)$ como la ganancia esperada del comprador de datos i de adquirir el experimento E^n si sin información ella elegiría la acción a_k cuando j juega su estrategia de equilibrio. La ganancia esperada del comprador de datos i al adquirir información al elegir la estrategia $(a_2, (a_1, a_2))$ y $(a_1, (a_1, a_2))$, respectivamente, viene dada por:

$$v_2(E^n, \theta_i; m) = \underbrace{\theta_i \pi_1^n \left[\pi_1^m + (1 - \pi_1^m)\, c\right]}_{\mathbb{P}(\omega=\omega_1)\mathbb{P}(s^i=s_1|\omega=\omega_1)[\mathbb{P}(s^j=s_1|\omega=\omega_1)+\mathbb{P}(s^j=s_2|\omega=\omega_1)c]} - \overbrace{(1 - \theta_i)\,(1 - \pi_2^n)\left[(1 - \pi_2^m)\, c + \pi_2^m\right]}^{\mathbb{P}(\omega=\omega_2)\mathbb{P}(s^i=s_1|\omega=\omega_2)\mathbb{P}(s^j=s_1|\omega=\omega_2)c+\mathbb{P}(s^j=s_2|\omega=\omega_2)} \text{ y}$$

$$v_1(E^n, \theta_i; m) = (1 - \theta_i)\pi_2^n \left[(1 - \pi_2^m)\, c + \pi_2^m\right] - \theta_i\,(1 - \pi_1^n)\left[\pi_1^m + (1 - \pi_1^m)\, c\right].$$

Es decir, $v_k(E^n,\ theta_i; m)$ es la diferencia entre la ganancia esperada del comprador de datos en el estado ω_k' y su pérdida esperada en el estado ω_k después de observar la señal s_k'. Entonces, el valor del experimento E^n del comprador de datos i cuando el vendedor de datos ofrece el menú $\mathcal{M}$ viene dado por:

$$V_{\mathcal{M}}(E^n, \theta_i) = \max\left\{0, \sum_{m\in\{L,H\}} \mathbb{P}(\theta_j = \theta_m|\theta_i) v_k(E^n, \theta_i; m)\right\} \; si \; \alpha_{i,\iota_{i\theta}=0} = a_k.$$

Suponga que el valor del experimento E^n aumenta en su precisión, i.e. $c \in (\frac{1}{2}, 2)$.[5]

Tenga en cuenta que es una estrategia dominante para el comprador de datos i seleccionar la acción que coincida con el estado que consideran más probable si $c = 1$. En este caso,

[5]Lemma 5 en Appendix demuestra que $c \in (\frac{1}{2}, 2)$ es una condición suficiente para $V_{\mathcal{M}}(E^n, \theta)$ ser creciente en la precisión del experimento E^n. Vea appendix por detalles.

la disposición del comprador de datos i a pagar un experimento es independiente de las elecciones de los demás. Este caso es análogo a Bergemann et al. (2018) y se cumple su caracterización del menú óptimo del vendedor con acciones binarias, tipos binarios y estados binarios. Es decir, el experimento ofrecido al tipo alto es perfectamente informativo mientras que la información ofrecida al tipo bajo depende de la relación entre las posibles creencias interinas de los compradores de datos. En particular, si los tipos de compradores de datos son congruentes, el tipo bajo no observa información y, si los tipos de compradores de datos no son congruentes, se ofrece información parcial al tipo bajo. Intuitivamente, dado que la disposición a pagar de los compradores de datos por información es independiente de las decisiones de otros, no hay ganancia para el vendedor de datos al considerar las interacciones estratégicas entre los compradores de datos al diseñar el menú óptimo.

3 Menú óptimo de experimentos

3.1 Propiedades generales

El menú óptimo comparte algunas de las propiedades estructurales establecidas en Bergemann et al. (2018). Proposition 1 generaliza estos resultados a un escenario de dos compradores de datos e identifica qué restricciones son vinculantes, así como la información proporcionada al tipo alto en cualquier menú óptimo.

Proposition 1 *En un menú óptimo:*

1. *Ambas restricciones de participación se satisfacen con igualdad.*
2. *La restricción de compatibilidad de incentivos del tipo alto se satisface con igualdad.*
3. E^H *es perfectamente informativo. Es decir,* $\pi_1^H = \pi_2^H = 1$.
4. E^L *es concentrado, i.e,* $\pi_k^L = \mathbb{P}_{E^L}(s = s_k|\omega = \omega_k) = 1$ *para un* $k \in \{1, 2\}$.

El menú óptimo satisface dos propiedades estándar de la literatura de screening: "no distortion at the top" y "no rent at the bottom". Sin embargo, el vendedor de datos también puede extraer todo el excedente del tipo alto porque la información es valiosa solo cuando afecta la toma de decisiones de los compradores de datos. Como tal, la información tiene dos dimensiones relevantes: su precisión y su posición.[6] Todos los tipos de compradores de datos prefieren experimentos con mayor precisión. Sin embargo, los diferentes tipos de compradores de datos pueden no estar de acuerdo con sus preferencias para la posición de la información, dado que pueden seleccionar diferentes acciones si no complementan su

[6]Por ejemplo, defina $\pi_1^m + \pi_2^m$ como la precisión del experimento E^m y $\pi_1^m - \pi_2^m$ como su posicion.

información privada. Por lo tanto, los diferentes tipos valoran los experimentos de manera diferente y no están de acuerdo en el ranking de los experimentos parcialmente informativos, una característica común en los modelos de screening multidimensionales. De esta manera, el vendedor de datos de operación captura todo el excedente, seleccionando la posición de la información de manera que el tipo alto este indiferente entre los experimentos ofrecidos.

Además, el experimento perfectamente informativo es parte del menú óptimo. Es el más valorado por cualquier tipo de comprador ya que les permite coincidir perfectamente con el estado. Por lo tanto, si este experimento no es parte de un menú, el vendedor de datos puede reemplazar el experimento más informativo por el perfectamente informativo, aumentando sus ganancias. Adicionalmente, es óptimo para el vendedor de datos ofrecer este experimento al tipo alto, ya que su disposición a pagar es mayor.

Al tipo bajo se le ofrece un experimento concentrado en el que la distribución de señales condicionadas a un estado ω_k es degenerada, eliminando la incertidumbre en un estado. Dado que los compradores de datos tienen incentivos para igualar el estado, el vendedor de datos puede cambiar la masa de probabilidad de $1 - \pi_k^m$ a π_k^m con $k \in \{1, 2\}$ hasta uno de ellos llega a 1. En particular, si el tipo bajo elegiría la acción a_1 (a_2) sin información adicional, es óptimo establecer $\pi_1^L = 1$ ($\pi_2^L = 1$). Intuitivamente, el vendedor de datos ofrece al tipo bajo un experimento que revela sin ruido el estado que coincide con la acción que habría seleccionado sin información adicional.

3.2 Caracterización completa

La caracterización completa de la información proporcionada al tipo bajo depende de:

1. *Pagos*: Los pagos determinan la presencia o ausencia de incentivos de coordinación, lo que determina el efecto de la información observada por otros sobre la disposición a pagar por un experimento.
2. *Correlación entre la información privada de los compradores de datos:* La correlación entre la información privada de los compradores de datos afecta sus creencias sobre la información observada por otros. En particular, la información privada de los compradores de datos se correlaciona positiva (negativamente) si $\nu < \sqrt{\rho} - \rho$ ($\nu > \sqrt{\rho} - \rho$).
3. *Soporte de la distribución de tipos de compradores de datos*: l soporte de la distribución de tipos de compradores de datos determina si eligen o no la misma acción si no complementan su información, lo que impacta en el ranking de experimentos parcialmente informativos de los compradores de datos.

Las creencias interinas de los compradores de datos son estrictamente congruentes (no congruentes) si ambos tipos eligen la misma acción (acciones diferentes) sin información adicional, para cualquier menú $\mathcal{M}$. Suponga que el tipo alto θ_H elige la acción a_1 sin información adicional. En este caso, creencias son estrictamente congruentes si

$$i)\ \theta_L > \theta_H \geq \frac{1}{2c} \text{ si } c \in \left(\frac{1}{2}, 1\right) \text{ y}$$
$$ii)\ \theta_L > \theta_H \geq \frac{c}{2} \text{ si } c \in (1, 2)$$

y estrictamente no congruente si

$$i)\ \theta_H \geq \frac{1}{2c},\ \theta_L \leq \frac{c}{2} \text{ y } \theta_L < 1 - \theta_H \text{ si } c \in \left(\frac{1}{2}, 1\right)$$
$$ii)\ \theta_H \geq \frac{c}{2},\ \theta_L \leq \frac{1}{2c} \text{ y } \theta_L < 1 - \theta_H \text{ si } c \in (1, 2).$$

3.2.1 Menú óptimo con creencias no congruentes

Cuando las creencias son estrictamente no congruentes, el experimento óptimo ofrecido al tipo bajo es parcialmente informativo, como se indica en Proposition 2. Proposition 2 generaliza resultados de Bergemann et al. (2018) a un setting con dos compradores de datos. Al tipo alto se le ofrece el experimento perfectamente informativo y al tipo bajo se le ofrece un experimento parcialmente informativo.

Proposition 2 *Suponga que las creencias son estrictamente no congruentes. En un menú óptimo, el vendedor de datos ofrece información parcial al tipo bajo.*

La intuición detrás de este resultado es la siguiente. Con creencias estrictamente no congruentes, los diferentes tipos de compradores de datos no están de acuerdo en el ranking de los experimentos parcialmente informativos, como se ilustra en la Figura 1. Por ejemplo, si $(\theta_L, \theta_H) = (0.2, 0.6)$, el tipo bajo prefiere experimento $E = (1/2, 1)$ a $E = (1, 1/2)$, mientras que el tipo alto prefiere experimento $E = (1, 1/2)$ a $E = (1/2, 1)$. Como resultado, el vendedor de datos puede ofrecer información deseable al tipo bajo que no tiene valor para el tipo alto si no es suficientemente informativo (π_1^L suficientemente bajo). En un menú óptimo, el vendedor de datos selecciona π_1^L de manera que el tipo alto este indiferente entre adquirir el experimento E^L o E^H. Es decir,

$$t^H - t^L = \theta_H(1 - \pi_1^L) \left[\frac{\nu}{\nu + \rho}(\pi_1^L + (1 - \pi_1^L)c) + \frac{\rho}{\nu + \rho} \right].$$

El lado derecho es el producto de la probabilidad del estado ω_1, la precisión adicional y la ganancia de elegir la acción a_1 sobre la acción a_2 cuando el estado es ω_1. El lado izquierdo

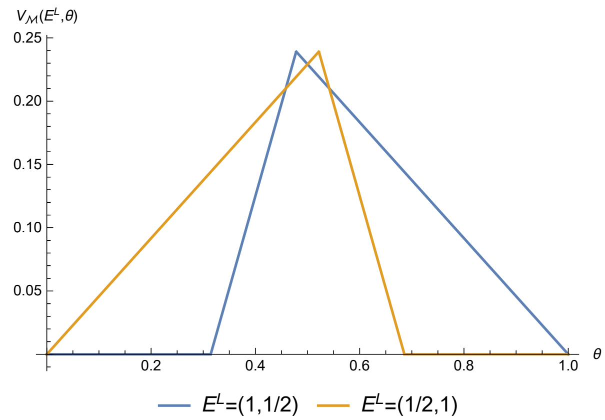

Figure 1: Valor de experimento E^L cuando la información privada es condicionalmente independiente $((\nu,\rho)=\left(\frac{1}{4},\frac{1}{4}\right))$,los compradores de datos tienen incentivos de coordinación $(c=\frac{2}{3})$ y E^H es totalmente informativo.

es el diferencial de precios. Por lo tanto, la información ofrecida al tipo bajo es tal que el diferencial de precio es igual a la ganancia esperada en el estado ω_1.

Aunque las propiedades cualitativas del menú óptimo son independientes de los incentivos estratégicos y la correlación de la información privada, sus propiedades cuantitativas están determinadas por su interacción, como se establece en Lemma 3.

Lemma 3 *La precisión del óptimo E^L disminuye a medida que aumentan los incentivos de coordinación. En cambio, el efecto de incrementar la correlación de información privada depende de incentivos de coordinación.*

i) Si los compradores de datos tienen incentivos de coordinación, la precisión de E^L disminuye en la correlación de la información privada.

ii) Si los compradores de datos tienen incentivos contra la coordinación, la precisión de E^L aumenta en la correlación de la información privada.

En general, la precisión del experimento óptimo E^L disminuye a medida que aumentan los incentivos de coordinación. Cuando aumentan los incentivos de coordinación, el valor de E^L aumenta para el tipo alto y disminuye para el tipo bajo. Entonces, para cualquier E^L, un aumento en los incentivos de coordinación implica que el tipo alto tiene mayores incentivos para desviarse, reduciendo la oportunidad del vendedor de datos para proporcionar información al tipo bajo. Como resultado, la precisión del óptimo E^L , caracterizado por $V_{\mathcal{M}}(E^L,\theta_H)=V_{\mathcal{M}}(E^L,\theta_L)$, disminuye. Esto implica que la precisión del óptimoE^L disminuye a medida que disminuyen los incentivos de coordinación.

Además, con incentivos de coordinación (anti-coordinación), la precisión de E^L disminuye (aumenta) en la correlación de información privada. Un aumento en la correlación de información privada aumenta la probabilidad de que los compradores de datos observen la misma información privada y asignen el mismo valor a los experimentos. Cuando los compradores de datos tienen incentivos de coordinación (anti-coordinación), este aumento disminuye (aumenta) la disposición a pagar de ambos tipos y disminuye (aumenta) la precisión del E^L óptimo.

3.2.2 Menú óptimo con creencias congruentes

Cuando las creencias de los compradores de datos son estrictamente congruentes, la información ofrecida al tipo bajo en el menú óptimo depende de la interacción entre los incentivos estratégicos en la etapa de acción y la correlación de la información privada, lo que esta establecido en Proposition 3.

Proposition 3 *Asuma que las creencias de los compradores de datos son estrictamente congruentes. En el menú óptimo, el vendedor de datos ofrece el tipo bajo*

1. *información parcial cuando la información privada de los compradores de datos está correlacionada negativamente y $\theta_L < \hat{\theta}$ si tienen incentivos de coordinación.*
2. *información parcial cuando la información privada de los compradores de datos está correlacionada positivamente y $\theta_L < \hat{\theta}$ si tienen incentivos contra la coordinación.*
3. *ninguna información, de lo contrario.*

Los incentivos de coordinación no juegan ningún papel en la determinación de las características de un menú óptimo si y solo si la información privada es condicionalmente independiente ($\nu = \sqrt{\rho} - \rho$). De manera similar, la correlación de información privada no juega ningún papel en la determinación de las características de un menú óptimo si y solo si los beneficios de los compradores de datos son independientes de las elecciones de los demás ($c = 1$). En ambos casos, las propiedades cualitativas de un menú de un comprador de datos se generalizan a una configuración de dos compradores de datos. Es decir, en cualquier menú óptimo, el tipo alto aprende el estado y el tipo bajo no recibe información. De lo contrario, el menú óptimo está determinado por la interacción entre interacciones estratégicas y la correlación de información privada.

Cuando hay incentivos de coordinación ($c < 1$), los compradores de datos no enfrentan ningún trade-off entre coincidir con el estado y con las acciones de los demás. Por lo tanto, el valor de un experimento aumenta en la precisión del experimento observado por otros, porque aumenta la correlación entre el estado y sus elecciones, lo que permite al comprador de datos i predecir de mejor manera la decisión de j. La información actúa como un dispositivo de coordinación y es valiosa por dos razones: reduce la incertidumbre sobre el estado y sobre las decisiones de otros compradores de datos. [7] Al predecir la decisión de los otros compradores de datos, cada comprador de datos hace inferencia sobre qué información han recopilado otros, lo que depende de la correlación entre su información privada. Si su información privada está correlacionada positivamente (negativamente), los compradores de datos asignan una probabilidad mayor (menor) a observar la misma información privada y adquirir el mismo experimento. De esta manera, la demanda de información es mayor cuando la información privada está correlacionada negativamente, ya que reduce en más la probabilidad de descoordinación. El aumento de la demanda crea un margen para que el vendedor de datos ofrezca información parcial al tipo bajo, siempre que el tipo bajo no esté suficientemente seguro sobre el estado. En el menú óptimo, la información ofrecida al tipo bajo es tal que el diferencial de precio es igual a la ganancia esperada en el estado ω_2. Cuando la información privada se correlaciona positivamente, la demanda de información se reduce en comparación con el caso condicionalmente independiente en el que no se ofrece información al tipo bajo. Como tal, tampoco se ofrece información al tipo bajo.

Cuando los compradores de datos tienen incentivos de anti-coordinación ($c > 1$), el trade-off entre igualar el estado y las acciones de los demás implica que el valor del experimento E^n disminuye en la precisión de la información observada por otros, ya que aumenta la correlación entre su acción y el estado. Los compradores de datos prefieren estar lo más informados posible sobre el estado, pero prefieren que sus decisiones sean lo menos correlacionadas posible entre sí. La información sigue siendo valiosa porque permite a los compradores de datos aprender sobre el estado, pero valoran más la información cuando su información privada está correlacionada positivamente, porque reduce la correlación entre sus opciones de acción. Si el tipo bajo es lo suficientemente incierto sobre el estado, este aumento permite al vendedor de datos ofrecer información parcial al tipo bajo incluso cuando las creencias son estrictamente congruentes sin incurrir en ningún costo en términos de extracción de excedentes del tipo alto. En contraste, adquirir información complementaria cuando la información privada está correlacionada negativamente aumenta la correlación entre las acciones al aumentar la correlación con el estado, disminuyendo la disposición a pagar de los compradores de datos con respecto al caso condicionalmente independiente. Dado que el menú óptimo con información privada condicionalmente independiente no ofrece información al tipo bajo, esta reducción en la demanda implica que el vendedor de datos tampoco

[7] La información actúa como un dispositivo de coordinación solo a través de la correlación con el estado, ya que las realizaciones de las señales de los compradores de datos son condicionalmente independientes.

ofrece información al tipo bajo en este caso.

Las propiedades cuantitativas del menú óptimo también dependen de los incentivos estratégicos y la correlación de la información privada, como se indica en Lemma 4. Este resultado y su intuición es análogo a Lemma 3.

Lemma 4 *Suponga que el óptimo E^L es parcialmente informativo. La precisión del óptimoE^L disminuye a medida que aumentan los incentivos de coordinación y*

i) disminuye en la correlación de la información privada si los compradores de datos tienen incentivos coordinados.

ii) aumenta en la correlación de información privada si los compradores de datos tienen incentivos anti-coordinación.

4 Conclusión

Este artículo considera un escenario en el que un vendedor monopolista de datos ofrece información complementaria a compradores de datos que cuentan con información privada. Consistente con la literatura, la demanda de información de los compradores de datos depende de la precisión de su información privada. Sin embargo, también depende de la correlación de la información privada y las interacciones estratégicas. La correlación entre la información privada y los incentivos de coordinación interactúan de manera significativa. En particular, la correlación positiva aumenta (disminuye) la demanda de información por parte del comprador de datos con respecto al caso condicionalmente independiente si tienen incentivos anti-coordinación (coordinación). De manera similar, la correlación negativa aumenta (disminuye) la demanda de información por parte de los compradores de datos con respecto al caso condicionalmente independiente si tienen incentivos de coordinación (anti-coordinación).

El vendedor de datos ofrece un menú de experimentos para seleccionar los tipos de compradores de datos. La interacción entre los incentivos de coordinación y la correlación de información privada es el principal determinante de las características del menú óptimo. Siempre que esta interacción aumente la demanda de información, el vendedor de datos puede ofrecer información parcial al tipo bajo incluso cuando las creencias son estrictamente congruentes. En el menú óptimo, el vendedor de datos revela el estado al tipo de comprador de datos con mayor disposición a pagar por dicha información. Si la información privada lleva a los compradores de datos a elegir diferentes acciones en ausencia de información adicional, el vendedor de datos puede explotar la posición de la información para proporcionar información parcial al comprador de datos con la menor disposición a pagar sin conceder rentas al tipo alto . De hecho, el vendedor de datos puede proporcionar información parcial al tipo bajo si los compradores de datos tienen incentivos de coordinación y su información privada está correlacionada negativamente o si los compradores de datos tienen incentivos anti-coordinación y su información privada está correlacionada positivamente.

Estos resultados destacan que la interacción de incentivos estratégicos e información privada correlacionada puede relajar las restricciones de compatibilidad de incentivos, permitiendo al vendedor de datos aumentar las ganancias al no excluir el segmento de tipo bajo del mercado. Tener en cuenta las interacciones estratégicas entre compradores de datos al diseñar ofertas de información es de vital importancia, tanto cualitativa como cuantitativamente, dado que los compradores de datos a menudo interactúan con otros en los mercados. Este resultado de no exclusión es consistente con los resultados de screening multidimensional, en el que el vendedor de datos ofrece información parcial y distorsionada al tipo bajo diseñada para asegurar que el tipo alto este indiferente entre las ofertas de información.

References

Anat R Admati and Paul Pfleiderer. A monopolistic market for information. *Journal of Economic Theory*, 39(2):400–438, 1986.

Anat R Admati and Paul Pfleiderer. Direct and indirect sale of information. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, pages 901–928, 1990.

Rabah Amir and Natalia Lazzati. Endogenous information acquisition in bayesian games with strategic complementarities. *Journal of Economic Theory*, 163:684–698, 2016.

Pierpaolo Battigalli. Strategic independence and perfect bayesian equilibria. *Journal of Economic Theory*, 70(1):201–234, 1996.

Dirk Bergemann and Alessandro Bonatti. Selling cookies. *American Economic Journal: Microeconomics*, 7(3):259–94, 2015.

Dirk Bergemann and Alessandro Bonatti. Markets for information: An introduction. *Annual Review of Economics*, 11, 2019.

Dirk Bergemann, Alessandro Bonatti, and Alex Smolin. The design and price of information. *American Economic Review*, 108(1):1–48, 2018.

Fraser Daly and Robert E Gaunt. The conway-maxwell-poisson distribution: distributional theory and approximation. *arXiv preprint arXiv:1503.07012*, 2015.

Péter Eső and Balazs Szentes. Optimal information disclosure in auctions and the handicap auction. *The Review of Economic Studies*, 74(3):705–731, 2007.

Christian Hellwig and Laura Veldkamp. Knowing what others know: Coordination motives in information acquisition. *The Review of Economic Studies*, 76(1):223–251, 2009.

Joseph B Kadane et al. Sums of possibly associated bernoulli variables: The conway–maxwell-binomial distribution. *Bayesian Analysis*, 11(2):403–420, 2016.

Jakub Kastl, Marco Pagnozzi, and Salvatore Piccolo. Selling information to competitive firms. *The RAND Journal of Economics*, 49(1):254–282, 2018.

Anton Kolotilin, Tymofiy Mylovanov, Andriy Zapechelnyuk, and Ming Li. Persuasion of a privately informed receiver. *Econometrica*, 85(6):1949–1964, 2017.

Daniel Krähmer et al. Full surplus extraction in mechanism design with information disclosure. Technical report, University of Bonn and University of Mannheim, Germany, 2018.

Hao Li and Xianwen Shi. Discriminatory information disclosure. *American Economic Review*, 107(11):3363–85, 2017.

Laurent Mathevet, Jacopo Perego, and Ina Taneva. On information design in games. *Journal of Political Economy*, 128(4):1370–1404, 2020.

David P Myatt and Chris Wallace. Endogenous information acquisition in coordination games. *The Review of Economic Studies*, 79(1):340–374, 2011.

Jean-Charles Rochet and Lars A. Stole. *The Economics of Multidimensional Screening*, volume 1 of *Econometric Society Monographs*, page 150–197. Cambridge University Press, 2003. doi: 10.1017/CBO9780511610240.006.

Ina Taneva. Information design. *American Economic Journal: Microeconomics*, 11(4):151–85, 2019.

Joel Watson. Perfect bayesian equilibrium: General definitions and illustrations. *Unpublished, University of California at San Diego*, 133, 2016.

Ming Yang. Coordination with flexible information acquisition. *Journal of Economic Theory*, 158:721–738, 2015.

5 Appendix: Demostraciones

Proof. Lemma 1. Demostramos que para cualquier menú $\hat{\mathcal{M}}$ y y equilibrio Bayesiano de Nash $\hat{\sigma}$, existe un menú directo $\mathcal{M}^D$ y σ^D tal que:

i) Cada comprador i de tipo $\theta \in \{\theta_L, \theta_H\}$ compra el experimento diseñado para su tipo.

ii) Para todo vector de tipos en $\{\theta_L, \theta_H\}^2$, la distribución de los outcomes bajo $\hat{\mathcal{M}}$ si se juega $\hat{\sigma}$ es la misma que la distribución de los outcomes bajo $\mathcal{M}^D$ y σ^D.

Note que la prueba es trivial si $\hat{\mathcal{M}}$ contiene como máximo dos experimentos. Por lo tanto, considere $\hat{\mathcal{M}}$ con $M \geq 3$.

Primero, suponga que $\hat{\iota}_i \in \{0, 1, ..., M\}$ para todo comprado i de tipo θ dado el menú $\hat{\mathcal{M}}$. Esto implica que solo dos elementos del menú se intercambian en equilibrio. Entonces, es posible eliminar los elementos redundantes del menú y ofrecer menú $\mathcal{M}^D$ que solo incluya los que son intermcambiados en equilibrio. En este caso, es trivial que la distribución sobre los outcomes permanece sin cambios.

Segundo, asuma que existe un comprador i de tipo θ tal que $\hat{\iota}_i \in \Delta(\{0, 1, .., M\})$. Construya un menú alternativo $\mathcal{M}^D$ el en que los experimentos elegidos por el comprador i de tipo θ con probabilidad positive son reemplazdos por un experimento que randomiza sobre esos experimentos tal que la distribución sobre outcomes es la misma. Es decir, defina:

$$\pi^D((s_i, s_j)|\omega, (\iota_i, \iota_j)) = \sum_{m=0}^{M} \mathbb{P}(\hat{\iota}_i = m|\omega)\hat{\pi}((s_i, s_j)|\omega, (m, \iota_j))$$

Note que la distribución sobre outcomes permanece sin cambios. Por lo tanto, $\mathcal{M}^D$ implementa el mismo outcome que $\hat{\mathcal{M}}$ y, como $\hat{\sigma}$ es un equilibrio Bayesiano de Nash, σ^D es también un equilibrio. Por lo tanto, no hay pérdida de generalidad al considerar menús con un máximo de dos elementos. ■

Proof. Lemma 2. Considere un comprador i de tipo θ y un experimento $E^m \in \mathcal{M}$ donde el menú $\mathcal{M}$ es un mecanismo directo compatible e individualmente racional.

Suponga que el comprador i de tipo θ elige una sola acción después de cada señal. Dadas las estrategias de equilibrio, supongamos queS_k^m denota el subconjunto de señales en el experimento E^m que induce al comprador i de tipo θ a elegir la acción $a_k \in \{a_1, a_2\}$ donde $\cup_{k=1}^2 S_k^m = S^m$.

Construya $\widehat{E}^m = (\widehat{S}^m, \widehat{\pi}^m)$ donde $\widehat{S}^m = \{s_1, s_2\}$ y, para todo $s_\ell \in \{s_1, s_2\}$ y $\omega \in \{\omega_1, \omega_2\}$,

$$\widehat{\pi}^m(s_\ell|\omega) = \int_{S_k^m} \pi^m(s|\omega)\mathrm{d}s$$

E^m y $\hat{E}^m$ a se construyen de manera que ambos experimentos induzcan el mismo resultado para el comprador i de tipo θ. Por lo tanto, el comprador asigna el mismo valor a ambos experimentos, i.e., $V_{\mathcal{M}}(E^m, \theta) = V_{\hat{\mathcal{M}}}(\widehat{E}^m, \theta)$. Además, $\widehat{E}^m$ es menos informativo que E^m y el teorema de Blackwell implica que $V_{\mathcal{M}}(E^m, \theta') \leq V_{\hat{\mathcal{M}}}(\widehat{E}^m, \theta')$ para todo θ'. Note que esto relaja las restricciones de incentivos de tipos $\theta' \neq \theta$. Entonces, para todo $\mathcal{M}$, es posible construir otro mecanismo directo $\widehat{\mathcal{M}}$ que reemplaza E^m con $\widehat{E}^m$ que también es compatible con los incentivos, es individualmente racional y produce mayores pagos para el vendedor. ■

Lemma 5 *El valor del experimento E^n es creciente en su precisión si $c \in \left(\frac{1}{2}, 2\right)$.*

Proof. Lemma 5. La disposición a pagar del comprador de datos i de tipo θ por un experimento depende de $v_1(E^n, \theta; m)$ y $v_2(E^n, \theta\ m)$ donde

$$\begin{aligned} v_2(E^n, \theta\ m) &= \theta \pi_1^n [\pi_1^m + (1 - \pi_1^m)c] - (1 - \theta)(1 - \pi_2^n)[(1 - \pi_2^m)c + \pi_2^m] \text{ and} \\ v_1(E^n, \theta; m) &= (1 - \theta)\pi_2^n[(1 - \pi_2^m)c + \pi_2^m] - \theta(1 - \pi_1^n)[\pi_1^m + (1 - \pi_1^m)c] \end{aligned}$$

Considere primero el caso en el que el comprador de datos i adquiere experimento E^n con $n \neq m$. Entonces, ambos expresiones son crecientes en π_1^n y π_2^n porque

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_2(E^n, \theta; m)}{\partial \pi_1^n} &= \frac{\partial v_1(E^n, \theta; m)}{\partial \pi_1^n} = \theta[\pi_1^m + (1 - \pi_1^m)c] \text{ and} \\ \frac{\partial v_2(E^n, \theta; m)}{\partial \pi_2^n} &= \frac{\partial v_2(E^n, \theta; m)}{\partial \pi_2^n} = (1 - \theta)[(1 - \pi_2^m)c + \pi_2^m] \end{aligned}$$

y $c > 0$.

Considere ahora el caso en el que el comprador i acquire el mismo experimento que el comprador j, i.e., $n = m$. En este caso:

$$\frac{\partial v_k(E^m, \theta; m)}{\partial \pi_1^m} = \begin{cases} \theta\left[\pi_1^m(2 - c) + (1 - \pi_1^m)c\right] & if\ k = 2 \\ \theta\left[\pi_1^m + (1 - \pi_1^m)(2c - 1)\right] & if\ k = 1 \end{cases}$$

y

$$\frac{\partial v_k(E^m, \theta; m)}{\partial \pi_2^m} = \begin{cases} (1 - \theta)\left[(1 - \pi_2^m)(2c - 1) + \pi_2^m\right] & if\ k = 2 \\ (1 - \theta)\left[(1 - \pi_2^m)c + \pi_2^m(2 - c)\right] & if\ k = 1 \end{cases}$$

Entonces, $c \in \left(\frac{1}{2}, 2\right)$ asegura que $V_{\mathcal{M}}(E^n, \theta)$ sea creciente en π_1^n y π_2^n para todo experimento E^n. ■

Proof. Proposition 1.

1. Primero, demuestro que la restricción de participación del tipo bajo se cumple con igualdad. Suponga que no. Entonces, en el menú óptimo, la restricción de participación del tipo alto debe cumplirse con igualdad. Dado que el tipo alto observa el experimento perfectamente informativo denotado por $\overline{E}$, $t^H = V_{\mathcal{M}}(\overline{E}, \theta_H) > V_{\mathcal{M}}(\overline{E}, \theta_L)$ y $t^L < V_{\mathcal{M}}(E^L, \theta_L)$. Además, este menú satisface las restricciones de compatibilidad de incentivos dadas por

$$IC_L : V_{\mathcal{M}}(E^L, \theta_L) - t^L \geq V_{\mathcal{M}}(\overline{E}, \theta_L) - t^H$$
$$IC_H : 0 \geq V_{\mathcal{M}}(E^L, \theta_H) - t^L$$

Note que $V_{\mathcal{M}}(E^L, \theta_L) - t^L > 0$ y $V_{\mathcal{M}}(\overline{E}, \theta_L) - t^H < 0$. Entonces, es posible incrementar el precio t^L por ϵ suficientemente pequeño sin violar ninguna restricción de compatibilidad, lo que produce una contradicción.

En segundo lugar, demuestro que la restricción de participación del tipo alto también se cumple con igualdad. Dado que la restricción de participación del tipo bajo y la restricción de compatibilidad de incentivos del tipo alto se cumplen con igualdad, el problema de maximización del vendedor de datos se puede escribir de la siguiente manera:

$$\max_{(E^m, t^m)_{m \in \{L,H\}}} (1 - \nu - \rho) V_{\mathcal{M}}(E^L, \theta_L) + (\nu + \rho) \left(V_{\mathcal{M}}(E^H, \theta_H) - [V(E^L, \theta_H) - V_{\mathcal{M}}(E^L, \theta_L)] \right)$$

subjeto a

$$IR_H : V_{\mathcal{M}}(E^H, \theta_H) - \left(V_{\mathcal{M}}(E^H, \theta_H) - [V(E^L, \theta_H) - V_{\mathcal{M}}(E^L, \theta_L)] \right) \geq 0$$

y

$$IC_L : 0 \geq V(E^H, \theta_L) - \left(V_{\mathcal{M}}(E^H, \theta_H) - [V(E^L, \theta_H) - V_{\mathcal{M}}(E^L, \theta_L)] \right)$$

Note que la restricción de participación del tipo alto y la restricción de compatibilidad de incentivos del tipo bajo se simplifican a

$$IR_H : V(E^L, \theta_H) - V_{\mathcal{M}}(E^L, \theta_L) \geq 0$$
$$IC_L : V_{\mathcal{M}}(E^H, \theta_H) - V(E^H, \theta_L) \geq V_{\mathcal{M}}(E^L, \theta_H)] - V(E^L, \theta_L)$$

Por tanto, la restricción de participación del tipo alto implica la restricción de compatibilidad de incentivos del tipo bajo. Como resultado, podemos simplificar aún más el problema de maximización del vendedor de datos de la siguente manera:

$$\max_{(E^m, t^m)_{m \in \{L,H\}}} V_{\mathcal{M}}(E^L, \theta_L) + (\nu + \rho) \left(V_{\mathcal{M}}(E^H, \theta_H) - V(E^L, \theta_H) \right) \text{ s.t. } V(E^L, \theta_H) \geq V_{\mathcal{M}}(E^L, \theta_L)$$

Note que

$$\begin{aligned}\Pi_{\mathcal{M}} &= V_{\mathcal{M}}(E^L, \theta_L) + (\nu + \rho)\left(V_{\mathcal{M}}(E^H, \theta_H) - V(E^L, \theta_H)\right) \\ &\leq V_{\mathcal{M}}(E^L, \theta_H) + (\nu + \rho)\left(V_{\mathcal{M}}(E^H, \theta_H) - V(E^L, \theta_H)\right)\end{aligned}$$

donde la desigualdad se mantiene desde $V_{\mathcal{M}}(E^L, \theta_H) \geq V_{\mathcal{M}}(E^L, \theta_L)$. Por lo tanto, es óptimo que el vendedor de datos elija E^1 tal que $V_{\mathcal{M}}(E^L, \theta_H) = V_{\mathcal{M}}(E^L, \theta_L)$ lo que implica que en cualquier menú óptimo, la restricción de participación del tipo alto se da con igualdad.

2. Suponga que la restricción de compatibilidad de incentivos de tipo θ_H se cumple con desigualdad. Eso es:

$$V_{\mathcal{M}}(E^H, \theta_H) - t^H > V_{\mathcal{M}}(E^L, \theta_H) - t^L$$

Primero, si la restricción de participación del tipo alto se cumple con desigualdad, el vendedor de datos puede aumentar t^H hasta que la restricción se cumpla con igualdad. En segundo lugar, si la restricción de participación del tipo alto se cumple con igualdad, es posible aumentar tanto la precisión de E^L como t^L, ya que los pagos son continuos en π_k^L. Por lo tanto, la restricción de compatibilidad con incentivos del tipo alto se cumple con igualdad.

3. Primero, demuestro que si el experimento perfectamente informativo es parte del menú óptimo, se ofrece al tipo alto θ_H. Supongamos, en cambio, que solo el tipo bajo θ_L compra este experimento. Entonces, el precio de este experimento no puede exceder $V_{\mathcal{M}}(\overline{E}, \theta_L)$. Si el tipo alto θ_H no compra este experimento, la compatibilidad de incentivos implica que $t^H < V_{\mathcal{M}}(\overline{E}, \theta_L)$. Por lo tanto, solo ofrece el experimento perfectamente informativo $\overline{E}$ al precio $V_{\mathcal{M}}(\overline{E}, \theta_L)$ lo que mejora los pagos del vendedor. Esto produce una contradicción.

En segundo lugar, demuestro que el experimento perfectamente informativo es parte del menú óptimo. Suponga sin pérdida de generalidad que el tipo alto elige la acción a_1 en ausencia de información adicional. Considere primero el caso en el que el tipo bajo también elige la acción a_1 en las mismas circunstancias. Proposition 1.4 implica que $\pi_1^H = 1$ y $\pi_1^L = 1$. Entonces, los beneficios esperados del vendedor de datos del menú $\mathcal{M}$ son

$$\begin{aligned}\Pi_{\mathcal{M}} = (1-\theta_L)\,\pi_2^L(1-\nu-\rho)&\left[\frac{(1-2\nu-\rho)(c(1-\pi_2^L)+\pi_2^L)}{1-\nu-\rho} + \frac{\nu(c(1-\pi_2^H)+\pi_2^H)}{1-\nu-\rho}\right] \\ + (\nu+\rho)\,(1-\theta_H)\,\pi_2^H&\left[\frac{\nu(c(1-\pi_2^L)+\pi_2^L)}{\nu+\rho} + \frac{\rho(c(1-\pi_2^H)+\pi_2^H)}{\nu+\rho}\right]\end{aligned}$$

lo que implica que

$$\frac{\partial \Pi_{\mathcal{M}}}{\partial \pi_2^H} = (1-\theta_H)(\nu+\rho)\left[\frac{\nu(c(1-\pi_2^L)+\pi_2^L)}{\nu+\rho} + \frac{\rho(c(1-\pi_2^H)+\pi_2^H)}{\nu+\rho}\right] + (1-c)[\rho\pi_2^H(1-\theta_H) + \nu\pi_2^L(1-\theta_L)]$$

Primero, si $c < 1$, es trivial que los beneficios del vendedor de datos son estricamente crecientes en π_2^H lo que implica que es óptimo seleccionar $\pi_2^H = 1$. Segundo, si $c > 1$, la derivada partial es positiva porque

$$\begin{aligned}\frac{\partial \Pi_{\mathcal{M}}}{\partial \pi_2^H} &\geq (1-\theta_H)[\nu + \rho(1-\pi_2^H)] - \nu\pi_2^L(1-\theta_L)\\ &\geq (1-\theta_H)[\nu(1-\pi_2^L) + \rho(1-\pi_2^H)]\end{aligned}$$

donde la primera desigualad se cumple porque $c \in (1, 2)$ y la segunda porque $\theta_L > \theta_H$. Considere ahora el caso en el que el tipo bajo elige a_2 en la absencia de información adicional. Proposition 1.4 implica que $\pi_1^H = 1$ y $\pi_2^L = 1$. Entonces, los beneficios esperados del menú $\mathcal{M}$ son

$$\Pi_{\mathcal{M}} = \theta_L\pi_1^L\left[\nu + (1-2\nu-\rho)(c(1-\pi_1^L)+\pi_1^L)\right] + \pi_2^H(1-\theta_H)\left[\nu + \rho\left[(c(1-\pi_2^H)+\pi_2^H)\right]\right]$$

De manera análoga, es sencillo verificar que las ganancias del vendedor de datos son estrictamente creciente en π_2^H cuando $c \in (\frac{1}{2}, 2)$.

4. Suponga sin pérdida de generalidad que el tipo alto elige la acción a_1 en ausencia de información adicional. Considere primero el caso en el que el tipo bajo también elige la acción a_1 en las mismas circunstancias. Supongamos que en un menú óptimo $\widehat{\mathcal{M}}$, $\pi_1^L < 1$. Dado que el experimento E^H es perfectamente informativo, las ganancias esperadas del vendedor de datos del menú $\widehat{\mathcal{M}}$ con $\pi_1^L < 1$ son

$$\begin{aligned}\Pi_{\widehat{\mathcal{M}}} &= (1-\theta_H)(\nu+\rho)\left(\frac{\nu}{\nu+\rho}(c(1-\pi_2^L)+\pi_2^L) + \frac{\rho}{\nu+\rho}\right)\\ &+ (1-\nu-\rho)\max\left\{0, (1-\theta_H)\pi_2^L\left[\frac{\nu}{\nu+\rho}(c(1-\pi_2^L)+\pi_2^L) + \frac{\rho}{\nu+\rho}\right] - \theta_H(1-\pi_1^L)\left[\frac{\nu}{\nu+\rho}(c(1-\pi_1^L)+\pi_1^L) + \frac{\rho}{\nu+\rho}\right]\right\}\end{aligned}$$

Considere un menú alternativo $\overline{\mathcal{M}}$ que reemplaza $\widehat{E}^L$ caracterizado por $\pi_1^L < 1$ y π_2^L con $\overline{E}^L$ que reemplaza π_1^L con 1. Los beneficios esperados del menú $\overline{\mathcal{M}}$ son

$$\Pi_{\overline{\mathcal{M}}} = (1-\theta_H)\left[\frac{\nu}{\nu+\rho}(c(1-\pi_2^L)+\pi_2^L) + \frac{\rho}{\nu+\rho}\right]((\nu+\rho) + \pi_2^L(1-\nu-\rho))$$

La diferencia $\Pi_{\overline{\mathcal{M}}}$ y $\Pi_{\widehat{\mathcal{M}}}$ es

$$\Pi_{\overline{\mathcal{M}}} - \Pi_{\widehat{\mathcal{M}}} = (1-\nu-\rho)\min\left\{\pi_2^L(1-\theta_H)\left[\frac{\nu(c(1-\pi_2^L)+\pi_2^L)}{\nu+\rho} + \frac{\rho}{\nu+\rho}\right], (1-\pi_1^L)\theta_H\left[\frac{\nu(c(1-\pi_1^L)+\pi_1^L)}{\nu+\rho} + \frac{\rho}{\nu+\rho}\right]\right\}$$

Entonces, $\Pi_{\overline{\mathcal{M}}} \geq \Pi_{\widehat{\mathcal{M}}}$, lo que contradice la optimalidad de $\widehat{\mathcal{M}}$.

Considere ahora el caso en el que el tipo bajo elige la acción a_2 en ausencia de información adicional. Supongamos que en un menú óptimo, $\widehat{\mathcal{M}}$, $\pi_2^L < 1$. Considere un menú alternativo $\overline{\mathcal{M}}$ que reemplaza π_2^L con 1. La diferencia de beneficios resultantes de estos dos menús es

$$\begin{aligned}\Pi_{\overline{\mathcal{M}}} - \Pi_{\widehat{\mathcal{M}}} &= (1-\theta_H)[1-\rho-\nu((1-\pi_2^L)c+\pi_2^L)] \\ &+ \min\left\{\pi_1^L\theta_L[(1-2\nu-\rho)(c(1-\pi_1^L)+\pi_1^L)+\nu], (1-\pi_2^L)\,(1-\theta_L)\,[(1-2\nu-\rho)(c(1-\pi_2^L)+\pi_2^L)+\nu]\right\}\end{aligned}$$

Note que $\Pi_{\overline{\mathcal{M}}} \geq \Pi_{\widehat{\mathcal{M}}}$ porque

$$\begin{aligned}\Pi_{\overline{\mathcal{M}}} - \Pi_{\widehat{\mathcal{M}}} &\geq (1-\theta_H)[1-\rho-\nu((1-\pi_2^L)c+\pi_2^L)] \\ &\geq (1-\theta_H)(1-2\nu-\rho)\end{aligned}$$

donde la priera desigualdad se cumple porque ambos términos dentro del mínimo son positivos y la segunda porque $c < 2$.

■

Proof. Proposition 2. La Proposition 1 implica que $\pi_2^L = 1$ cuando las creencias son estrictamente congruentes. Además, este resultado implica que π_1^L es tal que la restricción de compatibilidad de incentivos del tipo alto se cumple con igualdad. Si el tipo bajo asigna un valor positivo a E^L, tenemos eso:

$$V_{\mathcal{M}}(E^L,\theta_L) = \theta_L\pi_1^L\left[\left(\frac{1-2\nu-\rho}{1-\nu-\rho}\right)[\pi_1^L+(1-\pi_1^L)c]+\left(\frac{\nu}{1-\nu-\rho}\right)\right]$$

y

$$V_{\mathcal{M}}(E^L,\theta_H) = \max\left\{0,(1-\theta_H)-(1-\pi_1^L)\theta_H\left(\frac{\nu}{\nu+\rho}(\pi_1^L+(1-\pi_1^L)c)+\frac{\rho}{\nu+\rho}\right)\right\}$$

Defina $f(\pi_1^L)$ de la siguente manera:

$$f(\pi_1^L) := (1-\theta_H)-(1-\pi_1^L)\theta_H\left(\frac{\nu}{\nu+\rho}(\pi_1^L+(1-\pi_1^L)c)+\frac{\rho}{\nu+\rho}\right)$$

Note que $f(\pi_1^L)$ es una función continua de $\pi_1^L \in [0,1]$, $f(1) = (1-\theta_H) > 0$ y $f(0) < 0$ porque $\theta_H > \frac{1}{2c}$ cuando $c \in \left(\frac{1}{2},1\right)$ y $\theta_H > \frac{c}{2}$ if $c \in (1,2)$. Entonces, el teorema del valor intermedio implica que existe $\underline{\pi_1^L} \in (0,1)$ tal que $f(\underline{\pi_1^L}) = 0$. Además, dado que el gráfico de $f(\pi_1^L)$ es una parábola convexa, $f(\pi_1^L) \geq 0$ tal que $\pi_1^L \geq \underline{\pi_1^L}$ y negativa, de lo contrario. Entonces, $V_{\mathcal{M}}(E^L,\theta_H) = f(\pi_1^L)$ si $\pi_1^L \geq \underline{\pi_1^L}$ y $V(E^L,\theta_H) = 0$ de lo contrario.

Defina $S^N(\pi_1^L)$ como el excedente del tipo alto al adquirir experimento E^L. Eso es:

$$S^N(\pi_1^L) = V_{\mathcal{M}}(E^L,\theta_H) - V_{\mathcal{M}}(E^L,\theta_L)$$

Note que $S^N(\pi_1^L = \underline{\pi_1^L}) < 0$, $S^N(\pi_1^L = 1) > 0$ porque $\theta_L < 1 - \theta_H$ y $S^N(\pi_1^L)$ es continuo en el intervalo cerrado $[\underline{\pi_1^L}, 1]$. Entonces, por el teorema del valor intermedio, existe $\pi_1^L \in (\underline{\pi_1^L}, 1)$ tal que $S^N(\pi_1^L) = 0$. Esto implica que el tipo bajo observa información parcial cuando las creencias son estrictamente no congruentes. ∎

Proof. Lemma 3. El excedente de tipo alto de adquirir el experimento E^L es:

$$
\begin{aligned}
S^N(\pi_1^L) &= V_{\mathcal{M}}(E^L, \theta_H) - V_{\mathcal{M}}(E^L, \theta_L) \\
&= (1-\theta_H) - \theta_H(1-\pi_1^L)\left[\frac{\nu}{\nu+\rho}[\pi_1^L + (1-\pi_1^L)c] + \frac{\rho}{\nu+\rho}\right] - \theta_L \pi_1^L \left[\frac{1-2\nu-\rho}{1-\nu-\rho}[\pi_1^L + (1-\pi_1^L)c] + \frac{\nu}{1-\nu-\rho}\right]
\end{aligned}
$$

ya que la condición necesaria pero no suficiente para la optimalidad de π_1^L es que $V_{\mathcal{M}}(E^L, \theta_H) \geq 0$.

La ganancia esperada de adquirir E^L, $S^N(\pi_1^L)$, es una función creciente de π_1^L para todo π_1^L porque

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial S^N(\pi_1^L)}{\partial \pi_1^L} &= \theta_H\left[\frac{\nu}{\nu+\rho}[\pi_1^L + (1-\pi_1^L)(2c-1)] + \frac{\rho}{\nu+\rho}\right] - \theta_L\left[\frac{1-2\nu-\rho}{1-\nu-\rho}[\pi_1^L(2-c) + (1-\pi_1^L)c] + \frac{\nu}{1-\nu-\rho}\right] \\
&\geq \theta_H\left[\frac{\nu}{\nu+\rho}[\pi_1^L + (1-\pi_1^L)(2c-1)] + \frac{\rho}{\nu+\rho}\right] - (1-\theta_H)\left[\frac{1-2\nu-\rho}{1-\nu-\rho}[\pi_1^L(2-c) + (1-\pi_1^L)c] + \frac{\nu}{1-\nu-\rho}\right] \\
&\geq 0
\end{aligned}
$$

donde la primera desigudad se cumple porque $\theta_L < 1 - \theta_H$ por la definición del tipo alto y la segunda se cumple para toda distribución de tipos no congruente, $c \in \left(\frac{1}{2}, 2\right)$ y distribución de información privada. El óptimo π_1^L, defino como π_1^L tal que $S^N(\pi_1^L) = 0$, es creciente en c porque $S^N(\pi_1^L)$ es una función decreciente de c. Esto implica con la precisión de E^L decrece cuando los incentivos de coordinación son incrementados.

Además, el efecto de ν en $S^N(\pi_1^L)$ depende de los incentivos de coordinación porque

$$
\frac{\partial S^N(\pi_1^L)}{\partial \nu} = (1-\pi_1^L)(c-1)\left[\frac{1-\rho}{(1-\nu-\rho)^2}\theta_L\pi_1^L - \theta_H(1-\pi_1^L)\frac{\rho}{(\rho+\nu)^2}\right]
$$

Primero, si los compradores tienen incentivos de coordinación ($c < 1$), $S^N(\pi_1^L)$ es una función decreciente de ν si

$$
\theta_H(1-\pi_1^L)\frac{\rho}{(\rho+\nu)^2} - \frac{1-\rho}{(1-\nu-\rho)^2}\theta_L\pi_1^L \leq 0. \tag{3}
$$

Note que (3) se cumple para todo

$$
\pi_1^L \geq \frac{\theta_H\rho(1-\nu-\rho)^2}{\theta_H\rho(1-\nu-\rho)^2 + \theta_L(1-\rho)(\nu+\rho)^2} \tag{4}
$$

y

$$S^N\left(\frac{\theta_H\rho(1-\nu-\rho)^2}{\theta_H\rho(1-\nu-\rho)^2+\theta_L(1-\rho)(\nu+\rho)^2}\right)<0$$

Esto implica que el óptimo π_1^L satisfice (4). Entonces, $S^N(\pi_1^L)$ es una función decreciente de ν para todo π_1^L que satisface (4), lo que implica que el óptimo π_1^L es creciente en ν. Es decir, el óptimo π_1^L decrece en la correlación de la información privada. Esto también implica que la precisión de E^L aumenta en nu si los compradores de datos tienen incentivos anti-coordinación ($c>1$).

■

Lemma 6 *Asuma que $c\in\left(\frac{1}{2},1\right)$ y que las creencias son estrictamente congruentes. En el menú óptimo, el vendedor de datos no ofrece información al tipo bajo si $\nu\leq\sqrt{\rho}-\rho$ y, de lo contrario, ofrece informació partial al tipo bajo.*

Proof. Lemma 6. Proposition 1 implica que en el menú óptimo E^H es perfectamente informativo. Proposition 1 tambié implica que $\pi_1^L=1$ si las creencias son estrictamente congruentes y que π_2^L es determinado tal que la restricción de compatibilidad de incentivos del tipo alto se cumple con igualdad. Dado que ambas restricciones de participación se cumplen con igualdad, esta condición se simplifica a $V_{\mathcal{M}}(E^L,\theta_L)=V_{\mathcal{M}}(E^L,\theta_H)$ donde ambas expresiones se calculan asumiendo que el comprador de datos j no se desvía de sus decisiones de equilibrio.

El valor del experimento E^L para el tipo bajo es

$$V_{\mathcal{M}}(E^L,\theta_L)=(1-\theta_L)\pi_2^L\left[\left(\frac{1-2\nu-\rho}{1-\nu-\rho}\right)\left[(1-\pi_2^L)c+\pi_2^L\right]+\left(\frac{\nu}{1-\nu-\rho}\right)\right],$$

mientras que el valor para el tipo alto es

$$V_{\mathcal{M}}(E^L,\theta_H)=(1-\theta_H)\pi_2^L\left[\left(\frac{\nu}{\nu+\rho}\right)\left[(1-\pi_2^L)c+\pi_2^L\right]+\left(\frac{\rho}{\nu+\rho}\right)\right].$$

Es trivial que $\pi_2^L=0$ satisface $V_{\mathcal{M}}(E^L,\theta_H)=V_{\mathcal{M}}(E^L,\theta_L)$. En este caso, el tipo bajo no observa informació adicional. Suponga ahora que $\pi_2^L\in(0,1]$.

Primero, asuma que $\nu \leq \sqrt{\rho} - \rho$. En este caso:

$$\begin{aligned}
V_{\mathcal{M}}(E^L, \theta_H) - V_{\mathcal{M}}(E^L, \theta_L) &> (1-\theta_L)\,\pi_2^L \left(\frac{\nu}{\nu+\rho}[\pi_2^L + (1-\pi_2^L)c] + \frac{\rho}{\nu+\rho} \right) \\
&\quad - (1-\theta_L)\,\pi_2^L \left(\frac{(1-2\nu-\rho)}{1-\nu-\rho}[\pi_2^L + (1-\pi_2^L)c] + \frac{\nu}{1-\nu-\rho} \right) \\
&\geq (1-\theta_L)\,\pi_2^L \left(\frac{(1-2\nu-\rho)}{1-\nu-\rho}[\pi_2^L + (1-\pi_2^L)c] + \frac{\nu}{1-\nu-\rho} \right) \\
&\quad - (1-\theta_L)\,\pi_2^L \left(\frac{(1-2\nu-\rho)}{1-\nu-\rho}[\pi_2^L + (1-\pi_2^L)c] + \frac{\nu}{1-\nu-\rho} \right) \\
&= 0
\end{aligned}$$

donde la primera desigualdad se cumple porque $\theta_L > \theta_H$ y la segunda porque $c < 1$ y $\nu \leq \sqrt{\rho} - \rho$. Por tanto, el vendedor de datos no puede ofrecer información parcial al tipo bajo sin inducir una desviación del tipo alto.

Suponga ahora que $\nu > \sqrt{\rho} - \rho$. En este caso, existe $\pi_2^L \in (0,1]$ tal que $V_{\mathcal{M}}(E^L, \theta_L) = V_{\mathcal{M}}(E^L, \theta_H)$ si y solo si

$$\theta_L \leq \frac{(1-\nu-\rho)[c \cdot \nu + \rho]\theta_H + [(\nu+\rho)^2 - \rho](1-c)}{[c(1-2\nu-\rho)+\nu](\nu+\rho)}$$

donde

$$\pi_2^L = \frac{(1-\nu-\rho)\,[\nu c + \rho]\,\theta_H + \left[(\nu+\rho)^2 - \rho\right](1-c) - [c(1-2\nu-\rho)+\nu]\,(\nu+\rho)\theta_L}{(1-c)\,[(\nu+\rho)^2 - \rho - \nu(1-\nu-\rho)\theta_H + (\nu+\rho)(1-2\nu-\rho)\theta_L]} \tag{5}$$

Por lo tanto, si el tipo bajo es lo suficientemente incierto sobre el estado, el vendedor de datos puede proporcionar información complementaria al tipo bajo sin atraer al tipo alto. De lo contrario, el tipo bajo no observa información complementaria. ■

Lemma 7 *Asuma que $c \in (1,2)$ y que las creencias son estrictamente congruentes. En el menú óptimo, el vendedor de datos no ofrece información al tipo bajo si $\nu \geq \sqrt{\rho} - \rho$. De lo contratio, el vendedor de datos ofrece información partial al tipo bajo.*

Proof. Lemma 7. Proposition 1 implica que en el menú óptimo E^2 es perfectamente informativo. Proposition 1 también establece que $\pi_1^L = 1$ si las creencias son estrictamente congruentes y que π_2^L es determinado tal que la restricción de compatibilidad de incentivos del tipo alto se cumple con igualdad.

la restricción de compatibilidad de incentivos del tipo alto se cumple con igualdad si y solo si

$$
\begin{aligned}
&(1-\theta_L)\pi_2^L\left[\left(\frac{1-2\nu-\rho}{1-\nu-\rho}\right)\left[(1-\pi_2^L)c+\pi_2^L\right]+\left(\frac{\nu}{1-\nu-\rho}\right)\right]= \\
&(1-\theta_H)\pi_2^L\left[\left(\frac{\nu}{\nu+\rho}\right)\left[(1-\pi_2^L)c+\pi_2^L\right]+\left(\frac{\rho}{\nu+\rho}\right)\right]
\end{aligned}
$$

Es trivial que si $\pi_2^L=0$, la restricción de compatibilidad de incentivos del tipo alto se cumple con igualdad. Asuma ahora que $\pi_2^L\in(0,1]$.

Considere primero el caso en el que $\nu\geq\sqrt{\rho}-\rho$. En este caso:

$$
\begin{aligned}
V_{\mathcal{M}}(E^L,\theta_H)-V_{\mathcal{M}}(E^L,\theta_L) &> (1-\theta_L)\,\pi_2^L\left(\frac{\nu}{\nu+\rho}[\pi_2^L+(1-\pi_2^L)c]+\frac{\rho}{\nu+\rho}\right) \\
&-(1-\theta_L)\,\pi_2^L\left(\frac{(1-2\nu-\rho)}{1-\nu-\rho}[\pi_2^L+(1-\pi_2^L)c]+\frac{\nu}{1-\nu-\rho}\right) \\
&\geq (1-\theta_L)\,\pi_2^L\left(\frac{(1-2\nu-\rho)}{1-\nu-\rho}[\pi_2^L+(1-\pi_2^L)c]+\frac{\nu}{1-\nu-\rho}\right) \\
&-(1-\theta_L)\,\pi_2^L\left(\frac{(1-2\nu-\rho)}{1-\nu-\rho}[\pi_2^L+(1-\pi_2^L)c]+\frac{\nu}{1-\nu-\rho}\right) \\
&=0
\end{aligned}
$$

donde la primera desigualdad se cumple porque $\theta_L>\theta_H$ y la segunda porque $c>1$ y $\nu\geq\sqrt{\rho}-\rho$. Por tanto, el vendedor de datos no puede ofrecer información parcial al tipo bajo sin inducir una desviación del tipo alto.

Considere ahora el caso en el que $\nu<\sqrt{\rho}-\rho$. En este caso, existe $\pi_2^L\in(0,1)$ tal que $V_{\mathcal{M}}(E^L,\theta_H)=V_{\mathcal{M}}(E^L,\theta_L)$ si

$$
\theta_L\leq\frac{(1-\nu-\rho)[c\cdot\nu+\rho]\theta_H+[(\nu+\rho)^2-\rho](1-c)}{[c(1-2\nu-\rho)+\nu](\nu+\rho)}
$$

donde

$$
\pi_2^L=\frac{(1-\nu-\rho)\,[\nu\cdot c+\rho]\,\theta_H+\left[(\nu+\rho)^2-\rho\right](1-c)-[c(1-2\nu-\rho)+\nu]\,(\nu+\rho)\theta_L}{(1-c)\,[(\nu+\rho)^2-\rho-\nu(1-\nu-\rho)\theta_H+(\nu+\rho)(1-2\nu-\rho)\theta_L]} \tag{6}
$$

De lo contrario, el tipo bajo no observa información adicional, i.e., $\pi_2^L=0$. ■

Proof. Proposition 3 La demostración de este resultado esta incluida en la demostración del Lemma 6 y Lemma 7. ■

Proof. Lemma 4. En el menú óptimo,

$$\pi_2^L = \frac{(1-\nu-\rho)(\nu c+\rho)\theta_H - (\nu+\rho)[c(1-2\nu-\rho)+\nu]\theta_L + (1-c)\left[(\nu+\rho)^2-\rho\right]}{(1-c)\left[(\nu+\rho)^2-\rho-\nu(1-\nu-\rho)\theta_H+(1-2\nu-\rho)(\nu+\rho)\theta_L\right]}$$

cuando

$$\theta_L \leq \frac{(1-\nu-\rho)(c\nu+\rho)\theta_H+(1-c)\left((\nu+\rho)^2-\rho\right)}{(\nu+\rho)[c(1-2\nu-\rho)+\nu]}.$$

Entonces,

$$\frac{\partial \pi_2^L}{\partial c} = -\frac{(\theta_L-\theta_H)(1-\nu-\rho)(\nu+\rho)}{(1-c)^2\left[(\nu+\rho)^2-\rho-\nu(1-\nu-\rho)\theta_H+(1-2\nu-\rho)(\nu+\rho)\theta_L\right]}$$

y

$$\frac{\partial \pi_2^L}{\partial \nu} = \frac{(\theta_L-\theta_H)[(\nu+\rho)(\theta_H\rho(2-\nu-\rho)-\theta_L(1-\rho)(\nu+\rho)+\nu-\rho)+(1-\theta_H)\rho]}{(1-c)\left[(\nu+\rho)^2-\rho-\nu(1-\nu-\rho)\theta_H+(1-2\nu-\rho)(\nu+\rho)\theta_L\right]^2}$$

Primero, si la información privada de los compradores de datos está correlacionada negativamente y tienen incentivos de coordinación, $c \in \left(\frac{1}{2}, 1\right)$ y $\nu > \sqrt{\rho}-\rho$. En este caso, el signo de $\frac{\partial \pi_2^L}{\partial c}$ depende del signo de

$$(\nu+\rho)^2-\rho-\nu(1-\nu-\rho)\theta_H+(1-2\nu-\rho)(\nu+\rho)\theta_L,$$

el que es positivo para todo $\theta_L > \theta_H$ y $\nu > \sqrt{\rho}-\rho$. Por tanto, $\frac{\partial \pi_2^L}{\partial c} > 0$, lo que implica que la precisión de E^L es creciente en c. Cuando c sube, los incentivos de coordinación decrecen . Por tanto, la precisión de E^L aumenta a medida que disminuyen los incentivos para coordinar.

De manera similar, el signo de $\frac{\partial \pi_2^L}{\partial \nu}$ depende del signo de

$$(\nu+\rho)(\theta_H\rho(2-\nu-\rho)-\theta_L(1-\rho)(\nu+\rho)+\nu-\rho)+(1-\theta_H)\rho,$$

el que es positivo para todo $\theta_L > \theta_H$, $\nu > \sqrt{\rho}-\rho$ y $c < 1$. Entonces, $\frac{\partial \pi_2^L}{\partial \nu} > 0$, lo que implica que la precisión de E^L es creciente en ν. Un incremento de ν decrece la correlación de la información privada. Por tanto, la precisión de E^L disminuye en la correlación de información privada.

Segundo, si la información privada de los compradores de datos tiene una correlación positiva y tienen incentivos anti-coordinación, $c \in (1,2)$ y $\nu < \sqrt{\rho}-\rho$. De manera análoga, es sencillo demostrar que $\frac{\partial \pi_2^L}{\partial c} > 0$ y $\frac{\partial \pi_2^L}{\partial \nu} < 0$. ■